



Euclidis Megarensis mathematici clarissimi Elementorum geometricorum libri xv.

Cum expositione Theonis in priores XIII à Bartholomæo Veneto Latinitate donata, Campani in omnes, & Hypsiclis Alexandrini in duos postremos.

His adiecta sunt Phænomena, Catoptrica & Optica, deinde Protheoria Marini & Data,

Postremùm uerò, Opusculum de Leui & Ponderoso, hactenus non uisum, eiusdem autoris.





BASILEAE, [redacted]
MENSE AVGVSTO, ANNO
M. D. XLVI.

Cum priuilegio Cæsareo.



[redacted]

[redacted]

[redacted] tempus profer [redacted] perfecisti, ne adiuuare ad [redacted] disciplinas (quod Plato te[redacted] [redacted] eruditis [redacted] dantur. [redacted] Pa[redacted] aliquot annos [redacted] exemplaris [redacted] Herlino Ma[redacted] discipulorum [redacted] apud Argent[redacted] accepimus ferre quicquid hi[redacted] ad [redacted] aliqui de [redacted] uideris. Adiecimus Ph[redacted] Mari[redacted] eo ipso [redacted] Fragmen[redacted] mutil[redacted] de Leui & Ponderoso, cum [redacted] quod hinc possit esse [redacted] in studiosos [redacted], tuo commodo alicubi uideas non [redacted]. Vale.



EVCLIDIS MEGARENSIS CLARISSIMI PHILOSOPHI, MATHEMATICORUM facilè principis, primùm ex Campano, deinde ex Theone Græco commentatore, interprete Bartholomæo Zamberto Veneto, Geometricorum elementorum liber primus.

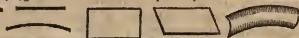
Ex Campano, triplex principiorum genus.

Primum, Diffinitiones.



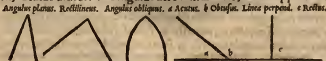
Vnctus eſt, cuius pars non eſt. 2 Linea, eſt longitudo ſine latitudine: 3 Cuius quidem extremitates, ſunt duo puncta. 4 Linea recta, eſt ab uno pũcto ad alium breuiſſima extenſio, in extremitates ſuas eam recipiens. 5 Superficies eſt, quæ longitudinem & latitudinem tantùm habet: 6 Cuius quidem termini, ſunt lineæ. 7 Superficies plana, eſt ab una linea ad aliam breuiſſima extenſio, in extremitates ſuas eam recipiens.

Punctus, aut ſignum. Linea. Su- per fi ci es.



8 Angulus planus, eſt duarum linearum alternus contactus, quarum expanſio eſt ſuper ſuperficiem, applicatioq́ non directa. 9 Quando autẽ angulum continent duæ lineæ rectæ, rectilineus angulus nominatur. 10 Quando recta linea ſuper rectam ſteterit, duoq́ anguli utrobiq́ fuerint æquales, eorum uterq́ rectus erit, lineaq́ lineæ ſuperſtans, ei cui ſuperſtat, perpendicularis uocatur. 11 Angulus uerò qui recto maior eſt, obtuſus dicitur. 12 Angulus uerò minor recto, acutus appellatur.

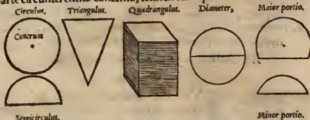
Angulus planus. Rectilineus. Angulus obliquus. a Acutus. b Obtuſus. Linea perpend. c Rectus.



13 Terminus eſt, quod uniuſcuiuſq́ finis eſt. 14 Figura eſt, quæ termino uel terminis continetur. 15 Circulus, eſt figura plana, una quidem linea contenta, quæ circũferentia nominatur: in cuius medio punctus eſt, à quo omnes lineæ rectæ & ad circũferentiã exeũtes, ſibi inuicẽ

ſunt æquales. 16 Et hic quidem punctus,centrum circuli dicitur.

17 Diameter circuli,eſt linea recta, quæ ſuper eius centrum tranſiens, extremitatesq́ ſuas circumferentię applicans,circulum in duo media diuidit. 18 Semicirculus,eſt figura plana diametro circuli,& medietate circumferentiæ contenta. 19 Portio circuli,eſt figura plana,recta linea & parte circumferentiæ contenta, ſemicirculo quidē aut maior aut minor.

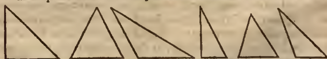


20 Rectilineæ figuræ ſunt,quæ rectis lineis continentur. 21 Quarum quædam trilateræ, quæ tribus rectis lineis: 22 Quædam quadrilateræ, quę quatuor rectis lineis: 23 Quædā multilateræ, quæ pluribus ꝙ quatuor rectis lineis continentur.

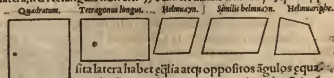
Trilatera. Quadrilatera. Multilatera. Aequilaterum.

24 Figurarū trilaterarum,alia eſt triangulus,habens tria latera æqualia: 25 Alia triangulus,duo habens æqualia latera: 26 Alia triangulus trium inæqualium laterum. 27 Harum iterum alia eſt orthogonium,unum ſcilicet rectum angulum habens. 28 Alia eſt amblygonium,aliquem obtuſum angulum habens. 29 Alia eſt oxygonium, in qua tres anguli ſunt acuti.

Duum æqualium laterum. Trium inæqualium laterum. Orthogonium. Oxygonium. Amblygonium.



30 Figurarum autē quadrilaterarū,alia eſt quadratū,quod eſt æquilaterum rectangulum: 31 Alia eſt tetragonus longus, quæ eſt figura rectangula,ſed æquilatera non eſt: 32 Alia eſt helmuayn,quæ eſt æquilatera,ſed rectangula non eſt: 33 Alia eſt ſimilis helmuayn, quæ oppoſita latera habet ęqlia atq; oppoſitos āgulos ęquales,idē tñ nec rectis āgulis nec ęqs laterib. cōtinet.



Præter

34 Præter has autẽ omnes, quadrilateræ figuræ, helmuariphæ nominantur.

53 Æquidistantes lineæ sunt, quæ in eadem superficie collocatæ atque in alterutram partem protractæ non conueniunt, etiam si in infinitum protrahantur.

Secundum, Petitiones.

1 A quolibet puncto in quemlibet punctũ, rectam lineam ducere, atq; lineã definitam, in continuũ rectumq;, quãtum libet protrahere. 2 Super centrum quodlibet, quantumlibet occupando spatium, circulũ designare. 3 Omnes rectos angulos sibijnuicem esse æquales. 4 Si linea recta super duas lineas rectas ceciderit, duoq; anguli ex una parte duobus rectis angulis minores fuerint, istas duas lineas in eandem partẽ protractas, proculdubio coniunctum iri. 5 Duas lineas rectas, superficiem nullam concludere.

Tertium, Communes animi conceptiones.

1 Quæ uni & eidem sunt æqualia, & sibijnuicem sunt ęqualia. 2 Et si æqualibus æqualia addantur, omnia quoq; fient æqualia. 3 Et si ab æqualibus æqualia auferantur, quæ relinquuntur erunt æqualia. 4 Et si ab inæqualibus æqualia demas, quæ relinquuntur erunt inæqualia. 5 Et si inæqualibus æqualia addas, ipsa quoq; fiẽt inæqualia. 6 Si fuerint duæ res uni duplices, ipsæ sibijnuicem erunt æquales. 7 Si fuerint duæ res, quarum utraq; unius eiusdem fuerit dimidiũ, utraq; erit æqualis alteri. 8 Si aliqua res alicui superponatur, appliceturq; ei, nec excedat altera alteram, illæ sibijnuicem erũt æquales. 9 Omne totum, est maius sua parte.

CAMPANVS. Sciendum est autem, quòd præter has cõmunes animi conceptiones, siue communes sententias, multas alias, quæ numero sunt incomprehensibiles, prætermisit Euclides: quarum hæc est una. Si duæ quantitates æquales, ad quamlibet tertiã eiusdem generis comparentur, simul erunt ambæ illa tertia, aut æquè maiores, aut æquè minores, aut simul æquales.

Item alia. Quanta est aliqua quãtitas ad quamlibet aliam eiusdem generis, tantam esse quamlibet tertiam ad aliquam quartam eiusdem generis. In quantitatibus continuis hoc uniuersaliter uerum est, siue antecedentes maiores fuerint consequentibus, siue minores: magnitudo enim decrescit in infinitum: in numeris autem non sic. Sed si fuerit primus submultiplex secundi, erit quilibet tertius æquè submultiplex alicuius quarti: quoniam numerus crescit in infinitum, sicut magnitudo in infinitum minuitur.



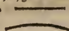
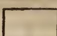
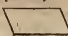
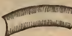
EVCLIDIS MEGARENSIS GRAECI PHILOSOPHI, BARTOLOMAEO ZAMBERTO VENETO INTERPRETE. *Triplex principiorum genus.*

Primum, Diffinitiones.



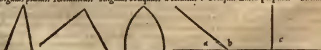
Ignum, est cuius pars nulla. 2 Linea uerò, longitudo illatabilis. 3 Lineæ autē limites, sunt signa. 4 Recta linea, est quę ex æquali, sua interiacet signa. 5 Superficies, est quæ longitudinē latitudinemq́ tantum habet. 6 Superficiei extrema, sunt lineæ. 7 Plana superficies, est quę ex æquali, suas interiacet lineas. 8 Planus angulus, est duarū linearū in plano sese tangentium & non in directo iacentium, ad alterutram inclinatio.

punctus, aut signum. Linea. Su- per fi ci es.

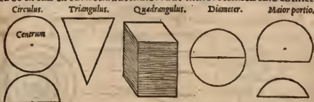
9 Quando autem quæ angulū continent, rectæ lineæ fuerint, rectilineus angulus nuncupatur. 10 Cùm uerò recta linea super rectam consistēs lineam, utrobiq; angulos æquales adinuicē fecerit, rectus est uterq; æqualiū angulorū: & quę superstat recta linea, perpēdicularis uocitatur, super quam steterit. 11 Obtusus angulus maior est recto. 12 Acutus uerò, minor est recto. 13 Terminus est, quod cuiusq; finis est.

Angulus planus. Rectilineus. Angulus obliquus. a Acutus. b Obtusus. Linea perpend. c Rectus.



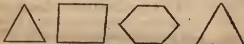
14 Figura est, quæ sub aliquo, uel aliquibus terminis comprehenditur. 15 Circulus, est figura plana una linea cōtenta, quę circūferentia appellatur, ad quā ab uno signo introrsum medio existēte omnes prodeuntes lineę, in ipsiusq; circuli circunferentiā incidētes, adinuicē sunt ęquales. 16 Centrum uerò ipsius circuli id signum appellatur. 17 Dimetiens circuli, est recta quædam linea per centrum acta, & ex utraque parte in circuli circunferentiā terminata, quæ circulū bifariā dispescit. 18 Semicirculus, est figura quę sub dimetiēte & ea quæ ex ipsa circuli circunferentia

ferẽtia ſublata eſt, cõtinetur. 19 Sectio circuli, eſt figura quæ ſub recta li nea & circuli circũferẽtia aut maiore aut minore ſemicirculo cõtinetur.



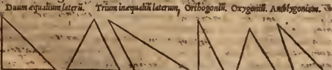
20 Rectilineæ figuræ ſunt, quæ ſub rectis lineis continẽtur. 21 Tri lateræ figuræ ſunt, quæ ſub tribus rectis cõtinentur lineis. 22 Quadri lateræ figuræ ſunt, quæ ſub quatuor comprehenduntur rectis lineis.

23 Multilateræ figuræ ſunt, quæ ſub plurib. q̃ quatuor rectis lineis cõprehendũtur.

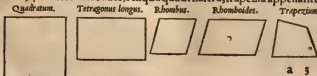


24 Trilaterarũ porrò figurarũ, æ quilaterũ eſt trian gulum, quod ſub tribus æqualibus lateribus continetur.

25 Iſoſceles autẽ, eſt quod ſub binis tantum æqualibus lateribus con tinetur. 26 Scalenum uerò, eſt quod ſub tribus inæqualibus lateribus continetur. 27 Amplius trilaterarũ figurarum, rectangulum trian gulum eſt, quod rectum angulum habet. 28 Amblygonium autem, quod obtuſum angulum habet. 29 Oxygonium uerò, quod tres ha bet acutos angulos.



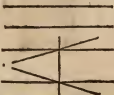
30 Quadrilaterarum autem figurarũ, quadratum quidem eſt, quod & æquilaterũ ac rectangulum eſt. 31 Altera parte longius eſt, quod rectangulum quidem, at æquilaterũ non eſt. 32 Rhombus, eſt quæ æquilatera, ſed rectãgula nõ eſt. 33 Rhomboides uerò eſt, quæ ex op poſito latera & angulos habẽs æquales, neq; æquilatera neq; rectãgula eſt. 34 Præter hæc autẽ, reliqua quadrilatera, trapezia appellantur.



35 Parallelę, rectæ lineæ sunt, quæ in eodem existentes plano, & ex utraque parte in infinitum productæ, in nulla parte concurrunt.

Secundum, Postulata.

1 Ab omni signo in omne signum, rectā lineam ducere. 2 Rectam lineam terminatam, in continuum rectumq; producere. 3 Omni centro & interuallo, circulū describere. 4 Omnes angulos rectos, adinuicē æquales esse. 5 Si in duas rectas lineas recta linea incidens, interiores & in eadem parte angulos duobus rectis minores fecerit, rectas lineas in infinitum productas concurrere necesse est ad eas partes, in quibus anguli duobus rectis minores existunt.





Tertium, Communes sententiæ.

1 Quæ eidem æqualia, & ad inuicem sunt æqualia. 2 Et si æqualibus æqualia adijciātur, omnia erūt æqualia. 3 Et si ab æqualibus æqualia auferantur, quæ relinquūtur, æqualia erūt. 4 Et si inæqualibus æqualia adiūgantur, omnia erūt inæqualia. 5 Et si ab inæqualibus æqualia auferantur, reliqua inæqualia erūt. 6 Quæ eiusdē duplicia sunt, ad inuicem sunt æqualia. 7 Et quæ eiusdem sunt dimidiū, æqualia sunt adinuicem. 8 Et quæ sibimetipsis conueniunt, æqualia sunt adinuicem. 9 Totum, est sua parte maius. 10 Duæ rectæ lineæ, *superficiem non concludunt.

EVCLIDIS MEGARENSIS

GEOMETRICA ELEMENTA,

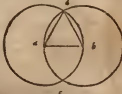
EX CAMPANO.

Primi libri propoſitio prima.

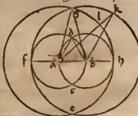


Riangulum æquilaterum, ſupra datam lineam rectam collocare.

Eſto data linea recta a b. uolo ſuper ipſam, triangulũ æquilaterum conſtituere: ſuper alteram eius extremitatem, ſcilicet in puncto a, ponam pedem circini immobilem, & alterum pedem mobilem extendam uſq; ad b: & deſcribam ſecundum quantitatem ipſius lineæ datæ, per ſecundam petitionem circulum c b d f. Rurſus alteram eius extremitatem, ſcilicet punctum b faciam centrum: & per eandem petitionem & ſecundum eiuſdem quantitatẽ, lineabo circulum c a d h: qui circuli interſecabunt ſe in duobus punctis, quæ ſint c d. Et alteram duarũ ſectionũ, ſicut ſectionem d, continuabo cum ambabus extremitatibus datæ lineæ: protractis lineis d a, d b per primam petitionem. Quia ergo à puncto a, quod eſt centrũ circuli c b d, protractæ ſunt lineæ a d & a b uſq; ad eius circunferentiam: ipſæ erunt æquales, per diffinitionem circuli. Similiter quoque, quia à puncto b, quod eſt centrum circuli c a d h, protractæ ſunt lineæ b a & b d uſque ad eius circunferẽtiã, ipſæ erunt etiã æquales. Quia ergo utraque duarum linearum a d, b d, æqualis eſt lineæ a b, ut probatum eſt: ipſæ erunt æquales inter ſe, per primam cõmunem animi conceptionem. Ergo ſuper datam rectam lineam, collocauimus triangulum æquilaterum, quod eſt propoſitum.



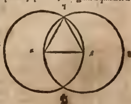
Campani additio. Si autem ſuper eandem lineam libeat collocare reliquas duas triangulorum ſpecies, ſcilicet triangulum duum æqualium laterum, & triangulum trium inæqualium laterum: protrahatur linea a b, in utranque partem, uſque quo occurret circunferentijs amborum circulorum ſuper duo puncta f & h. Et poſito centro in puncto a, lineetur circulus e h g, ſecundum quantitatem lineæ a h. Item poſito centro in puncto b, lineetur circulus e f g, ſecundum quantitatem lineæ b f. Hi autẽ circuli interſecabunt ſe in duobus punctis, quæ ſunt e g. Coniũgantur igitur extremitates datæ lineæ cum altera dictarum ſectionum, per duas lineas rectas, quæ ſint a g, b g. Et quia hæ lineæ a b, & a f, exeunt à centro circuli c d f, ad eius circũferentiã, ipſæ erunt æquales. Similiter quoque a b & b h, quia exeunt à centro circuli c a d h, uſque ad ipſius circunferentiam ipſæ, erunt æquales. Quia ergo utraque duarum linearum a f & b h æqualis eſt lineæ a b, ipſæ erunt inter ſe æquales: ergo poſita a b communi, erit b f æqualis a h. ſed b f æqualis ipſi b g: quia ambæ exeunt à centro circuli e f g, ad eius circunferentiam. Similiter quoq; a h, eſt æqualis ipſi a g. & utraque earum eſt maior a b: eò quòd utraque duarum linearum b f & a h maior eſt a b. Quare ſuper datam lineam collocauimus triangulum duorũ æqualium laterum. Triangulum etiam trium inæqualiũ laterum ſuper eandem lineam collocabimus: ſi aliquod punctum exiſtens in circunferentia alterutrius duorum maiorum circulorũ quod non ſit in altera duarum ſectionum, & cui non obuiet f h cùm in utramlibet partem producta fuerit in continuũ & directum, coniunxerimus per duas lineas rectas cum ambabus extremitatibus datæ lineæ. Sit enim punctus K ſignatus in circunferentia circuli e f g: & non ſit in altera ſectionum, nec occurrat ei f h, cùm protraheretur in continuum & directum eius uſque ad circunferentiam: protrahã ergo lineas a K & b K: & ſecabit linea a K circũferentiã circuli e h g: ſecet ergo in puncto l, eritq; b K per 1 cõmunem animi conceptionem æqualis a l, quia b K per diffinitionem circuli eſt æqualis b g, & a l æqualis a g: quare a K, eſt maior b K. Sed & b K, eſt maior a b: triangulũ ergo a b K, eſt trium inæqualium laterum. Sic igitur ſuper datam lineam rectam, omnes triangulorum ſpecies collocauimus.



Euclides ex Zamberto. Problema 1. Propositio 1.

Super data recta linea terminata, triangulum æquilaterum constituere.

THEON ex Zāberto. *Sit data recta terminata linea, α β. Oportet super α β, triangulū æquilaterū constituere. Centro quidē α, spatio uerò α β, circulus describatur β γ δ (per 3 postulatū) & rursus (per idem) centro quidē β, spatio uerò β α, alter circulus describatur α γ ε. Et (per 1 postulatum) à signo γ, in quo se circuli adinuicem secant, ad α, β, signa connectantur rectæ lineæ γ α, γ β. Et quoniam α signum, centrū est circuli γ β δ, æqualis est (per 15 diffinitionem) α γ ipsi α β. Rursus quoniā β signum, centrum est circuli γ α ε, æqualis est β γ ipsi β α (per 15 diffinitionem). At ostensa est linea α γ, ipsi α β æqualis: utraque igitur & γ α & γ β, ipsi α β est æqualis. Quæ autem eidem æqualia, & ad inuicem sunt æqualia (per 1 communem sententiam) & γ α igitur, ipsi γ β est æqualis. Tres igitur lineæ γ α, α β, β γ, æquales adinuicem sunt. Aequilaterum igitur est triangulum α β γ, & constitutum super data recta linea terminata α β, quod fecisse oportuit.*

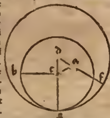


Euclides ex Campano. Propositio 2.



Dato puncto, cuilibet lineæ rectæ propositæ æquā rectam lineam ducere.

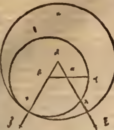
CAMPANVS. Sit a, punctus datus: & b c, linea recta data. uolo à puncto a, ducere unam lineā æqualem lineæ b c: in quācunq; partem contingat. Coniungā ergo punctū a, cum altera extremitate lineæ b c: cum qua uoluero: & coniungā ipsum a, cum extremitate c, per lineam a c: super quam constituam triangulum æquilaterum secundum doctrinā præcedentis, qui sit a c d. & in illa extremitate lineæ datæ cum qua coniunxi punctum datum, a scilicet: in extremitate c, ponam pedē circini immobilem, describamq́; super ipsum (per 3 petitionem) circulum secundum quantitatem ipsius datæ lineæ: qui sit circulus e b. & latus trianguli æquilateri quod opponitur puncto dato, scilicet latus d c protraham per centrum circuli descripti usque ad eius circunferentiam: & sit tota linea sic protracta d c e. secundum cuius quantitatē, lineabo circulum, posito centro in d: qui sit circulus e f. Postea protraham latus d a usque ad circunferentiam huius ultimi circuli: & occurrat circunferentiæ ipsius in puncto f. Dico igitur quòd a f, est æqualis b c. nam b c, & c e sunt æquales: quia exeunt à centro circuli e b, ad eius circunferentiam. Similiter quoque d f & d e sunt æquales: quia exeunt à centro circuli e f, ad circunferentiam. sed d a & d c sunt æquales: quia sunt latera trianguli æquilateri. ergo si d a & d c demātur de d e & d f quæ sunt æquales: erūt residua, quæ sunt a f & c e, æqualia. Quia ergo utraque duarum linearum a f & c b est æqualis c e: ipsæ per 1 communem animi conceptionem, ad inuicem sunt æquales. Quare à puncto a, protraximus lineam a f æqualem b c: quod est propositum.



Euclid. ex Zamb. Problema 2. Propositio 2.

Ad datū signum, datæ rectæ lineæ æquam rectam lineam ponere.

THEON ex Zamb. *Sit datum signū α: data autē recta linea, β γ oportet ad ipsum α: ipsi β γ rectæ lineæ æquam rectam lineam ponere. Ducatur enim ab α signo, in β signum, recta linea α β (per 1 postulatum) & constituatur super ea (per 1 propositionē) triangulum æquilaterum: sitq́; illud δ α β, & producātur (per 2 postulatum) in rectum ipsis δ α, δ β lineæ α ε, β ζ & (per 3 postulatum) centro β, spatio uerò β γ, circulus describatur γ η θ. & rursus (per idē) centro δ, spatio uerò δ η, circulus describatur η κ λ. Quoniā igitur β signum, centrū est circuli γ η θ, æqualis est (per 15 diffinitionem) β γ ipsi β η: & quoniā δ signum, centrum est circuli η κ λ: æqualis est (per eandem) δ λ ipsi δ η, quarum δ α, ipsi δ β est æqualis (per præcedentem:) reliqua igitur α λ, reliquæ β η (per 3 communem sententiam) est æqualis.*



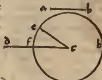
Osten-

Ostensum est autem, quòd βγ ipsi βε est æqualis, utraq; igitur & αδ & βγ, ipsi βε est æqualis. Quæ autē eidem æqualia, (per primam communem sententiam) & ad inuicem sunt æqualia, & linea αδ igitur, ipsi βγ est æqualis. Ad datum igitur signum α, datæ rectæ lineæ βγ, æqua recta linea collocata est αδ, quod fecisse oportuit.

Euclid. ex Camp. *Propositio 3.*

3 PRopositis duabus lineis inæqualibus, de longiori earum, breuiori æqualem abscindere.

CAMPANVS. Sint duæ lineæ a b & c d, & sit a b minor: uolo ex c d abscindere unam, quæ sit æqualis a b. Duco primò à pūcto c, unam lineam æqualem a b, secundū quod docuit præcedens, quæ sit c e: posito ergo centro in puncto c, describam circulum secundum quantitatem c e, qui secabit lineam c d: sit ergo ut secet eam in puncto f, eritq; linea c f, æqualis lineæ c e, quia ambæ exeunt à centro eiusdem circuli ad circunferentiā, & quia utraque duarum linearum a b & c f est æqualis c e, ipsæ per 1 cōmunem animi conceptionem sunt inter se æquales, quod est propositum.



Euclid. ex Zamb. *Problema 3.* *Propositio 3.*

3 Duabus datis rectis lineis inæqualibus, à maiori, minori æqualem rectam lineam abscindere.

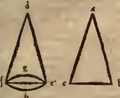
THEON ex Zamberto. *Sint datæ duæ rectæ lineæ inæquales αβ, γ, quarum maior sit αβ: oportet ab ipsa αβ maiore, ipsi γ minori æqualē rectam lineam abscindere. Ponatur (per secundam propositionem) ad signum α, lineæ uerò rectæ γ, æqualis αδ, & centro quidem α, interuallo uerò αδ, (per 3 postulatum) circulus describatur δεζ. Et quoniā α signum, centrum est circuli δεζ, æqualis est αε ipsi αδ. At linea γ, ipsi αδ est æqualis: utraq; igitur et αε & γ, ipsi αδ est æqualis: quare & linea αε, ipsi γ est æqualis. Duabus igitur datis rectis lineis inæqualibus αβ γ, ab ipsa αβ maiore, ipsi γ minori æqualis abscissa est αε, quod facere oportebat.*



Euclid. ex Camp. *Propositio 4.*

4 OMnium duorum triangulorum, quorum duo latera unius duobus lateribus alterius æqualia fuerint, duoq; anguli eorum illis æquis lateribus contenti æquales fuerint alter alteri, latera quoq; illorum reliqua sese respicientia æqualia, reliqui uerò anguli unius reliquis angulis alterius æquales erunt, ac totus triangulus toti triangulo æqualis.

CAMPANVS. Sint duo trianguli a b c, d e f, sitq; latus a b, æquale lateri d e, & latus a c, æquale lateri d f, & angulus a, æqualis angulo d. Tunc dico, quòd basis b c, est æqualis basi e f, & angulus b, æqualis angulo e. Item angulus c, æqualis angulo f, & totus triangulus a b c, toti triangulo d e f, quod probatur. Superponā triangulū a b c, triangulo d e f, ita quòd angulus a, cadat super angulū d, et latus a b super latus d e, & latus a c super latus d f. Patet autē per penultimā conceptionē, quòd nec anguli nec latera sese excedent, eò quòd angulus a, est æqualis angulo d, & latera superposita ijs, quibus superponuntur, per hypothesin: puncta ergo b c, cadēt super pūcta e f. Si ergo linea b c cadit super lineam e f, patet propositum, quia cum linea b c superposita lineæ e f, non excedat eā, néc excedatur ab ea, est ei æqualis per conuersionem penultimæ conceptionis. Eadem ratione erit angulus b, æqualis angulo e, & angulus c æqualis angulo f. Si autē linea b c non cadit super lineam e f, sed cadit intra triangulum sicut linea e g f, aut extra, sicut linea e h f, tunc duæ lineæ rectè concludunt superficiem, quod est contra ultimam petitionem.



Euclid.

Euclid. ex Zamb. *Theorema primum.* *Propositio 4.*

Si duo triangula duo latera duobus lateribus æqualia habuerint alterum alteri, & angulum angulo æqualē sub æqualibus rectis lineis contentum, & basin basi æqualē habebūt, & triangulum triangulo æquū erit, ac reliqui anguli reliquis angulis æquales erunt alter alteri, sub quibus æqualia latera subtenduntur. 4

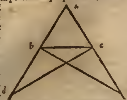
THEON *ex Zamb.* *Sint bina triangula α β γ, δ ε ζ, duo latera, uidelicet α β, α γ, duobus lateribus, hoc est, δ ε, δ ζ, æqualia habentia, alterum alteri, scilicet α β, ipsi δ ε: & α γ, ipsi δ ζ, & angulum β α γ, angulo ε δ ζ æqualem. Dico quòd & basis β γ, basi ε ζ, est æqualis: & triangulum α β γ, triangulo δ ε ζ, æquum erit: & reliqui anguli reliquis angulis æquales erunt alter alteri, sub quibus æqualia latera subtenduntur, hoc est, α β γ, ipsi δ ε ζ: & α γ β, ipsi δ ζ ε. Congruente nanque triangulo α β γ ipsi δ ε ζ triangulo, ac posito signo α super δ, & α β, recta linea super δ ε, congruit & signum β signo ε, ex eo quia linea α β, ipsi δ ε est æqualis (per hypothesin). Et congruēte linea α β ipsi lineæ δ ε, cōgruit & linea recta α γ, ipsi lineæ δ ζ: quoniam angulus β α γ, angulo ε δ ζ est æqualis (per hypothesin). At quoniam linea recta α γ, ipsi δ ζ est æqualis (per hypothesin): signum igitur γ, ipsi signo ζ congruit. Rursus quoniam γ signum ipsi ζ signo congruit, at β signū ipsi ε signo congruit: basis igitur β γ, basi ε ζ congruit. Si enim congruente β ipsi ε, & γ ipsi ζ, basis β γ, basi ε ζ non congruit: duæ rectæ lineæ superficiem cōcludunt, quod (per 10 cōmunem sententiam) est impossibile. Congruit ergo basis β γ, basi ε ζ, & ei est æqualis. Quare totum triangulum α β γ, toti triangulo δ ε ζ, congruit (per 8 communem sententiam), & ei est æquale. Et reliqui anguli (per eandem) reliquis angulis congruent, & eis erunt æquales, hoc est angulus α β γ, angulo δ ε ζ, & angulus α γ β, angulo δ ζ ε. Cū igitur bina triangula duo latera duobus lateribus æqualia habuerint alterum alteri, & angulum angulo æquū sub æqualibus rectis lineis contentum: basin quoque basi æqualem habebunt, & triangulum triangulo æquum erit, & reliqui anguli reliquis angulis æquales erunt alter alteri, sub quibus æqualia latera subtenduntur: quod oportuit demonstrasse.*

Euclid. ex Camp. *Propositio 5.*



Mnis trianguli duum æqualiū laterum angulos, qui super basin sunt, æquales esse necesse est. Quòd si eius duo latera directè protrahantur, fient quoq; sub basi duo anguli inuicem æquales. 5

CAMPANVS. Sit triāgulus a b c, cuius latus a b sit æquale lateri a c. Dico quòd angulus a b c, est æqualis angulo a c b. Quòd si protrahantur a b & a c, usq; ad d & e, fiet angulus d b c æqualis angulo e c b. quod sic probatur: Protractis a b & a c, ponam per tertiam propositionē, lineam a d æqualem lineæ a e, & protraham lineas e b, & d c. Et intelligam duos triangulos a b e & a c d, quos probabo esse æquales, & adinuicem æquilateros & æquiangulos. Sunt enim duo latera a b & a e, trianguli a b e, æqualia duobus lateribus a c & a d, trianguli a c d, & angulus a, communis utrique: ergo per præmissam, basis b e, est æqualis basi d c, & angulus e, æqualis angulo d: & angulus a b e, æqualis angulo a c d. Item intelligo duos triangulos d b c & e c b, quos similiter probabo esse æquilateros & æquiangulos. Nam duo latera b d & d c trianguli b d c, sunt æqualia duobus lateribus e c & e b trianguli c e b, & angulus d, angulo e: ergo per præmissam basis basi, & reliqui anguli reliquis angulis: ergo angulus d b c est æqualis angulo e c b (Et est secundū propositū, scilicet, quòd anguli sub basi sunt æquales) & angulus d c b, est æqualis angulo e b c. Sed totus angulus a b e, est æqualis toti a c d, ut probatū fuit suprà: ergo angulus a b c residuus est (per 3 cōmunem animi conceptionē) æqualis angulo a c b residuo, quorum uterque est supra basin. Et hoc est primū propositum.

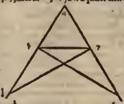


Euclid.

Euclid. ex Zamb. Theorema 2. Propositio 5.

Iſoſceliū triangulorū qui ad baſin ſunt anguli, adinuicē ſunt ęquales. Et productis æqualibus rectis lineis, qui ſub baſi ſunt anguli, adinuicē æquales erunt.

THEON ex Zamb. *Sit triangulum iſoſceles αβγ, æquum habens latus αβ, lateri αγ, & producantur (per 2 postulatū) in rectū ipſis αβ, αγ, rectæ lineæ βδ, γε. Dico quòd angulus αβγ, angulo αγβ eſt æqualis: & angulus γβδ, angulo βγε. Capiatur in linea βδ, contingens ſignum, ſitq́; illud ζ, & auferatur (per 3 propoſitionem) à linea αε maiore, ipſi αζ minori æqualis, ſitq́; illa αη, & connectantur ζγ & ηβ. Quoniam αζ, ipſi αη: & αβ, ipſi αγ, ſunt æquales: duæ igitur ζα, αγ, duabus ηα, αβ ſunt æquales altera alteri, & communem angulū concludūt, qui ſub ζαη continetur. Baſis igitur ζγ, baſi ηβ (per 4 propoſitionem) eſt æqualis: & triangulum αζγ, triangulo αηβ erit æquale: & reliqui anguli reliquis angulis alter alteri æquales erunt, ſub quibus latera æqualia explicantur: hoc eſt, angulus αγζ, angulo αβη, & angulus αζγ, angulo αηβ. Et quoniā tota αζ, toti αη eſt æqualis, quarum linea αβ, lineæ αγ eſt æqualis: reliqua igitur βζ reliquæ γη (per 3 communē ſententiam) eſt æqualis. Oſtenſum eſt autem, quòd ζγ ipſi βη eſt æqualis. Duæ autē βζ, ζγ, duabus γη, ηβ æquales ſunt altera alteri: & angulus βζγ, angulo γηβ (per 4 propoſitionem) eſt æqualis: & βγ baſis eorum communis eſt. Triangulum igitur βζγ, triangulo γηβ erit æquale: & reliqui anguli reliquis angulis alter alteri æquales erunt, ſub quibus æqualia latera ſubtenduntur (per eandem). Angulus igitur ζβγ, angulo ηγβ, & angulus βγζ angulo γβη ſunt æquales. Quoniā igitur totus angulus αβη, toti angulo αγζ (ut oſtēſum eſt) æqualis eſt, quorū γβη, angulo βγζ eſt æqualis: reliquus igitur angulus αβγ, reliquo angulo αγβ (per 3 communē ſententiam) eſt æqualis, & ad baſim ſunt trianguli αβγ. Oſtenſum eſt autem, quòd angulus ζβγ, angulo ηγβ, eſt æqualis, & ſub baſi exiſtunt. Iſoſcelium igitur triangulorum, qui ad baſin anguli ſunt, æquales ſunt adinuicem. Et productis æqualibus rectis lineis, anguli qui ſub baſi exiſtunt, æquales erunt adinuicem, quod demonſtrandum fuerat.*



Euclid. ex Camp. Propoſitio 6.

6 
I duo anguli alicuius trianguli æquales fuerint, duó quoq; latera eius illos angulos reſpicientia, æqualia erunt.

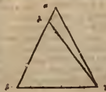
CAMPANVS. Hæc eſt conuerſa præmiſſæ, quantū ad primam partē ipſius. Sit enim triāgulus a b c, cuius duo anguli b & c ſunt æquales. Dico quòd latus a b, eſt æquale lateri a c. Si enim non ſunt æqualia, erit alterū maius: ſitq; a b maius, quod reſecetur ad æqualitatē a c per 3 propoſitionē, ut ſuperfluū ſit a d, ad partem a, & reſecetur in puncto d, ſitq; d b æqualis a c. Intelligo ergo duos triangulos a c b & d b c, quos probabo eſſe æquilateros & æquiāgulos. Sunt enim duo latera d b & b c trianguli d b c, æqualia duobus lateribus a c & c b trianguli a c b, & angulus b ęqualis angulo c totali per hypotheſin: ergo baſis d c eſt æqualis baſi a b, per 4 propoſitionem: & angulus d c b æqualis angulo a b c. Sed angulus a c b, eſt æqualis angulo a b c, per hypotheſin: ergo angulus d c b, eſt æqualis angulo a c b, pars uidelicet toti, quod eſt impoſſibile.



Euclid. ex Zamb. Theorema 3. Propoſitio 6.

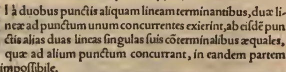
6 Si triāguli duo anguli æquales adinuicē fuerint, ęquales quoq; angulos ſubtendētia latera æqualia adinuicē erūt.

THEON ex Zamb. *Sit triangulū αβγ, æquū habens angulum αβγ, angulo αγβ. Dico quòd & latus αβ, æquū eſt lateri αγ. Si enim æquale nō eſt latus αβ ipſi lateri αγ, alterū eorū erit maius. Sit maius αβ, et auferatur (per 3 propoſitionē) ab ipſo αβ, maiore, ipſi αγ minori lineæ æqualis: ſitq́; illa δβ, protrahatur linea δγ, (per 1 poſtulatum). Igitur quoniam latus δβ eſt æquale lateri αγ, communis uerò linea βγ: duo igitur δβ, βγ, latera duobus lateribus αγ & γβ ſunt æqualia alterum alteri, & angulus δβγ, angulo αγβ (per hypotheſin). Baſis igitur δγ (per 4 propo-*



sitionem) basi α β, est æqualis: & triangulum δ β γ, (per eandem) triangulo α γ β æquum erit, minus scilicet maiori, quod est impossibile. Latus igitur α β, lateri α γ non est inæquale: æquale igitur. Si trianguli ergo duo anguli æquales adinuicem fuerint, æquales quoque angulos subtendentia latera æqualia ad inuicem erunt: quod fuerat ostendendum.

Euclid. ex Camp. Propositio 7.



SI à duobus punctis aliquam lineam terminantibus, duæ lineæ ad punctum unum concurrentes exierint, ab eisdẽ punctis alias duas lineas singulas suis cõterminalibus æquales, quæ ad alium punctum concurrant, in eandem partem adduci est impossibile. 7

CAMPANVS. Sit linea a b, à cuius extremitatibus a & b protrahãtur duæ lineæ in partem unam, quæ concurrant in eodem puncto, ut sint lineæ a c & b c, quæ concurrant in puncto c. Dico quòd in eandem partem non protrahentur aliæ duæ ab extremitatibus lineæ a b, quæ concurrant ad alium punctũ, ita quòd illa quæ egredietur à puncto a, sit æqualis a c, & quæ egredietur à puncto b sit simul æqualis lineæ b c: quod si fuerit possibile, protrahantur aliæ duæ lineæ in eandem partem, quæ concurrãt in puncto d, & sit a d æqualis lineæ a c, & simul linea b d æqualis lineæ b c. Aut ergo punctus d cadet intra triangulũ a b c, aut extrà: nam in alterum laterum nõ cadet, quia tunc pars esset æqualis suo toti. Si ergo cadat extrà, aut altera linearum a d, & b d secabit alterã linearum a c & b c, aut neutra neutram. Et secet primò altera alteram, & protrahatur linea c d. Quia ergo trianguli a c d duo latera a c & a d sunt æqualia: erit angulus a c d æqualis angulo a d c (per 5 propositionem.) Similiter quia in triangulo b c d duo latera b c & b d sunt æqualia, erunt anguli b c d & b d c per eandẽ æquales. Et quia angulus b d c est maior angulo a d c, sequitur angulum b c d esse maiorem angulo a c d, partem scilicet toto, quod est impossibile. Si autem d cadat extra triangulum a b c ita quòd lineæ se non secent, protraham lineam d c, & producam b d & b c sub basi usque ad e & f. Et quia lineæ a c & a d sunt æquales, erunt anguli a c d & a d c æquales per 5. similiter quia b c & b d sunt æquales, erunt anguli sub basi, qui sunt c d f & e c d, æquales per 2 partem eiusdem. Quia ergo angulus e c d minor est angulo a c d, sequitur angulum f d c esse minorem angulo a d c, quod est impossibile. Eodem modo ducetur aduersarius ad inconueniens, si d punctus cadat intra triangulum a b c.

Euclides ex Zamberto. Theorema 4. Propositio 7.

Super eadem recta linea duabus eisdem rectis lineis aliæ duæ rectæ 7
lineæ æquales altera alteri non constituẽtur, ad aliud atque aliud signum ad easdem partes, eosdem fines primis rectis lineis possidentes.

THEON ex Zamb. *Si enim est possibile, super eadem recta linea α β, duabus rectis lineis α γ, γ β, aliæ duæ rectæ lineæ α δ, δ β, æquales altera alteri constituantur ad aliud atque aliud signum, hoc est γ & δ, ad easdem partes scilicet γ δ eosdem fines, hoc est α β, possidentes: ut æqualis sit γ α, ipsi δ α, eundem finem habens, hoc est α & γ β, ipsi δ β, eundem finem habens, hoc est β, connectatur γ δ (per 1 postulatum). Quoniam igitur α γ æqualis est ipsi α δ, æqualis erit quoque angulus α γ δ, angulo α δ γ. Minor igitur est angulus α γ δ, angulo β δ γ: multo minor igitur est angulus β γ δ angulo β δ γ. Rursus quoniã β γ, ipsi δ β est æqualis, æqualis est igitur & angulus β γ δ, angulo γ δ β. Ostensum est autẽ quòd admodum minor, quod impossibile. Super igitur eadẽ recta linea, duabus eisdem rectis lineis aliæ duæ rectæ lineæ æquales altera alteri, non constituentur ad aliud atque aliud signum, ad easdem partes, eosdem fines rectis primis lineis possidentes, quod demonstrasse oportuit.*

Euclid.

Euclid. ex Camp. Propositio 8.



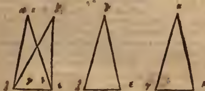
8 Mnium duorum triangulorum, quorum duo latera unius duobus lateribus alterius fuerint æqualia, basisq; unius basi alterius æqualis, duos angulos æquis lateribus contentos, æquales esse necesse est.

CAMPANVS. Sint duo trianguli a b c, d e f: sitq; a c æqualis d f, & b c æqualis e f, & a b æqualis d e. Dico ergo quòd angulus c est æqualis angulo f, & angulus a, angulo d, & angulus b, angulo e. Superponã basin a b, basi d e, quæ cùm sint æquales, neutra excedit alteram per conuersionem penultimæ conceptionis. Aut ergo punctus c cadet super punctũ f: aut non. Si sic, tunc quia angulus c superpositus est angulo f, & neuter excedit alterum, eo quòd a c super d f & b c super e f cadunt, ipsi sunt æquales per eandem conceptionem. Similiter argue reliquos angulos esse æquales. Si autem punctus c non cadat super f: cadat super quemlibet alium qui sit punctus g, quia e g est æqualis b c, imò eadem: itemq; quia d g est æqualis a c: erit d g æqualis d f, & e g æqualis e f, quod est impossibile per præcedentem.

Euclid. ex Zamb. Theorema 5. Propositio 8.

8 Si bina triangula, duo latera duobus lateribus alterum alteri æqualia habuerint, & basin quoq; basi æqualem: angulum quoque angulo sub æqualibus rectis lineis contentum, æqualem habebunt.

THEON ex Zamb. *Sint bina triãgula αβγ, δεζ, duo latera αβ, αγ duobus lateribus δε, δζ, æqualia habentia alterum alteri, hoc est αβ ipsi δε, & αγ ipsi δζ: habeantq; basin βγ basi εζ æqualẽ.* Dico quòd *angulus βαγ: angulo εδζ est æqualis. Congruẽte enim triangulo αβγ ipsi triãgulo δεζ, & posito quidem β signo, super ε signum, et recta linea βγ super εζ: congruit quoque signũ γ ipsi ζ signo, quoniam βγ æqualis est ipsi εζ: Congruẽte uerò βγ ipsi εζ: congruunt quoque & βα, αγ ipsis εδ, δζ. Si enim basis βγ basi εζ congruit, at βα, αγ latera, lateribus εδ, δζ, non congruent, sed different, sicut εη, ηζ: constituentur super eadem recta linea duabus eisdem rectis lineis aliæ duæ rectæ lineæ æquales altera alteri, ad aliud & aliud signum, ad easdem partes eosdemq; fines poßidentes.* Non constituuntur autem *(per 7 propositionem.)* Non igitur congruẽte basi *βγ basi εζ, non congruunt quoque & βα, αγ, latera ipsis εδ, δζ lateribus, congruunt igitur.* Quare & *angulus βαγ, angulo εδζ congruet: & eidem æqualis erit. Si bina igitur triangula duo latera duobus lateribus alterum alteri æqualia habuerint, basinq; basi æqualem: angulum quoque angulo sub æqualibus rectis lineis contentum, æqualem habebunt, quod erat ostendendum.*

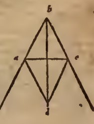


Euclid. ex Camp. Propositio 9.



9 Atum angulum, per æqualia secare.

CAMPANVS. Sit datus angulus, quem oportet diuidere: angulus a b c. Lineas ipsum continentes, quæ sunt a b & b c, ponam æquales, per 3 propositionem, & producam lineã a c: super quam constituam triangulum æquilaterum a d c per 1 propositionem, & protraham lineam b d. Dico quòd ipsa diuidit datum angulum per æqualia. Intelligo duos triangulos a b d & c b d, duo latera a b & b d trianguli a b d sunt æqualia duobus lateribus c b & b d trianguli c b d: & basis a d basi c d. ergo per præcedentem angulus a b d est æqualis angulo



b

c b d, quod oportebat efficere.

Euclid. ex Zamb. Problema 4. Propositio 9.

Datum angulum rectilineum, bifariam secare. 9

THEON ex Zamberto. *Sit datus rectilineus angulus βαγ. Oportet ipsum bifariàm secare. Suscipiatur super linea αβ contingens signum, sitq́; illud δ. & à linea αγ (per 3 propositionem) auferatur αε: ipsi αδ æqualis. & per 1 postulatum connectatur linea δε: constituaturq́; (per 1 propositionẽ) super δε, triangulum æquilaterũ, sitq́; illud δζε, & connectatur (per primum postulatum) linea αζ. Dico quòd angulus βαγ: à linea αζ bifariã secatur. Quoniã αδ est æqualis ipsi αε, cõmunis uerò αζ: binæ igitur δα, αζ duabus εα, αζ, sunt altera alteri æquales. At basis δζ, basi εζ (p 1 propositionẽ) est æqualis: angulus igitur δαζ, angulo ζαε (per 8 propositionẽ) est æqualis. Datus igitur angulus rectilineus qui sub βαγ, bifariam sectus est à rectâ linea αζ, quod fecisse oportuit.*

Euclid. ex Camp. Propositio 10.

PRoposita recta linea, eam per æqualia diuidere. 10

CAMPANVS. Sit proposita linea quam oportet diuidere per æqualia: linea a b, super ipsam constituam triangulum æquilaterũ a b c. & angulum c diuido per æqualia secundum doctrinam præcedentis, per lineam c d. Dico quòd linea c d, diuidit datam lineam a b per æqualia. Intelligo enim duos triangulos, a c d & b c d, & argumentor sic: duo latera a c & c d trianguli a c d, sunt æqualia duobus lateribus b c & c d trianguli b c d, & angulus c unius angulo c alterius: ergo (per 4) basis a d, basi b d: quod est propositum.

Euclid. ex Zamb. Problema 5. Propositio 10.

Datam rectam lineam terminatam, bifariàm secare. 10

THEON ex Zamb. *Sit data recta linea terminata αβ, oportet lineã αβ bifariàm secare. Cõstituitur (per 1 propositionẽ) super ea, triangulũ æquilaterũ αβγ. Et (per 9 propositionem) secetur angulus αγβ bifariã: à recta linea γδ. Dico quòd linea recta αβ, bifariàm secatur in signo δ. Quoniã enim (per 1 propositionẽ) αγ ipsi γβ est æqualis, communis uerò γδ: duæ igitur αγ, γδ. duabus βγ, γδ sunt æquales altera alteri. & angulus αγδ angulo βγδ æquus est. basis igitur αδ, (per 4 propositionẽ) δβ est æqualis. Data igitur recta linea terminata αβ, bifariàm secta est in signo δ. quod faciendũ fuerat.*

Euclid. ex Camp. Propositio 11.

DAta linea recta, à puncto in ea signato perpendicularem extrahere, duobus quidem angulis æqualibus ac rectis utrinque subnixam. 11

CAMPANVS. Sit data linea a b, in qua sit datus punctus c, à quo oportet perpendicularem extrahere. Faciam ergo per 3 propositionem, lineam b c æqualem lineæ a c. & super totam a b constituo triangulũm æquilaterũ a b d. & protraho lineam c d. de qua dico quòd ipsa est perpendicularis super lineam a b. Intelligo duos triangulos a c d & b c d. & quia duo latera a c & c d, trianguli a c d sunt æqualia duobus lateribus c b & c d, trianguli c b d, & basis a d basi b d: erit per 8 propositionem angulus a c d æqualis angulo b c d. quare uterque eorum erit rectus, per diffinitionem anguli recti: & linea c b perpendicularis super lineam a b, per diffinitionem lineæ perpendicularis. quod est propositum.

Euclid. ex Zamb. Problema 6. Propositio 11.

Data recta linea, à signo in ea dato rectã lineã ad ãgulos rectos excitare. 11

THEON ex Zamb. *Sit data recta linea αβ: datum uerò in ea signum sit γ. Oportet ab ipso signo γ, ipsius rectæ lineæ αβ: ad angulos rectos rectam lineã excitare. Suscipiatur in ipsa αγ contingens signum, sitq́; illud δ: & ponatur ipsi δγ (per 3 propositionẽ) æqualis linea γε, & super δε (per 1 propositionẽ) constru-*

cōstruatur triangulū æquilaterū ζδε, & connectatur linea ζγ. Dico q, datæ rectæ lineæ αβ, à dato in ipsa signo quod est γ, ad rectos angulos, ζγ recta linea excitatur. Quoniā enim δγ æqualis est ipsi γε, cōmunis uerò linea γζ: duæ igitur δγ, γζ, duabus εγ & γζ altera alteri sunt æquales: et basis δζ (p 1 propositionē) basi εζ est æqualis. Angulus igitur δγζ, angulo εγζ (p 8 propositionē) est æqualis, & sunt ✱ utrobiq;. Cum autē recta linea super recta linea consistens, ✱ utrobiq; angulos ad inuicem æquales fecerit, uterq; æqualiū angulorum rectus est (per 10 diffinitionē.) Igitur angulus δγζ, & angulus ζγε, sunt recti. Datæ igitur rectæ lineæ αβ, à dato in ea signo γ, ad rectos angulos recta linea γζ excitata est, quod fecisse oportuit. ἐφεξῆς ἐφεξῆς

Euclid. ex Camp. Propositio 12.

12 
Puncto extra signato, ad datam lineam indefinitæ quantitatis, perpendicularem deducere.

CAMPANVS. Sit a, punctus signatus extra lineam b c, à quo ad ipsam oportet deducere perpendicularem. Protraham ergo lineam b c in utranq; partem, quantum libuerit: & super pūctum a, describam circulum b c, sic ut secet lineam datam in punctis b c, & protraham lineas a b & a c, & diuidam angulum b a c per æqualia, per lineam a d (per 9 propositionem). Dico quòd a d est perpendicularis super lineam b c. Intelligo duos triangulos, a b d & a c d, & quia duo latera a b & a d, trianguli a b d, sunt æqualia duobus lateribus a c & a d trianguli a c d, & angulus b a d æqualis angulo c a d, erit per 4 propositionem basis b d æqualis basi d c, & angulus a d b æqualis angulo a d c: quare uterq; eorum rectus, & linea a d perpendicularis super lineam b c, per diffinitionem anguli recti & lineæ perpendicularis, quod est propositum.



Euclid. ex Zamb. Problema 7. Propositio 12.

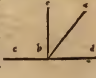
12 Super datam rectam lineam infinitā, à dato signo quod in ea non est, perpendicularem rectam lineam deducere.

THEON ex Zamb. Sit data recta linea infinita, sitq; illa αβ, datum uerò signum quod in ea non est, sit γ. Oportet super datam rectam lineam infinitam αβ, à dato signo γ quod in ea non est, perpendicularem rectam lineam ducere. Suscipiatur enim in altera parte ipsius αβ rectæ lineæ contingens signū, sitq; illud δ, centro quidem γ, interuallo uerò γδ, (per 3 postulatum) circulus describatur εζη. Seceturq; (per 10 propositionem) ηε bifariàm, in signo θ, & connectatur (per 1 postulatum) rectæ lineæ γη, γθ, γε. Dico quòd super datam rectam lineam infinitam αβ, à dato signo quod in ea non est, uidelicet γ, perpendicularis, ducta est recta linea γθ. Quoniā ηθ ipsi θε est æqualis, communis uerò θγ: duæ igitur ηθ, θγ, duabus εθ, θγ sunt altera alteri æquales, & basis γη, basi γε (per 15 diffinitionem) est æqualis. Angulus igitur γθη, angulo εθγ (per 8 propositionem) est æqualis, suntq; ✱ utrobiq;. Cum recta linea super rectam consistens lineam, angulos ✱ utrobiq; adinuicem æquales fecerit, uterq; æqualium angulorum rectus erit (per 10 diffinitionem) & superstans recta linea perpendicularis uocitatur. Super datam igitur rectam lineam infinitam αβ, à dato signo γ quod in ea non est, perpendicularis ducta est γθ, quod fecisse oportuit. ἐφεξῆς ἐφεξῆς

Euclid. ex Camp. Propositio 13.

13 
Mnis rectæ lineę super rectam lineam stantis, duo utrobiq; anguli, aut sunt recti, aut duobus rectis æquales.

CAMPANVS. Sit ut linea a b, superstet lineæ c d, quæ si fuerit super eam perpendicularis, faciet duos angulos rectos per cōuersionē diffinitionis lineæ perpendicularis. Si autem non fuerit super eam perpendicularis, à puncto b ducatur b e perpendicularis super c d per 11, eruntq; duo anguli e b c & e b d recti per conuersionem dictæ diffinitionis. Quia ergo duo anguli d b a & a b e adæquantur angulo d b e, ipsi cum angulo c b e, erūt æquales duobus rectis: quare tres anguli, qui sunt d b a, a b e, & c b e, sunt æquales duobus rectis, sed angulus c b a, est æqualis duobus angulis c b e & e b a, ergo duo an-



b a

guli c b a & a b d sunt æquales duobus rectis, quod est propositũ. Ex quo patet totũ spatiũ quod in qualibet superficie plana punctum quodlibet circunstat, quatuor rectis angulis esse æquale.

Euclid. ex Zamb. Theorema 6. Propositio 13.

Cùm recta linea super rectam consistens lineam angulos fecerit, aut duos rectos, aut duobus rectis æquales efficiet. 13

THEON ex Zamb. Recta enim linea quædam αβ, super rectam lineam γδ consistens, angulos efficiat γβα & αβδ. Dico quòd γβα & αβδ anguli, aut duo recti sunt, aut duobus rectis æquales. Quòd si angulus γβα, est æqualis angulo αβδ, iam duo recti sunt. At si non excitetur (per 11 propositionem) à dato signo β lineæ γδ, ad angulos rectos linea βε, anguli igitur γβε, εβδ, (per 10 diffinitionem) sunt recti. At quoniã angulus γβε, duobus γβα, αβε angulis est æqualis, communis ponatur angulus εβδ: igitur anguli γβε, εβδ, tribus angulis, hoc est γβα, αβε, εβδ, sunt æquales. Rursus quoniam angulus δβα duobus angulis δβε, εβα est æqualis, communis ponatur angulus αβγ. Igitur anguli δβα, αβγ, tribus angulis δβε, εβα, αβγ sunt æquales. Ostensum est autem quòd anguli γβε, εβδ, eisdem tribus sunt æquales: quæ autem eidem sunt æqualia, (per 1 communem sententiam) & sibi inuicẽ sunt æqualia: anguli igitur γβε, εβδ, angulis δβα, αβγ sunt æquales. At anguli γβε, εβδ sunt duo recti, & anguli igitur δβα, αβγ, duobus rectis sunt æquales. Cùm igitur recta linea super rectam consistens lineam, angulos fecerit, aut duos rectos, aut duobus rectis æquales efficiet: quod demonstrasse oportuit.

Euclid. ex Camp. Propositio 14.



I duæ lineæ à puncto unius lineæ in diuersas partes exierint, duosq́ circa se angulos rectos, aut duobus rectis æquales fecerint, illæ duę lineæ sibi directè coniũctæ sunt, & linea una. 14

CAMPANVS. Sit ut à puncto b lineæ a b, exeant duæ lineæ in oppositas partes, quæ sint b c & b d, & faciant duos angulos qui sint c b a & d b a, æquales duobus rectis: tunc dico quòd duæ lineæ c b & d b, sunt sibi inuicem directè coniunctæ & linea una. Hæc est quasi conuersa prioris. Quòd si non fuerint linea una, tunc protrahatur c b in continuũ & directum, quæ quia non est linea una cum d b, transibit super eam ut b e, aut sub ea ut b f. Quia ergo super lineam rectam quæ est c b e, cadit linea a b, erunt anguli c b a & e b a æquales duobus rectis per præcedentẽ: & quia omnes recti sunt adinuicem æquales per 3 petitionẽ, anguli quoq; c b a & d b a sunt æquales duobus angulis rectis per hypothesin, erunt duo anguli c b a & e b a æquales duobus angulis c b a & d b a: ergo dempto communi angulo c b a, erit angulus e b a æqualis angulo d b a, pars toti, quod est impossibile. Similiter linea c b protracta, probabis angulũ d b a esse æqualem angulo f b a, si fortè diceret aduersarius lineam c b protractam cadere infra b d.

Euclid. ex Zamb. Theorema 7. Propos. tio 14.

Si ad aliquã rectam lineam atq; ad eius signum duæ rectæ lineæ non ad easdem partes ductæ, *utrobiq; duobus rectis angulos æquales fecerint, ipsæ in directum rectæ lineæ adinuicem erunt. 14

ἰσας

*THEON ex Zamb. Ad aliquam enim rectam lineã αβ, signumq; in ea β, duæ rectæ lineæ βγ, βδ non ad easdem partes ductæ, * utrobiq; angulos αβγ, αβδ duobus rectis æquos efficiant. Dico quòd ipsi γβ, recta linea βδ in directum est constituta. Si enim ipsi γβ recta linea βδ non est in directum, sit ipsi γβ recta linea βε in directũ constituta. Quoniam igitur recta linea αβ super rectam lineam γβε stetit, anguli igitur αβγ, αβε duobus rectis sunt æquales (per 13 propositionẽ.) At anguli αβγ et αβδ, duobus rectis sunt æquales: anguli ergo γβα, αβε, angulis γβα, αβδ sunt æquales. Communis auferatur angulus αβγ, reliquus igitur angulus αβε, reliquo angulo αβδ est æqualis, minor maiori, quod est impossibile. Linea igitur βε ipsi βγ in directum minimè est. Similiter quoq; ostẽdemus, quòd nec aliqua præter lineã βδ. In directum igitur est ipsi γβ, linea βδ. Si ad aliquam igitur rectam lineam, ad signumq; eius duæ rectæ lineæ non ad easdem partes ductæ, utrobiq; angulos duobus rectis æquales fecerint, in directum ipsæ rectæ lineæ sibiinuicem erunt: quod demonstrasse oportuit.*

ἰσαις

Euclides

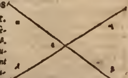
Euclid.ex Camp. Propositio 15.

15 Mniũ duarũ linearũ ſeinuicẽ ſecantiũ, omnes anguli contra ſe poſiti ſunt æquales. Vnde manifeſtũ eſt, cũ duæ lineæ rectæ ſe inuicẽ ſecant, quatuor qui fiunt angulos, quatuor rectis eſſe æquales. CAMPANVS. Sint duæ lineæ a b & c d, ſe inuicem ſecantes in puncto e. Dico quòd angulus d e b eſt æqualis angulo a e c, & angulus b e c eſt æqualis angulo a e d. Erunt enim (per 13) duo anguli a e c & c e b æquales duobus rectis itemq́ duo anguli c e b & d e b æquales duobus rectis, per eandem, quare duo primi ſunt æquales duobus poſtremis, eo quòd omnes recti ſunt adinuicem ęquales (per 3 petitionem) dempto ergo cõmuni angulo qui eſt c e b, erit angulus a e c æqualis angulo d e b. Eodem modo probabitur, angulum c e b eſſe æqualem angulo a e d, quod eſt propoſitum.



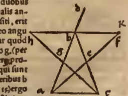
Euclid.ex Zamb. Theorema 8. Propoſitio 15.

15 Si duę rectę lineę ſe adinuicẽ ſecuerint, ãgulos qui circa uerticẽ ſunt ęquos adinuicẽ efficiẽt. THEON ex Zamb. *Duæ rectæ lineæ α β & γ δ, ſe adinuicẽ ſecent in ſigno ε. Dico quòd angulus α ε γ, æqualis eſt angulo δ ε β. Quoniam enim recta linea α ε ſuper rectam lineam γ δ ſtetit, angulos efficiens γ ε α & α ε δ, igitur anguli γ ε α, α ε δ, duobus rectis ſunt æquales (per 13 propoſitionẽ.) Rurſus quoniam recta linea δ ε ſuper rectam lineã α β ſtetit, angulos efficiens α ε δ, δ ε β, igitur anguli α ε δ, δ ε β, duobus rectis ſunt æquales (per eandem 13 propoſitionẽ.) Oſtenſum autem eſt, quòd anguli γ ε α, α ε δ, duobus rectis ſunt æquales: anguli igitur γ ε α, α ε δ, angulis α ε δ, δ ε β, ſunt æquales. Cõmunis auferatur α ε δ, reliquus igitur angulus γ ε α, reliquo angulo δ ε β, eſt æqualis. Similiterq́ oſtendetur quòd & anguli γ ε β, δ ε α, ſunt æquales. Si duæ igitur rectæ lineæ ſe adinuicem ſecuerint, angulos qui circa uerticẽ ſunt, adinuicẽ æquales efficient, quod oportuit demonſtraſſe.*



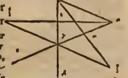
Euclid.ex Camp. Propoſitio 16.

16 Si quodlibet laterũ triãguli directẽ protrahatur, faciet angulũ extrinſecũ utroq; ãgulo triãguli ſibi intrĩſecus oppoſito maiorẽ. CAMPANVS. Sit ut trianguli a b c, latus a b protrahatur uſq; ad d, dico quòd angulus d b c, maior eſt utroq; duorum angulorũ intrinſecorũ ſibi oppoſitorum, qui ſunt b a c & b c a. Diuidam enim (per 10 propoſitionẽ) lineã c b per æqualia in puncto e, & protrahã a e uſq; ad f, ita ut e f fiat æqualis a e, & protrahã lineam f b. Intelligo duos triangulos, c e a & b e f, & quia duo latera a e & e c triãguli a e c ſunt æqualia duobus lateribus f e & e b trianguli f e b, & angulus e unius eſt æqualis angulo e alterius per præmiſſam, quia ſunt anguli contra ſe poſiti, erit (per 4 propoſitionẽ) angulus e c a, ęqualis angulo e b f, et ideo angulus e b d, maior erit angulo b c a. Similiter quoq; probabitur quòd est maior angulo c a b. Nam diuidã a b per æqualia in puncto g, (per 10 propoſitionẽ) & protrahã lineam g h, æqualẽ lineæ c g (per 3 propoſitionẽ) poſtea protrahã h b K, erũtq; duorũ triangulorũ qui ſunt a g c & b g h, duo latera a g & g c primi, æqualia duobus lateribus b g & b h ſecundi, & angulus g unius, angulo g alterius (per 15) ergo (per 4) angulus g a c, eſt æqualis angulo g b h, quare (per 15) & angulo K b d. Et quia angulus c b d eſt maior angulo K b d, erit etiã maior angulo b a c quod eſt propoſitũ.



Euclid.ex Zamb. Theorema 9. Propoſitio 16.

16 Omnis triãguli uno latere producto, exterior angulus utroq; interiore et ex oppoſito maior eſt. THEON ex Zamb. *Sit triangulũ α β γ, & producatur ipſius latus unum (ſitq; illud β γ) uſque in δ. Dico quòd exterior angulus α γ δ, maior eſt utroq; interiore & ex oppoſito conſtituto, hoc eſt angulo γ β α & β α γ. Secetur linea α γ bifariã (p 10 propoſitionẽ) in ſigno ε, & protracta linea β ε (p 2 poſtulatũ) extẽdatur in ſignũ ζ: colloceturq; ipſi β ε (p 3 propoſitionẽ) æqualis linea ε ζ, & cõnectatur (p 1 poſtulatũ) ζ γ, & extendatur (per 2 poſtulatũ) linea α γ uſq; in η. Quoniã igitur α ε æqualis eſt ipſi ε γ, & β ε ipſi ε ζ, duæ igitur α ε & ε β, duabus γ ε & ε ζ ſunt æquales altera alteri, & angulus α ε β (per 15 propoſitionẽ) angulo ζ ε γ eſt æqua*



lis, circa uerticẽ enim. Basis igitur α β, basi ζ γ (p 4 propositionẽ) est æqualis, & triangulũ α β ε, triangulo ζ ε γ est æquale, et reliqui anguli reliquis angulis alter alteri sunt æquales, sub quibus æqualia latera subtendũtur. Angulus igitur β α ε angulo ε γ ζ est æqualis. At angulus ε γ δ, angulo ε γ ζ maior est: maior igitur est angulus α γ δ, angulo β α ε. Similiter quoq; si secetur bifariã linea β γ ostẽdetur et angulus β γ ε, hoc est α γ δ, maior angulo α β γ. Omnis igitur triãguli uno latere producto, exterior angulus utroq; interiore & ex opposito maior est: quod fuerat ostendendum. Euclid. ex Camp. Propositio 17.

Omnis triãguli duo qlibet anguli, duobus rectis sunt minores. CAMP. Sit triangulus a b c, dico quòd duo quilibet ei⁹ anguli, duobus rectis sunt minores, protrahatur enim unũ lat⁹ eius, ut b c, usq; ad d, erit q; p prę-cedentẽ, angul⁹ c extrinsec⁹, maior a & maior b, sed c extrinsec⁹ cũ c intrinseco, est ęqualis duob⁹ rectis p 13, ergo anguli b & c intrinseci, siue anguli a & c intrinseci, sunt minores duobus rectis. Similiter si protrahatur latus b a, probabitur quòd duo anguli a & b sunt minores duobus rectis, quod est propositum.

Euclid. ex Zamb. Theorema 10. Propositio 17.

Omnis triãguli duo ãguli duob. rectis sunt minores, omnifariã sumpti. 17

THEON ex Zãb. Sit triãgulũ α ϐ γ. dico q ipsius α ϐ γ triãguli duo anguli, duob. rectis omnifariã sumpti, sunt minores. Producatur enim (p 2 postulatũ) β γ, usq; in δ. Et quoniã triãguli α β γ (p præcedentẽ) exterior angulus q est α γ δ, maior est angulo α β γ, interiore & ex aduerso cõmunis admittatur angulus α γ β. Anguli igitur α γ δ, α γ β, angulis α β γ, β γ α sunt maiores, sed anguli α γ δ, α γ ϐ (per 13 propositionem) duobus rectis sunt æquales: anguli igitur α β γ, β γ α, duobus rectis sunt minores. Similiter quoq; ostendemus quòd anguli β α γ, α γ β, duobus rectis sunt minores, & etiam anguli γ α β, α ϐ γ. Omnis igitur trianguli duo anguli duobus rectis sunt minores, quomodocumq; assumpti: quod demonstrasse oportuit.

Euclid. ex Camp. Propositio 18.

Omnis trianguli lõgius latus, maiori angulo oppositum est. 18

CAMPANVS. Sit ut in triãgulo a b c, angulus a sit maior angulo c, dico quòd latus c b, maius erit latere a b. Si enim sit æquale, erit (per 5) angulus a æqualis angulo c, quod est contra hypothesin. Si autem a b sit maius, resecetur ad æqualitatem a b, (per 3) sitq; d b æquale c b, [illegible] (per 5) angulus d c b, ęqualis angulo b d c, sed b d c est maior angulo [illegible] c (per 16) ergo b c d, est maior b a c, quare multo fortius maior angulo a c b, pars toto, quod est impossibile.

Euclid. ex Zamb. Theorema 11. Propositio 18.

Omnis triãguli maius latus, maiori angulo subtẽditur. 18

THEON ex Zãb. Sit enim triangulũ α β γ, habẽs latus α γ, maius latere α ϐ. Dico q & angulus α β γ, angulo β γ α maior est. Quoniã α γ maius est α β, ponatur ipsi α β (p 3 propositionẽ) æqualis linea α δ, & cõnectatur (p 1 postulatũ) linea β δ. Et quoniã triãguli β δ γ angulus exterior α δ ϐ (p 16 propositionẽ) maior est interiore & opposito angulo δ γ ϐ, æqualis autẽ est (p 5 proposit.) angulus α δ β angulo α β δ, quoniã latus α ϐ ipsi α δ est æquale, maior est igitur angulus α ϐ δ angulo α γ ϐ, multo maior est igitur angulus α ϐ γ angulo α γ ϐ. Omnis igitur trianguli maius latus, maiori subtenditur angulo: quod oportuit demonstrasse.

Euclid. ex Camp. Propositio 19.

Omnis triãguli maior angulus, lõgiori lateri oppositus est. 19

CAMPANVS: Sit ut in triangulo a b c, latus b c sit maius latere a b, dico quòd angulus a, erit maior angulo c. Hęc est cõuersa pręcedentis. Si enim sit æqualis, tunc (per 6) latus a b est æquale lateri b c, quod est cõtra hypothesin. Si autẽ c sit maior, tũc per præcedẽtẽ latus a b est maius latere b c, quod est cõtra hypothesin: quare astruitur propositũ. Euclid. ex Zamb. Theorema 12. Propositio 19.

Omnis trianguli sub maiorem angulum, maius latus subtenditur. 19

THEON ex Zãb. Sit triangulũ α ϐ γ, maiorẽ habẽs angulũ α β γ angulo β γ α. Dico q latus α γ maius est latere α β. Si autẽ nõ, aut est æquale latus α γ lateri α β, aut eo minus, æquale quidẽ minimè est latus α γ, ipsi α β: æqualis nãq; esset (p 5 propositionẽ) angulus α β γ, angulo α γ β, nõ est autẽ: latus igitur α γ, lateri α β minimè est æquale. At latus α γ, latere α ϐ minus non est, nã angulus α β γ, angulo α γ β mi-

nor esset, at non est: latus igitur αγ latere αβ minus minime est. Maius igitur est latus αγ, latere αβ. Omnis igitur trianguli maior angulus à maiore latere subtenditur: quod demonstrasse oportuit.

Euclid. ex Camp. Propositio 20.

20 OMnis triāguli duo quælibet latera simul iuncta, reliquo sunt longiora.

CAMPANVS. Sit triāgulus a b c, dico quòd duo latera a b & a c, sunt longiora latere b c. Protrahatur linea b a usq; ad d, ita ut a d sit æqualis a c, & protrahatur c d, (per 5 propositionē) erit angulus a c d, æqualis angulo d, quare angulus b c d est maior angulo d, ergo (per 18) latus b d, est maius latere b c, sed b d, est æquale a b & a c, quare b a & a c simul iuncta, sunt maiora b c.

Euclid. ex Zamb. Theorema 13. Propositio 20.

20 Omnis triāguli duo latera, reliquo sunt maiora quomodocūq; assūpta.

THEON ex Zamb. *Sit triangulū αβγ. Aio ipsius αβγ triāguli bina latera, reliquo esse maiora quomodocunq; suscepta, hoc est βα, αγ, ipso βγ & αβ, βγ, ipso αγ & βγ, γα ipso αβ. Producatur nanq; (per 2 postulatū) βα ad δ signū: et ponatur (per 3 propositionē) ipsi αγ æqualis αδ, connectaturq; δγ. Quoniā igitur δα ipsi αγ est æquale, angulus igitur αδγ (per 5 propositionē) angulo αγδ est æqualis. Sed angulus βγδ, angulo αγδ maior est: igitur angulus βγδ, angulo αδγ maior est. Et quoniā triangulū est δγβ, maiorē habens angulū βγδ angulo αδγ, atq; maiorē angulū maius latus subtendit (per 19 propositionē) ergo δβ ipso βγ maius est. Aequale autē est δβ ipsis αβ, αγ: maiora igitur sunt latera βα & αγ, latere βγ, æquale autē est δα ipsi αγ: maiora igitur sunt latera βα, αγ, ipso βγ. Similiter uerò demōstrabimus quòd etiā latera αβ & βγ, ipso γα sunt maiora. Sed βγ, γα, ipso αβ. Omnis igitur trianguli bina latera, reliquo maiora sunt, quoquo modo assumpta, quod demonstrasse oportuit.*

Euclid. ex Camp. Propositio 21.

21 SI de duobus punctis terminalibus unius lateris triāguli duæ lineæ exeuntes, intra triangulū ipsum ad punctum unum cōueniant, eædem duabus quidem reliquis trianguli lineis breuiores erunt, & maiorem angulum continebunt.

CAMPANVS. Sit ut in triāgulo a b c, ab extremitatibus lateris b c concurrāt duæ lineæ b d & c d, ad punctū d, intra triangulū a b c. Dico quòd ipsæ lineæ b d & c d simul iūctæ, sunt breuiores duabus lineis a b & a c simul iunctis, & quòd angulus d est maior angulo a. Protrahā enim b d, usquequo secet latus a c in pūcto e, eritq; (per 20 propositionē) b a & a e simul iūctæ, maiores b e, ergo b a & a c, sunt maiores b e & e c. At uero d e & e c simul iūctæ, per eandē sunt maiores d c, quare b e & e c sunt maiores b d & d c, & quia b a & a c sunt maiores b e & e c, ut probatū est prius, erūt multo fortius b a & a c maiores b d & d c, quod est 1 propositū. At quoniā angulus b d c est maior angulo d e c (per 16 propositionē) & angulus d e c est maior angulo c a b (per eādem) erit angulus b d c multo fortius maior angulo b a c, quod est 2 propositum.

Euclid. ex Zamb. Theorema 14. Propositio 21.

21 Si trianguli à limitibus unius lateris binę rectæ lineæ introrsum cōstituantur, quæ constituuntur, reliquis trianguli binis lateribus minores quidem erunt, maiorem uerò angulum continebunt.

THEON ex Zamb. *Trianguli enim αβγ super latere βγ, à terminis ipsius βγ, duæ rectæ lineæ interius constituātur βδ & γδ. Dico quòd βδ & γδ, reliquis triāguli lateribus βα & αγ sunt minores, angulū uerò βδγ maiorē, ipso βαγ comprehendunt. Producatur enim (per 2 postulatū) linea βδ ad ε. Et (per 20 propositionē) quoniā omnis trianguli bina latera reliquo sunt maiora: trianguli αβε (per 20 propositionē) duo latera αβ & αε ipso βε sunt maiora. Cōmunis ponatur linea εγ, lineæ igitur βα & αγ, lineis βε & εγ sunt maiores. Rursus quoniā (per eandē) trianguli γεδ bina latera γε & εδ ipso δγ sunt maiora, cōmunis ponatur δβ, lineæ igitur γε & εβ, lineis γδ & δβ sunt maiores. Sed ostensum est quòd βα & αγ, sunt maiores ipsis βε & εγ: lōge igitur maiores sunt βα et αγ lineæ, ipsis βδ & δγ. Rursus quoniā (p 26 proposit.) omnis triāguli exterior angulus interiore et opposito maior est, triāguli ergo γδε, āgulus βδγ exterior, maior est.*

angulo γεδ, quare & trianguli αβε, angulus γεβ exterior, maior est angulo βαγ. Sed ostensum est quòd angulus βδγ, eo qui sub γεβ, est maior: longe igitur maior est angulus βδγ, angulo βαγ. Si trianguli ergo à limitibus unius lateris binæ rectæ lineæ introrsum constituantur, quæ constituentur, reliquis trianguli duobus lateribus minores quidem erunt, maiorem uerò angulum continebunt, quod ostendere oportuit.

Euclid. ex Zamb. *Propositio 22.*

Propositis tribus lineis rectis, quarũ duę quælibet simul iunctæ reliqua sint lõgiores, de tribus alijs lineis illis æqualibus triangulũ cõstituere. 22

CAMPANVS. Sint tres lineæ rectæ propositæ, a,b,c, & sint quælibet duæ simul iunctæ longiores reliqua: aliter enim ex illis, tribus datis æqualibus, triangulus non posset cõstitui (per 20 propositionem) Cùm ergo ex illis tribus prędictis uolo constituere triangulum, sumo lineã rectam quæ sit d e, cui non pono à parte e determinatum finem, de qua sumo (per 3 propositionẽ) d f æqualem a, & f g æqualem b, & g h æqualem c, factoq́ puncto f centro, describo secundum quantitatem lineæ f d, circulũ d K, itemq́ facto g centro, describo secundum quantitatem lineæ g h, circulũ K h, qui circuli intersecabunt se in duobus punctis, quorum unum sit K: alioquin sequeretur, unam dictarum linearum esse ęqualem alijs duabus iunctis, aut maiorem eis, quod est contrarium positioni. Duco ergo lineam K f & K g, eritq́ triangulus K f g, constitutus ex tribus lineis æqualibus datis lineis a,b,c, sunt enim f d & f K æquales, quoniam sunt à centro ad circunferentiã, quare f K, est æqualis a. Similiterq́ g h & g K sunt æquales, quia exeunt à centro ad circumferentiam, quare g K, est æqualis c, & quia g f sumpta fuit æqualis b, patet propositum manifestè.

Euclid. ex Zamb. *Problema 8.* *Propositio 22.*

Ex tribus rectis lineis, quæ sunt tribus datis rectis lineis æquales, triangulũ cõstruere. Oportet autẽ duas lineas reliqua esse maiores quomodocũq; assumptas, quoniã omnis triãguli bina latera quomodocũq; assumpta, reliquo sunt maiora. 22

THEON ex Zam. *Sint datæ tres rectæ lineæ α,β,γ, quarum duæ reliqua sint maiores quomodocunq; assumptæ, hoc est α,β, ipsa γ, & α,γ, ipsa β, & β,γ, ipsa α: oportet iã ex tribus lineis rectis, ipsis α,β,γ æqualibus, triangulũ cõstruere. Proponatur recta linea finita quidẽ ex parte δ infinita uerò ex parte ε, ponaturq; (per 3 propositionẽ) ipsi α æqualis linea δζ, ipsi uerò β, linea ζη, ipsi uerò γ, linea ηθ. Et centro quidẽ ζ, spacio uerò ζδ (p 3 postulatũ) circulus describatur δκλ; rursus cẽtro quidẽ η, spacio uero ηθ (per idẽ) circulus describatur θκλ, & cõnectantur (p 1 postulatum) κζ & κη. Dico q. ex tribus rectis lineis æqualibus ipsis α,β,γ, triangulũ κζη constitutũ est. Quoniã enim ζ signũ, centrũ est circuli δκλ, æqualis est (p 15 diffinitionẽ) ζδ ipsi ζκ. Sed α, ipsi ζδ est æqualis, & κζ igitur (per 1 communẽ sententiã) est ipsi α æqualis. Rursus quoniã η signum, centrũ est circuli λκθ, æqualis est (per eandem diffinitionẽ) ηκ ipsi ηθ, sed γ ipsi ηθ est æqualis, & κη igitur (per 1 communẽ sententiã) ipsi γ est æqualis. At ζη ipsi β est æqualis (p hypothesin) tres igitur rectæ lineæ κζ, ζη, ηκ, ipsis tribus α,β,γ, sunt æquales. Ex tribus igitur rectis lineis, hoc est κζ, ζη, ηκ, quæ tribus datis rectis lineis, hoc est, α,β,γ, sunt æquales, triangulũ κζη constructũ est, quod fecisse oportuit.*

Euclid. ex Camp. *Propositio 23.*

Data recta linea, super terminũ eius cuilibet angulo proposito æquum angulum designare. 23

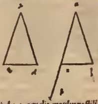
CAMP. Sit data linea f e, quæ est in superiori figura, & sint lineę b, a, cõtinentes angulũ datum, cui subtendã basin c. Sup punctũ f lineę e f, uberẽ facere ęqualẽ angulũ angulo dato. Ad lineã e f adiũgo f d ęqualem lineę a, & ex f e sumo f g ęqualẽ b, & ex g e sumo g h æqualẽ c, & super puncta f & g describo duos circulos d K & K h, secundum quantitatem

tatem duarum linearum f d & g h, interfecantes se in puncto k ficut docuit præcedens, ductisq; lineis K i & K g, erunt æqualia duo latera K f & f g trianguli K g duobus lateribus a & b triangu-li a b c, & basis g K æqualis basi c: ergo (per 8) angulus K f g, æqualis erit angulo contento sub a & b: quod est propositum.

Euclid. ex Zamb. *Problema 9.* *Propositio 23.*

23 Ad datam rectam lineam, ad datumq; in ea signum, dato angulo rectilineo æqualem angulum rectilineum constituere.

THEON ex Zamb. *Sit data recta linea αβ, datumq; in ea signum sit α: datus autem angulus rectilineus, sit δγε. Oportet ad datam rectam lineam αβ, ad datumq; in ea signum α, dato angulo rectilineo δγε, æqualem angulũ rectilineum collocare. Sint in utrisq; lineis γδ & γε, contingentia signa, sintq; illa δ, ε, & connectatur (per 1 postulatum) δε. Et ex tribus rectis lineis αζ, ζη, ηα, quæ tribus datis rectis lineis, hoc est γδ, δε, εγ, sunt æquales, (per præcedentem) triangulum cõstruatur, sitq; illud αζη. Ita ut linea γδ æqualis sit αζ, & γε ipsi αη, & insuper δε ipsi ζη. Et quoniam duæ lineæ δγ & γε duabus lineis, hoc est ζα & αη sunt æquales altera alteri, & basis δε (per hypothesin) basi ζη, angulus igitur δγε, angulo ζαη (per 8 propositionem) est æqualis. Ad datam igitur rectam lineam αβ, ad datumq; in ea signum α dato angulo rectilineo δγε, æqualis angulus rectilineus ζαη collocatus est: quod fecisse oportuit.*



Euclid. ex Camp. *Propositio 24.*

24 

Mnium duorum triangulorũ, quorũ duo latera unius duobus lateribus alterius fuerint æqualia, si fuerit angulorũ sub illis æquis lateribus contentorũ alter altero maior, basis quoque eiusdem, basi alterius maior erit.

CAMPANVS. Sint duo trianguli a b c, & e d f, sintq; duo latera a b & a c, æqualia duobus lateribus d e & d f: & unumquodque suo correlatiuo, dextrum scilicet, dextro, sinistrumq; sinistro, sitq; angulus a, maior angulo d dato. Dico quòd basis b c, maior erit basi e f. Faciam enim iuxta doctrinam præcedentis angulum g d g æqualem angulo a, eritq; angulus e d f, pars anguli e d g, & ponam d g æqualem a c, protraham e g, quæ aut transibit supra e f, ut secet lineam d f, aut super e f, ut sit secum linea una, aut infra. Transeat ergo primò supra. Et quia a b & a c latera trianguli a b c sunt æqualia e d, & d g lateribus trianguli e d g, & angulus a angulo d totali, erit (per 4 propositionẽ) basis b c æqualis basi e g. At uerò quia d g & d f sunt æquales (nã utraque est æqualis a c) erit (per 5 propositionem) angulus d f g æqualis angulo d g f, quare d f g, maior erit f g e, ergo e f g multo fortius maior est eodem f g e: ergo (per 18 propositionem latus e g maius est latere e f, quare & b c maior est e f: quod est propositũ. Si uerò e g transeat super e f & sit secum línea una, tunc e f erit pars e g: per ultimam ergo conceptionem patet propositum. Si uerò e g transeat infra e f, protrahantur duæ lineæ d f & d g, quæ sunt æquales, ut probatum est, usque ad K & ad h: fientq; per secundã partem 5 propositionis sub basi f g, anguli K f g & f g h æquales: quare angulus e f g maior erit angulo f g e: ergo (per 18 propositionem) latus e g maius est latere e f, quare b c maior est e f: quod est propositum. Istud ultimum membrum posset etiam probari (per 21 propositionem) per ipsam enim erunt in dispositione tertia duæ lineæ d g & e g, maiores duabus lineis d f & f e, & quia d g est æqualis d f, propter hoc quod ambæ sunt æquales a c, erit e g maior e f, quare & b c maior e f, quod est propositum. Melius tamen est demonstrare priori modo, ut in omni dispositione arguatur per quintam.

Euclid. ex Zamb. *Problema 15.* *Propositio 24.*

24 Si bina triangula, duo latera duobus lateribus æqualia habuerint

alterum

alterum alteri, angulum uerò angulo maiorem sub æquis rectis lineis contentum, basin quoq; basi maiorem habebunt.

THEON ex Zamb. *Sint bina triangula αβγ, δεζ, duo latera, hoc est αβ, αγ, duobus lateribus, hoc est δε, δζ, æqualia habentia, alterũ alteri, hoc est latus αβ lateri δε, & latus αγ lateri δζ: angulus uerò qui sub βαγ, angulo εδζ esto maior. Dico quòd & basis βγ, basi εζ maior est. Quoniã enim angulus βαγ maior est angulo εδζ, collocetur (per 23 propositionẽ) ad rectã lineã δε, ad datũq; in ea signũ δ, dato angulo βαγ æquus angulus εδη. Et ponatur alterutri, hoc est lineæ αγ uel δζ, æqualis ipsa δη: & cõnectatur (per 1 postulatũ) ηε & ζη. Quoniã igitur αβ æqualis est ipsi δε, & αγ ipsi δη, binæ lineæ βα et αγ duabus lineis εδ & δη sunt æquales altera alteri, & angulus βαγ (p 23 propositionẽ) angulo εδη est æqualis: basis igitur βγ (per 4 propositionẽ) basi εη est æqualis. Rursus quoniã æqualis est δη ipsi δζ: angulus igitur δηζ, angulo δζη est æqualis. Angulus igitur δζη, angulo εηζ maior est: longè maior igitur est angulus εζη, angulo εηζ. At quoniã triangulum est εζη habens angulum εζη maiorem angulo εηζ, maiorem autem angulum (per 19 propositionem) latus maius subtendit: maius igitur est latus εη latere εζ. Aequale autem est latus εη, lateri βγ: latus igitur βγ, maius est latere εζ. Si bina igitur triangula duo latera duobus lateribus æqualia habuerint, & quæ sequũtur reliqua ut in propositione, quod ostẽdere oportuit.*

Euclid. ex Camp. *Propositio 25.*



Mnium duorum triangulorũ, quorũ duo latera unius duobus lateribus alterius fuerint æqualia, basis uerò unius basi alterius fuerit maior, erit quoq; angulus trianguli maioris basis illis ęquis lateribus cõtentus, angulo alterius se respiciente maior. 25

CAMPANVS. Sint duo trianguli a b c, d e f: sintq; duo latera a b & a c primi, æqualia duobus lateribus d e & d f secundi, unumquodq; suo correlatiuo: sitq; basis b c, maior basi e f: dico quòd angulus a, maior erit angulo d. Hæc est conuersa præcedentis. Aequalis quidẽ non erit. Sic enim esset (per 4) basis, b c æqualis basi e f quod est contra hypothesin. Sed nec minor, quia sic esset d maior: & ita per præcedentem basis e f, erit maior basi b c, quod est contrarium positioni, quare maior erit. Sicq; propositum astruitur.

Euclid. ex Zamb. Theorema 16. Propositio 25.

Si duo triangula duo latera duobus lateribus alterũ alteri æqualia habuerint, basin uerò basi maiorẽ, angulum quoq; sub æqualibus rectis lineis contentum, angulo maiorem habebunt. 25

THEON ex Zamb. *Sint duo triangula βγ α, δεζ, duo latera, hoc est αβ, & αγ, duobus lateribus, hoc est δε & δζ æqualia habentia alterũ alteri, αβ scilicet, ipsi δε, & αγ ipsi δζ: basis autẽ βγ, basi εζ maior esto: dico quòd angulus βαγ, maior est angulo εδζ. Si autẽ non, aut ei est æqualis, aut eo minor. Aequalis autem non est angulus βαγ, angulo εδζ: si enim æqualis esset, basis quoq; βγ (per 4 propositionẽ) basi εζ esset æqualis: at nõ est: angulus igitur βαγ, angulo εδζ æqualis minimè est. Neq; etiã minor est angulus βαγ eo qui sub εδζ: nã β basis γ, basi εζ minor esset: at nõ est: minor igitur non est angulus βαγ, eo qui sub εδζ: ostensum autẽ est quòd neq; æqualis: maior igitur est angulus βαγ, angulo εδζ. Si bina igitur triangula, duo latera duobus lateribus, & quæ sequuntur reliqua, ut theoremate: quod ostendere oportuit.*

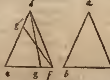
Euclid. ex Camp. *Propositio 26.*



Mnium duorum triangulorum, quorum duo anguli unius duobus angulis alterius & uterque se respicienti æquales fuerint, latus quoque unius lateri alterius æquale, fueritq; latus 26

illud aut inter duos angulos æquales, aut uni eorum oppositum, erunt quoq; duo unius reliqua latera duobus reliquis alterius trianguli lateribus, unumquodq; se respicienti æqualia, angulusq; reliquus unius angulo reliquo alterius æqualis.

CAMPANVS. Sint duo trianguli a b c. d e f, sitq; angulus b, æqualis angulo e, & angulus c, æqualis angulo f, sitq; latus b c æquale lateri e f, aut alterum duorum laterum a b & a c, æquale alteri duorum laterum d e & d f, ita quòd a b sit æquale d e, aut a c, d f. Dico quòd reliqua duo latera unius, erunt æqualia reliquis duobus lateribus alterius, & reliquus angulus reliquo angulo æqualis, angulus uidelicet a, angulo d. Ponam ergo primò ut latus b c, super quod iacent anguli b c, sit æquale lateri e f, super quòd iacent anguli e, f, qui positi sunt æquales angulis b c. Tunc dico, quòd latus a b est æquale lateri d e, & latus a c lateri d f, & angulus a angulo d. Si enim latus a b non sit æquale lateri d e, alterum erit maius: sit ergo maius d e, quod resecabo ad æqualitatem a b, sitq; g e æquale a b. Producam lineam g f, eritq; per 4 propositionem angulus g f e æqualis angulo a c b, quare & angulo d f e, pars toti, quod est impossibile. Erit ergo d e, æquale a b, ergo (per 4) d f æquale a c, & angulus d æqualis angulo a: quod est primum membrum diuisionis propositæ. Sint rursus ut prius, duo anguli b & c, æquales duobus angulis e & f: sitq; latus a b quod opponitur angulo c, æquale lateri d e quod opponitur angulo f, cui positus est æqualis angulus c. Dico, quòd latus b c erit æquale lateri e f, & latus a c lateri d f, & angulus a angulo d. Si enim latus e f non fuerit æquale lateri b c, erit alterum maius: sit ergo e f, maius: ponatur itaq; e g æquale b c, producam lineam d g: eritq; per 4 propositionem angulus d g e, æqualis angulo a c b: quare & angulo d f e. extrinsecus uidelicet, intrinseco, quod est impossibile per 16 propositionem. Erit ergo e f æquale b c: ergo per 4 propositionem, latus d f æquale lateri a c, & angulus d totalis angulo a: quod est secundum membrum diuisionis propositæ. Quare totum manifestè patet.



Euclid. ex Zamb. *Theorema 17.* *Propositio 26.*

26 Si bina triãgula duos angulos duobus angulis alterum alteri æquales habuerint, unumq; latus uni lateri æquale, aut quod æquis adiacet angulis, aut quod sub uno æqualium angulorum subtenditur, reliqua quoq; latera reliquis lateribus æqualia alterum alteri, & reliquum angulum reliquo angulo æqualem habebunt.

THEON ex Zamb. *Sint bina triangula αβγ, δεζ: duos angulos, hoc est, αβγ & βγα æquales habentia duobus angulis, hoc est δεζ & εζδ, alterum alteri, hoc est angulum αβγ, angulo δεζ, & angulum βγα angulo εζδ, unumq; latus uni lateri æquũ: & primũ id quod æquis adiacet angulis, hoc est latus βγ lateri εζ. Aio quód & reliqua latera reliquis lateribus æqualia habebunt: alterum alteri, hoc est latus αβ, lateri δε: & latus αγ, lateri δζ: & reliquũ angulum reliquo angulo æqualem, hoc est βαγ ipsi εδζ. Si enim αβ ipsi δε est non æqualis, earum altera maior est: esto maior αβ, & collocetur (per 3 propositionem) ipsi δε æqualis linea ηβ, & connectatur ηγ. Quoniam igitur ηβ æqualis est ipsi δε, & βγ ipsi εζ: duæ igitur lineæ ηβ & βγ, duabus δε & εζ, altera alteri sunt æquales: & angulus ηβγ, angulo δεζ æquus est: basis igitur ηγ (per 4 propositionem) basi δζ est æqualis, & triangulum ηβγ triangulo δεζ æquum est: & reliqui anguli reliquis angulis erunt æquales, sub quibus æqualia latera subtenduntur: æqualis igitur est angulus ηγβ, angulo δζε. Sed angulus δζε ipsi βγα supponitur æqualis: angulus igitur βγη (per primam communẽ sententiam) angulo βγα est æqualis minor maiori: quod est impossibile. Inæqualis igitur non est αβ, ipsi δε. æqualis igitur. Est autẽ & βγ, ipsi εζ æqualis: duæ iam αβ & βγ, duabus δε & εζ sunt altera alteri æquales: & angulus qui sub αβγ, angulo qui sub δεζ est æqualis. Basis igitur αγ (p 4 propositionẽ) basi δζ est æqualis: & reliquus angulus βαγ, reliquo angulo εδζ est æqualis.* κοινῶς po- natur, sit.

Rursus

Rursus sint ad angulos aequos latera subtensa, aequalia, sintq́; αβ & δε. Dico rursus quòd reliqua latera reliquis lateribus aequalia erunt, hoc est latus αγ lateri δζ, & latus βγ lateri εζ: & insuper reliquus angulus βαγ, reliquo angulo εδζ aequalis erit. Si enim βγ ipsi εζ aequale non est, alterū eorum maius erit: sit igitur (si possibile est) maius latus βγ: & ponatur (per 3 propositionē) ipsi εζ aequalis linea βθ: & connectatur (per 1 postulatū) αθ. Et quoniam aequalis est βθ ipsi εζ, & αβ ipsi δε: duae igitur αβ & βθ, duabus δε & εζ sunt aequales altera alteri, & angulos aequos continent. Basis igitur αθ, (per 4 propositionem) basi δζ est aequalis: et triangulū αβθ, triangulo δεζ est aequale: & reliqui anguli reliquis angulis sunt aequales, sub quibus aequalia subtenduntur latera: angulus igitur βθα, angulo εζδ est aequalis. Sed angulus εζδ, angulo βγα est aequalis. Angulus igitur βθα, angulo βγα est aequalis: trianguli igitur αθγ angulus exterior βθα, interiori angulo βγα est aequalis & opposito: quod (per 16 propositionem) est impossibile. Latus igitur εζ, ipsi βγ inaequale non est, aequale igitur. Est autē αβ, ipsi δε aequalis: duae igitur αβ & βγ, duabus δε & εζ sunt aequales altera alteri, & angulos aequos continent. Basis igitur αγ (per 4 propositionem) basi δζ est aequalis: & triangulum αβγ, triangulo δεζ est aequale: & reliquus angulus βαγ, reliquo angulo εδζ est aequalis. Si duo igitur triangula duos angulos duobus angulis, & quae sequuntur reliqua, ut in theoremate, quod ostendere oportebat.

Euclid. ex Camp. Propositio 27.



SI recta linea super duas lineas rectas ceciderit, duosq́ angulos coalternos sibi inuicem aequales fecerit, illae duae lineae erunt aequidistantes. 27

CAMPANVS. Sit ut linea a b cadat super duas lineas c d, e f, & secet lineam c d in puncto g, & lineam e f in pūcto h: sitq́ angulus d g h aequalis angulo e h g: dico quòd lineae c d & e f, sunt aequidistantes. Si enim non, cōcurrant aut ad partem c, e, super pūctum k, aut ad partem d, f, super pūctum l: & qualitercunq́ fuerit, accidet impossibile per 16. uidelicet angulum extrinsecum, esse aequalem intrinseco & opposito: nam unus dictorum angulorum coalternorū, qui positi sunt aequales, erit extrinsecus, & reliquus intrinsecus & oppositus. Quia igitur impossibile est eas cōcurrere, in alterutram partem protractas, ipsae per ultimam diffinitionem erunt aequidistantes, quod est propositum.

Euclid. ex Zamb. Theorema 18. Propositio 27.

Si in binas rectas lineas recta incidēs linea, alternatim angulos aequos adinuicem fecerit, parallelae adinuicem ipsae rectae lineae erunt. 27

THEON *ex Zamberto. In binas enim rectas lineas αβ, γδ recta incidens linea εζ, alternatim angulos αεζ & εζδ aequales adinuicem efficiat, dico quòd parallelus est αβ, ipsi γδ. Si autem non, productae concurrent aut ad partes β, δ aut ad αγ: producantur igitur & concurrant ad partes β, δ, in signo η, si est possibile. Trianguli ergo ηεζ, angulus αεζ exterior, aequalis est angulo εζη interiori & opposito: quod (per 16 propositionem) est impossibile. Igitur αβ & γδ productae, ad partes β, δ, minimè cōcurrunt: similiter quoque ostendetur, quòd neque ad partes αγ. Quae autem in nulla parte concurrunt, parallelae sunt (per ultimam diffinitionem.) Parallelus igitur est αβ, ipsi γδ. Si in binas igitur rectas lineas & quae sequuntur reliqua, ut in theoremate, quod erat ostendendum.*

Euclid. ex Camp. Propositio 28.



SI linea recta duabus lineis rectis superuenerit, fueritq́ angulus eius intrinsecus angulo extrinseco sibi opposito aequalis, aut duo anguli intrinseci ex una parte duobus angulis rectis aequales, illae duae lineae aequidistantes erunt. 28

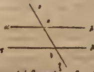
CAMPANVS. Sit ut linea a b, secet duas lineas c d & e f, in punctis g & h: sitq́ angulus

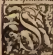
lus g extrinsecus, æqualis angulo h intrinseco ex eadem parte sumpto, aut duo anguli g & h intrinseci ex eadem parte sumpti, sint æquales duobus angulis rectis. Dico quòd duæ lineæ c d & e f sunt æquidistãtes. Sit ergo primò angulus d g a, æqualis angulo f h g: erit quoq; per 15 propositionem angulus c g h, æqualis eidẽ angulo f h g: quare per præmissam, c d & e f, sunt æquidistãtes. Sint rursus duo anguli d g h & f h g, æquales duobus rectis: & quia per 13 propositionẽ duo anguli d g h & c g h sunt similiter æquales duobus rectis, erit angulus c g h æqualis angulo f h g, quare per præmissam c d & e f, erunt æquidistantes, quod est propositum.

Euclid. ex Zamb. *Theorema 19.* *Propositio 28.*

28 Si in binas rectas lineas, recta incidẽs linea exteriorẽ angulũ interiori & opposito ad easdẽ partes æqualẽ fecerit, aut interiores & ad easdem partes duob. rectis æquales, parallelæ erũt adinuicẽ ipsæ rectæ lineæ.

THEON *ex Zamb. In binas enim rectas lineas α β & γ δ, recta linea incidens ε ζ, angulum exteriorem ε η β, angulo interiori η θ δ & opposito, æqualem efficiat, aut interiores & ad easdem partes, hoc est β η θ, η θ δ, duobus rectis æquales.* Dico quòd *parallelus est α β, ipsi γ δ. Quoniam angulus ε η β (per hypothesin) æqualis est angulo η θ δ, & angulus ε η β (per 15) æqualis est angulo α η θ: angulus igitur α η θ æqualis est angulo η θ δ, et sunt alterni, (per 27 propositionem) parallelus est igitur α β ipsi γ δ. Rursus quoniã anguli β η θ & η θ δ (per hypothesin) duobus rectis sunt æquales, & anguli α η θ & β η θ (per 13 propositionem) duobus rectis sunt æquales: anguli ergo α η θ & β η θ, angulis β η θ & η θ δ sunt æquales. Communis auferatur angulus β η θ: reliquus igitur α η θ, reliquo η θ δ est æqualis, & sunt alterni. Parallelus igitur est α β, ipsi γ δ. Si recta igitur linea in duas incidens, & quæ sequuntur reliqua, quod ostendendum fuerat.*

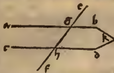


29 

Euclid. ex Camp. *Propositio 29.*

SI duabus lineis ęquidistantibus linea superuenerit, duo anguli coalterni ęquales erunt, angulusq; extrinsecus angulo intrinseco sibi opposito ęqualis, itemq; duo anguli intrinseci ex alterutra parte constituti duobus rectis angulis æquales.

CAMPANVS. Sint duæ lineæ a b & c d æquidistantes: super quas cadat linea e f, secans eas in punctis g & h, dico quòd anguli g & h coalterni sunt æquales, & quòd angulus g extrinsecus est æqualis angulo intrinseco sibi opposito ex eadem parte sumpto, & quòd anguli g & h intrinseci ex eadem parte sumpti sunt æquales duobus rectis. Et hæc est conuersa duarum pręcedentium. Primum sic patet. Si enim angulus b g h non est æqualis angulo c h g, alter eorum erit maior, sit ergo maior angulus c h g, & quia duo anguli c h g & g h d sunt æquales duobus rectis, per ipsam 13 propositionem, erunt duo anguli b g h & d h g minores duobus rectis, ergo per quartam petitionẽ, duæ lineæ a b & c d si protrahantur, cõcurrent in parte b & d, ad punctum aliquẽ, ut ad k: nõ ergo sunt æquidistantes per ultimã diffinitionem, quod est cõtra hypothesin, & q̃a hoc est impossibile, erũt duo anguli coalterni b g h & c h g æquales, quod est primũ propositum. Ex hoc patet secundum. Est enim per 15 propositionem angulus b g h æqualis angulo a g e, ergo angulus a g e, erit æqualis angulo c h g, extrinsecus, uidelicet intrinseco, quod est secundum propositum. Ex hoc rursus patet tertiũ. Sunt enim per 13 propositionem duo anguli a g e & a g h, æquales duobus rectis, ergo duo anguli a g h & c h g, erunt etiam æquales duobus rectis, qui sunt duo intrinseci ex eadem parte sumpti, quod est 3 propositum.



Euclid. ex Zamb. *Theorema 20.* *Propositio 29.*

29 In parallelos rectas lineas recta incidens linea, et alternatim angulos ad inuicem æquales, & exteriorẽ interiori & opposito & ad easdẽ partes ęqualẽ, & interiores & ad easdẽ partes duobus rectis ęquales efficit.

THEON *ex Zamb. In parallelos enim rectas lineas α β & γ δ, recta incidat linea ε ζ.* Dico quòd *& alternos angulos α η θ & η θ δ æquos efficit, & exteriorem angulũ ε η β interiori & opposito & ad*

easdē partes, hoc est ipsi ηθδ æqualē, & interiores et ad easdē partes, hoc est βηθ & ηθδ duobus rectis æquales. Si enim æqualis non est αηθ ipsi ηθδ, alter eorum maior est. Sit maior αηθ. Quoniā igitur αηθ maior est ipso ηθδ, cōmunis ponatur angulus βηθ: anguli ergo αηθ & βηθ, maiores sunt ipsis βηθ & ηθδ. Sed anguli αηθ & θηβ (per 13 propositionem) duobus rectis sunt æquales, anguli igitur βηθ & ηθδ duobus rectis sunt minores: quæ autem à minoribus duobus rectis producuntur in infinitum, concurrunt (per 5 postulatum.) Rectæ igitur lineæ αβ & γδ, in infinitum productæ, concurrent: non concurrūt autem, quoniam paralleli, per hypothesin. Angulus igitur αηθ, angulo ηθδ inæqualis non est: æqualis igitur. Sed angulus αηθ, angulo εηβ (per 15 propositionem) est æqualis, angulus igitur εηβ (per 1 communem sententiam) angulo ηθδ est æqualis, communis ponatur βηθ, anguli εηβ & βηθ igitur, angulis βηθ & ηθδ sunt æquales. Sed anguli εηβ & βηθ, duobus rectis sunt æquales (per 13 propositionem) & anguli βηθ & ηθδ, duobus rectis sunt æquales. In parallelos igitur rectas lineas & quæ sequuntur reliqua, quod ostendere oportebat.

Euclid. ex Camp. *Propositio 30.*



SI fuerint duæ lineę uni æquidistantes, eædem sibi inuicem distantes erunt. 30

CAMPANVS. Sint duæ lineæ a b & c d, quarum utraq; æquidistet lineæ e f. Dico illas duas, uidelicet a b & c d, esse æquidistantes. Hoc autem est uniuersaliter uerum, siue duæ lineæ a b & c d sint in una superficie cum linea e f, siue non: hic tamen non intelligitur, nisi secundum quòd omnes sunt in superficie una, secundum enim quòd sunt in diuersis superficiebus, probatur in 9 undecimi libri, quòd sunt æquidistātes. Sint igitur omnes in superficie una: protraham autem lineam g h, secantem lineas a b, e f, & c d, in punctis K, l, m. Et quia a b æquidistat e f, erit angulus b K l ęqualis angulo e l K per primam partem præcedētis, cum illi sint coalterni: at quia c d æquidistat e f, erit angulus K l e extrinsecus æqualis angulo l m c intrinseco, per secūdam partē præcedentis, ergo angulus b K l, est æqualis angulo c m l, qui cū sint coalterni, erūt (per 27) lineæ a b & c d æquidistantes: quod est propositū.

Euclid. ex Zamb. *Theorema 21.* *Propositio 30.*

Quę eidem rectæ lineæ paralleli, & ad inuicem sunt paralleli. 30

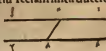
THEON ex Zamb. *Sint αβ & γδ, ipsi εζ paralleli, dico quòd αβ, ipsi γδ est parallelus. Incidat enim in eas recta lineas ηθκ, & quoniam in parallelos rectas lineas αβ & εζ, recta linea ηθκ incidit: æqualis est igitur angulus αηθ ipsi ηθζ (per 29 propositionem.) Rursus quoniam in parallelos rectas lineas εζ & γδ recta linea ηκ incidit (per eandem) æqualis est ηθζ, ipsi ηκδ. patuit autem quòd αηθ ipsi ηθζ est æqualis, & quòd ηκδ est æqualis ηθζ, αηκ igitur, ipsi ηκδ est æqualis, et sunt alterni, parallelus igitur est αβ ipsi γδ. quod ostendendum erat.*

Euclid. ex Camp. *Propositio 31.*



A Pūcto extra lineā dato, lineę propositę ęquidistantē ducere. 31

CAMPANVS. Punctus extra lineam datus intelligitur cum linea utrinq; protracta, per ipsum non transit. Sit ergo punctus a, datus extra lineā b c, ab eodē puncto a, à quo oportet protrahere lineam æquidistantē ipsi b c, protraho lineam a d lineę b c superstantem qualitercunq; contingat, & super punctum a, qui est extremitas lineæ a d, cōstituo angulum e a d, per doctrinam 23 propositionis, æqualem angulo b d a sibi coalterno, eritq; a e æquidistans b c per 27 propositionem: quod est propositum.



Euclid. ex Zamb. *Problema 10.* *Propositio 31.*

Per datum signum, datæ rectæ lineæ parallelū rectam lineā ducere. 31

THEON ex Zamb. *Sit quidem datum signum α, data verò recta linea sit βγ. Oportet iam per datum signum α ipsi βγ rectæ lineæ, parallelum rectam lineam ducere. Suscipiatur in ipsa βγ, contingens*

contingens signum, sitque illud δ, & connectatur (per 1 postulatum) α δ, & constituatur (per 23 propositionem) ad datam rectam lineam α δ, ad datumque in ea signum α, dato angulo α δ γ, aequalis angulus δ α ε, & producatur (per 14 propositionē) in rectum ipsius α ε, linea α ζ. Et quoniam in rectas lineas β γ & ε ζ, recta linea incidens α δ, alternos angulos ε α δ & α δ γ aequales adinuicem fecit, parallelus est igitur ε ζ ipsi β γ (per 27 propositionē.) Per datū ergo signū α, datae rectae lineae β γ parallelus recta linea ε α ζ ducta est, quod fecisse oportuit.

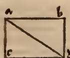
Euclid. ex Camp. Propositio 32.

32 Omnis trianguli angulus extrinsecus, duobus intrinsecis sibi oppositis est aequalis. Omnes autem tres angulos eius, duobus rectis angulis aequos esse necesse est.

CAMPANVS. Sit triangulus a b c, cuius latus b c protrahatur usque ad d, dico quòd angulus c extrinsecus, est aequalis duobus angulis a & b intrinsecis sibi oppositis simul iunctis: & quòd tres anguli trianguli a b c simul iuncti, sunt aequales duobus rectis. A puncto c protraham c f aequidistantem a b, secundum doctrinam praecedentis, eritque angulus f c a aequalis angulo a, quia sunt coalterni per primam partem 29 propositionis, & angulus f c d extrinsecus, aequalis angulo b intrinseco per secundam partem eiusdem, quare totus a c d extrinsecus, est aequalis duobus angulis a & b intrinsecis sibi oppositis, quod est primum. Et quia duo anguli a c b & a c d sunt aequales duobus rectis per 13 propositionem, erunt tres anguli a, b, & c intrinseci aequales duobus rectis, quod est secundum propositum.

CAMPANI additio. Ex hac autem patet, quòd omnis figurae polygoniae omnes anguli simul sumpti tot rectis angulis sunt aequales, quotus est numerus quo à prima destiterit, duplicatus. Verbi gratia, polygoniarum figurarum, est triangula prima, quia si esset duarum linearum, cùm figura sit clausio linearum, tunc duae lineae rectae includerent superficiē, quod est impossibile per ultimam petitionem. Quadrilatera, secunda: pentagona, tertia. Similiter autem quaelibet tota erit in ordine, quotus erit numerus laterum aut angulorum eius, dempto binario. Dico ergo quòd triangulae (quae est prima) omnes anguli sunt aequales duobus rectis: quadrilaterę (quę est secūda) erunt aequales quatuor rectis: & pentagonae (quae est tertia) erunt aequales sex rectis. Hoc autē manifestum est, quoniā cùm quęlibet talis figura sit in tot triangulos resolubilis, quota ipsa fuerit à prima, ductis rectis lineis, à quouis angulorum eius ad omnes angulos oppositos, sintque omnes anguli omnis trianguli duobus rectis aequales, erunt omnis lateratae figurae omnes anguli bis tot rectis aequales, quota ipsa fuerit à prima, quod est propositum. Sit enim exempli gratia, pentagonus a b c d e, à cuius angulo a, ducā lineas ad angulos c d, ipsi oppositos, erit totus pentagonus resolutus in tres triāgulos a b c, a c d, & a d e, quorū cùm cuiuslibet sint anguli ęquales duobus rectis, erunt pentagoni anguli aequales sex rectis, quod est duplum eius numeri quo à prima distat, siue duplum numeri angulorū aut laterum eius, inde dempto binario. Possumus quoque & sic idem proponere, dicentes quòd omnis figurae polygoniae omnes anguli pariter accepti sunt tot rectis angulis aequales, quantus est numerus quem eius anguli duplicāt, inde dempris quatuor: puncto enim quouis intra figurā signato, & ab eo ad singulos angulos lineis protractis, erit ipsa figura in tot triangulos resoluta quot fuerint eius anguli: ideoque omnes anguli omnium illorum triangulorum pariter accepti, tot rectis angulis erunt aequales, quantus est numerus quem duplicant anguli propositae figurae. Cùm itaque sint omnes anguli triangulorum, in quos ipsa resoluta est, punctum medium circunstantes, quatuor rectis ęquales per 13 propositionem, manifestum constat propositum. Similiter quoque patet, quòd omnis figurę polygoniae

gulo d a c secundi. At quia ipsi anguli a d b & d a c sunt coalterni, erunt lineæ b d & a c æquidistantes, per uicesimam septimam. Et quia prius probatum est ipsas esse æquales, patet propositum utrunq;.



Euclid. ex Zamb. *Theorema 23.* *Propositio 33.*

33 Æquas & parallelos ad easdem partes, rectæ lineæ coniungentes, & ipsæ æquales & parallelæ sunt.



THEON ex Zamb. *Sint æquales rectæ lineæ & paralleli, α β & γ δ, & ipsas cōiungant ad easdē partes, rectæ lineæ α γ & β δ, dico quòd α γ & β δ, æquales & paralleli sunt. Connectatur enim (per primum postulatum) β γ. Quoniam parallelus est α β ipsi γ δ, & in eas incidit β γ, alterni anguli α β γ & β γ δ adinuicem sunt æquales, (per uicesimam nonam propositionem. Et quoniam æqualis est α β ipsi γ δ, communis autem β γ, duæ igitur α β & β γ, duabus β γ & γ δ sunt æquales, & angulus α β γ, angulo β γ δ est æqualis. Basis igitur β δ (per quartam propositionem) basi α γ est æqualis, & triangulum α β γ, triangulo (ei quod sub) β γ δ, æquum est, & reliqui anguli reliquis angulis sunt æquales alter alteri, sub quibus æqualia latera subtenduntur. Angulus igitur α γ β, æqualis est ei qui sub γ β δ, & angulus β α γ, ei qui sub β δ γ. Et quoniam in duas rectas lineas α γ & β δ, recta linea incidit β γ, alternos angulos, hoc est α γ β & γ β δ æquales ad inuicem efficiens: parallelus igitur est α γ ipsi β δ, (per uicesimam septimam propositionem.) Ostensum autem est, quòd & ei æqualis est. Aequales igitur & parallelos ad easdem partes coniungentes lineæ rectæ, & ipsæ æquales & paralleli sunt, quod oportuit demonstraße.*

Euclid. ex Camp. *Propositio 34.*

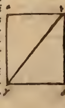
34 
Mnis superficies æquidistantibus contenta lateribus, lineas atque angulos ex aduerso collocatos habet æquales, diametro diuidente eam per medium.



CAMPANVS. Sit superficies a b c d æquidistantiū laterum, ita quòd linea a b æquidistet c d, & a c ipsi b d. Dico duas lineas a b & c d, item duas lineas a c & b d esse æquales: similiter dico angulum a esse æqualem angulo d, & angulum b angulo c. Protraham diametrum a d, quæ etiam diuidet superficiem illam per medium. Cùm a b & c d sint æquidistantes, erunt anguli b a d & c d a, qui sunt coalterni, æquales per uicesimam nonam. Ac quia etiā a c & b d sunt æquidistātes, erunt anguli c a d & b d a, qui sunt coalterni æquales, per eandem. Intelligo enim duos triangulos a d b & d a c, & quia duo anguli a & d trianguli a d b, sunt æquales duobus angulis d & a, trianguli d a c, & latus a d super quod iacent illi anguli in utroque triangulo est commune, erit per uicesimam sextam propositionem latus a b æquale lateri c d, & latus a c lateri b d, & angulus b angulo c. Et quia angulum a totalem patet esse æqualem angulo d totali, per secundam communem animi conceptionem, totum propositum cum correlario liquet.

Euclid. ex Zamb. *Theorema 24.* *Propositio 34.*

34 Parallelogrammorum * locorum latera quæ ex opposito, & anguli, æqualia sunt adinuicem, & dimetiens ea bifariàm secat. χωρίων



THEON ex Zamberto. *Sit parallelogrammus locus α γ δ β, dimetiensq; illius β γ esto. Dico quòd parallelogrāmi α γ δ β latera & anguli ex opposito, ad inuicem sunt æqualia, & illud β γ dimetiens bifariàm secat. Quoniam enim parallelus est α β ipsi γ δ, & in eas incidit recta linea β γ (per 29 propositionem) alterni anguli α β γ & β γ δ, sunt adinuicem æquales. Rursus quoniam parallelus est α γ ipsi β δ, & in eas incidit recta linea β γ, anguli alterni, hoc est α γ β & γ β δ æquales sunt ad inuicem. Bina igitur triangula sunt α β γ & β γ δ, duos angulos qui sub α β γ & α γ β, duobus angulis β γ δ et γ β δ æquales habentia alterum alteri & unum latus uni lateri æquale ad angulos æquos, & commune eorum β γ, & reliqua latera: igitur (per 26 propositionem) reliquis lateribus æqualia erunt alte-*

rum alteri, & reliquus angulus reliquo angulo æqualis: latus igitur αβ est æquale lateri γδ, & αγ ipsi βδ, & angulus βαγ angulo βδγ est æqualis. Et quoniam angulus αβγ æqualis est angulo βγδ, & angulus γβδ ei qui sub αγβ: totus igitur angulus αβδ, toti angulo αγδ (per 2 cõmunem sententiam) est æqualis. Ostensum est autem, quòd angulus βαγ angulo γδβ est æqualis. Parallelogrammorũ igitur χωρίων *locorũ anguli & latera ex opposito, adinuicem sunt æqualia. Dico etiam, quòd dimetiens ea bifariàm secat. Quoniam enim αβ æquum est ipsi γδ, & βγ communis est, duæ igitur αβ & βγ, duabus βγ & γδ sunt altera alteri æquales: & angulus αβγ angulo βγδ est æqualis: basis igitur αγ (per 4 propositionẽ) basi βδ est æqualis, & triangulũ αβγ triangulo βγδ est æquale. Dimetiens igitur βγ, bifariàm secat parallelogrammum αβγδ: quod erat ostendendum.*

Euclid. ex Camp. Propositio 35.



Mnes superficies ęquidistãtium laterũ super unã basin atq; in eisdem alternis lineis constitutæ, ęquales esse probãtur. 35

CAMPANVS. Sint duę lineæ a b & c d æquidistantes, inter quas fiat a c f e superficies ęquidistantium laterum super basin c e, & super eidem basin, & inter eas dem lineas fiat alia superficies g c h e, similiter ęquidistãtium laterum: dico duas prędictas superficies, esse æquales. Quod sic probatur. Aut enim linea c g secabit lineã a b in aliquo puncto lineæ a f, aut in puncto f, aut in aliquo puncto lineæ b f. Secet ergo primo in aliquo puncto lineæ a f, ut in prima figuratione apparet. Et quia utraq; duarũ linearum a f & g h est æqualis lineæ c e per præcedentem, una earum erit ęqualis alteri: dempta ergo linea f g communi, remanebit a g ęqualis f h. Et quia per præcedentem iterum est a c ęqualis f e, & angulus h f e angulo g a c per secundam partem 29, uidelicet extrinsecus intrinseco, erit per 4, triangulus a c g ęqualis triangulo f e h. Ergo irregulari figura quadrilatera, quæ est g c f e, addita utriq;, erit superficies a c f e æqualis superficiei g c h e, quod est propositũ. Secet secundo modo linea c g lineam a b in puncto f, ut in secunda figuratione apparet, erũtq; simili argumentatione priori, duo trianguli a c f & f e h, ęquales, quare utrobique addito triangulo f c e, patet propositum. Secet tertio modo linea c g lineam a b inter duo pũcta f, b, ut in tertia figuratione apparet, secabitq; lineam f e, sit ut in puncto K, & quia simili argumentatione priori, linea a f est æqualis lineę g h, facta communi linea g f, erit a g ęqualis f h, & triangulus a g c, ęqualis triangulo f e h, Addito ergo utriq; triangulo c k e, & dempto ab utroq; triangulo f k g, erit superficies a c f e æqualis superficiei g c h e, quod est oppositũ.

Euclid. ex Zamb. Theorema 25. Propositio 35.

Parallelogramma in eadem basi & in eisdẽ parallelis existentia, adinuicem sunt æqualia. 35

THEON ex Zamb. *Sint parallelogramma αβγδ & εβγζ, in eadem basi existentia, hoc est βγ, & in eisdem parallelis hoc est, αζ & βγ. Dico quòd parallelogrammum αβγδ, æquale est parallelogrammo εβγζ. Quoniã enim parallelogrammũ est αβγδ, æqualis est αδ ipsi βγ (per 34 propositionem,) & id propterea etiam εζ ipsi βγ est æqualis: quare & αδ ipsi εζ est æqualis, & communis δε: tota igitur αε, toti δζ est æqualis. At αβ ipsi δγ est æqualis, duæ igitur εα & αβ, duabus ζδ & δγ sunt altera alteri æquales, & angulus ζδγ, angulo εαβ est æqualis, exterior interiori. Basis igitur εβ, (per quartam propositionem) basi ζγ est æqualis, & triangulum εαβ, triangulo ζδγ est æquale. Commune auferatur triangulum δηε, reliquum igitur trapezium αβηδ, trapezio εηγζ est æquale. Cõmune autem ponatur triangulum ηβγ: totum igitur parallelogrammũ αβγδ, toti parallelogrammo εβγζ est æquale. Parallelogramma igitur & quæ sequuntur reliqua, quod ostendere oportuit.*

Euclid. ex Camp. Propositio 36.



Mnia parallelogrãma in basibus æqualibus atq; in eisdem lineis constituta, æqualia esse necesse est. 36

CAMPANVS. Parallelogrammū, dicitur superficies ęquidistantiū laterū. Sint duę superficies a b c d & e f g h, ęquidistantiū laterū constitutę inter duas lineas æquidistātes quę sunt a f & c h, & super ęquales bases quę sunt c d & g h, dico eas esse ęquales: nam protrahā duas lineas c e & d f, eritq; per 33, superficies c d e f, ęquidistātium laterum, propter hoc quod e f est æqualis & æquidistās c d, nam utraq; earum est æqualis g h. Quia ergo per præmissam utraq; duarum superficierum a b c d & e f g h est æqualis superficiei c d e f, ipsæ erunt sibi inuicem æquales, quod est propositum.

Euclid. ex Zamb. *Theorema 26.* *Propositio 36.*

36 Parallelogramma in æqualibus basibus & in eisdem parallelis existentia, adinuicem sunt æqualia.

THEON *ex Zamb. Sint parallelogramma αβγδ & εζηθ, in æqualibus basibus constituta, hoc est βγ & ζη, & in eisdem parallelis, hoc est αθ & βη. Dico quòd parallelogrammum αβγδ est æquale parallelogrāmo εζηθ. Cōnectantur enim βε & γθ. Quoniam æqualis est βγ ipsi ζη, sed ζη æqualis est ipsi εθ, & βγ igitur ipsi εθ est æqualis: sunt autem paralleli, & coniungunt eas βε & γθ: æquales autem & parallelos, coniungentes lineæ, æquales & paralleli sunt (per 33 propositionē.) Igitur εβ & γθ æquales & paralleli sunt. Parallelogrammum igitur est εβγθ, & est æquale parallelogrāmo αβγδ: basin enim eandem habet, hoc est βγ, & in eisdem est parallelis, hoc est βγ & αθ: ac per hoc etiam εζηθ, ipsi εβγθ est æquale. Quare parallelogrammum αβγδ parallelogrāmmo εζηθ est æquale. Parallelogrāma igitur & quæ sequuntur reliqua ut theoremate: quod erat ostendendum.*

Euclid. ex Camp. *Propositio 37.*

37 Equales sunt sibi cuncti trianguli, qui super eandem basin, atq; inter duas lineas æquidistantes sunt constituti.

CAMPANVS. Sint duo trianguli a b c & d b c, constituti super basin b c, inter duas lineas a e & b f, quæ sint æquidistantes, dico eos esse æquales. Protrahā enim c g æquidistantē a b, & c h æquidistātē d b per 31, erūtq; duę superficies a b c g & d b c h ęquales per 35. Et quia dicti trianguli sunt earū dimidia per correlariū 34 propositionis, ipsi erūt ęquales per cōmunē scientiā quę est, quorum tota sunt æqualia & dimidia, sicq; patet propositū.

Euclid. ex Zamb. *Theorema 27.* *Propositio 37.*

37 Triangula in eadem basi & in eisdem parallelis constituta, adinuicē sunt æqualia.

THEON *ex Zamb. Sint triangula αβγ & δβγ, in eadem basi βγ, & in eisdem parallelis αδ & βγ cōstituta. Dico quòd triangulum αβγ, est æquale triangulo δβγ. Producatur (per 2 postulatū) αδ ex utraq; parte, in ε & ζ, & per β, ipsi γα (per 31 propositionē) excitetur parallelus βε, & per γ, ipsi βδ (per eandem) parallelus excitetur γζ. Parallelogrāma igitur sunt εβγα & δβγζ, & parallelogrammū εβγα, (per 35 propositionē) æquale est ipsi δβγζ parallelogrammo: in eadem enim sunt basi βγ, & in eisdem parallelis βγ & εζ. At parallelogrammi εβγα, triangulū αβγ, dimidium est (per 34 propositionē) nam αβ dimetiens, illud bifariàm secat, parallelogrāmi verò δβγζ (per eandem) triangulum δβγ dimidium est, nam δγ dimetiens illud bifariàm secat: at quæ æqualium sunt dimidium, adinuicem sunt æqualia (per septimam communem sententiam) triangulum igitur αβγ, triangulo δβγ est æquale. Triangula igitur & quæ sequuntur reliqua, ut in theoremate: quod erat ostendendum.*

Euclid. ex Camp. *Propositio 38.*

38 SI duo trianguli super bases æquales atq; inter duas lineas æquidistantes ceciderint, æquales eos esse necesse est.

CAMPANVS. Sint duo triāguli a b c & d e f, cōstituti sup bases b c & e f æquales, et inter lineas

THEON ex Zamb. *Sint bina triangula αβγ & δγβ, cōstituta in eadē basi βγ, & ad easdem partes, dico quòd & in eisdem sunt parallelis. Connectatur αδ. Dico quòd αδ ipsi βγ est parallelus. Si autem non, excitetur (per 31 propositionem) per α signum, ipsi βγ rectæ lineæ parallelus αε, & connectatur εγ. Triangulum igitur εβγ (per 37 propositionem) æquale est triangulo αβγ: in eadem enim sunt basi βγ in eisdemq; parallelis αε & βγ. At triangulum igitur δβγ, ipsi triãgulo αβγ est æquale per hypothesin. Triangulum igitur δβγ, triangulo εβγ est æquale, maius, uidelicet minori quod est impoßibile: parallelus igitur minimè est αε ipsi βγ. Similiterq; ostendemus, quòd nulla alia præter αδ: parallelus igitur est αδ ipsi βγ. Triangula igitur æqualia, & quæ sequuntur reliqua, quod erat ostendendum.*

Euclid. ex Camp. Propositio 40.

40 SI duo trianguli æquales super æquales bases unius eiusdemq́ lineę ex eadem parte fuerint constituti, eos inter duas lineas æquidistantes necesse est contineri.

CAMPANVS. Sint duo trianguli a b c, d e f æquales constituti super duas bases, quæ sunt b c & e f, ex eadē parte: dico eos esse inter duas lineas ęquidistãtes, & hęc erit conuersa 38. Et probatur per ipsam, sicut pręcedens per 37. A puncto a, ducatur linea æquidistans lineæ b f, quæ si transierit per punctum d, patet propositum: sin autem, pertrãseat supra ut a g, & producatur e d usq; ad ipsum g, ut sit e g, & ducatur linea g f. Erit per 38 triangulus a b c, æqualis triangulo g e f, quare & triangulus d e f erit æqualis triangulo g e f, pars toti, quod est impossibile: non ergo transibit supra. Transeat ergo infra, seceteq; lineam d e in puncto h, & ducatur linea f h, erit per 38 triangulus h e f, æqualis triangulo a b c, quare & triangulo d e f, pars toti, quod est impossibile. Quia ergo non transibit, nisi per punctum d, patet propositum.

Euclid. ex Zamb. Theorema 30. Propositio 40.

40 Triangula æqualia in ęqualibus basibus existentia, & ad easdem partes constituta, in eisdem sunt parallelis.

THEON ex Zamb. *Sint triangula æqualia αβγ & γδε, in æqualibus basibus constituta, hoc est βγ & γε, & ad easdem partes α. Dico quòd & in eisdem sunt parallelis. Connectatur (per primum postulatum) αδ. Dico quòd αδ ipsi βε est parallelus. Si autem non, excitetur (per 31 propositionem) per α ipsi βε parallelus αζ, & connectatur ζε. Triangulum igitur αβγ, triangulo γζε est æquale: (per 38) in æqualibus enim sunt basibus constituta βγ et γε, & in eisdem parallelis βε & αζ, sed triangulum αβγ, triangulo δγε est æquale. Triangulum igitur δγε, æquum est triangulo ζγε, maius minori, quod est impoßibile: parallelus igitur minimè est αζ ipsi βε. Similiterq; ostendemus quòd nulla præter αδ. Parallelus igitur est αδ ipsi βε, quod ostendere oportebat.*

Euclid. ex Camp. Propositio 41.

41 SI parallelogrammū triangulusq́ in eadem basi atq; in eisdem alternis lineis fuerint constituta, parallelogrammum triangulo duplum esse conueniet.

CAMPANVS. Sit parallelogrammū a b c d, & triãgulus e b d super basin b d, & inter lineas a e et b d, quę sint ęquidistãtes Dico parallelogrãmū, duplū esse triãgulo. Protrahã in parallelogrãmo diametrū a d, erit triãgulus a b d, dimidiū parallelogrãmi per correlariū 34. & quia triãgulus e b d est ęqualis triãgulo a b d per 37, patet triangulū e b d, esse dimidiū parallelogrãmi a b c d, quod est propositū. Similiter quoq; potest probari, quòd si parallelogrammū triangulusq; in ęqualibus basibus atq; inter lineas ęquidistãtes fuerint constituta, parallelogrãmū duplū erit triãgulo. Quod ideo nō posuit Euclides

des, quia leuiter patet ex hac præcedente correlarium, & 38, diuiso parallelogrammo per diametrum in duos triangulos, uel super basin parallelogrammi inter easdem lineas æquè distantes triangulo cõstituto, ad quem duplũ erit parallelogrammũ per hãc præcedentẽ, et ipse æqualis alteri dato triangulo, per 38.

Euclid. ex Zamb. *Theorema 31.* *Propositio 41.*

Si parallelogrammum & triangulum eandem basin habuerint, in eisdemq́; fuerint parallelis, trianguli parallelogrammum duplum erit. 41

THEON *ex Zamberto. Parallelogrammum enim αβγδ, & triangulum εβγ, eandem habeant basin βγ, in eisdemq́; sint parallelis βγ & αε. Dico quòd parallelogrammum αβγδ, trianguli βεγ duplum est. Connectatur enim (per 1 postulatum) αγ. Triangulum igitur αβγ (per 37) æquale est triangulo εβγ: in eadem sunt basi βγ, & in eisdem parallelis βγ & αε. Sed parallelogrammum αβγδ, duplum est ipsius trianguli αβγ (per 34 propositionem) etenim dimetiens αγ illud bifariàm secat. Quare parallelogrammum αβγδ, ipsius trianguli εβγ duplum est. Si parallelogrammum, & triangulum igitur, & quod sequitur reliquum, quod erat ostendendum.*

Euclid. ex Camp. Propositio 42.



Equidistantium laterum superficiem designare, cuius angulus sit angulo assignato æqualis, ipsa uerò superficies triangulo assignato æqualis. 42

CAMPANVS. Sit assignatus angulus a, & assignatus triangulus b c d, uolo describere superficiem æquidistantium laterum æqualem triangulo b c d, cuius uterque duorum angulorum ex aduerso positorum sit æqualis a. Diuido basin c d per dimidium in puncto e, & protraho lineam b e, & à puncto b duco b f ęquidistantem c d, eritq́; (per 38) triangulus b e d æqualis triangulo b e c, quare triangulus b e d, est dimidium totalis trianguli b c d. Igitur super punctum e lineæ d e, constituo (per 23) angulum d e g, ęqualem angulo a, & perficio parallelogrammum g e d f, quod etiam quia per pręcedentẽ est duplum ad triangulum b e d, erit etiam æquale triangulo b c d, per hanc communem scientiam, quorum dimidia sunt æqualia, ipsa quoq; sunt æqualia: est enim triangulus b e d, utriusq; dimidium. Quare descripsimus parallelogrammum g e d f æquale triangulo b c d, cuius uterq; duorum angulorum g e d & d f g ex aduerso positorum est ęqualis angulo a, quod fuit propositum.

Euclid. ex Zamb. *Problema 11.* *Propositio 42.*

Dato triangulo, æquale parallelogrammum constituere, in dato angulo rectilineo. 43

THEON ex Zamb. *Sit datum triangulum αβγ, datus uerò angulus rectilineus sit δ, oportet iam ipsi triangulo αβγ æquale parallelogrammum cõstruere in angulo rectilineo æquali ipsi δ. Secetur (per 10 propositionem) linea βγ bifariàm, in signo ε, & connectatur (per 1 postulatum) αε. Constituaturq́; (per 23 propositionem) ad datã rectam lineam εγ, ad datumq́; in ea signũ ε, ipsi angulo δ, æqualis angulus γεζ. Et (per 31 propositionem) per α, ipsi εγ excitetur parallelus αη & (per eandem) per γ ipsi εζ, parallelus excitetur γη: parallelogrammum igitur est ζεγη. Et quoniam æqualis est βε ipsi εγ, triangulum αβε (per 38) triangulo αεγ est æquale: in æqualibus enim sunt basibus βε & εγ, & in eisdem parallelis βγ & αη. Duplum igitur est triangulum αβγ, trianguli αεγ: basin enim eandem habet, in eisdemq́; parallelis est. Parallelogrammum igitur ζεγη æquum est ipsi triangulo αβγ, & habet angulum γεζ æqualem dato angulo δ. Dato igitur triangulo αβγ, æquale constitutum est parallelogrammum ζεγη, in angulo γεζ qui æqualis ipsi δ, quod fecisse oportuit.*

Euclid. ex Camp. Propositio 43.



Omnis parallelogrãmi spatij, eorũ quę circa diametrũ sunt parallelogrãmorũ suppleměta, ęqua sibi inuicẽ esse necesse est. 44

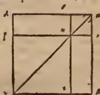
CAMPANVS. Sit parallelogrammũ a b c d, in quo protrahã diametrũ b c, & protrahã e f ęquidistantẽ utriq; duorũ laterũ a b & c d, quę secet diametrũ in pũcto K à quo ducam K g æquidistantem utriq; duorum laterum a c & b d, & producam eam quousque

secet

a b & c d, sintq; tota g K h. Erit totũ parallelogrammũ a b c d diuisum in quatuor parallelogramma, quorum duo, scilicet e c k h & g K b f dicuntur cõsistere circa c b, eo quòd diameter transit per medium eorum, & ideo sunt circa diametrum: reliqua duo, scilicet, a e g K & K h f d, dicuntur supplementa. Hæc duo supplementa dicũtur esse ęqualia: sunt enim duo trianguli a b c & d c b, ęquales per correl. 34 propositionis: similiter quoq; duo triãguli g K b & f K b, sunt ęquales per idem correlariũ: at duo trianguli c e K & K h c, similiter sunt æquales per idem correlariũ. Demptis igitur duobus triãgulis b g K & K c e de totali triangulo a b c, ac duobus triangulis reliquis f b K & K c h de totali triangulo reliquo c d b, erunt per 3 communem animi conceptionem residua, quę sunt duo dicta supplementa, æqualia: quod est propositum.

Euclid. ex Zamb. *Theorema 32.* *Propositio 43.*

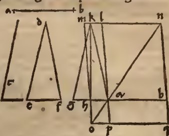
43 Omnis parallelogrammi eorum quæ circa dimetientem sunt parallelogrammorum supplementa, sibi inuicem sunt æqualia.



THEON ex Zamb. Sit parallelogrammum α β γ δ, dimetiens uerò illius sit α γ, circa uerò α γ parallelogramma ε θ & η ζ, supplementa uerò sint β κ & κ δ. Dico quòd supplementum β κ, æquale est supplemento κ δ. Quoniam enim parallelogrammum est α β γ δ dimetiens uerò illius est α γ, triangulum α β γ (per 34 propositionem) æquum est triangulo α δ γ. Rursus quoniam parallelogrammum est α ε κ θ, dimetiens uerò illius est α κ, triangulum igitur α ε κ (per eandem) æquum est triangulo α θ κ, ac per hoc etiam triangulũ κ ζ γ, æquum est triangulo κ η γ. At quoniam triangulum α ε κ triangulo α θ κ est æquale, & triangulũ κ ζ γ triangulo κ η γ est æquale, triangula igitur α ε κ & κ η γ, triangulis α θ κ & κ ζ γ sunt æqualia: est autem totum triangulum α β γ, toti triangulo α δ γ æquale: reliquum igitur supplementũ β κ (per 3 cõmunem sententiam) reliquo supplemento κ δ est æquale. Omnis parallelogrammi ergo, & quod sequitur reliquum, quod oportuit demonstrasse.

Euclid. ex Camp. *Propositio 44.*

44 PRoposita linea recta, super eam superficiem æquidistantiũ laterum, cuius angulus sit angulo adsignato æqualis, ipsa uerò superficies triangulo assignato æqualis designare.



CAMPANVS. Designare superficiem æquidistantium laterum super lineam aliquam, est lineam ipsam facere latus unum ipsius superficiei. Sit ergo data linea a b, & datus angulus c, & datus triangulus d e f. Super lineã a b uolo designare superficiem unam æquidistantium laterum, ita quòd linea a b sit unũ ex lateribus eius, cuius uterq; duorũ angulorum ex aduerso positorũ sit æqualis angulo c, & ipsa totalis superficies sit ęqualis triãgulo d e f. Differt autẽ hæc à 42. quia hic datur latus unius superficiei describẽdę, scilicet linea a b, ibi autẽ nullũ. Cùm ergo hoc uoluero facere, adiungo lineã a g lineæ a b secundũ rectitudinẽ, quam pono æqualẽ lineæ e f basi triãguli dati, super quam constituo triangulum unum, dato triangulo æqualem, & eidem æquilaterum, quod hoc modo facio. Constituo angulũ a g K æqualẽ angulo e, & angulũ g a K æqualẽ angulo f, per 23, & quia g a posita fuerat æqualis e f, erit per 26 triangulus g a K æqualis & æquilaterus triangulo e f d. Diuidam ergo g a per æqualia in pũcto h, & protraham K h, & producam à puncto K lineã m K n æquidistantẽ lineæ g b, eritq; per 38 triangulus a h K, ęqualis triangulo g h k. Tunc super punctũ lineæ g a faciam angulum g a l per 23 æqualem angulo c dato, & complebo super basin a h, & inter lineas g b & m n æquidistãtes, superficiẽ æquidistantiũ laterũ m l h a, quæ per 41 dupla erit ad triangulum h K a: æqualis igitur totali triangulo K g a, quare & triangulo d e f proposito.

Protraham

*angulus η θ μ est aequalis, angulus igitur θ κ ζ, angulo η θ μ aequalis. Communis ponatur angulus κ θ η, anguli ergo ζ κ θ & κ θ η, angulis κ θ η & η θ μ sunt aequales. Sed anguli ζ κ θ & κ θ η (per 29 propositionē) duobus rectis sunt aequales: anguli igitur κ θ η & η θ μ, duobus rectis sunt aequales. Ad aliquā igitur rectā lineā η θ (per 14 propositionē) ad aliquodq; in ea signū θ, binae rectae lineae κ θ & θ μ nō in eisdē partibus existentes, * utrobiq; angulos binis rectis aequales efficiētes. In rectū igitur est κ θ ipsi μ θ. At quoniā in parallelos κ μ & ζ η recta linea incidit θ η, alterni anguli μ θ η & θ η ζ (per 29 propositionē) sibi inuicē sunt aequales. Cōmunis ponatur āgulus θ η λ. Anguli ergo μ θ η & θ η λ, āgulis θ η ζ & θ η λ sunt aequales. Sed āguli μ θ η et θ η λ (per eandē) duob. rectis sunt aequales. In rectū est igitur linea ζ η, lineae η λ. At quoniā κ ζ ipsi θ η (per 34) aequalis est & parallelus, & ipsi θ η ipsa μ λ, igitur (per 1 cōmunē sententiā) κ ζ ipsi μ λ aequalis est & parallelus (per 30 propositionē.) Sed eas cōiungūt rectae lineae κ μ & ζ λ, lineae igitur κ μ & ζ λ (quae per 33 propositionē) aequales & paralleli sunt: parallelogrāmū igitur est κ ζ λ μ. Et quoniam (per 42) triangulum α β δ parallelogrammo ζ θ est aequale, & triangulū δ β γ parallelogrammo η μ, totum igitur α β γ δ rectilineum, toti κ ζ λ μ parallelogrammo est aequale. Dato igitur rectilineo α β γ δ, aequum parallelogrāmum constitutum est κ ζ λ μ, in angulo ζ κ μ ipsi ε dato aequali, quod fecisse oportuit.* ἴσας

Euclid. ex Camp. *Propositio 45.*

45 EX data linea, quadratum describere.

CAMPANVS. Sit data linea a b, ex qua uolo quadratum describere. A punctis a & b lineae a b educo, per 11, lineas a c & b d perpendiculares ad lineā a b, quę erunt aequidistantes, per ultimā partē 28, & pono utramq; earū, eidem a b per 3 aequalem, & protraho lineā c d, eritq; ipsa aequalis & aequidistans lineae a b, per 33. Et quia uterque duorum angulorū a & b est rectus, erit uterque duorum c & d rectus per ultimam partem 29. ergo per diffinitionem quadrati, a b c d est quadratum, quod est propositum.

Idem aliter ostendere. Sit a c perpendicularis super lineam a b per 11, & sit ei aequalis ut prius, & à puncto c per 31 ducatur c d ęquidistans a b, & ponatur ęqualis ei, & ducatur linea d b, quae per 33 erit aequalis & aequidistans a c, & omnes anguli, recti, per ultimā partem 29, quare per diffinitionem quadrati habemus propositum.

Euclid. ex Zamb. *Problema 14.* *Propositio 46.*

46 Ex data recta linea quadratum describere.

THEON *ex Zamb. Sit data recta linea α β, oportet ex α β recta linea quadratum describere. Excitetur (per 11 propositionem) ipsi, rectae lineae α β, à dato signo α, ad angulos rectos α γ, & ponatur (per 3 propositionē) ipsi α β aequalis α δ. Et (per 31 propositionē) per signum δ, ipsi α β parallelus excitetur δ ε, & (per eandem) per signum β, ipsi α δ excitetur parallelus β ε: parallelogrāmum igitur est ipsum α δ ε β, aequalis igitur est α β ipsi δ ε, & α δ ipsi β ε. Sed α β ipsi α δ est aequalis: quatuor igitur β α, α δ, δ ε, & ε β, sibi inuicem sunt aequales: aequilaterū igitur est α δ ε β parallelogrammum. Dico etiam quòd & rectangulū est. Quoniā enim in parallelos α β & δ ε, recta linea incidit α δ, anguli igitur β α δ & α δ ε, (per 29 propositionē) duobus rectis sunt aequales: angulus autē β α δ est rectus, angulus igitur α δ ε est etiam rectus, parallelogrammorum * locorum autem latera & anguli ex opposito, sibi inuicē sunt aequalia (per 34 propositionem) Ex opposito igitur ambo & α β ε & β ε δ anguli: sunt recti. Rectangulū igitur est α β ε δ, ostensum autem est, quòd & aequilaterum. Quadratum igitur est, atque ex data recta linea α β descriptum, quod facere oportebat.* χωρίων.

Euclid. ex Camp. *Propositio 46.*

46 IN omni triangulo rectangulo, quadratū quod à latere recto angulo opposito in semetipso ducto describitur, aequū est duobus quadratis, quae ex duobus reliquis lateribus conscribuntur.

d

b d per 11 perpendicularem ſuper lineam b c, quam pono æqualẽ a b, & produco lineam d c, erit per pręcedentem, quadratũ d c, æquale duobus quadratis duarum linearum d b & b c: & quia b d poſita eſt æqualis b a, erũt per communẽ ſcientiam, quę eſt linearum æqualium ęqualia eſſe quadrata, quadrata duarum linearum a b & b d æqualia: quapropter erit quadratum d c, æquale quadrato a c: ergo per aliam communem ſcientiam quę eſt cõuerſa prioris, ſcilicet lineas, quarum quadrata ſunt æqualia eſſe æquales, erit d c æqualis a c: quare per 8. angulus b, trianguli a b c, eſt rectus: quod eſt propoſitum.

Euclid. ex Zamb. *Theorema 34.* *Propoſitio 48.*

48 Si trianguli quod ab uno laterum quadratũ, ęquale fuerit eis quę ex reliquis triãguli lateribus, quadratis: angulus cõprehẽſus ſub reliquis trianguli duobus lateribus, rectus erit.

THEON *ex Zamb. Trianguli nanq; α β γ, quod ex uno latere β γ quadratum, æquum ſit eis quæ ex β α, α γ lateribus, quadratis. Dico quòd angulus β α γ, rectus eſt. Excitetur enim (per 11 propoſitionem) ab α ſigno, ipſi α γ rectæ lineæ ad angulos rectos α δ. Et (per 3 propoſitionẽ) ponatur ipſi α β æqualis α δ, & (per 1 poſtulatũ) cõnectatur δ γ. Et quoniã æqualis eſt δ α ipſi α β, quadratũ quod ex δ α, æquum eſt quadrato quod ex α β. Commune apponatur quadratum quod ex α γ, quadrata igitur quæ ex δ α & α γ, æqualia ſunt eis quæ ex β α & α γ quadratis. At (per præcedẽtem) quadratis quæ ex δ α & α γ, æquum eſt quadratum quod ex δ γ. Rectus enim eſt angulus δ α γ. Quadratis autem ex α β & α γ (per hypotheſin) æquum eſt quadratum quod ex β γ, nam id receptum eſt. Quadratũ igitur quod ex δ γ, æquum eſt quadrato quod ex β γ. Quare latus δ γ, lateri β γ eſt æquale: & quoniam α δ, ipſi α β eſt æquale, communis autem α γ, duæ igitur δ α & α γ, duabus β α & α γ ſunt æquales, & baſis δ γ, baſi β γ æqualis. Angulus igitur δ α γ angulo β α γ (per 8 propoſitionem) eſt æqualis. At angulus δ α γ, rectus eſt: rectus igitur eſt & angulus β α γ. Si trianguli ergo quod ab uno laterum quadratum, æquum fuerit eis quæ à reliquis trianguli duobus lateribus quadratis, angulus comprehenſus ſub reliquis duobus trianguli lateribus, rectus erit: quod erat oſtendendum.*

CAMPANI additio.

Propoſitis quibuſcunq; quadratis, alteri illorum gnomonem reliquo æqualem deſcribere.

Proponantur ergo duo quadrata, ſcilicet a b & c d, & ſit propoſitum producere gnomonem circa quadratum a b, æqualem c d quadrato. Protrahatur itaq; unũ latus quadrati a b ad æqualitatem unius lateris quadrati c d in continuum & directum, & ſit f e, ita quòd f e ſit æquale uni laterum quadrati c d, & ex e ducam lineam ſectam ad a: ſit ergo triangulus orthogonius, quia f eſt angulus rectus. Nectatur ergo ſic argumentum, ſecundum penultimam primi: quadratũ e a eſt tantũ, quantum quadratum e f & quadratum f a, ſed quadratum e f eſt æquale quadrato c d, & quadratum f a eſt æquale quadrato a b: ergo quadratum a e, eſt æquale quadratis a b & c d. Item e f a, eſt triangulus, ergo e f & f a latera, ſunt longiora a e latere, ſecundum 20 primi, ſed f a eſt æquale f b ratione quadraturæ, ergo e f & f b ſunt longiora a e: ergo illa totalis linea, ſcilicet e b, eſt maior a e: reſecetur ergo b e ad æqualitatem a e, ad punctum c, ita quòd b c ſit æquale a e, ergo quadratum b c eſt æquale quadrato a e: ſed quadratum a e (ut prius probatum fuit) eſt æquale quadratis a b & c d, ergo quadratum b c eſt æquale eiſdem: Sed quadratũ b c addit ſupra quadratum a b, gnomonem illum quem uides, ergo gnomo ille, eſt quadrato c d æqualis: quod erat probandum.





LIBRI PRIMI FINIS.

EVCLIDIS MEGARENSIS GRAECI PHILOSOPHI, GEOMETRICORVM *elementorum, Liber secundus.*

Euclides ex Campano.

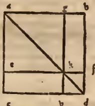


Mne parallelogrammum rectãgulum, sub duabus lineis angulum rectum ambiẽtibus dicitur contineri.

CAMPANVS. Parallelogrammum, est superficies æquidistantium laterum. Parallelogrammum rectangulum, est superficies ęquidistantium laterum habens omnes angulos rectos, & producitur ex uno duorum laterum eius ambientium unum ex suis angulis, ducto in reliquum, & ideo sub illis dicitur contineri.

Omnis parallelogrãmi spatij, ea quidem quæ diameter secat per medium parallelogramma, circa eandem diametrum consistere dicuntur. Eorũ uerò parallelogrammorum quæ circa eandem diametrum consistunt, quodlibet unà cum supplementis duobus, gnomo nominatur.

CAMPANVS. Quæ parallelogramma dicuntur consistere circa diametrum, & quæ sunt supplemẽta, expositum est suprà in demonstratione 41 primi. Sit enim parallelogrammũ a b c d, cuius diametrum a d diuidant duæ e f, g h, ductæ lineæ æquidistanter lateribus oppositis dicti parallelogrammi, secãtes se super diametrũ a d, in puncto K, erit ipsum parallelogrammũ diuisum in 4 parallelogrãma. Et unumquodq; duorũ parallelogrammorũ quæ sunt a g e K & K f h d, quæ diameter secat per mediũ, dicitur cõsistere circa diametrũ. Reliqua duo quæ diameter non secat, dicũtur supplementa: quæ duo supplemẽta, cum utroq; dictorũ parallelogrãmorum consistentiũ circa diametrũ, componũt figuram quandã, qui



gnomo appellatur, cui deest ad complemẽtum parallelogrammi, parallelogrammum unum reliquum circa diametrum consistens, quod si addatur, supra diametrum totalis compositi consistet, eritq; simile totali. Vnde parallelogrammum addito gnomone quàmuis crescat, minimè tamen alteratur, quemadmodum dixit Aristoteles in Prædicamentis.

Euclid. ex Zamb. *Parallelogrammum rectangulum.*



Mne parallelogrammum rectangulum, sub duabus rectum angulum comprehendentibus, rectis lineis dicitur contineri.

Quid gnomon.

χωρίων Omnis parallelogrammi * loci eorum, quæ circa dimetiẽtem illius sunt parallelogrammorum, unumquodq; cum binis supplemẽtis gnomon uocetur.

Euclid. ex Camp. *Propositio 1.*



I fuerint duę lineę, quarũ una in quotlibet partes diuidatur, illud quod ex ductu alterius in alteram fiet, æquũ erit ijs quę ex ductu lineæ indiuisæ in unamquanq; partem lineæ particulatim diuisæ rectangula producentur.

CAMPANVS. Lineam in aliam lineam ducere, est supra terminos unius earum duas lineas orthogonaliter alij æquales erigere, & superficiem æquidistantium laterum rectangulam complere, quæ sub illis duabus lineis per diffinitionem dicitur contineri. Sint duæ lineæ a b & c, quarum una

rum una scilicet a b, in quotlibet partes diuidatur quæ sint a d & d e & e b: dico quòd illud quod fit ex ductu c in totum a b, æquum est illis parallelogrammis rectangulis simul iunctus, quæ fiũt ex c in a d & in d e & in e b. Super puncta a, b, erigam lineas a f & b g perpendiculares super lineam a b, quarum utraq; sit æqualis lineæ c, & complebo rectãgulam superficiem a f b g, ducta linea f g, quæ per diffinitionem producitur ex c in a b, & sub illis dicitur contineri. Protraham quoq; per 31 primi à punctis d & e, lineas d h & e k ęquidistãtes lateribus a f & b g, eritq; utraq; earum ęqualis c per 34 primi, quoniam utraq; earum est æqualis a f: per diffinitionem igitur rectangulũ a d f h producitur ex c in a d, & sub illis dicitur contineri, & rectangulum d h e K, ex c in d e, & rectangulum e K b g, ex c in e b. Et quia hæc rectangula simul iuncta sunt æqualia totali rectãgulo a f b g, patet uerum esse propositum. *Euclid. ex Zamb.* *Theorema 1.* *Propositio 1.*

1 Si fuerint binæ rectę lineę, seceturq; ipsarũ altera in quotcũq; segmẽta, rectangulũ cõprehensum sub duabus rectis lineis, æquũ est eis quæ ab insecta & quolibet segmento rectangulis comprehenduntur.

THEON ex Zamb. *Sint binæ rectæ lineæ α & βγ, seceturq; earũ altera βγ utcunq;, in δ scilicet, & ε signis. Dico quòd rectangulum cõprehensum sub α & βγ æquum est rectangulo comprehenso sub α et βδ, & ei quòd sub α & δε, & etiam ei quòd sub α & εγ. Excitetur nãq; (per 11 propositionem primi) ex β, ipsi βγ ad angulos rectos βζ: ponatur quoque (per 3 primi) ipsi α æqualis βη, & per η ipsi βγ (per 31 primi) parallelus excitetur ηθ, et (per candẽ) per δ ε γ, ipsi βη excitentur paralleli δκ, ελ, γθ. Aequũ est iã βθ ipsis βκ, δλ, & εθ, & βθ ei quòd sub α & βγ: cõprehẽditur enim sub ηβ et βγ, æqualis autẽ est βη ipsi α. At βκ ei quod ex α et βδ: cõprehẽditur nãq; sub ηβ & βδ, æqualis autẽ est βη ipsi α. ~~At δλ ei quod ex α & δε cõprehẽditur nanq; sub ηβ & δε, æqualis autem est βη ipsi α.~~ At δλ ei quod sub α & δε: æqualis nanq; δκ, hoc est βη ipsi α. Et insuper similiter εθ ei quòd sub α & εγ, quod igitur sub α et βγ cõprehẽditur, æquũ est ei quod sub α & βδ, & ei quod sub α & δε, & ei insuper quod sub α & εγ. Si fuerint ergo binæ rectæ lineæ, seceturq; earũ altera, & quæ sequũtur reliqua: quod erat ostẽdẽdũ.* *Eucl. ex Camp.* *Propos. 2.*

2 SI fuerit línea ín partes diuisa, illud quod ex ductu totius lineę in seipsam fit, ęquũ erit ijs quę ex ductu eiusdẽ in oẽs suas partes.

CAMPANVS. Sit linea a b diuisa in a c & c d & d b dico quod illud quod fit ex ductu totius a b in se quod fit a e b f, ęquũ est ijs quæ fiũt ex ipsa tota in unãquãq; dictarũ partiũ, quod palàm patebit, ductis e g et d h ęquidistãter a e et b f. Aliter. Sumatur k ęqualis a b, eritq; per pręmissam quod fit ex ductu k in totã a b, ęquũ ei quod fit ex ductu K in omnes partes a b. Et quia ex K in a b tantũ fit quãtũ ex a b in se, & ex K in omnes partes a b quantũ ex a b in omnes partes eiusdẽ, propter id quod K & a b sunt æquales: patet uerum esse propositum.

Euclid. ex Zamb. *Theorema 2.* *Propositio 2.*

2 Si recta linea secetur utcũq;, quę sub tota & quolibet segmentorũ rectangula cõprehenduntur, æqualia sunt ei quod ex toto est quadrato.

THEON ex Zamb. *Recta enim linea αβ, secetur utcũq; in signo γ. Dico quòd rectangulũ cõprehensum sub αβ et βγ, cum rectãgulo comprehẽso sub βα & αγ, æquum est quadrato quod ex αβ. Describatur enim (per 46 primi) ex αβ, quadratum αδεβ, exciteturq; (per 31 primi) per γ, utriq; & αδ & βε parallelus γζ, æquum est igitur αε ipsis αζ & γε, est autem αε ex αβ quadratum. Et αζ sub βα & αγ rectangulum contentum, comprehenditur enim sub δα & αγ, æqualis autem est αδ ipsi αβ. Et γε ei quod sub αβ, βγ: æqualis enim est βε ipsi αβ. Quod igitur sub βα & αγ cum eo quòd sub αβ & βγ, æquũ est quadrato quod ex αβ. Si recta igitur linea, et quæ sequũtur reliqua ut in theoremate: quod ostẽdere oportuit.* *Euclid. ex Camp.* *Propositio 3.*

3 SI fuerit linea in duas partes diuisa, illud quod fiet ex ductu totius in alterutram partem, æquum erit ijs quæ ex ductu eiusdem partis in

ſeipſam & alterius in alteram.

CAMPANVS. Sit linea a b diuiſa in a c & b c, dico quòd illud quod fit ex tota a b in eius partē a c, æquum eſt quadrato eiuſdem a c partis, et ei quod fit ex eadē parte a c in b c. Fiat quadratū lineæ a c quod ſit a c d f, & perficiatur ſuperficies a b d e, patebitq; propoſitū. Aliter. Sumatur g ęqualis a c. Et quia b a in a c tantū eſt quātū a c in a b, et ecōuerſo, & a c in a b, itē et in c b & in ſeipſam quantū g in eaſdē, at g in totā a b quantū in a c & in c b per primā huius, patet propoſitū, ſcilicet quòd tantū erit a c in a b, quantum in ſe & in c b. Quare econuerſo a b in a c quantum a c in ſe & in c b. Quod uolumus demonſtrare.

Euclid. ex Zamb. *Theorema 3.* *Propoſitio 3.*

Si recta linea ſecetur utcunq;, rectangulū ſub tota & uno ſegmentorum cōprehenſum, æquum eſt ei quod ſub ſegmentis comprehēditur rectangulo, & ei quod ex prædicto ſegmento fit quadrato.

THEON ex Zamb. *Recta enim linea αβ, ſecetur utcunq; in ſigno γ. Dico quòd rectangulū comprehēſum ſub αβ & βγ, æquū eſt rectāgulo comprehenſo ſub αγ & γβ, cum quadrato quod ex βγ. Deſcribatur enim (per 46 primi) ex βγ, quadratum γδεβ, et extēdatur εδ in ζ, (per 2 poſtulatū.) Et per α, utriq; γδ & βε (per 31 primi) parallelus excitetur αζ. Aequum iā eſt αε, ipſis αδ & γε, eſtq; αε rectangulū comprehenſum ſub αβ & βγ, cōprehēditur etenim ſub αβ & βε, et æqualis eſt βε ipſi βγ. Et αδ eſt quod ſub αγ & γδ, æqualis enim eſt δγ ipſi γβ, at δβ quadratū eſt quod fit ex γβ. Rectangulū igitur contentū ſub αβ & βγ, æquum eſt rectangulo cōprehenſo ſub αγ & γβ cum quadrato quod ex βγ. Si recta igitur linea ſecetur & quæ ſequūtur reliqua ut in theoremate, quod demōſtraſſe oportuit.*

Euclid. ex Camp. *Propoſitio 4.*



I fuerit linea in duas partes diuiſa, illud quod ex ductu totius in ſeipſam fit, ęquū eſt ijs quę ex ductu utriuſq; partis in ſeipſam & alterius in alterā bis: ex hoc manifeſtū eſt, quòd in omni quadrato duę ſuperficies quas diameter ſecat per mediū, ſunt ābę quadratę. 4

CAMPANVS. Sit linea a b diuiſa in a c & b c, dico quòd quadratū totius a b, æquū eſt duob. quadratis duarū linearū a c & b c & duplo eius quod fit ex ductu unius earū in alterā. Deſcribā quadratū alterius partiū, ſitq; c d b e, quadratū lineæ c b, cui adiungam gnomē ſecundū ductū directiuū lineæ alterius, ſcilicet a c, quē faciā hoc modo. In quadrato deſcripto protraham diametrum b d, & à puncto a, educam perpēdicularē ſuper lineam a b, quæ ſit a K quā a K & diametrū b d, producā uſquequo per penultimā petitionē concurrāt in puncto f, & à pūcto f producā f h æquidiſtantē lineæ a b, quam f h & b e, producā uſq; quo concurrant in pūcto g, & producā c d uſq; ad h, & e d uſq; ad K. Et quia duo latera d e & e b, triangulі d e b ſunt æqualia, erunt per 5 primi, duo anguli e d b & e b d æquales, & quia angulus e eſt rectus, erit per 32 primi uterq; eorū medietas recti, eadē ratione uterq; duorū angulorū c d b & c b d, erit medietas recti. Quare per ſecundā partē 29 primi, et 15 eiuſdē, erit unuſquiſq; quatuor angulorū qui ſunt h f d & h d f & K f d & K d f, medietas recti: ergo per 6 primi, f g & g b ſunt ęquales, ſimiliter quoq; f a & a b, pari ratione f h & h d, itemq; f K & K d, quare utraq; duarū ſuperficierū a b g f & K d h f, eſt quadrata. Et quia totale quadratū a b f g quod eſt quadratū lineę a b, conſtat ex duobus quadrans quę cōſiſtunt circa diametrū quę ſunt quadrata duarū linearū a c & c b, & ex duobus ſupplemētis quorū unūquodq; producitur ex a c in b c, patet propoſitū noſtrū. Aliter. Sit linea a b, ut prius diuiſa in a c & c b, eritq; p 2 huius, quod fit ex tota a b in ſe, æquū ei quod fit ex ipſa in a c & c b, ſed ex ipſa in a c tantū fit quantū ex a c in ſe & ex a c in b c, per 3 huius. Itēq; ex ipſa a b tota in b c tantū fit quantū ex c b in ſe & ex c b in a c per eandē, ergo quod fit ex tota a b in ſe, æquū eſt ei quod fit ex a c in ſe & in c b, & ex c b in ſe & in a c, quod eſt propoſitū. Sed hac uia non patet correlarium, ſicut uia præcedenti patet, unde prima eſt autori magis conſona.

Euclid. ex Zamb. *Theorema 4.* *Propoſitio 4.*

Si recta linea ſecetē utcūq;, q̄dratū quod fit ex tota, æquū eſt quadratis 4
quę fiūt ex ſegmētis, & ei quod bis ſub ſegmētis cōprehēdiē rectāgulo.

THEON

THEON ex Zamb. Recta enim linea α β, secetur utcunq; in signo γ. Dico quòd quadratū α β, æquū est quadratis quæ fiunt ex α γ & γ β, & bis sub α γ & γ β contento rectāgulo. Describatur enim (per 46 primi) ex α β, quadratū α δ ε β, & connectatur β δ, & (per 31 primi) per γ, utrisq; α δ & β ε parallelus excitetur γ ζ, dispescens diametrū β δ in η signo, (per eandem) per η, utrisq; α β et δ ε parallelus excitetur θ κ. Et quoniā parallelus est γ ζ ipsi α δ, & in eas incidit β δ (per 2 partē 29 primi) āgulus exterior γ η β æqualis est interiori & opposito α δ β. Sed angulus α δ β, ei qui sub α β δ (per 5 primi) est æqualis, quoniā latus β α, lateri α δ est æquale. Igitur angulus γ η β, angulo η β γ est æqualis: quare (per 6 primi) latus β γ, lateri γ η est æquale. Sed γ β ipsi η θ est æquale, & γ η ipsi θ β: igitur η θ ipsi θ β est æquale: æquilaterū igitur est γ η θ β. Dico etiā q̀ rectāgulū, quoniā parallelus est γ η ipsi β θ & in eas incidit linea γ β, anguli igitur θ β γ & η γ β (per 29 primi) duob. rectis sunt æquales, angulus aūt θ β γ rectus est: rectus igitur est et angulus β γ η. Quare (per 34 primi) et ex opposito anguli γ η θ & η θ β sunt recti. Rectāgulū igitur est γ η θ β. Ostēsū aūt est q̀ et æquilaterū, quadratū igitur est, estq; ex β γ, ac p hoc etiā θ ζ quadratū est, et est ex κ η, hoc est α γ. Quadrata enim θ ζ et γ θ, sūt ex lineis α γ et γ β. Et quoniā α η æquū est ipsi η ε, estq; α η id quod sub α γ & γ β, æqualis nāq; est η γ ipsi γ β, igitur η ε (per 43 primi) æquū est ei quod sub α γ & γ β. Igitur & α η & η ε, æqualia sunt ei quod bis est sub α γ & γ β. Quadrata aūt θ ζ & γ θ, sunt ex α γ & γ β. Quatuor enim κ ζ, γ θ, α η et η ε, sunt eis æqualia quæ fiūt ex α γ et γ β quadratis, et ei quod fit bis sub α γ et β γ rectāgulo. Sed κ ζ, γ θ, α η, & η ε, sunt totū α δ ε β, quod est quadratū quod ex α β. Quadratū igitur quod fit ex α β, æquū est eis quæ fiunt ex α γ, & γ β quadratis, & ei quod bis sub α γ & γ β cōprehenditur rectangulo. Si recta igitur linea secetur utcunq; quadratū quod fit ex tota, æquū est eis quæ ex sectionibus fiunt quadratis, & ei quod bis cōprehenditur sub sectionibus rectangulo: quod demonstrasse oportuit.

ALITER idē ostēdere. Dico q̀ quadratū α β, æquū est eis quæ fiūt ex α γ et γ β quadratis ei quod bis sub α γ et γ β cōprehēditur rectāgulo. In eadē enim descriptione, quoniā æquale est α β ipsi α δ, æqualis est angulus α β δ ei qui sub α δ β, (per 5 primi.) Et quoniā omnis triāguli tres anguli duobus rectis sunt æquales (per 32 primi) trianguli α β δ tres anguli α δ β, δ β α, & β α δ, duobus rectis sunt æquales (per eandē) Rectus aūt est angulus β α δ, reliqui ergo anguli α β δ, & α δ β, uni recto sunt æquales, & sunt æquales alter alteri, uterq; igitur α β δ & α δ β, dimidiū est recti. Angulus aūt β γ η, rectus est, æquus enim est ei qui ex opposito ad α (per 29 primi) Reliquus igitur angulus γ η β, dimidiū est recti. Angulus igitur γ η β, angulo γ β η est æqualis, quare & latus β γ, æquale est ipsi γ η, sed β γ ipsi η θ est æquale, & γ η ipsi β θ est æquale. Aequilaterū igitur est γ θ, habet autem & angulū γ β θ, rectū: quadratū est igitur γ θ, & est ex β γ, & ob id etiā κ ζ quadratū est, & æquū est ei quod ex α γ: igitur γ θ & κ ζ, sunt quadrata, & æqualia sunt eis quæ ex α γ & γ β fiunt quadratis. Et quoniā æquū est α η ipsi η ε, estq; α η id quod sub α γ & γ β: æqualis enim est η γ ipsi γ β, & η ε igitur æquū est ei quod fit sub α γ & γ β: igitur α η et η ε, sunt æqualia ei quod bis fit sub α γ & γ β. Sūt autē γ θ & κ ζ, æqualia eis quæ fiūt ex α γ & γ β quadratis. Igitur γ θ, κ ζ, α η, & η ε, sunt æqualia eis quæ ex α γ & γ β, & ei quod bis fit sub α γ & γ β: sed γ θ, κ ζ, α η, & η ε, totū sunt α ε quadratū quod fit ex α β. Quadratū igitur quod fit ex α β, æquū est quadratis quæ fiūt ex α γ et γ β, & ei rectangulo quod bis comprehenditur sub α γ & β γ: quod ostendere oportuit.

CORRELARIVM. Ex hoc manifestū est, quod in quadratis * areis parallelogrāma quæ circa dimetientē, quadrata sunt. χωρίοις.

Euclid. ex Camp Propositio 5.

5 
I linea recta per duo æqualia duoq́ inæqualia secetur, quod sub inæqualibus totius sectionis rectangulū cōtinetur cū eo quadrato quod ab ea quæ inter utrasq; est sectiones describitur, æquum est ei quadrato quod à dimidio totius lineæ in se ducto describitur.

CAMP. Sit linea a b diuisa per æqualia in pūcto c, & per inæqualia in puncto d, dico quadratū c b, esse æquale ei quod fit ex a d in d, & quadrato c d. Describam quadratum c b, quod sit c b f e, in quo protraham diametrū e b, & ducam d g æquidistantē b f, quę secet diametrū e b in pūcto h, & à pūcto h educā æquidistantē lineę a b, quę sit h k secans lineā b f in pūcto m, & lineā c e in pūcto l, & protrahā a k, ęquidistantē c e. Eritq; per correlariū pręmissæ, utraq; duarū superficierū l g & d m, quadrata, & per 43 primi, duo supplementa e h & h f, ęqualia. Ergo addito quadrato d m, utriq; erit parallelogrāmū c m ęquale parallelogrāmo d f, et quia a l est ęquale c m per 36 primi, erit a h ęquale gnomoni qui circunstat quadrato l g, ergo addito utriq; quadrato l g erit a h cum quadrato l g ęquale quadrato e f, quod est propositum.

Euclid. ex Zamb. Theorema 5. Propositio 5.

Si recta linea secetur in æqualia & non æqualia, rectangulũ comprehensum sub inæqualibus segmentis totius, unà cũ quadrato eius quæ media est sectionum, æquum est ei quod à dimidia fit quadrato.

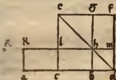
THEON ex Zamb. *Recta enim linea quædã αβ secetur quidem in æqualia in γ, & in non æqualia in δ. Dico quòd rectangulũ comprehensum sub αδ & δβ unà cum quadrato quod ex γδ, æquũ est ei quod fit ex γβ quadrato. Describatur enim (per 46 primi) ex γβ, quadratũ γεζβ, & (per primũ postulatũ) connectatur βε, & (per 31 primi) per δ, utrisq; & γε & βζ parallelus excitetur δη, secans βε in puncto θ, & rursus (per eandẽ) per θ, utrisq; αβ & εζ parallelus excitetur κμ æqualis ipsi αβ: & rursus (per eandem) per α, utrisq; γλ & βμ parallelus excitetur ακ. Et quoniã (per 43 primi) supplementũ γθ æquum est supplemẽto θζ, cõmune ponatur δμ: totũ igitur γμ, toti δζ est æquale. Sed γμ ipsi αλ est æquale, quoniã αγ ipsi γβ est æqualis, & αλ igitur ipsi δζ est æquale. Commune ponatur γθ, totũ igitur αθ ipsis δλ & δζ est æquale. Sed αθ æquũ est ei quod sub αδ & δβ, æqualis enim est δθ ipsi δβ, & ζδλ est μνξ gnomon. Gnomõ igitur μνξ, æqualis est ei quod sub αδ & δβ. Commune ponatur λη, quod æquũ est ei quod fit sub γδ: gnomõ igitur μνξ & λη, sunt æqualia rectãgulo comprehẽso sub αδ & δβ, & ei quod fit ex γδ quadrato (per 36 primi.) Sed gnomon μνξ & λη, totũ sunt quadratũ γεζβ quod est ex βγ. Rectangulũ igitur comprehensum sub αδ & δβ unà cum quadrato quod ex γδ fit, æquũ est ei quadrato quod fit ex γβ. Si recta igitur linea & quæ sequuntur reliqua, ut in theoremate: quod oportuit demonstrasse.*

Euclid. ex Camp. Propositio 6.



I recta linea in duo æqualia diuidatur, alia uerò ei linea in longũ addatur, quod ex ductu totius iã cõpositæ, in eã quæ iam adiecta est, cũ eo quod ex ductu dimidiæ in seipsam, æquũ est ei quadrato quod ab ea quæ cõstat ex adiecta & dimidia in seipsam ducta describitur. 6

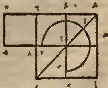
CAMPANVS. Sit linea a b diuisa per æqualia in pũcto c, eiq; addatur linea b d: dico quòd quadratũ c d, quod sit c d e f, æquale est ei quod fit ex tota a d in b d & quadrato c b. Producam in quadrato prędicto e d, diametrũ d e, & ducã lineam b g æquidistantem d f, quæ secet diametrũ d e in puncto h, à quo h, producã æquidistãtem lineæ a b, quæ sit h K, secans d f in puncto m, & c e in pũcto l, & producã a K, æquidistantem e l, eritq; per 36 primi, a l, æquale c h. At c h erit æquale h f, per 43 primi, quare a l, est æquale h f. Ergo addito c m utrobiq;, erit a m æquale toti gnomoni circunstanti l g, quare l g addito utrobiq;, erit a m cũ l g, æquale toti quadrato d c. Et quia utraq; duarũ superficierũ l g & b m est quadrata per correl. 4 huius: patet propositũ.



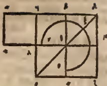
Eucl. ex Zamb. Theor. 6. Prop. 6.

Si recta linea bifariã secetur, adijciaturq; ei aliqua recta linea in rectum, rectangulũ cõprehensum sub tota cum apposita & apposita, unà cum quadrato quod fit à dimidia, æquũ est ei quod fit ex cõiuncta ex dimidia & apposita, tanquam ex una descripto quadrato. 6

THEON ex Zam. *Recta enim linea αβ secetur bifariàm in signo γ, apponaturq; ei aliqua recta linea in rectũ βδ. Dico quòd rectãgulũ comprehensum sub αδ & δβ, unà cũ quadrato quod fit ex βγ, æquũ est ei quod fit ex δγ, quadrato. Describatur (per 46 primi) ex γδ quadratũ γεζδ, & (per 1 postulatũ) cõnectatur δε, & (per 31 primi) per β signũ, utriq; earũ εγ & δζ, parallelus excitetur βη secans δε in pũcto θ, & (per eandẽ) per θ signũ, utriq; ipsarũ αδ & εζ, parallelus excitetur κμ & insuper (per eãdẽ) per α, utriq; earũ γλ & δμ, parallelus excitetur ακ. Quoniã igitur (per 36 primi) æqualis est αγ ipsi γβ, æquũ est αλ ipsi γθ. Sed (per 43 primi) γθ æquum est ipsi θζ, igitur & αλ ipsi θζ (per eandem) est æquale, commune apponatur γμ: totum igitur αμ, gnomoni νξο est æquale.*



Sed αμ est id quod fit sub αδ & δβ, æqualis enim est δμ ipsi δβ: & gnomon igitur νξο, æqualis est rectangulo cõprehenso sub αδ & δβ. Commune apponatur λθ, quod æquũ est quadrato quod fit ex γβ. Rectangulũ igitur cõprehensum sub αδ & δβ, unà cũ eo quod ex βγ quadrato, æquum est ipsi νξο gnomoni, & ipsi λθ, sed gnomõ νξο & λθ, totũ sunt γεζδ quadratũ, quod fit ex γδ. Rectã gulum igitur cõprehensum sub αδ & δβ, unà cum quadrato, quod ex βγ, æquũ est quadrato quod ex γδ. Si recta igitur linea, & quæ sequũtur reliqua: quod ostẽdere oportuit.



Euclid. ex Camp. *Propositio 7.*

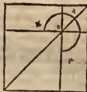


7 SI linea in duas partes diuidatur, quod fit ex ductu totius in seipsam, cum eo quod est ex ductu alterius partis in se ipsam, æquum est eis quæ ex ductu totius lineæ in candem partem bis, & ex ductu alterius partis in seipsam.

CAMPANVS. Sit linea a b diuisa in duas partes in pũcto c, dico quòd quadratum totius a b cum quadrato b c, æquũ est ei quod fit ex a b in b c bis cum quadrato a c. Describatur quadratum totius, quod sit a b d e, & ducatur diameter b d, & c f æquidistans, b e secans diametrum in puncto g, & ducatur K g h æquidistans a b. Et quia quadratũ a e cum quadrato c h tantum sunt, quãtum quadratum K f cum duabus superficiebus a h & c e: patet propositũ.

Euclid. ex Zamb. *Theorema 7.* *Propositio 7.*

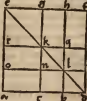
7 Si recta linea secetur utcunque, & quod ex tota & quod ex uno segmentorũ utraque fiũt quadrata, æqualia sunt, rectangulo comprehenso bis sub tota & dicto segmẽto, & ei quod à reliquo segmento fit quadrato.



THEON ex Zãb. *Recta enim linea αβ, secetur utcũq; in signo γ, dico q; quadrata ex αβ & βγ, æqua sunt rectãgulo cõtento bis sub αβ et βγ, et ei quod fit ex αγ quadrato. Describatur enim (per 46 primi) ex αβ quadratũ αδεβ, describaturq; figura. quoniã (per 43 primi) æquũ est αη ipsi ηε, cõmune apponatur γζ: totũ enim αζ, toti γε est æquale. Igitur αζ et γε, duplũ est ipsius αζ: sed αζ et γε sunt κλμ gnomõ, et γζ quadratũ, et κλμ igitur gnomon et γζ duplũ est ipsius αζ. Est autẽ ipsius αζ duplũ, etiã id quod bis sub αβ et βγ fit, æqualis enim est βζ ipsi βγ, ergo κλμ gnomõ, et quadratũ γζ, æquũ est rectãgulo cõtẽto bis sub αβ et βγ, cõmune apponatur δθ, quod est quadratũ ex αγ: gnomon igitur κλμ, & βη & θδ quadrata, æqualia sunt & ei quod bis sub αβ & βγ rectangulo continetur, & ei quod ex αγ fit quadrato. Sed κλμ gnomõ, & quadrata βη & δθ, totũ sunt βαδε & γζ, quæ sunt ex αβ & βγ quadrata: quadrata igitur ex αβ, βγ, æqualia sunt rectangulo bis sub αβ & βγ cõprehenso, cũ eo quod fit ex αγ quadrato. Si recta igitur linea, & quæ sequuntur reliqua ut in theoremate: quod demonstrasse oportuit.* *Euclid. ex Camp.* *Propositio 8.*



8 SI linea in duas partes diuidatur, eique in longũ æqualis uní diuidentiũ adiũgatur, quod ex ductu totius iam cõpositæ in seipsam fiet, æquũ erit ijs quę ex ductu prioris lineę in eã adiectam quater, & ei quod ex ductu alterius diuidentis in seipsam.



CAMPANVS. Sit a b diuisa iu pũcto c, qualitercũque cõtingat, cui addatur b d æqualis c b, dico quòd quadratũ totius a d quod sit a d e f, est æquale ei quod fit ex a b in b d quater cũ quadrato a c. Hoc autẽ patebit, ducta diametro d e, & lineis c g & b h æquidistantibus lineæ d f, & secantibus diametrũ in punctis K l, per quæ puncta ducãtur p q K r, & m l n o, æquidistãtes a d. Erit enim per correl. 4 huius, unaquæque superficierũ r g, n q & b m, quadrata. Et quia c b posita est

ta est æqualis b d, erit utraque superficierũ c l & l p, quadrata. Eruntque quatuor quadrata diuidentia quadratũ c p, æqualia, & quia totus gnomo circunstans quadrato r g, est per 36, & 43 quadruplus ei quod ex a b in b d, quia quadruplus ad superficiem a l: patet propositum.

Euclid. ex Zamb. *Theorema 8.* *Propositio 8.*

Si recta linea secet utcunque, rectangulũ cõprehẽsum quater sub tota & uno segmẽtorũ cũ eo quod ex reliquo segmẽto est quadrato, æquũ est ei quod fit ex tota et prędicto segmẽto tanque ab una descripto quadrato.

THEON ex Zamb. *Recta enim linea quędã α β secetur utcunq; in signo γ, dico quòd quater sub α β & β γ cõprehensum rectangulũ, unà cũ eo quod ex α γ quadrato, æquũ est ei quod fit ex α β et β γ, tanquã ab una descripto quadrato. Producãtur enim (per 6 secũdi) in rectã lineã ipsi α β recta linea β δ, et põatur ipsi γ β æqualis β δ (per 3 primi) Et (per 46 primi) ex α δ describatur quadratũ α ε ζ δ, et describatur dupla figura. Quoniã igitur æqualis est γ β ipsi β δ, sed γ β ipsi η κ, est æqualis, & β δ (per 34 primi) ipsi κ ν est æqualis, et η κ igitur ipsi κ ν est æqualis. et perinde π ρ ipsi ρ ο est æqualis. Et quoniã æqualis est β γ ipsi β δ, & η κ ipsi κ ν, æquũ est igitur γ κ ipsi κ δ, & π ρ ipsi ρ ν, (per 36 primi.) Sed (per 43 primi) γ κ ipsi ρ ν est æquale: supplementa enim sunt parallelogrãmi γ ο & κ δ, igitur ipsi κ ρ est æquale. Igitur δ κ, γ κ, κ ρ, & ρ ν, sibi inuicẽ sunt æqualia: ipsa quatuor igitur quadruplicata sunt ipsius γ κ. Rursus quoniã æqualis est γ β ipsi β δ, sed β δ quidẽ ipsi β κ, hoc est ipsi γ η est æqualis: & γ β igitur, hoc est η κ ipsi κ ο est æqualis: et γ η igitur ipsi π ο est æqualis. Et quoniã æqualis est γ κ ipsi κ ο, & π ρ ipsi ρ ο, æquum est α κ ipsi μ ο, & ο λ ipsi ρ ζ, sed μ ο ipsi ο λ (per 43 primi) est æquale: supplementa enim sunt parallelogrãmi μ λ: & α κ igitur ipsi ρ ζ (per 43 eiusdẽ) est æquale. Quatuor igitur α κ, μ ο, ο λ, & ρ ζ, sibi inuicẽ sunt æqualia: quatuor igitur quadruplicata sunt ipsius α κ. Ostensum autẽ est quòd quatuor γ κ, κ δ, κ ρ, & ρ ν ipsius γ κ quadruplicata: octo igitur quæ gnomonẽ σ τ υ cõplectũtur, quadruplicata sunt ipsius α κ. Et quoniã α κ est quod sub α β & β δ, æqualis enim est β κ ipsi β δ quod igitur quater est sub α β & β δ, quadruplicatũ est ipsius α κ: ostensum est autẽ quòd ipsius α κ quadruplicatus est gnomon σ τ υ. Igitur id quod quater est sub α β & β δ, gnomoni σ τ υ æquũ est. Cõmune apponatur ξ θ, quod æquũ est quadrato quod ex α γ. Rectangulũ igitur quater sub α β & β δ comprehensum, cũ quadrato quod ex α γ, æquũ est gnomoni σ τ υ & (ei quod est) ξ θ. Sed σ τ υ gnomon & ξ θ, totum sunt α ε ζ δ quadratũ, quod est ex α δ: quod igitur quater sub α β & β δ, unà cũ eo quod fit ex α γ, æquũ est ei quod fit ex α δ quadrato: æqualis autẽ est β δ ipsi β γ. Rectãgulũ igitur comprehensum quater sub α β & β γ, unà cum eo quod fit ex α γ quadrato, æquum est ei quod fit ex α δ, hoc est ei quod ex α β & β γ tanquam ab una descriptum est quadrato. Si recta igitur linea, & quæ sequuntur reliqua: quod erat ostendendum.*

Euclid. ex Camp. *Propositio 9.*

SI linea in duo æqualia duoque inæqualia diuiditur, quæ fiunt ex ductu utriusque inæqualium sectionũ in seipsam pariter accepta, duplũ sunt utrisque pariter acceptis, quę quidẽ ex dimidia, eaque quæ utrique sectioni interiacet quadratis, describũtur.

CAMP. Sit linea a b diuisa per æqualia in c, & per inæqualia in d. Dico quòd quadratũ a d & quadratũ d b simul iuncta, dupla sunt quadrato a c & quadrato c d simul iunctis. Super lineã a b, erigo lineã c e, perpendicularẽ & æqualẽ utrique earũ linearũ a c & c b, & produco e a & e b, eritque per 32 primi, uterque angulorũ a & b, & uterque angulorũ partialiũ qui sunt ad e, medietas recti, totusque e, rectus. Et produco d f, æquidistãtẽ c e, & perpẽdicularẽ super lineã a b, eritque uterque angulorũ d, rectus, & ãgulus d f b, medietas recti per 32 primi, siue 2 partẽ 29 primi. Quare per 6 primi d f & d b sunt æqualia. A puncto f duco f g, æquidistantẽ a b, eritque per 2 partẽ 29 primi, & per 32 eiusdẽ, uterque angulorũ g, rectus, & angulus e f g per 32 medietas recti, quare per 6 eiusdẽ, latera e g & g f, sunt æqualia. Et quia per penultimam eiusdem, quadratum e f est æquale quadrato e g, & quadrato g f, ipsum erit duplum ad quadratum g f, quare ad quadratum c d. Item quia per eandem quadratum e a est æquale quadrato a c & quadrato c e, ipsum erit duplum ad quadratum a c: & quia quadratum a f est æquale quadrato e f & a e per eandem, ipsum erit duplum ad quadra-

tum a c & ad quadratum c d. Sed quadratū a f, est iterū æquale per eandem quadrato a d & quadrato d f, ergo quadratum a d & quadratum d f, dupla sunt ad quadratum a c & ad quadratum c d. Et quia quadratum d f est æquale quadrato d b, erunt quadrata duarum linearum a d & d b, dupla quadratis duarū linearū quæ sunt a c & c d. quod est propositum.

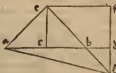
Euclid. ex Zamb. *Theorema 9.* *Propositio 9.*

9 Si recta linea secetur in æqualia & non æqualia, quæ ab inæqualibus totius segmētis fiunt quadrata, dupla sunt eius quod à dimidia & eius quod ab ea quæ media est sectionū fit, quadratorū.

THEON *ex Zamb.* *Recta enim linea quædam αβ, secetur in æqualia in signo γ, & in non æqualia in δ. Dico quòd quadrata ex αδ & δβ, dupla sunt eorum quæ ex αγ & γδ sunt quadratorum. Excitetur enim (per 11 primi) ex γ signo ipsius αβ, ad āgulos rectos γε, & ponatur (per 3 primi) æqualis utriq; ipsarum αγ & γβ, & (per 1 postulatum) cōnectantur αε & εβ. Et (per 31 primi) per δ ipsi εγ, parallelus excitetur δζ, & (per eandem) per ζ ipsi αβ, parallelus excitetur ζη, & (per 1 postulatū) connectatur αζ. Et quoniam æqualis est αγ ipsi γε, æqualis est (per 5 primi) angulus εαγ angulo γεα. Et quoniā rectus est angulus qui ad γ, reliqui igitur anguli εαγ & αεγ, uni recto sunt æquales: uterq; igitur eorum qui sub αεγ & εαγ, recti dimidius est. Ob id quoq; & uterq; ipsorum εβγ & γεβ, recti dimidius est. Totus igitur αεβ, rectus est. Et quoniam qui sub ηεζ recti dimidium est, rectus autē qui sub εηζ, æqualis enim interiori est opposito (per 29 primi) hoc est ipsi εγβ, reliquus igitur qui sub εζη recti dimidius est. Aequus igitur est (per 6 cōmunē sentētiā) qui sub ηεζ, ei qui sub εζη: quare (per 6 primi) et latus εη, lateri ζη est æquale. Rursus quoniā āgulus qui ad β, recti dimidius est, rectus autē est qui sub ζδβ, æqualis enim rursus est interiori & opposito ipsi εγβ (per 29 primi) reliquus igitur qui sub βζδ, recti dimidius est. Aequalis igitur est angulus qui ad β ipsi δζβ. Quare (per 6 primi) & latus δζ, lateri δβ est æquale. Et quoniā αγ æqualis est ipsi γε, & æquum est quod ex αγ ei quod ex γε: quadrata igitur quæ sunt ex γα & γε, eius sunt dupla quod est ex αγ. At (per 47 primi) eis quæ sunt ex αγ & γε, æquum est quod ex εα fit quadratum: angulus enim qui sub αγε, rectus est. Igitur quod ex αε fit, eius quod est ex αγ, duplum est. Rursus quoniam æqualis est εη ipsi ηζ, æquum est id quod ex εη, ei quod ex ηζ. quadrata igitur quæ sunt ex ηε & ηζ, dupla sunt quadrati quod ex ηζ. Quadratis autem quæ fiunt ex εη, & ηζ, æquum est id quod ex εζ (per 47 primi) quadratum igitur quod ex εζ, duplum est eius quod ex ηζ. Aequalis autem est ηζ ipsi γδ: igitur quod ex εζ duplum est eius quod ex γδ. Est autem & id quod ex αε, duplum eius quod fit ex αγ. Quadrata igitur, quæ ex αε & εζ, quadratorum quæ fiunt ex αγ & γδ, dupla sunt. Eis autem quæ fiunt ex αε & εζ, æquum est id quod ex αζ fit quadratum (per 47 primi.) Rectus enim est angulus qui sub αεζ. Quadratum igitur ex αζ, eorum quæ ex αγ & γδ fiunt, duplum est. Ei autem quod fit ex αζ, æqualia sunt ea quæ fiunt ex αδ & δζ (per 47 primi) rectus enim est angulus qui ad δ. Ea igitur quæ ex αδ & δζ, dupla sunt eorū quæ ex αγ & γδ fiunt quadratorū. Aequalis autē est δζ ipsi δβ, quadrata igitur quæ ex αδ & δβ fiunt, dupla sunt eorum quæ ex αγ & γδ fiunt, quadratorū. Si recta igitur linea secetur in partes æquales & inæquales, quæ ab inæqualibus totius segmentis fiūt quadrata, dupla sunt eius quod ex dimidia, & ex medio segmentorum fit, quadratorum: quod oportuit demonstrare.*

Euclid. ex Camp. *Propositio 10.*

10 I linea in duo æqualia diuidatur, eiq; in longum alia addatur, quadratum quod describitur à tota cum addita, & quadratū quod ab ea quæ addita est utraq; quadrata pariter accepta, ei quadrato quod à dimidia, eiq; quod ab ea producitur quæ ex dimidia adiectaq; cōsistit, utrisq; quadratis pariter acceptis dupla esse necesse est.



CAMPANVS. Sit linea a b diuisa per æqualia in c, & addita sibi linea b d, dico quòd duo quadrata duarū linearum a d & b d, pariter accepta, dupla sunt duobus quadratis duarum linearum a c & c d, pariter acceptis. Erigo c e perpendicularē super lineā a b, & æqualē utriq; linearū a c & c b, & perficio triangulum a e b, ductis lineis a e & e b, eritq; ut in præmissa uterque angulorum a & b, & uterque eorum, qui sunt ad e, medietas recti per 32 primi

Euclid. ex Camp. *Propositio 11.*

11 DAtam lineam sic secare, ut quod sub tota & una portione rectangulum cõtinetur, æquum sit ei quod fit ex reliqua sectione quadratum.

CAMPANVS. Sit linea data a b, quam uolumus sic diuidere: ut quod ex tota & una eius portione producitur, æquum sit quadrato alterius. Describo quadratum ipsius a b, quod sit a b c d. Latus b d diuido per æqualia in e, & produco a e: & e b produco usq; ad f: ita quòd e f sit æqualis a e. Et ex b f portiõe extrinseca, describo quadratum quod ex latere a b resecat portionem æqualem b f, quæ sit b h: & quadratum descriptum sit b f h g. Dico quòd a b sic est diuisa in puncto h, quòd illud quod fit ex tota a b in eius portionem h a, est æquale quadrato h b. Produco g h usque ad k, quę erit ęquidistans a c. Quia ergo linea d b diuisa est per æqualia in e, & est sibi addita linea b f, erit per 6 huius, quod fit ex d f in b f cũ quadrato e b, æquale quadrato e f: quare & quadrato e a: quare per penultimã primi, quadratis duarum linearum e b & b a. Ergo dempto ab utrisq; quadrato lineæ e b, erit quod fit ex d f in b f, & ipsum est superficies d g, ęquale quadrato lineæ a b. Ergo dempto ab utrisq; parallelogrãmo h d, erit quadratum h f æquale parallelogrammo h c. Et quia quadratum h f est quadratum lineæ h b, & parallelogrammum h c producitur ex c a, quæ est æqualis a b, in a h, patet factum esse propositum. ¶ Ad hoc autem faciendũ in numeris, non labores: quia impossibile est numerum sic diuidi, ut hic undecima proponit, sicut scies, sexti 26 te docente.

Euclid. ex Zamb. *Problema 1.* *Propositio 11.*

11 Datam rectam lineam secare, ut quod sub tota & altero segmento comprehensum rectangulũ, æquum sit ei quod fit ex reliquo segmento quadrato.

THEON *ex Zamb. Sit data recta linea αβ: oportet autem ipsam αβ secare, ut quod sub tota & altero segmento comprehensum rectangulum, æquum sit ei quod fit ex reliquo segmento, quadrato. Describatur (per 46 primi) ex αβ, quadratum αβγδ, & secetur (per 10 primi) αγ bifariam, in ε signo, & connectatur βε. Et extendatur (per 2 postulatum) γα, in ζ, & ponatur (p 3 primi) ipsi βε, æqualis εζ. Et (per 46 primi) ex αζ describatur quadratũ ζηθα, & extendatur (per 2 postulatũ) ηθ, in κ. Dico quòd αβ secatur in θ, ut quod ex αβ, & βθ, comprehensum rectangulum, æquum sit ei quod fit ex αθ, quadrato. Quoniam enim recta linea αγ secta est bifariam in ε, adiacet autem ei αζ, igitur (per 6 secundi) rectangulũ comprehensum sub γζ, & ζα, unà cum eo quod fit ex αε, quadrato, æquũ est ei quod fit ex εζ quadrato, æqualis autẽ est εζ, ipsi εβ: rectangulum igitur comprehensum sub γζ, & ζα, unà cum eo quod fit ex εα quadrato, æquum est ei quod fit ex εβ quadrato. Sed ei quod fit ex εβ, æqualia sunt (per 47 primi) ea quæ fiunt ex βα, & αε, quadrata: rectus enim est angulus qui ad α. Quod igitur est sub γζ, & ζα, cum eo quod fit ex αε, æquum est eis quæ fiunt ex βα, & αε. Commune auferatur id quod ex αε, reliquum igitur rectangulum comprehensum sub γζ, & ζα: æquum est ei quod fit ex αβ, quadrato. Et id quidẽ quod fit sub γζ, & ζα, est ipsum ζκ: æqualis enim est ζα, ipsi ζη. Id autem quod fit ex αβ, est ipsum αδ. Igitur ζκ æquum est ipsi αδ. Commune auferatur ακ, reliquum igitur ζθ, ipsi θδ, est æquale. Est autem θδ, id quod sub αβ, & βθ, æqualis enim est αβ, ipsi βδ. At ζθ, id est quod ex αθ. Rectangulum igitur comprehensum sub αβ & βθ, æquum est ei quod fit ex θα, quadrato. Data igitur recta linea αβ, in θ, dissecta est, ut rectangulum sub αβ, & βθ comprehensum, æquum sit ei quod ex αθ fit quadrato: quod fecisse oportuit.*

Euclid. ex Camp. *Propositio 12.*

12 IN his triangulis qui obtusum habent angulũ, tanto ea quę obtusum subtendit angulum, ambobus reliquis lateribus quæ obtusum cõtinent angulum amplius potest, quantum est quod continetur bis sub uno eorum, atq; ea quæ ei directè iuncta ad obtusum angulũ, à perpendiculari extrà deprehenditur.

CAMPANVS. Sit triangulus a b c, habens angulum a, obtusum. A puncto c, ducatur linea perpendicularis ad lineam b a quæ necessariò cadet extra triangulum a b c: alioqui angulus obtusus esset rectus aut minor recto per 16 primi: sit ergo c d perpẽdicularis super lineam a b productam usque ad d. Dico quód quadratum lateris b c quod subtenditur angulo obtuso, tanto maius est duobus quadratis duarum linearum a b & a c ambientibus ipsum angulum obtusum, quantum est illud quod fit ex b a in a d bis. (Potentia enim lineæ, respectu quadrati sui est, unde tantum dicitur posse linea quælibet, quantum in se ducta producit.) Erit enim per 4 huius, quadratum b d, æquale duobus quadratis duarum linearum b a & a d, & duplo eius quod fit ex b a in a d. Et quia quadratum b c per penultimam primi est æquale quadrato b d & quadrato d c: ipsum erit æquale quadratis trium linearũ b a, a d, & d c, & duplo eius quod fit ex b a in a d. Sed per eandem, quadratum a c, est æquale quadratis a d & d c. ergo quadratum b c, est æquale quadratis duarum linearum b a & c a: & duplo eius, quod fit ex b a in a d. Quare b c tanto amplius potest duabus lineis b a, a c, quantum est duplum eius quod fit ex b a in a d. Iam enim diximus quód tantum dicitur posse linea quælibet, quantum in se ducta, producit: quod est propositum.

Euclid. ex Zamb. *Theorema 11.* *Propositio 12.*

In obtusi angulis triangulis, quod ab obtusum angulum subtendente latere fit quadratum, maius est eis quæ fiunt ab obtusum angulum comprehendentibus lateribus, quadratis, comprehenso bis sub uno eorum qui sunt circa obtusum angulum, in quod protractum cadit perpendicularis, & assumpto extrinsecus sub perpendiculari ad obtusum angulum. 12

THEON ex Zamb. *Sit obtusi anguli triangulum α β γ, obtusum habens angulum β α γ, & ducatur ex β signo, in γ α, productam (per 12 primi) perpendicularis β δ. Dico quód quadratum quod ex β γ, maius est eis quæ fiunt ex β α, & α γ, quadratis: bis sub γ α, & α δ, comprehenso rectangulo. Quoniam enim recta linea γ δ, secta est utcunque in α, signo: igitur (per 4 secũdi) quod fit ex γ δ æquum est eis quæ fiunt ex γ α, & α δ, quadratis, & bis sub γ α & α δ comprehenso rectangulo. Commune ponatur id quod ex δ β. Ea igitur quæ sunt ex γ δ, & δ β, æqua sunt eis quæ fiunt ex γ α, & α δ, & δ β, quadratis, & bis sub γ α & α δ, cõprehenso rectangulo. Sed eis quæ sunt ex γ δ & δ β: æquum est id quod ex γ β, (per 47 primi) rectus enim est angulus qui ad δ. Eis autem quæ fiunt ex α δ, & δ β, (per eandem) æquum est id quod fit ex α β. Quadratum igitur quod fit ex γ β, æquum est eis quæ fiunt ex γ α & α β, quadratis (per eandem) & bis sub γ α, & α δ, comprehenso rectangulo. Quare quadratum quod fit ex γ β, eis quæ fiunt ex γ α, & α β, maius est: bis sub γ α, & α δ, comprehenso rectangulo. In amblygoniis igitur triangulis, quod ab obtusum angulum subtendente latere fit quadratum, maius est, & quæ sequuntur reliqua: quod ostendere oportuit.*

Euclid. ex Camp. *Propositio 13.*

OMnis oxygonii tanto ea quæ acutum respicit angulum ambobus lateribus angulum acutum continentibus minus potest: quantum est quod bis continetur sub uno eorum, cui perpendicularis intrà superstat, eaque sui parte quæ perpendiculari anguloque acuto interiacet. 13

CAMPANVS. Quod hic proponitur de latere subtenso alicui angulo acuto, in triangulo oxygonio: ueritatem habet de latere subtenso cuilibet angulo acuto in omni triangulo, siue sit orthogonius, siue amblygonius, siue oxygonius. Sit ergo in triangulo a b c, quicunque triangulus fuerit, angulus c acutus: qui si fuerit oxygonius, ducatur perpendicularis ab quouis angulorum a uel b, ad quamuis basin b c uel a c: quia cùm sic fuerit, semper cadet perpendicularis intra triangulum. Si autem sit amblygonius aut orthogonius, ab angulo obtuso uel recto ducatur perpendicularis ad latus oppositum, quam manifestũ est cadere intra triangulum. Et, ut simpliciter dicã, cúm in omni triãgulo sint duo acuti anguli, necessariò erit alter reli-

reliquorum angulorum qui sunt a & b, acutus. Ducam igitur perpendicularem, ad lineam illam quæ duobus acutis interiacet. Sit ergo ut trianguli a b c: angulus b etiam sit acutus: ducam ergo ad b c, perpendicularem quæ sit a d, quæ (ut dictum est) cadet intra triangulum. Dico itaq; quod quadratum lateris a b quod subtenditur angulo acuto c, tanto minus est duobus quadratis duarum linearum a c & c b, quantum duplum eius quod fit ex b c in d c. Vel dico quod quadratum a c quod etiam subtenditur angulo b quem posuimus acutum (quicquid fuerit de angulo a) tanto minus est duobus quadratis duarum linearum a b, & b c, quantum est duplum eius quod fit ex c b in b d. Erit enim per 7 huius, quadratū b c cū quadrato d c, æquale ei quod fit ex b c in d c bis, & quadrato alterius partis scilicet b d, quare addito utriq; quadrato a d, erit quadratū b c cum quadratis duarum linearum a d & d c, æquale quadratis duarum linearū a d & d b, & duplo eius quod fit ex c b in c d. At quia per penultimam primi, quadratum a c est æquale quadratis duarum linearum a d & d c: erit quadratum b c cum quadrato a c, æquale quadratis duarum linearum a d & b d, & duplo eius quod fit ex b c in c d. Sed per eandem penultimā primi, quadratū a b, æquum est quadratis duarum linearum a d & b d: ergo quadratum b c cum quadrato a c, æquum est quadrato a b: & duplo eius quod fit ex b c in c d: quare tanto minus potest a b duobus lateribus b c & a c: quantum est duplum eius quod fit ex b c in c d, quod est propositum. Simili modo probabis, latus a c quod subtenditur angulo b acuto, posse tāto minus duobus lateribus a b & b c: quantum est duplum eius quod fit ex c b in b d. ¶ Notandū autem per hanc & præcedentem & penultimam primi, quod cognitis lateribus omnis trianguli, cognoscitur area ipsius, & auxiliantibus tabulis de chorda & arcu, cognoscitur omnis eius angulus.

Euclid. ex Zamb. *Theorema 12.* *Propositio 13.*

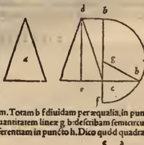
13 In oxygonijs triangulis, quod ex acutum angulum subtendente fit quadratum, minus est eis quæ ex acutum angulum comprehendentibus lateribus fiunt quadratis: comprehenso bis sub uno eorum quæ sunt circa acutum angulū, in quod perpendicularis cadit, & sumpto intus sub perpendiculari ad acutum angulum.

THEON ex Zamb. *Sit oxygonium triangulum α β γ, acutum habens angulum qui ad β, & (per 12 primi) ducatur ab α signo, in β γ, perpendicularis α δ. Dico quod quadratum ex α γ, minus est quadratis quæ fiunt ex γ β & β α, comprehenso bis rectangulo sub γ β, & β δ. Quoniā enim recta linea β γ dissecta est utcunq; in δ, igitur (per 7 secundi) quadrata quæ ex γ β, & β δ, æqualia sunt bis sub γ β, & β δ, comprehenso rectangulo, & ei quod fit ex γ δ quadrato. Commune apponatur quadratum, quod ex δ α. Igitur quadrata quæ ex γ β, & β δ, & δ α, (per 7 secundi) æqualia sunt rectangulo comprehenso bis sub γ β, & β δ, & eis quæ fiunt ex α δ, & δ γ, quadratis. Sed eis quæ fiunt ex β δ, & δ α, æquum est id quod fit ex α β, angulus enim quē ad δ, rectus est. Eis autem quæ fiunt ex α δ, & δ γ, æquum est id quod ex α γ, (per 47 primi) ea igitur quæ fiunt ex γ β, & β α, æqualia sunt ei quod fit ex α γ, & ei quod bis fit sub γ β, & β δ. Quare solum quod fit ex α γ, minus est eis quæ fiunt ex γ β, & β α, quadratis: eo quod est bis sub γ β, & β δ, comprehenso rectangulo. In oxygonijs igitur triangulis, & quæ sequuntur reliqua: quod ostendere oportebat.*

Euclid. ex Camp. *Propositio 14.*

14 
Ato trigono, æquum quadratum describere.

CAMPANVS. Sit datus trigonus a: cui nos uolumus æquum quadratum describere. Designabo superficiē æquidistātium laterum & rectorum angulorum æqualem trigono dato, secundum quod docet 42 primi: sitq; superficies illa b c d e: cuius si latera fuerint æqualia, habemus quod quęrimus: ipsa enim erit quadrata per diffinitionem. Si autem latera fiut inæqualia, tunc adiūgam minus ipsorum laterum maiori, secundū rectitudinem: sitq; linea c f, æqualis minori duorum laterum, quod est c e, adiuncta maiori quod est b c, secundum rectitudinem. Totam b f diuidam per æqualia, in puncto g, & facto g centro, super lineam b f secundum quantitatem lineæ g b: describam semicirculum b h, & latus e c producam, usquequo secet circunferentiam in puncto h. Dico quod quadra-



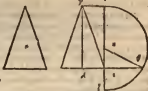
tum lineæ c h, est æquale trigono dato. Producam lineam g h. Et quia linea b f diuisa est per æqualia in g, & per inæqualia in c, erit per 5 huius, quod fit ex ductu b c in c f cum quadrato c g, æquale quadrato g f, quare & quadrato g h, quare per penultimam primi, & duobus quadratis duarum linearum g c & c h. Ergo dempto utrinque quadrato c g, erit quod fit ex b c in c f (quod est æquale superficiei b e, eo quod c f est) æquale quadrato lineæ c h, quare quadratum lineæ c h, est æquale trigono a, quod est propositum.

CAMPANI additio. Et nota quod per hoc inuenitur latus tetragonicum cuiuslibet altera parte longioris, & simpliciter omnis figuræ rectis lineis contentæ: quæcunque fuerit, quoniam omnem figuram talem in triangulos resoluemus: & cuiuslibet illorum triangulorū inueniemus tetragonicum latus secundum doctrinam istius, & inueniemus per penultimam primi, lineam unam, quæ possit in omnia latera tetragonica inuenta. Verbi gratia, uolo inuenire latus tetragonicum rectilineæ figuræ irregularis a b c d e f, Resoluo eam in tres triangulos qui sunt a b f, & c d e, & f c e. Inuenio quoque secundum doctrinam istius: tria latera tetragonica istorum trium triangulorum, quæ sunt g h, h k, & k l: & erigo h k, perpendiculariter super g h, & produco g k, eritq; per penultimam primi, quadratum g k, æquale quadratis duarum linearum g h, & h k: & tertium latus k l, erigo perpendiculariter super lineam g k, & produco lineam g l, eritq; per penultimam primi, g l latus tetragonicum totius figuræ rectilineæ propositæ.

Euclid. ex Zamb. *Problema 2.* *Propositio 14.*

14 Dato rectilineo, æquum quadratum constituere.

THEON ex Zamb. *Sit datum rectilineum α, oportet ei rectilineo æquum quadratum constituere: constituatur (per 45 primi) ipsi α, rectilineo: æquum parallelogrammum rectangulum β γ δ ε. Si æqualis est β ε, ipsi ε δ, factum iam est problema: constituitur enim ipsi α, rectilineo, æquum quadratū β δ. Si autem non, ipsarum β ε, ε δ, altera maior est. Sit maior β ε, & producatur in ζ, & ponatur ipsi ε δ, æqualis ε ζ, (per 3 primi,) & (per 10 primi) secetur β ζ, bifariā in η. Et centro quidem η, spatio uerò aut η β, aut η ζ, semicirculus describatur β θ ζ, & (per 2 postulatum) producatur δ ε, in θ, & (per 1 postulatum) connectatur η θ. Quoniam igitur recta linea ζ β, secta est in æqualia in η, & in inæqualia in ε, igitur (per 5 secundi) rectangulum comprehensum sub β ε, & ε ζ, cum quadrato quod fit ex ε η, æquum est ei quod ex η ζ, quadrato. Aequalis autem est η ζ, ipsi η θ: rectangulū igitur comprehensum sub β ε, & ε ζ, (per 5 secundi) cum eo quod ex η ε, fit quadrato, æquum est ei quod fit ex η θ, ei autem quod fit ex η θ, æqualia sunt ea quæ ex θ ε, & η ε, fiunt quadratis, (per 47 primi.) Quod igitur fit sub β ε, & ε ζ, cum eo quod fit ex η ε: æquum est eis quæ fiunt ex θ ε, & η ε, commune auferatur quadratum quod ex ε η: reliquum igitur rectangulum comprehensum sub β ε, & ε ζ, æquū est ei quod fit ex ε θ, quadrato. Sed id quod sub β ε, & ε ζ est, quod ipsum β δ, æqualis enim est ε ζ, ipsi ε δ, parallelogrammum igitur β δ, æquum est ei quod fit ex θ ε, quadrato. Sed β δ, æquum est ipsi α, rectilineo: & α igitur rectilineum æquum est quadrato descripto ex ε θ. Dato igitur rectilineo α, æquum quadratum constitutum est sub ε θ, descriptum: quod fecisse oportuit.*



LIBRI SECVNDI FINIS.

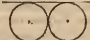
EVCLIDIS MEGARENSIS GRAECI PHILOSOPHI, GEOMETRICORVM ELEmentorum, Liber tertius.

Ex Campano. *Diffinitiones.*


Vorum diametri sunt æquales, ipsos circulos æquales esse. Maiores autem, quorum maiores. Et minores, quorum minores. 2 Circulum linea contingere dicitur: quæ cùm circulum tangat, in utranque partem eiecta circulum non secat. 3 Circuli sese contingere dicuntur, qui se tangentes, se inuicem non secant.

Circuli æquales. *Maior.* *Minor.* *Linea circulum contingens.*





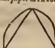
Circuli se contingentes.

4 Rectæ lineæ in circulo æqualiter distare dicuntur à centro, cùm à centro ad ipsas ductæ perpendiculares, fuerint æquales. 5 Plus uerò distare à centro dicitur, in quam perpendicularis longior cadit. 6 Recta linea portionem circuli continens, chorda nominatur. 7 Portio uerò circunferentiæ, arcus nuncupatur. 8 Angulus autem portionis dicitur, qui à chorda & arcu continetur. 9 Supra arcum angulus consistere dicitur, qui à quolibet puncto arcus ad chordę terminos duabus rectis lineis exeuntibus continetur.

In circulo rectæ lineæ. *Ang portionis.* *Arcus.* *Angulus super arcũ consistens.*







Chorda.

10 Sector circuli, est figura quæ sub duabus à centro ductis lineis, & sub arcu qui ab eis comprehenditur, continetur. 11 Angulus autem qui ab eis lineis ambitur, supra centrum consistere dicitur. 12 Similes circulorum portiones dicuntur, in quibus qui supra arcum consistunt anguli, sibi inuicem sunt æquales. 13 Arcus quoque similes sunt, qui æquos angulos prædicto modo suscipiunt.

Sector circuli. *Angulus super centrum consistens.* *Similes circuli portiones & similes arcus.*






Ex Zamberto. *Diffinitiones.*

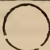


Equales circuli ſunt, quorum dimetientes ſunt ęquales, uel quorum quæ ex centris ſunt æquales. 2 Recta linea circulum tangere dicitur, quæ circulum tangens & eiecta, circulum non ſecat. 3 Circuli ſeſe tangere adinuicem dicuntur, qui ſeſe inuicē tangentes, ſe non inuicem ſecant.

Circuli æquales.



Linea circulum tangens.

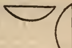


Circuli ſe tangentes.



4 In circulo æqualiter diſtare à centro rectæ lineæ dicuntur, cùm à centro in eas perpendiculares ductæ ſunt æquales. Magis autem diſtare dicitur, in quam maior perpendicularis cadit. 5 Segmentum circuli, eſt figura comprehenſa ſub recta linea, & circuli circunferentia. 6 Segmenti angulus eſt, qui ſub recta linea & circuli circunferentia comprehenditur. 7 In ſegmento autem angulus eſt, cùm in circunferentia ſegmenti ſumitur aliquod ſignum, & ab eo in rectæ lineæ fines quæ baſis eſt ſegmenti rectæ lineæ coniunguntur, angulus qui continetur, ſub coniunctis rectis lineis eſt.



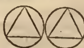




8 Cùm uerò comprehendentes angulum rectæ lineæ, aliquam ſuſcipiunt circunferentiam, in illa angulus eſſe dicitur. 9 Sector autem circuli, eſt cùm ad centrum circuli ſteterit angulus, comprehēſa figura ſub angulum comprehendentibus rectis lineis, & aſſumpta ſub eis circunferentia. 10 Similia ſegmenta circuli, ſunt quæ angulos æquos ſuſcipiunt: uel in quibus anguli ſibi inuicem ſunt æquales.







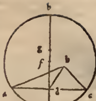
Euclid. ex Camp. *Propoſitio 1.*



Irculi propoſiti, centrum inuenire. Vnde manifeſtum eſt quòd duabus rectis lineis in eodem circulo apud circunferentiam terminatis, neutra illarum alteram per æqualia orthogonaliter ſecat: niſi ipſa ſuper centrum tranſierit.

CAMPANVS. Sit circulus propoſitus a b c, cuius uolumus centrum inuenire. Duco in ipſo circulo lineam a c, qualitercunque contingat, quam diuido per æqualia in puncto d, à quo duco perpendicularem ad lineam a c, quam applico circunferentiæ ex utraque parte: ſitque e d b, quam rurſus diuido per æqualia in puncto f, quem dico eſſe centrum circuli. Si enim non eſt, erit autem alibi aut in linea e b, aut extra. In linea e b, non. Si enim fuerit in ea ut in puncto

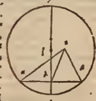
cto g, erit linea e f maior linea e g, pars uidelicet toto, quod est impossibile. Quod si fuerit extra lineã e b, ut in pũcto h, ducãtur lineę h a, h d, h c. Et quia latera h d, et d a triãguli h d a sunt ęqualia laterib⁹ h d & d c triãguli h d c, & basis h a basi h c, erit (p 8 primi) angul⁹ a d h æqualis angulo c d h, quare uterq; rect⁹, & quia angul⁹ a d b fuit etiã rectus, erit a d h ęqualis a d b (per 3 petitionem) primi, pars uidelicet toti, quod est impossibile. Non est ergo centrũ dati circuli alicubi, quàm in puncto f, quod est propositum.



Euclid. ex Zamb. Problema 1. Propositio 1.

1 Dati circuli, centrum inuenire.

THEON ex Zãb. *Sit datus circulus αβγ, oportet ipsius circuli αβγ, cẽtrũ inuenire. Excitetur in eo linea quædã recta utcũq;, sitq; αβ. Et (p 10 primi) secetur bifariã in δ, & (p 11 eiusdẽ) ab ipso δ, ipsi αβ, excitetur δγ ad angulos rectos, et (per postulatũ secundũ) extẽdatur in ε, seceturq; (per 10 primi) γε, bifariã in ζ. Dico quòd ζ, centrum est circuli αβγ. Non enim, sed si poßibile est, sit η, & (p 1 postulatũ) connectatur ηα, ηδ, ηβ. Et quoniã æqualis est αδ, ipsi δβ, cõmunis autẽ δη, duæ igitur αδ, et δη, duabus βδ, & δη, sunt æquales altera alteri, et (p 15 diffinitionẽ primi) basis ηα, basi ηβ, est æqualis: ex centro enim igitur (p 8 primi,) angulus αδη, angulo βδη, est æqualis. Cũ autẽ recta linea sup rectã cõsistens lineã, utrobiq; angulos æquos adinuicẽ fecerit, eorũ angulorũ uterq; (p 10 primi diffinitionẽ) rectus erit. Angulus igitur βδη, rectus est: at angulus ζδβ, nõ rectus est. Angulus igitur ζδβ, ãgulo βδη (p 4 postulatũ) æqualis, maior minori, quod est impoßibile. Igitur η nõ est centrũ circuli αβγ. Similiter ostendemus, quòd nullũ aliud præter ζ. Igitur ζ, centrũ est circuli αβγ, quod fecisse oportuit.*

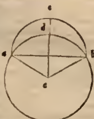


CORREL. *Hinc est manifestũ: quòd si in circulo recta linea aliqua aliquã rectã lineam bifariã, & ad angulos rectos dispescit in dispeciente est centrum circuli.* Euclid. ex Camp. Propositio 2.



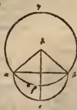
1 V per circuli circunferentiã duobus punctis signatis, lineam rectam ductam ab altero ad alterũ circulũ secare necesse est.

CAMPANVS. Sit ut in circunferentia circuli a b, cuius centrum sit c, signata sunt duo puncta, quæ sunt a & b, Dico quòd linea recta coniũgens unũ cum altero, secabit circulũ. Alioqui cadet extra circulũ, sitq; a e b, linea recta: si possibile est. Producã lineas c a & c b, erũtq; (per 5 primi) angulus c a b & c b a æquales: protrahã item lineã c e, quæ secet circũferẽtiam in pũcto d, eritq; (per 16 primi) angulus a e c maior angulo c b e, quare maior ãgulo c a e, quare per (per 18 eiusdẽ) latus a c, maius latere c e, & quia est æqualis c a, erit c d, maior c e, pars toto, quod est impossibile. Quia ergo linea cõiungẽs duo pũcta a b, nõ trãsibit extra circulũ, secabit ipsum: quod est propositũ.



Euclid. ex Zamb. Theorema 1. Propositio 2.

2 Si in circuli circũferẽtia duo fuerint signa utcũq; sumpta, ea signa cõnectẽs recta linea intra ipsum circulum cadit. THEON ex Zãb. *Sit circulus αβγ, & in eius circũferentia sint utcũq; bina signa αβ. Dico quòd recta linea applicata ex α in β intra ipsum circulum αβγ, cadit. Non enim, sed si poßibile est, cadat extra αεβ. Et contingat siue accipiatur centrum circuli, sitq; illud (per præcedentem) δ, & (per 1 postulatum) connectatur δα, δβ, & extendatur δζ, ad ε. Quoniam igitur æqualis est (per 15 diffinitionẽ) primi, δα, ipsi δβ, æqualis est angulus δαε, angulo δβε. Et quoniam trianguli δαε, unum latus producitur αεβ, igitur (per 16 primi) angulus δεβ, angulo δαε, maior est. Aequalis autem est angulus δαε, ei qui sub δβε, Maior igitur est angulus δεβ, angulo δβε: maiori autem angulo, maius latus subtenditur (per 18 primi,) maior igitur est δβ, quàm δε. Aequalis autem est (per 15 diffinitionem primi) δβ, ipsi δζ, maior igitur est δζ, quàm δε, minor maiore, quod est impoßibile. Recta igitur extensa linea ex α, in β,*



extra ipsum circulū non cadit. Similiter etiā demonstrabimus quòd neq; in ipsam circunferentiā intra igitur. Si in circuli circūferētia igitur, et quæ sequūtur reliqua ut in theoremate: quod demōstrasse oportuit.

Euclid. ex Camp. *Propositio 3.*



SI lineam intra circulum præter centrum collocatam alia à centro ueniens per æqua secet, orthogonaliter super eam insistere: & si in eam orthogonaliter steterit, eam per æqualia diuidere, necesse est. 3

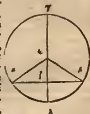
CAMPANVS. Sit ut lineam a b collocatam intra circulum a b, cuius centrum sit c, linea c d ueniens à centro, diuidat per æqualia. Dico quòd diuidit eam orthogonaliter, & econuerso, uidelicet si diuidit eam orthogonaliter, diuidit eam per æqualia. Producam lineas c a & c b, & ponā primò quòd diuidat eam per æqualia, erunt ergo duo latera c d & d a, trianguli c d a: æqualia duobus lateribus c d, & d b, trianguli c d b, & basis c a basi c b: ergo (per 8 primi) angulus d unius, est æqualis angulo d alterius: uterque igitur est rectus. Quare c d, est perpēdicularis super a b, quod est propositum. Ponam iterum quòd c d sit perpendicularis super a b, & ostendam quòd ipsa diuidit a b, per æqualia: erit enim propter hanc positionem, uterque angulorum qui sunt ad d, rectus: quare unus æqualis alteri. At quia (per 5) primi angulus c a d, est æqualis angulo c b d, & latus c a æquale lateri c b, (per 26 primi) erit linea a d, æqualis lineæ d b, quod est propositum.



Euclid. ex Zamb. *Theorema 2.* *Propositio 3.*

Si in circulo recta linea quædam per centrum extensa, quandam non per centrum extensam rectam lineam bifariàm secuerit, ad angulos rectos ipsam secabit. Et si ad angulos rectos ipsam secuerit, bifariā quoq; ipsam secabit. 3

THEON ex Zamb. *Sit circulus α β γ, & in eo recta quædam linea per centrum extensa γ δ, rectam lineam quædam non extensam per centrum α β, bifariàm secet in signo ζ. Dico quòd & ad angulos rectos eam secat. Contingat siue accipiatur centrum circuli α β ε, (per primam tertij) sitq; illud ε, & (per 1 postulatum) connectatur ε α, & ε β. Et quoniam æqualis est α ζ, ipsi ζ β, communis autem ζ ε, duæ igitur α ζ, & ζ ε, duabus β ζ, & ζ ε, sunt æquales. Et basis ε α, basi ε β, (per 15 diffinitionem primi) est æqualis. Igitur (per 8 primi) angulus α ζ ε, angulo β ζ ε, est æqualis. Cùm autem recta linea super rectam lineam consistens, utrobiq; angulos sibi inuicem æquos fecerit, (per 10 diffinitionem primi.) uterque ipsorum angulorum rectus erit, uterque igitur eorum qui sunt sub α ζ ε, & β ζ ε rectus est. Igitur γ δ, quæ per centrum secans, ipsam α β, non per centrum extensam bifariàm, & ad angulos rectos secat. Sed secet γ δ, ipsam α β, ad angulos rectos. Aio quòd et bifariā ipsam secat, hoc est quòd æqualis est α ζ, ipsi ζ β. Eisdem nanq; dispositis & constructis, quoniam æqualis est ε α, ipsi ε β, (per 15 diffinitionem primi,) æqualis est angulus ε α ζ angulo ε β ζ. Et angulus α ζ ε, rectus: æqualis est (per quartum postulatum,) angulo recto qui est ub β ζ ε. Duo igitur triangula sunt ε α ζ, & ε β ζ, duos angulos duobus angulis æquales habentia, & unum latus uni lateri æquale ε ζ, scilicet quod (per 26 primi,) commune ipsis est subtendens unum æqualium angulorum, & reliqua igitur latera reliquis lateribus habebunt æqualia: æqualis igitur est α ζ ipsi ζ β. Si recta igitur linea, & quæ sequuntur reliqua ut in theoremate, quod demonstrasse oportuit.*

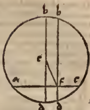


Euclid. ex Camp. *Propositio 4.*



SI intra circulum duæ lineæ se inuicem secent, & super centrū non transeant, non per æqualia eas secari necesse est. 4

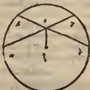
CAMPANVS. Sit ut in circulo a b c d, cuius centrum sit e, duæ lineæ a c, & b d, secent se in puncto f, & utraque earum uel altera non transeat per centrum. Dico quòd ipsæ non diuidunt sese per æqualia: ita quòd utraque per æqualia diuidatur ab utraque



utraque. Quòd si fuerit hoc possibile, ponatur: & sit primò, ut neutra transeat per centrum. A centro e producam lineam e f, eritque per primam partem præmissæ, unusquisque quatuor angulorum qui sunt a f e, e f c, b f e & e f d, rectus, quod est impossibile, sic enim rectus esset minor recto. Sit igitur ut altera earum transeat per centrum, adhuc dico quòd non diuidunt sese per æqualia. Quòd si sic, tunc per primam partem præmissæ, cum b d ducta à centro diuidat a c per æqualia, diuidet eam orthogonaliter, quare etiam a c diuidet b d orthogonaliter. Et quia diuidit a c ipsam b d per æqualia ut ponit aduersarius: ipsa transibit per centrum, per correlarium primæ huius: quare ambæ transeunt per centrum, quod est contra hypothesin.

Euclid. ex Zamb. Theorema 3. Propositio 4.

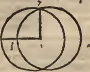
4 Si in circulo binæ rectæ lineæ sese inuicem secuerint non per centrum extensæ, sese inuicem bifariàm non secabunt.



THEON ex Zamb. *Sit circulus α β γ δ, & in eo binæ rectæ lineæ α γ, & β δ, sese inuicem secent in ε, non per centrũ extensæ. Dico quòd se bifariàm non secant. Si enim est possibile, sese inuicẽ secẽt bifariã, ita ut α ε æqualis sit ipsi ε γ, & β ε ipsi ε δ, sumatur centrum circuli α β γ δ, sitque illud (per primam tertij) ζ, & (per primum postulatum) connectatur ζ ε. Quoniam igitur recta linea quædam per centrum extensa ζ ε, rectam aliquam lineam non per cẽtrum extensam α γ, bifariàm secat, & ad angulos rectos ipsam (per 3 tertij) secat. Igitur angulus ζ ε α, rectus est. Rursus quoniam recta linea quædam ζ ε, rectam quãdam lineam non per centrum extensam β δ, etiam bifariàm secat: & (per 3 tertij) ad angulos rectos eam secat. Angulus igitur ζ ε β, rectus est: patuit autẽ quòd angulus ζ ε α, rectus est. Angulus igitur ζ ε α (per quartum postulatum) angulo ζ ε β, est æqualis, minor maiori, quod est impossibile. Rectæ igitur lineæ α γ, & β δ sese inuicem bifariàm minime secant. Si in circulo igitur, & quæ sequuntur reliqua, quod demonstrasse oportuit.*

Euclid. ex Camp. Propositio 5.

5 CIrculorum se inuicem secantium, centra diuersa esse.



CAMPANVS. Sint duo circuli a c b, a d b, secantes se super duo puncta a & b. Dico quòd eorum sunt diuersa centra. Si enim haberent idem centrum, ipsum esset per diffinitionem, in portione utrique circulo communi, sitque illud e, & ducantur lineæ e a & e f c, eruntque per diffinitionem circuli duæ lineæ e a & e f, æquales. Itemque per eandem diffinitionem duæ lineæ e a & e c, æquales, quare e f est æqualis e c, cùm utraque earũ sit æqualis e a, pars uidelicet toti, quod est impossibile.

Euclid. ex Zamb. Theorema 4. Propositio 5.

5 Si bini circuli sese inuicem secuerint, non erit eorum idem centrum.

THEON ex Zamb. *Duo inquam circuli α β γ, & γ δ η, sese inuicem secent in signis γ & β. Dico quòd eorum non est idem centrum. Si enim possibile: esto ε, & (per primum postulatum) connectatur ε γ, & ducatur ε ζ η, utcunque. Et quoniam ε, signum, centrum est circuli α β γ, æqualis est ε γ, ipsi ε ζ, (per 15 diffinitionem primi.) Rursus quoniam ε signum, cẽtrum est circuli γ δ η, æqualis est (per eandem diffinitionem) ε γ, ipsi ε η. ostensum est autem, quòd ε γ, ipsi ε ζ, est æqualis: & ε ζ igitur ipsi ε η, est æqualis, minor maiori, quod est impossibile. Igitur ε signum, centrum non est circulorum α β γ, & γ δ η. Si duo igitur circuli: & reliqua quæ sequuntur: quod demonstrare oportebat.*

Euclid. ex Camp. Propositio 6.



6 Irculorũ sese contingentiũ, nõ idem cẽtrum esse necesse est.

CAMPANVS. Sint duo circuli a b & a c, contingentes se in puncto a. Dico

Dico quòd eorum ſunt diuerſa centra. Si enim habuerint idem centrum, erit per diffinitionem, inter minorem eorum cùm minor poſitus fuerit intra maiorem, ſitq; ipſum d, & ducantur lineę d a & d b c, eritq; (per diffinitionē circuli, utraque duarū linearū) d b & d c, æqualis a d, quod eſt impoſſibile. ¶ De circulis autem ſe contingentibus extra, quorum ſcilicet unus eſt extra alterum, manifeſtum eſt per diffinitionem centri, quod ipſi non habent idem centrum.

Euclid. ex Zamb. *Theorema 5.* *Propoſitio 6.*

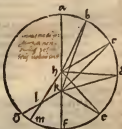
Si duo circuli ſe adinuicem tetigerint, eorum non eſt idem centrum.

THEON ex Zam. *Duo enim circuli α β γ, & γ δ ε, ſeſe inuicem tangant in γ ſigno. Dico quòd eorum non eſt idem centrum. Si enim poßibile, ſit ζ, & (per primum poſtulatū) connectatur ζ γ, & ducatur utcunq; ζ ε β. Quoniam igitur ζ ſignum, cētrum eſt circuli α β γ, æqualis eſt (per 15 primi diffinitionē) ζ γ ipſi ζ β. Rurſus quoniā ζ ſignum, centrum eſt circuli γ δ ε, æqualis eſt ζ γ, ipſi ζ ε, (per eandem diffinitionem.) Patuit autem quod ζ γ, ipſi ζ β, eſt æqualis. igitur ζ ε ipſi ζ β, eſt æqualis, minor maiori, quod eſt impoßibile. Igitur ζ ſignū, non eſt centrum orbiū α β γ, & γ δ ε. Si bini igitur circuli ſe adinuicē tetigerint, & quæ ſequuntur reliqua ut in theoremate, quod erat oſtendendum.*

Euclid. ex Camp. *Propoſitio 7.*



I in diametro circuli punctus præter centrum ſignetur, & ab eo ad circunferentiam lineæ plurimæ ducātur, quę ſuper centrum tranſierit, omnium erit longiſsima. Quę uerò diametrū perficiet, omnium erit breuiſſima. Quæ autem centro proximæ, cæteris longiores. Quanto uerò à centro remotiores, tanto breuiores eſſe conueniet. Duas quoq; æquidiſtantes lineæ breuiſſimæ collaterales: æquales eſſe neceſſe eſt.



CAMPANVS. Sit ut in diametro a f, circuli a b c, cuius centrū ſit h: ſit ſignatus punctus K præter centrum, à quo ducantur plurimæ lineæ quæ ſunt K a, K b, K c, K d, K e, K f, K g, ad circunferentiā, & tranſeat a K per centrū h: & k f ſit complementū diametri, ſitq; ut K e & K g æquidiſtēt K f: hoc eſt dicere, ut angulus e K f, ſit æqualis angulo f K g. Dico quod K a, eſt omnium longiſſima: & K f, omniū breuiſſima. Aliæ uerò tanto longiores, quanto centro propinquiores, ut K b, eſt longior K c. & K c, eſt lōgior K d: & K d, longior K e. Et K e & K g, ſunt æquales. Quia enim in triangulo b K h, duo latera b h & h k (per 20 primi) ſunt maiora latere b k, & ipſa ſunt æqualia lineę a k: erit a k maior b k, & eadem ratione, maior omnibus alijs, & hoc eſt primum. Item quia in triangulo e h k, duo latera h k & k e per eandē ſunt maiora latere h e, quod eſt æquale lineę h f: ipſa erunt maiora linea h f: ergo dempta communi lineà, quæ eſt h k: remanebit k e maior k f: eadem ratione, quælibet aliarum erit maior ipſa, & hoc eſt ſecundū. Itemq; quia duo latera b h & h k, trianguli b h k ſunt æqualia duobus lateribus c h & h k, trianguli c h k, & angulus b h k eſt maior angulo c h k: erit per uiceſimam quartam primi, baſis b k maior baſi k c: eadem ratione, k c, maior erit k d, & k d, maior k e: & hoc eſt tertium. Quòd ſi duæ lineæ k g & k e non ſunt æquales, erit altera maior, ſitq; k g, de qua ſumam k l: æqualem k e: & producam h l, quouſq; ſecet circunferentiam in puncto m. Et quia per hypotheſin angulus g k f eſt æqualis angulo f k e: erit (per decimamtertiam primi) angulus l k h æqualis angulo e k h, & duo latera l k & k h, trianguli l k g, ſunt æqualia duobus lateribus e k & k h, trianguli e k h: ergo (per 4) primi, baſis h l, eſt æqualis baſi h e: & quia h m eſt æqualis h e, erit h m æqualis h l, quod eſt impoſſibile. Sunt ergo duæ

duæ lineæ k g & k e, æquales: quod est nostrum propositum quartum.

Euclid. ex Zamb. Theorema 6. Propositio 7.

7 Si in diametro circuli aliquod sumatur signum quod minimè circuli centrum sit, ab eoq; signo in circulum quædam rectæ lineæ procidant: maxima erit in qua centrum, minima uerò reliqua: aliarum uerò semper propinquior ei quæ per centrum extenditur, remotiore maior est. Duæ autem solùm rectæ lineæ æquales, ab eodem signo in circulum cadunt ad utrasq; partes minimæ.

THEON ex Zamb. Sit circulus αβγδ, eiusq; dimetiens sit αδ, & in ipso αδ, suscipiatur signũ aliquod, sitq; illud ζ, quod ipsius circuli centrũ non sit. Centrũ autem circuli, sit (per primam tertij) ε. Et ab ipso ζ, in ipsum αβγδ, circulum procidant quædã rectæ lineæ ζβ, ζγ, ζη. Dico quòd ζα maxima est: minima uerò ζδ, aliarũ autem ζβ, quàm ζγ, maior est, & ζγ, quàm ζη. Connectãtur (per primum postulatum) βε, γε, & ηε. Et quoniam (per 20 primi) omnis trianguli duo latera reliquo sunt maiora: igitur εβ & εζ, reliquo ζβ, sunt maiora. Aequalis autem est αε, ipsi βε (per 15 diffinitionẽ primi) igitur βε, & εζ, ipsi αζ sunt æquales. maior igitur est αζ, quàm βζ. Rursus quoniam æqualis est βε ipsi γε (per 15 diffinitionem primi) communis autem ζε, duæ igitur βε & εζ, duabus γε, & εζ, sunt æquales. Sed angulus βεζ, angulo γεζ, maior est: basis igitur βζ, (per 24 primi) basi γζ maior est: & ob id γζ, maior est quàm ζη. Rursus quoniã ηζ, & ζε, ipsa εη (per 20 primi) sunt maiores, æqualis autẽ est (p 15 diffinitionẽ primi) εη ipsi εδ, igitur ηζ & ζε, ipsa εδ, sunt maiores, communis auferatur εζ, reliqua igitur ηζ, reliqua ζδ, maior est. Maxima igitur est ζα, minima uerò ζδ, maior est autem ζβ, quàm ζγ, & ζγ, quàm ζη: dico etiam quòd à signo ζ, duæ tantùm rectæ lineæ æquales, in ipsum circulum αβγδ, cadunt ad utrasq; partes ipsius ζδ, minimæ. Cõstituatur enim (per 23 primi) ad datam rectam lineam εζ, ad datumq; in ea signum ε, ei qui sub ηεζ, angulo æqualis angulus ζεθ, & (per primum postulatum) connectatur ζθ. Quoniam igitur æqualis est (per 15 diffinitionem primi) ηε, ipsi εθ, communis autem εζ, duæ igitur ηε, & εζ, duabus θε, & εζ, sunt æquales, & (per [illegible] primi) angulus ηεζ, angulo θεζ, est æqualis. Igitur (per 4 primi) basis ζη, basi ζθ, est æqualis. Dico insuper quòd ipsi ζη, alia nulla æqualis, cadit in ipsum circulum à signo ζ. Si enim possibile, cadat ζκ. Et quoniam ζκ, ipsi ζη, est æqualis, sed ζθ, ipsi ζη, est æqualis: igitur ζκ, ipsi ζθ, est æqualis. Quæ igitur propinquior est ei quæ per centrum extenditur, remotiori est æqualis, quod per prius ostensum est impossibile. Vel etiam sic, (per primum postulatum) connectatur εκ, & quoniam (per 15 diffinitionem primi) æqualis est ηε, ipsi εκ, communis autem ζε, & basis ηζ, basi ζκ est æqualis: igitur (per 8 primi) angulus ηεζ, angulo κεζ, est æqualis. Sed angulus ηεζ, ei qui sub θεζ, est æqualis. Igitur (per primam communem sententiam) angulus θεζ, ei qui sub κεζ, est æqualis, minor maiori: quod est impossibile. Igitur ab ipso ζ signo, nulla alia cadit in ipsum circulum ipsi ηζ, æqualis: una igitur sola. Si in demetiente igitur circuli, & quæ sequũtur reliqua ut in theoremate: quod erat ostendendum.

Euclid. ex Camp. Propositio 8.

8 
I extra circulum puncto signato, ab eo ad circunferentiam lineæ plurimæ ducantur circulũ secando: quę super centrum transierit, omnium erit longissima. Centro autem propinquiores, cæteris remotioribus longiores. Linearũ uerò partialium ad circunferentiam extrinsecus applicatarum, ea quidem quæ diametro in directum adiacet, omnium est minima. Eiq; propinquiores, remotioribus breuiores. Duæ uerò quæ lineæ breuissimæ utrinq; æquè propinquant, æquales sunt.

CAMPANVS. Sit ut à puncto a, assignato extra circulum b c d, cuius centrum sit n, ducãtur plurimæ lineæ ad circunferentiam, secando circulum, quæ sint a k n b, a h c, a g d, & a f e. Dico quòd a b transiens per centrum, omnium erit longissima. Et quòd a c, est maior a d, & a d, maior a e. Et quòd a k, est omnium breuissima extrinsecarum. Et quòd a h, est minor a g, & a g, minor a f, Et

dico

dico quòd si ducatur a l, ita quòd ipsa & a h æqualiter distent ab a k, hoc est quod angulus k a h sit æqualis angulo l a k, ipsæ erunt æquales. Producam enim à centro n, lineas n c, n d, n e, n f, n g, n h, eruntq́ per 20 primi, duo latera a n & n c, trianguli a n c, maiora a c: & quia ipsa sunt æqualia lineæ a b, erit a b, maior a c, eadem ratione erit maior omnibus alijs, quod est primum. Et quia duo latera a n & n c, trianguli a n c sunt æqualia duobus lateribus a n & n d, trianguli a n d, & angulus a n c est maior angulo a n d, erit per 24 primi, basis a c maior basi a d: & eadem ratione erit a d, maior a e, quod est secundum. Itemq́ quia in triangulo a n h, duo latera a h & n h sunt maiora a n per 20 primi, & k n est æqualis n k, erit per communem scientiam, a h maior a k: eadem ratione quęlibet extrinsecus applicatarũ, maior erit a k, quod est tertium. Item quia per 21 primi, duæ lineę a h & h n sunt minores duabus lineis a g & g n, & h n est æqualis g n, erit per communem scientiam, a g maior a h: eadem ratione erit a f, maior a g, quod est quartum. Quòd si a l non sit æqualis a h, cùm ipsæ sint æqualiter distantes ab a k, erit altera maior, sitq́ a l. Ponam ergo a m æqualem a h, & producam n o m. Quia ergo duo latera m a & a n, trianguli m a n sunt æqualia duobus lateribus h a, & a n, trianguli h a n, & angulus m a n est æqualis angulo h a n, erit per 4 primi, basis m n æqualis basi n h, & quia n o est æqualis n h, erit n o æqualis n m, pars uidelicet toti, quod est impossibile, & hoc est quintum.

Euclid. ex Zamb. *Theorema 7.* *Propositio 8.*

Si extra circulũ suscipiatur aliquod signum, ab eoq́ signo ad circulum deducantur rectæ lineæ aliquæ, quarum quidem una per centrũ extendatur, reliquæ uerò utcunq́, in conuexã circunferentiã cadentium rectarum linearũ, maxima est quæ per centrũ ducta est: aliarum autẽ semper ei quę per centrum transit propinquior, remotiore maior est. In curuam uerò circunferentiam cadentium rectarum linearum minima est, quę inter signum & dimetientem iacet: minimę uerò propinquior, semper remotiore minor est. Duæ autem tantùm rectæ lineæ, ab eo signo cadunt æquales in ipsum circulum, ad utrasque partes minimæ.

THEON *ex Zamb. Sit circulus α β γ, & extra ipsum α β γ, suscipiatur signum δ, & ab eodem ducantur rectæ lineæ aliquæ in ipsum circulũ, sintq́; δ α, δ ε, δ ζ, δ γ: sit autem δ α, per centrum extensa. Dico quòd in α ε ζ γ cõuexam circunferentiã cadentium rectarum linearum maxima est, quæ per centrum transit, hoc est δ α: minima uerò, quæ inter δ signum, & diametrum α η, iacet: maior uerò est δ ε quàm δ ζ, & δ ζ quàm δ γ. Cadẽtium uerò rectarum linearum in θ λ κ η curuam circunferentiam semper ipsi δ η, minimæ propinquior, remotiore minor est, hoc est δ κ quàm δ λ, & δ λ quàm δ θ. Suscipiatur (per primam tertij) centrum circuli α β γ, sitq́; illud μ, & (per 1 postulatũ) connectantur μ ε, μ ζ, μ γ, μ θ, μ λ, & μ κ. Et quoniam (per 15 diffinitionem primi) æqualis est α μ, ipsi ε μ, communis apponatur μ δ. Igitur α δ, ipsis ε μ & μ δ, est æqualis, sed ε μ & μ δ, ipsa ε δ (per 20 primi) sunt maiores: & α δ, igitur, maior est quàm ε δ. Rursus quoniam (per 15 diffinitionem primi) æqualis est μ ε, ipsi μ ζ, communis*

munis apponatur μ δ. Igitur ι μ, et μ δ: ipsis ζ μ, & μ δ, sunt æquales, et ãgulus q sub ι μ δ, angulo qui sub ζ μ δ, maior est. Igitur (p 24 primi) basis ι δ, basi ζ δ, maior est. Similiter quoq; ostẽdemus, quòd ζ δ, maior est quàm γ δ. Maxima quidẽ igitur est δ κ, maior autẽ est δ ι quàm δ ζ, & δ ζ, quàm δ γ. Et quoniã (p 20 primi) μ κ, et κ δ, sunt maiores quàm μ δ, æqualis autẽ est (p 15 diffinitionẽ primi) μ η, ipsi μ κ, reliqua igitur κ δ, quàm reliqua η δ, maior est. quare η δ, minor est quàm κ δ. Et quoniã trĩaguli μ λ δ, in uno latere μ δ, duæ rectæ lineæ introrsum constituerũt μ η, & η δ, igitur (p 21 primi) μ η & η δ, ipsis μ λ, & λ δ, sunt minores, quarũ μ η, æqualis est ipsi μ λ, reliqua igitur δ η, minor est quàm reliqua δ λ. Similiter iã ostendemus, quòd & δ λ, minor est quàm δ θ, minima igitur est δ η: ipsa uerò δ η, quàm δ λ, & δ λ, quàm δ θ, minor est. Dico etiã quòd duæ tantũ æquales à signo δ, in ipsum circulũ cadunt: ad utraq; partes ipsius δ η, minimæ. Cõstituatur (p 23 primi) ad rectam lineã μ δ, & ad signũ in ea μ, angulo η μ δ, æqualis angulus δ μ β, & (per 1 postulatũ) cõnectatur δ β. Et quoniã (per 15 diffinitionẽ primi) æqualis est μ β, ipsi μ η, cõmunis autẽ μ δ, duæ igitur μ η, & μ δ, duabus β μ, & μ δ, sunt æquales altera alteri. & angulus η μ δ (per 23 primi) angulo β μ δ, est æqualis. Igitur (p 4 primi) basis δ η, basi δ β, est æqualis. Dico iã quòd rectæ lineæ δ β, alia æqualis non cadit in ipsum circulũ à signo δ. Si enim poßibile: cadat, & sit δ ν. Quoniam igitur ipsi δ η, δ ν, est æqualis, sed ipsi δ η, δ β, est æqualis: & δ β, igitur (p 1 communẽ sententiã) ipsi δ ν, est æqualis: propinquior igitur ipsi δ η minimæ: remotiori est æqualis. quod iã ostẽsum est impoßibile. Vel etiã aliter. Cõnectatur (per 1 postulatum) μ ν. Quoniam (per 15 diffinitionem primi) æqualis est η μ, ipsi μ ν, communis autem μ δ, & basis δ η, basi δ ν, est æqualis (per hypothesin) igitur (per 8 primi) angulus η μ δ, angulo δ μ ν, est æqualis. Sed angulus qui sub η μ δ, ei qui sub β μ δ, est æqualis, & qui sub β μ δ, ei qui sub ν μ δ, est æqualis, minor scilicet maiori, quod est impoßibile. Igitur plures duab. rectis lineis, æquales in circulum α β γ, ab ipso δ signo ad utrasq; partes ipsius δ η, minimæ non cadunt. Si extra circulum igitur suscipiatur signum, & quæ sequũtur reliqua ut in theoremate: quod ostendere oportuit.

Euclid. ex Camp. Propositio 9.

SI intra circulum puncto signato, ab eo plures quàm duæ lineæ ductæ ad circunferentiam, fuerint æquales, punctum illud, centrum circuli esse necesse est.

CAMPANVS. Sit ut à pũcto a, signato intra circulum b c d, ductæ sint tres lineæ a b, a c, a d, ad circunferentiã: quas pono esse æquales. Dico punctũ a, esse centrũ circuli. Producã enim duas lineas c b & d c: & diuidã utranq; earũ per æqualia, c b quidẽ in pũcto e, & d c in pũcto f. Et producã e a & f a, quas applico circũferentiæ ex utraq; parte, eritq; per 8 primi uterq; angulorũ qui sunt ad e, æqualis alteri: igitur per diffinitionẽ anguli rectũ, uterq; erit rectus. Similiter quoque per eandẽ uterq; angulorũ qui sunt ad f, rectus: ergo per correlarium primæ huius, quia a e diuidit c b per æqualia & orthogonaliter, ipsa transit per centrum: similiter quoq; a f transit per centrum, quia diuidit d c per æqualia & orthogonaliter, quare a est centrum: quod est propositum.

Euclid. ex Zamb. Theorema 8. Propositio 9.

Si in circulo suscipiatur signum aliquod, & ab eo signo ad circulum cadant plures quàm duæ rectæ lineę æquales: susceptũ signum, centrum ipsius est circuli.

THEON ex Zamb. Sit circulus α β γ, intra ipsum: signũ sit δ, & ab ipso δ, in ipsum α ζ γ circulum, cadãt plures quàm duæ rectæ lineæ æquales, hoc est δ α, δ β, δ γ. Aio quòd δ signum, centrũ est circuli α β γ. Coniungantur enim (per primum postulatum) α ζ, & β γ, secẽturq; (per 10 primi) bifariàm in signis ε & ζ, uidelicet α ζ per ε: & β γ, per ζ, & coniunctæ ε δ, & ζ δ (per 2 postulatum) extendantur utrobiq;

in ε η, & θ λ, signa. Quoniam igitur æqualis est α ι, ipsi ι β, communis uerò ι δ, duo igitur latera α ι & ι δ, duobus lateribus β ι, & ι δ sunt æqualia, & (p hypothesin) basis δ α, basi δ β, est æqualis. Angulus igitur α ι δ, angulo β ι δ, est æqualis (per 8 primi,) uterq; igitur angulorū α ι δ, & β ι δ, rectus est. Igitur ε η, ipsam α β, bifariā secat, & ad angulos rectos (p 3 tertij). Et quoniā si in circulo recta linea quædā, rectam lineā quandā bifariā & ad angulos rectos secet, (per correlariū primæ tertij) in secāte est cētrū circuli: igitur in ε η, (per idē correlariū) est centrū ipsius circuli α β γ. Ac per hoc etiā in θ λ, est centrū circuli α β γ, & nullū aliud habent commune ε η, & θ λ, rectæ lineæ præter δ, signum. Igitur δ signum, centrum est circuli α β γ. Si intra circulum igitur sumatur signum aliquod, à signo autem ad circulum incidant plures quàm duæ rectæ lineæ æquales: assumptum signum, centrum est circuli: quod ostendere oportebat.

ALITER *idē ostendere. Intra circulū enim α β γ, suscipiatur signū δ, & ab ipso δ, in circulū cadant plures quàm binæ rectæ lineæ æquales, δ α, δ β, et δ γ. Dico quòd assumptū signū δ centrū est circuli α β γ. Nō enim: sed si poßibile est: sit ε, & connexa δ ε, extēdatur in ζ η, signa. Igitur ζ η, dimetiens est ipsius α β γ, circuli. Quoniā igitur circuli α β γ, in dimetiēte ζ η, assumptū est signū δ, quod ipsius circuli centrū nō est, maxima quidē est δ η, (per 7 tertij) maior autē est δ γ, ipsa δ β. & δ β, ipsa δ α. Sed & æqualis (per hypothesin) quod est impoßibile. Igitur ε, non est centrum circuli α β γ. Similiter ostendemus quòd aliud nullum præter δ. Igitur δ signum, centrum est circuli α β γ.*

Euclid. ex Camp. Propositio 10.

Si circulus circulum secet, in duobus tantùm locis secare necesse est. 10

CAMPANVS. Sint, si possibile est, duo circuli, secantes se in pluribus quàm in duobus locis, super tria pūcta a b c, producā lineas a b & a c, quas diuidā p æqualia in pūctis d & e. & producā à pūcto e, lineā e f perpendicularē super lineā a c, & à puncto d, lineæ d f, perpendicularē super lineam a b, & secent se duæ lineæ e f, d f, in puncto f, eritq; per correlariū primæ huius, punctum f, centrum circuli utriusq;: quod est impossibile, per 5 huius.

Euclid. ex Zamb. Theorema 9. Propositio 10.

Circulus circulum in pluribus duobus signis non secat. 10

THEON ex Zamb. *Si enim poßibile, circulus α β γ, circulū δ ε ζ, in pluribus signis quàm duobus secet, hoc est in β η, et θ ζ, & coniūctæ β η, β θ, bifariā (p 10 primi) secētur in κ λ, signis. Et (p 11 primi,) ab ipsis κ λ, ipsis β η & β θ, ad āgulos rectos excitatæ κ γ, & λ μ ν, extēdātur in α, & ξ ν, signa. Quoniā igitur in circulo α β γ, recta linea quædā α, rectā lineam quādā β θ, bifariā & ad angulos rectos secat (p 3 tertij) in ipsa igitur α γ, centrū est circuli α β γ. Rursus quoniā in eodē circulo α β γ, recta linea ν ξ, hoc est μ, ν rectā lineā quandā β η, bifariā & ad angulos rectos (p 3 tertij) secat: igitur in ipsa ν ξ cētrū est circuli α β γ (p eandē.) Ostensum autē est quòd & in α γ. Et circa nullū aliud concurrūt rectæ lineæ α γ & ν ξ, inuicem, nisi circa ο. Igitur ο, centrū est circuli α β γ. Similiter quoq; ostendemus quòd & circuli δ ε ζ, centrū est ipsum ο. Duorum igitur circulorum sese adinuicem secantium α β γ, et δ ε ζ, idem est centrum: quod (per 5 tertij) est impoßibile. Circulus igitur, circulum in pluribus duobus signis non secat: quod erat ostendendum.*

ALITER *idē ostendere. Circulus enim rursus α β γ, circulū δ ε ζ, secet in pluribus quàm in duobus signis, hoc est in β ζ, & β η, & (per 1 tertij) suscipiatur centrū circuli α β γ, sitq; illud κ. Et connectātur κ β, κ η, et κ ζ. Quoniā igitur intra circulū δ ε ζ, suscipitur signū quoddā κ,*

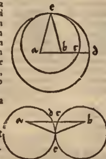
in ipsumq;

in ipſumq́; δ ε ζ circulum plures duabus æquales rectæ incidunt lineæ α β, ε η, & α ζ, igitur (per 9 tertij) η ſignum, centrum eſt circuli δ ε ζ. At circuli α β γ, centrũ eſt ipſum η. Duorum enim circulorũ ſeſe inuicẽ ſecantiũ idem eſt centrum η. quod (per 5 tertij) eſt impoßibile. Circulus igitur circulum in pluribus quàm duobus ſignis non ſecat: quod fuerat oſtendendum.

Euclid. ex Camp. *Propoſitio 11.*



12 I circulus circulum contingat, lineaq́ per centra eorum tranſeat, ad punctum contactus eorum applicari neceſſe eſt.



CAMPANVS. Si enim linea tranſiens per cẽtra duorum circulorũ c e & d e ſeſe contingentiũ intrà uel extra, non uadit ad locum contactus, ſecet circunferentiam utriuſq;, ſitq; a per primam huius, centrũ circuli e d, & b centrum circuli e c, & ducatur linea recta a b c d, ſecans circunferentiam utriuſq;, & ducãtur lineæ à puncto e, qui ſit locus cõtactus, ad centra, quæ ſint e a, e b, eruntq; in cõtactu interiori, per 20 primi, duæ lineæ e b & b a, longiores e a, quare longiores a d: eſt enim a, centrum circuli e d, & quoniam b c eſt æqualis e b, quoniam b eſt centrum circuli e c, erit c a longior a d, quod eſt impoſſibile. In contactu uerò exteriori erunt duæ lineæ a e & e b, longiores a b, quare a d & c b, maius erunt quàm tota a b: quod eſt falſum.

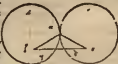
Euclid. ex Zamb. *Theorema 10.* *Propoſitio 11.*

11 Si bini circuli ſe introrſum adinuicẽ tetigerint, ſuſcipianturq́ eorum centra, recta linea coniungens eorum centra & eiecta, in contactum circulorum, cadit.

THEON ex Zamb. Bini inquam circuli α β γ, & α δ ε, ſeſe adinuicẽ tangant introrſum in ſigno α, ſuſcipiaturq́; (per primam tertij) centrũ circuli α β γ, ſitq́; illud ζ, circuli autẽ α δ ε, ſit η. Dico quòd recta linea ducta ex ζ, in η, & eiecta in ipſum α, ſignũ cadit. Nõ enim, ſed ſi poßibile eſt, cadat ſicut ζ η δ θ, & cõnectãtur α ζ & α η. Quoniã igitur α η, & η ζ, ipſa ζ α, hoc eſt ipſa ζ θ (per 20 primi) ſunt maiores, cõmunis auferatur η ζ, reliqua igitur α η, maior eſt quàm reliqua η θ. Aequalis autẽ eſt δ η, ipſi η α (per 15 diffinitionẽ primi) & η δ, ipſa η θ, igitur maior eſt, minor maiore, quod eſt impoßibile. Recta igitur linea ducta ex ζ, in η ſignũ, extra ipſum α ſignũ cõtactus nõ cadit in ipſum cõtactũ igitur. Si bini circuli igitur ſeſe inuicẽ introrſum tetigerint, ſumanturq́; eorum centra, recta linea eorũ centra contingens & in eorum cadit contactum, quod demonſtraſſe oportuit. ALITER *idẽ oſtendere. Sed iam cadat ſicut η ζ γ. & extendatur in rectas directum lineas, γ ζ η. in θ, ſignum, & coniungãtur α η, & α ζ. Quoniam igitur α η, & η ζ maior ſunt ipſa α ζ, (per 20 primi) ſed α ζ æqualis eſt ipſi γ ζ, hoc eſt ipſi ζ θ, communis auferatur ζ η, reliqua igitur α η, reliqua η θ, maior eſt, hoc eſt η δ, quàm η θ, maiore minor, quod eſt impoßibile. Similiter & ſi extra circulũ paruum fuerit centrum maioris circuli, oſtendemus impoßibile.*

Euclid. ex Zamb. *Theorema 11.* *Propoſitio 12.*

12 Si duo circuli ſeſe adinuicem exterius tetigerint, ad centra eorum coniungens recta linea, per contactum tranſibit.



THEON ex Zamb. Duo enim circuli α β γ, & α δ ε, ſeſe adinuicem exterius tangũt in ſigno α. Sumaturq́; (per 1 tertij) centrum circuli α β γ, ſitq́; illud ζ, & circuli α δ ε ſit η. Dico quòd ex ζ, in η, ducta recta linea, ꝑ ipſum α contactũ trãſit. Nõ enim, ſed ſi poßibile eſt trãſeat ſicut ζ γ, & δ η. Et cõiungãtur α ζ α η. Quoniã igitur ζ ſignũ centrũ eſt circuli α β γ, æqualis eſt ζ α, ipſi ζ γ. Rurſus quoniã η ſignum, centrũ eſt circuli α δ ε, æqualis eſt α η, ipſi δ η. Oſtenſum autem eſt quòd ζ α, ipſi ζ γ, eſt æqualis. Igitur ζ α, & α η, ipſis ζ γ, & η δ, ſunt æquales: quare tota ζ η, ipſis ζ α, & α η, maior eſt, ſed & minor (per 20 primi) quod eſt impoßibile. Igitur quæ ab ζ in η, ducitur recta linea, per ipſum α, cõtactum tranſit. Si duo circuli igitur ſeſe adinuicẽ exterius tetigerint, ad eorum centra coniungens recta linea per contactum ueniet.

f 2

Euclid. ex Camp. *Propositio 12.*



I circulus circulum contingat, siue intrinsecus, siue extrinsecus, in uno tantùm loco contingere necesse est. 12

CAMPANVS. Si enim fuerit possibile, ut circulus circulũ contingat in duobus locis intrà uel extrà, contingat circulum a b c d, circulus a b e interius in duobus punctis a b, uel exterius, circulus c d f, in duobus punctis c d. Cùm ergo ducemus lineã rectam ab a, ad b, si ipsa cadat extra circulum a b e, interiorem, accidet contrarium secundæ huius. Quòd si ipsa cadat intra ipsum, cùm diuiserimus ipsam per æqualia, & eduxerimus à puncto diuisionis perpendicularem ad ipsam, fueritq; applicata circunferentiæ ex utraq; parte, ipsa transibit per centrum amborum circulorum, quare accidet contrarium præmissæ. In circulo uerò contingente exterius in punctis c d, si ducamus lineam rectam à puncto c ad punctum d, necesse est accidere contrarium secundæ huius. Quare utrunq; impossibile.

Euclid. ex Zamb. *Theorema 12.* *Propositio 13.*

Circulus circulum non tangit in pluribus signis uno, etsi extra, etsi intus tangat. 13

THEON ex Zã. *Si enim possibile, circulus α β γ δ, circulũ ε β ζ δ, tangat primũ introrsum in pluribus quàm uno signis, hoc est in β δ, & sumatur quidẽ centrũ ipsius circuli α β γ δ, sitq; illud η, (per primam tertij,) circuli autẽ ε β ζ δ, sit θ. Igitur (per 11 eiusdẽ) recta linea ducta ex η, in θ, cadit in signa β δ, cadat sicut β η θ δ. Et quoniam η, signũ centrũ est circuli α β γ δ, æqualis (per 15 diffinitionẽ primi) est β η, ipsi δ η. Maior igitur est β η, quàm θ δ, multo maior igitur β θ, quàm θ δ. Rursus quoniam θ signũ, centrũ est circuli ε β ζ δ, æqualis est (per eandẽ) β θ, ipsi θ δ. patuit autem quòd ea multo maior, quod est impossibile: igitur circulus circulum introrsum non tangit, in pluribus quàm uno signis. Dico etiam quòd nec exterius. Si enim est possibile: circulus α γ κ, circulũ α β γ δ, tangat exterius in pluribus quàm uno signis, uidelicet in α γ. & coniũgatur (per 1 postulatum) α γ. Quoniã igitur in circũferentia utrorumq; circulorũ α β γ δ, & α γ κ, susceptæ sunt duo contingentiæ signa α & γ, cõiungens ea signa recta linea, (per 2 tertij) intra utrũq; cadit. Sed cadit intra ipsum circulum α β γ δ, & extra circulum α γ κ, quod absurdum est. Circulus igitur circulũ exterius non tanget in pluribus signis quàm uno, ostensum autem est quòd neq; introrsum. Circulus igitur circulũ non tanget in pluribus signis quàm uno, etsi exterius, etsi interius tangat: quod demonstrasse oportuit.*

Euclid. ex Camp. *Propositio 13.*



Ectæ lineæ in circulo si fuerint æquales, eas à centro æquidistare, & si à cẽtro æquidistiterint, æquales esse necesse est. 13

CAMPANVS. Sit ut in circulo a b c d, cuius centrum sit e, duæ lineæ a d & b c sint æquales, dico quòd ipsæ æquidistant à centro, & econuerso. Producantur enim à centro e, lineæ e f & e g, perpendiculares ad a d & b c, eritq; per 1 partem tertiæ huius, a d, diuisa per æqualia in f, & b c in g. Quia ergo duo latera e d, & d a trianguli e d a sunt æqualia duobus lateribus e c & c b trianguli e c b, & basis e a basi e b, erit (per 8 primi) angulus d æqualis angulo c. Et quia duo latera e d & d f, trianguli e d f sunt æqualia duobus lateribus e c, & g c, trianguli e c g: nam d f, est æqualis c g, eo quòd tota a d posita est æqualis b c, & angulus d est æqualis angulo c, erit per 4 primi, basis e f, æqualis basi e g. Et quia istæ sunt perpendiculares, uenientes ad eas à centro, patet per quartam diffinitionem siue quartam propositionem huius, ipsas æqualiter distare à centro. Aliter idem. Quadratum enim e d, per penultimam primi, ualet quadrata duarum linearum e f & f d, & quadratum e c, quadrata duarum linearum quæ sunt e g & c g: & quia quadratum d e est æquale quadrato e c, & quadratum d f, quadrato



f, quadrato g c, erit quadratum e f, æquale quadrato e g, quare e f, est æquale e g, sicq; patet idem. Sit ergo e f, æqualis e g, quod est eas a d, scilicet & b c, æqualiter distare à centro. Dico tunc quòd a d, est æqualis b c. Quadratis enim duarũ linearũ e d, & e c æqualibus, demptisq; quadratis duarum linearum e f, & e g, æqualibus, remanent per penultimam primi, quadrata duarũ linearum f d, & g c, quæ per tertiam communem sententiam necesse est esse æqualia, quare f d, est æqualis g c, ergo duplum f d, quod est a d, est æquale duplo g c, quod est b c. Et hæc est secunda pars propositi.

Euclid. ex Zamb. *Theorema 13.* *Propositio 14.*

14 In circulo rectæ lineæ sunt æquales, quæ æqualiter distant à centro. Et quæ æqualiter distant à centro, æquales adinuicem sunt.

THEON *ex Zamb. Sit circulus α β γ δ, & in ea sint æquales rectæ lineæ α β, & γ δ. Dicò quòd æqualiter distant à centro. Suscipiatur enim (per 1 tertij) centrum circuli α β γ δ, sitq; illud ε. Et ab ipso ε in ipsas α β, & γ δ (per duodecimam primi) perpēdiculares excitentur ε ζ, & ε η, & coniungantur (per primum postulatum) α ε, & ε γ. Quoniam igitur (per tertiam tertij) recta linea quædam per centrum extensa ε ζ, rectam lineam quandam non extensam per centrum α β, ad angulos rectos & bifariam dispescit; æqualis est igitur α ζ, ipsi ζ β: dupla igitur est α β, ipsius α ζ, & ob id etiam γ δ, ipsius γ η, dupla est. Et est æqualis α β, ipsi γ δ: æqualis igitur est α ζ, ipsi γ η. Et quoniam æqualis est α ε, ipsi ε γ, ex centro enim in circunferentiam, æquum est quadratum quod fit ex ε γ, ei quod fit ex α ε quadrato. Sed ei quod fit ex α ε, quadrato (per 47 primi) æqua sunt ea quæ fiunt ex α ζ, & ζ ε: quadrata rectus enim est angulus qui ad ζ. Ei autem quod fit ex ε γ, (per eandem) æqua sunt ea quæ fiunt ex ε η, & η γ, rectus enim est angulus qui ad η. Ea igitur quæ fiunt ex α ζ, & ζ ε, quadrata, æqualia sunt eis quæ fiunt ex γ η, & η ε, quadratis, quorum id quod fit ex α ζ, æquum est ei quod fit ex γ η, æqualis enim est α ζ, ipsi γ η. Reliquum igitur quod fit ex ζ ε, reliquo quod fit ex ε η (per tertiam communē sententiam) est æquale. Aequalis igitur est ε ζ, ipsi ε η. In circulo autem æqualiter rectæ lineæ distare dicuntur à centro, quando à centris in ipsas perpendiculares ductæ sunt æquales (per diffinitionem 4 tertij) Igitur α β, & γ δ, æqualiter distant à centro. Sed iam α β, & γ δ, rectæ lineæ æqualiter distent à centro, hoc est æqualis sit ε ζ, ipsi ε η. Dico quòd æqualis est α β, ipsi γ δ. Eisdem enim constructis, similiter ostendemus quod α β, dupla est ipsius α ζ, & γ δ, ipsius γ η. Et quoniam æqualis est α ε, ipsi γ ε, ex centro enim in circunferentiam, æquum est quadratum quod fit ex α ε, ei quod fit ex γ ε, quadrato. Sed ei quod fit ex α ε, quadrato: æqualia sunt (per 47 primi) quæ fiunt ex ε ζ, & ζ α, quadrata. Ei autem quod fit ex γ ε, æqualia sunt (per eãdem) ea quæ fiunt ex ε η, & η γ. Ea igitur quæ fiunt ex ε ζ, et ζ α quadrata, æqualia sunt eis quæ fiunt ex ε η, & η γ, quadratis. Quorum quod fit ex ε η, ei quod fit ex ε ζ, est æquale: æqualis enim est ε ζ, ipsi ε η. Reliquum igitur quod fit ex α ζ (per 3 communem sententiam) æquum est ei quod fit ex γ η, æqualis igitur est α ζ, ipsi γ η. At ipsius α ζ, dupla est ipsa α β, ipsius uerò γ η, dupla est ipsa γ δ. Aequalis igitur est α β, ipsi γ δ. In circulo igitur rectæ lineæ sunt æquales, quæ æqualiter distant à centro: & quæ æqualiter distant à centro, sibi inuicem sunt æquales: quod erat demonstrandum.*

Euclid. ex Camp. *Propositio 14.*

14 SI intra circulũ plurimæ rectæ lineæ ceciderint, diametrũ eius omnium longissimã, ciq; propinquiores remotiorib. lõgiores esse necesse est.

CAMPANVS. Sit ut in circulo a b cuius centrum e cadant plurimæ lineæ quæ sint a b, a c, a d, f g, h k, sitq; a e d, diameter. Dico ipsam esse longissimam, & alias tanto maiores, quanto sunt ipsi propinquiores. Ducantur enim à centro e, lineæ ad extremitates omnium, quæ sint e b, e c, e f, e g, e h, & e k, eruntq; per 20 primi, duo latera e f, & e g, trianguli e f g, longiora f g, & quia ipsa sunt æqualia a d, erit a d maior f g. Eadem ratione maior erit quàm a c, quia a e & e c, sunt maiora a c, & æqualia a d, ergo a d maior est a c. Sic quoq; est maior h k, & maior etiã quàm a b. Quod autem f g sit maior h k, & a c quàm a b, patet,

quia cum duo latera f e, & e g, trianguli f e g, sint æqualia duobus lateribus h e & e k trianguli h e k, & angulus f e g, maior angulo h e k, erit per 24 primi basis f g maior basi h k. Similiter quoque quia a e, & e c, sunt æqualia a e & e b, & angulus a e c, maior angulo a e b, erit basis a c, per eandem maior basi a b, & sic est propositum.

Euclid. ex Zamb. *Theorema 14.* *Propositio 15.*

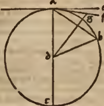
In circulo, maxima quidem est dimetiẽs, aliarum autem semper propinquior cẽtro, remotiore maior. 15

THEON *ex Zamb. Sit circulus* α β γ δ, *dimetiens uerò illius sit* α δ, *centrum autem sit* ε. *Et propinquior ipsi* α δ, *dimetienti sit* β γ. *remotior autem sit* ζ η. *Dico quòd* α δ, *maxima est, maior autem* β γ, *quàm* ζ η. *Excitetur (per 12 primi) ab* ε, *centro in ipsas* β γ, *&* ζ η, *perpendiculares* ε θ, *&* ε κ. *Et quoniam propinquior quidem centro est* β γ, *remotior autem* ζ η, *maior est (per 4. diffinitionẽ) igitur* ε κ, *ipsa* ε θ. *Ponatur autem (per quartam tertij) æqualis* ε λ, *ipsi* ε θ, *& (per undecimam primi) per* λ, *ipsi* ε κ *ad rectos angulos excitata* λ μ, *extendatur in* ν. *Et (per primũ postulatũ) coniungantur* ε μ, ε ν, ε ζ, *&* ε η. *Et quoniam æqualis est* ε θ, *ipsi* ε λ, *æqualis est (per quartam tertij & diffinitionem quartam eiusdem)* β γ, *ipsi* μ ν. *Rursus quoniam æqualis est* α ε *ipsi* ε μ, *&* ε δ, *ipsi* ε ν: *igitur* α δ, *ipsis* μ ε, *&* ε ν, *est æqualis. Sed* μ ε, *&* ε ν, *(per 20 primi) ipsa* μ ν, *maiores sunt. Igitur* α δ, *maior est quàm* μ ν. *Et quoniam duæ* μ ε, *&* ε ν, *duabus* ζ ε, *&* ε η, *sunt æquales (per 15 diffinitionem primi) ex centro enim in circunferentiam, & angulus qui sub* μ ε ν, *angulo qui sub* ζ ε η, *maior est, basis igitur* μ ν, *(per 24 primi) basi* ζ η, *maior est. Sed* μ ν, *ipsi* β γ, *ostensa est æqualis, &* β γ, *igitur, quàm* ζ η, *maior est. Maxima igitur est* α δ, *dimetiens, maior autem* β γ *ipsa* ζ η. *In circulo igitur dimetiens maxima est: aliarum autem semper propinquior centro, remotiore maior est: quod demonstrasse oportuit.*

Euclid. ex Camp. *Propositio 15.*

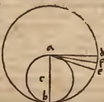


I ab altero terminorũ diametri cuiuslibet circuli orthogonaliter linea recta ducaĩ, extra circulũ eã cadere necesse est. Atq; inter illã & circulũ, aliam lineã rectã capi impossibile est. Angulũ autẽ ab illa & circunferentia contentũ, omniũ acutorum angulorum esse angustissimum. Angulum uerò intrinsecũ à diametro & circũferentia contentum, omnium angulorum acutorum esse amplissimum necesse est. Vnde etiam manifestum est, omnem lineam rectam à termino diametri cuiuslibet circuli orthogonaliter ductam, circulum ipsum contingere. 15

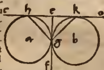


CAMPANVS. Sit ut à termino a diametri a c, circuli a b c, cuius centrum d, ducatur linea orthogonaliter, dico quòd ipsa cadit extra circulum, et quod inter lineam illam & circũferentiã, nulla alia recta linea intercipitur, & quòd angulus quem ipsa & circunferentia continet, est minor omni angulo rectilineo, qui uidelicet à duob⁹ rectis lineis continetur, & quòd angulus contentus à diametro & circunferentia, est maior omni angulo rectilineo acuto. Si enim linea ducta ab a, orthogonaliter super a c lineam, potest cadere intra circulum, sit illa linea a b, & ducatur linea d b, eritq; per 5 primi, angulus d a b, æqualis angulo d b a, & quia

& quia angulus d a b, est rectus per hypothesin, habebit triangulus a b d, duos angulos rectos, quod est impossibile per 32 primi. Cadet ergo extra, sitque a e, quòd si inter ipsam & circunferentiā potest linea recta intercipi, sit illa a f, ad quam ducatur perpendicularis d g: & quia angulus d g a, est rectus, erit per 18 primi linea a d, longior linea d g, quod est impossibile: quare inter ipsam, & circunferentiam, nulla linea recta intercipietur. Propter quod patet, quòd angulus contentus ab a e, & circunferentia, qui dicitur angulus contingentiæ, est minor omni angulo à duobus rectis lineis contento. Si enim aliquis rectilineus angulus esset angulo contingentiæ æqualis, aut eo minor: cùm omnis talis possit per æqualia diuidi secundum doctrinam 9 primi, inter lineam a e, & circunferentiam, posset linea recta intercipi, quod monstrauimus esse non posse. Per quod patet angulum contentum à diametro & circunferentia, omnium acutorum rectilineorum esse maiorē, quia non differt a recto, nisi in angulo contingentię quem monstrauimus esse minorem omni rectilineo. Correlarium patet per primam partem. Cùm enim linea a e, in utranque partem eiecta non secet circulum, & tangat ipsum in puncto a, ipsa est contingens per diffinitionem.



Campani *additio*. Ex hoc notandum, quòd non ualet ista argumētatio, hoc transit à minori ad maius & per omnia media: ergo per æquale. Nec ista. Contingit reperire maius hoc, & minus eodem: ergo contingit reperire æquale, hoc autem sic patet. Sit circulus a b, super centrum c, cuius diameter a c b, & ducatur ab eius termino a, linea a d orthogonaliter, eritque contingens circulū per correlarium huius. Describatur iterum super punctum a secundum quantitatem diametri a b, circulus b e d, & imaginetur linea a b, moueri super punctum a, per circunferentiam arcus b e d, ita quòd punctum b numeret omnia puncta arcus b e d, quousque perueniat ad lineam a d, & cooperiat ipsam. Et quia angulus b a d, est rectus: erit ut non sit sumere aliquem angulum acutum cui æqualem non fecerit linea a b, cum diametro a c b, minoris circuli, quia transiuit ad angulum rectum, dinumerans situm omnium angulorum acutorum, quorum manifestū est quosdam esse minores angulo semicirculi, contento a semicircunferentia a b, & diametro a c b, & angulum rectum manifestum est esse maiorem eodem. Dico quòd nullus in transitu ab acutis minoribus ad rectum maiorem intermedius: fuit ei æqualis. Si enim fuerit aliquis, sit ut illum fecerit linea a b, cùm punctus b, fuit in puncto e, arcus b e d. Quia ergo angulus e a b est æqualis angulo semicirculi prædicto, angulus autem semicirculi est amplissimus omnium acutorū per ultimam partem huius, erit angulus e a b, amplissimus omnium acutorum. Diuidatur ergo angulus e a d, sicut proposuit 9 primi, per æqualia, ducta linea a f, eritque (per 9 conceptionem) angulus f a b, amplior angulo e a b, quare erit aliquid, amplius amplissimo: quod est impossibile. Vel sic. Cùm angulus e a b, sit æqualis angulo semicirculi sicut ponitur, at angulus semicirculi cum angulo contingentiæ est æqualis uni recto, similiter quoque angulus e a b cum angulo e a d est æqualis uni recto, erit angulus e a d, æqualis angulo contingentiæ: & quia angulus contingentiæ est angustissimus omnium acutorum per 3 partem huius: erit similiter angulus e a d, ei æqualis, angustissimus omnium acutorum, sed angulus e a f, est eo angustior per conceptionem: erit ergo aliquid angustius angustissimo: quod est impossibile. Non ergo erit angulus rectilineus, æqualis angulo semicirculi Et quia transitur à minori ad maius, & non per æquale: item quia est reperire minorem eo & maiorem: patet instantia contra utranque argumentationem prædictam. Vnde per interemptionem ad illud est respondendum. Posset probari quòd angulus contingentiæ est diuisibilis secundum lineam rectam, ut constat per figurationem hic à latere positam. Certum est quòd angulus qui causatur ex contactu duorum circulorum uel sphærarum, est angulus contingentiæ: & talis diuidatur per lineam e g, quia hic habetur triangulus h g k, cuius basis h k, diuidatur per æqualia in puncto e: & protrahatur uersus g, contactum: & arguitur per quartam primi, deinde per uicesimamsextam huius, & patet propositum.

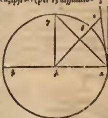


Euclid. ex Zamb. *Theorema 15.* *Propositio 16.*

16 Quæ à diametri circuli extremitate ad angulos rectos ducitur, extra ipsum circulum cadit, & in locum inter ipsam rectam lineam & circun-

ferentiam, altera recta linea non cadet, & semicirculi angulus, omni angulo acuto rectilineo maior est, reliquus autem minor.

THEON ex Zamb. *Sit circulus αβγ, circa centrum δ, & dimetientem αβ. Dico quòd quæ ex α ipsi αβ, ad angulos rectos ducitur, extra ipsum circulum cadit. Non enim, sed si poßibile est, cadat interius sicut γα, & coniungatur δγ. Et quoniam æqualis est δα, ipsi δγ (per 15 diffinitionem primi) ex centro enim in circunferentiam, æqualis est & angulus δαγ, angulo αγδ. Angulus autem δαγ, rectus est: rectus igitur est & qui sub αγδ. Anguli igitur qui sub δαγ, & αγδ, duobus rectis sunt æquales, quod (per 17 primi) est impoßibile. Igitur ab α signo, ipsi αβ, ad angulos rectos ducta, intra ipsum circulum non cadit. Similiter quoq; ostendemus, quòd neq; in ipsam circunferentiã, extrà igitur cadit sicut αε. Dico quòd in locum inter αε, rectam lineam, & γθα, circunferentiam: alia recta linea non cadit. Si enim poßibile est, cadat sicut ζα, & excitetur (per 12 primi) ab δ signo, in ipsam ζα, perpendicularis δη. Et quoniam rectus est angulus αηδ, minor recto autem qui sub δαη, maior igitur est αδ, quàm δη.*



Aequalis autem est δα ipsi δθ, ex centro enim in circunferentiam, maior (per 19 primi) igitur est δθ, ipsa δη, minor maiore, quod est impoßibile. In locum igitur inter rectam lineam & circunferentiam, altera recta linea non cadet. Dico quòd & semicirculi angulus contentus sub αβ, recta linea & γθα, circunferentia, omni angulo acuto rectilineo maior est. Reliquus autem contentus sub γθα, circunferentia & αε, recta linea, omni acuto angulo rectilineo minor est. Si enim aliquis est angulus rectilineus maior eo qui sub βα, recta linea & γθα, circunferentia continetur, minor uerò eo qui sub γθα, circunferentia & αε, recta linea continetur, in locum inter γθα, circunferentiam & αε, rectam lineam recta linea cadet, quæ efficiet maiorem quidem angulum contentum sub rectis lineis, eo qui sub βα, recta linea & γθα, circunferentia continetur, minorem autem eo qui sub γθα, circunferentia & αε, recta linea continetur, non cadit autem. Igitur per præostensam poßibilitatem angulo contento sub βα recta linea, & γθα, circunferentia, angulus acutus sub rectis lineis contentus maior non est, neq; etiam minor contento sub γθα, circunferentia & αε, recta linea.

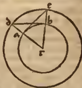
CORRELARIVM. *Hinc manifestum est, quòd à diametri circuli extremitate ad angulos rectos ducta: ipsum circulum tangit, & quòd recta linea circulum in uno signo tantum tangit, quoniam ostensum est (per 2 tertij) quòd quæ in duobus illis signis incidit, intra ipsum cadit: quod demonstrasse oportuit.*

Euclid. ex Camp. *Propositio 16.*



Dato puncto, ad datum circulum lineam contingentem ducere. 16

CAMPANVS. Sit circulus datus a b, cuius centrum c, punctusq; datus d, uolo ergo à puncto d, ducere lineam contingentem circulum a b. Produco lineam d c, secãtem circunferentiam circuli a b, in puncto a, super quam describo circulum d e, secundum quantitatem lineæ d c, concentricũ circulo a b, & à puncto a, produco lineam a e, perpendicularem ad lineam d c, quę secet circunferentiam circuli d e, in puncto e, & produco lineam e c, secantem circunferentiam circuli a b in puncto b. Deinde produco lineam d b, quæ erit contingens circulum a b. Quia enim duo latera a c & c e, trianguli a c e sunt æqualia duobus lateribus b c & c d trianguli b c d, & angulus c est communis utriq;, erit per 4 primi angulus e a c, æqualis angulo d b c, angulus autem e a c, est rectus, quare angulus d b c, est rectus. Per correlarium ergo præcedentis erit linea d b, contingens circulum a b: quod est propositum.



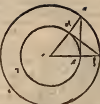
Euclid. ex Zamb. *Problema 2.* *Propositio 17.*

A dato signo, dato circulo contingentem rectam lineam ducere. 17

THEON ex Zãb. *Sit quidem datum signũ α, datus autem circulus sit βγδ, oportet iam à dato signo α, dato circulo βγδ, contingentẽ rectam lineam ducere. Suscipiatur enim (per 1 tertij) centrum circuli, sitq; illud ε, & coniungatur (per 1 postulatũ) αδε. Et centro quidem ε, spatio uerò εα (per 3 postulatũ) circulus describatur αζη, & ab ipso δ, ipsi εα, ad angulos rectos excitetur δζ (per 11 primi) & cõiungantur (per 1 postulatũ) εβζ, & αβ. Dico q. ab α signo, circulo βγδ, contingens ducta est αβ. Quoniã enim ε signum,* 20

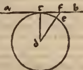
centrum

centrum est circulorum βγδ, & αζε, æqualis est εα, ipsi εζ, & εδ, ipsi εβ: ex centro enim in circunferentiam. Duæ igitur αε, & εβ, duabus εζ, & εδ, sunt æquales, & angulum communem habent qui ad ε: basis igitur δζ (per 4 primi) basi αβ, est æqualis, & triangulum δεζ, triangulo εβα, est æquale, & reliqui anguli reliquis angulis: æqualis igitur est angulus εδζ, angulo εβα, rectus est autem qui sub εδζ, rectus igitur est & qui sub εβα, & est εβ, ex centro. Quæ autem ex diametri circuli extremitate ad angulos rectos ducitur, ipsum tangit circulum (per correlariū 16 tertij) Igitur αβ, ipsum circulum βγδ, tangit. A dato igitur signo α, dato circulo βγδ, contingens recta linea ducta est αβ, quod fecisse oportuit. Euclid. ex Camp. *Propositio 17.*



17 I circulum linea recta contingat, à contactu uerò ad centrum linea recta ducatur, necesse est eam super lineam contingentem esse perpendicularem.

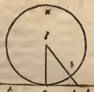
CAMPANVS. Sit linea a b, contingens circulum c e, cuius centrum sit d, in puncto c, qui iungatur cum centro per lineam c d. Dico hanc esse perpendicularem super lineam contingentem. Si enim non est perpendicularis ad ipsam, sit ergo d f perpendicularis ad eandem, quæ secet circunferentiam circuli in puncto e, eritq; uterq; angulorum qui sunt ad f: rectus igitur per 18 primi, linea c d, est maior linea d f, quod est impossibile. Constat itaq; d c esse perpēdicularem super a b: quod est propositū.



Euclid. ex Zamb. Theorema 16. Propositio 18.

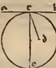
18 Si circulum tetigerit aliqua recta linea, à centro autem in contactum ducta fuerit aliqua recta linea, ipsa ducta, perpēdicularis erit cōtingenti.

THEON *ex Zamb. Circulū enim αβγ, tangat recta linea quædam δε, in γ signo, & sumatur (per 1 tertij) centrum circuli αβγ, sitq; illud ζ. Et ab ζ, in γ, ducatur (per primum postulatum) ζγ. Dico quòd ζγ, perpendicularis est in δε. Si enim non, excitetur (p 12 primi) ab ζ in ipsam δε, ppendicularis ζη. Quoniam igitur angulus ζηγ, rectus est, angulus igitur qui sub ηγζ, est acutus, maior igitur est angulus ζηγ, angulo ζγη, sub maiori autē angulo (p 19 primi) maius latus subtenditur, maior igitur est ζγ, quàm ζη. Aequalis autem est ζγ, ipsi ζβ: ex centro enim in circunferentiā: maior igitur est ζθ, q̄ ζη, minor maiore, quod est impossibile. Igitur ζη, ipsi δε non est perpendicularis. Similiter quoq; ostendemus, quòd nulla alia præter ζγ. Igitur ζγ, perpendicularis est ipsi δε. Si circulum igitur tetigerit aliqua recta linea, & quæ sequuntur reliqua: quod demonstrasse oportuit.* Euclid. ex Camp. *Propositio 18.*



18 I circulū linea recta contingat, & à contactu in circulum linea quædā orthogonaliter ducatur, in eadem centrum esse necesse est.

CAMPANVS. Sit ut prius linea a b contingens circulum c e in puncto c, & à contactu ducatur linea intra circulum c e, perpendicularis ad lineam a b. Dico quòd cētrum circuli est in linea c e. Hæc est conuersa prioris. Si enim non fuerit centrum in linea c e, sit alibi ubicunq; contingat, sitq; d, & producatur d c, eritq; que d c, per præmissam perpendicularis ad lineā a b, quod est impossibile, cùm e c, posita sit perpendicularis ad ipsam. *Euclid. ex Zamb. Theorema 17. Propositio 19.*



19 Si circulum tetigerit aliqua recta linea, à contactu autem ipsi tangēti ad angulos rectos recta linea quædā excitetur, in excitata erit centrum circuli.

THEON *ex Zamb. Circulū enim αβγ, tangat recta linea quædā δε, in signo γ, & ab ipso γ, ipsi δε (p 11 primi) excitetur ad angulos rectos γα. Dico q; in ipsa γα, est centrum circuli. Non enim, sed si possibile est, sit ζ, & (per 1 postulatū) coniungatur γζ. Quoniā igitur circulū αβγ, recta linea quædā δε tāgit, à cētro autē in cōtactū ducta est ζγ igitur (p 18 ppendicularis) est ipsi δε. Rectus igitur est āgulus ζγε,*



at angulus α γ ε, rectus est, æqualis igitur est angulus ζ γ ε, ei qui sub α γ ε, minor maiori, quod est impoßibile. Igitur ζ, centrum circuli α β γ non est. Similiter quoque ostendemus, quòd nec alibi præter quàm in α γ. Si circulum igitur aliqua recta linea tetigerit, à contactu autem ipsi tangēti ad angulos rectos recta linea excitetur, in excitata erit centrum circuli: quod demonstrasse oportuit.

Euclid. ex Camp. *Propositio 19.*



I intra circulum angulus supra centrum consistat, alius uerò angulus supra circunferentiam cōsistens eandem basin habeat, interior superiori duplus erit. 19

CAMPANVS. Sit ut in circulo a b c, cuius centrum d, fiat angulus a d c, supra centrum, & angulus a b c super circunferentiam, sitq; utriusq; anguli eadem basis quæ sit arcus a c. Dico angulum a d c, duplum esse ad angulū a b c. Quod sic probatur. Aut enim duæ lineæ a b & c b, includunt duas lineas a d & d c, aut altera earum sit linea una cum altera reliquarum, aut etiam altera primarum secat alteram postremarū. Sit ergo primò ut includant eas ut in prima figuratione apparet, & producatur linea b d e, eritq; per 32 primi, angulus a d e extrinsecus, æqualis duobus intrinsecis, qui sunt b a d & a b d, anguli. Et quia ipsi sunt æquales per quintā eiusdem, erit angulus a d e, duplus ad angulū a b d. Simili quoque modo erit angulus e d c, duplus ad angulum d b c, quare totus angulus a d c, duplus erit ad totum angulum a b c, quod est propositum. Quòd si altera duarum linearum a b & b a, fuerit linea una cum altera duarum quæ sunt a d & b d, ut in secunda figuratione apparet, per easdem per quas prius & simili modo liquet propositum. Quòd si altera duarum linearum primarum secet alteram duarum postremarū, ut in tertia figuratione apparet, ubi linea a b secat lineam d c, producatur linea b d e. Erit per easdem quas à principio assumpsimus & simili modo e d a, duplus ad angulum d b a, & totus angulus e d c, duplus ad totum angulum d b c, quare angulus a d c, duplus est ad angulum a b c: quod est propositum.

Euclid. ex Zamb. *Theorema 18.* *Propositio 20.*

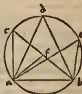
In circulo angulus qui ad centrum, duplus est eius qui ad circunferentiam, quando anguli eandem circunferentiam habuerint. 20

THEON ex Zamb. *Sit circulus α β γ, & ad eius centrum sit angulus β ε γ, ad circunferentiam uerò angulus β α γ, habeant autem eandem basin, circunferentiam β γ. Dico quòd duplus est angulus β ε γ, anguli β α γ. Ducta enim α ε (per secundum postulatum) extendatur in ζ. Quoniam enim æqualis est α ε, ipsi ε β, ex centro enim in circunferentiam, æqualis est angulus ε α β, ei qui sub ε β α. Anguli igitur ε α β, & ε β α (per 5 primi) eius qui est sub ε α β, dupli sunt: æqualis autem est qui sub β ε ζ (per 32 eiusdem) eis qui sub ε α β & ε β α. Angulus igitur β ε ζ, ipsius ε α β, duplus est. Et perinde angulus ζ ε γ, eius qui sub ε α γ (per eandem) duplus est. Totus igitur β ε γ, totius qui sub β α γ, est anguli, duplus est. Rursus constituatur, & sit alter angulus β δ γ, & ducatur (per 1 postulatum) δ ε, extendaturq; (per 2 postulatum) in η. Similiter quoq; ostendemus quòd duplus est η ε γ, angulus eius qui sub ε δ γ, est anguli. Quorum qui sub η ε β, duplus est eius qui sub ε δ β. Reliquus igitur qui sub β ε γ, eius qui est sub β δ γ, duplus est. In circulo igitur angulus qui ad centrum, duplus est eius qui ad circunferentiam, quando eandem circunferentiam basin habuerint ipsi anguli: quod oportuit demonstrasse.*

Euclid. ex Camp. *Propositio 20.*



I in una circuli portione, anguli super arcum consistant, angulos quoslibet æquales esse necesse est. 20



CAMPANVS. Sit ut in portione a d b, circuli a b c, cuius centrum sit f, consistant quotlibet anguli super arcum a d b, qui sunt e d c. Dico eos esse æquales. Protrahatur enim chorda a b, & ab eius extremitatibus ducantur in centrum lineæ a f, & b f, eritq; per præmissam angulus f consistens supra centrum, ad unumquenque eorum

rum duplus, quare ipsi sunt æquales: quod est propositum.

Euclid. ex Zamb. *Theorema 19.* *Propositio 21.*

21 In circulo, qui in eodem segmento sunt anguli, sibi inuicem sunt æquales.

THEON *ex Zamb. Sint in segmento βαεδ, circuli αβγδ, anguli qui sub βαδ, & βεδ. Dico quòd anguli βαδ, & βεδ, sibi inuicem sunt æquales. Suscipiatur enim (per primam tertij) centrum circuli αβγδ, sitq; illud ζ. Et ducantur (per primum postulatum) βζ, ζδ. Et quoniam angulus βζδ, est ad centrum, angulus autem qui sub βαδ, ad circunferẽtiam, & eandem habent basin circunferentiam βγδ, angulus igitur βζδ (per præcedentem) duplus est eius qui sub βαδ, & per hoc angulus βζδ, duplus est etiam eius qui sub βεδ. Aequalis igitur est (per communem sententiam dicentem, quæ eiusdem sunt dimidium, adinuicem sunt æqualia) angulus βαδ, angulo βεδ. In circulo igitur, qui in eodem segmento sunt anguli, sibi inuicem sunt æquales: quod demonstrasse oportuit.*

Euclid. ex Camp. *Propositio 21.*

21 I intra circulum quadrilaterũ describatur, quoslibet eius duos angulos ex aduerso collocatos, duobus rectis angulis æquos esse necesse est.

CAMPANVS. Sit quadrilaterum a b c d, inscriptum circulo a b c d. Dico quosq; eius duos angulos oppositos, esse æquales duobus rectis. Protrahantur in quadrilatero, diametri a c, b d, eritq; per præmissam, angulus c b d æqualis angulo c a d, & angulus a b d æqualis angulo a c d, quare totus a b c, æqualis erit duobus angulis qui sunt a c d & c a d. Et quia ipsi cũ angulo a d c sunt æquales duobus rectis per 32 primi, erũt & anguli b totalis, & d totalis, æquales duobus rectis: quod est propositum. Similiter quoq; probabo angulos a & c totales, esse æquales duobus rectis.

Euclid. ex Zamb. *Theorema 20.* *Propositio 22.*

22 In circulis quadrilaterorum existentiũ, anguli qui ex opposito, duobus rectis sunt æquales.

THEON *ex Zamb. Sit circulus αβγδ, & in eo quadrilaterum sit αβγδ. Dico quòd anguli qui ex opposito, duobus rectis sunt æquales. Coniungantur (per primum postulatum) αγ, & βδ. Quoniam igitur (per 32 primi) omnis trianguli tres anguli duobus rectis sunt æquales: trianguli igitur αβγ, tres anguli γαβ, αβγ, & βγα, duobus rectis sunt æquales. Angulus autem γαβ, angulo βδγ est æqualis (per 21 tertij) in eodem enim sunt segmento βαδγ. Angulus verò αγβ (per eandem) angulo αδβ, in eodem enim sunt segmento αδγβ. Totus igitur qui sub αδγ, eis qui sub βαγ, & αγβ est æqualis, communis apponatur angulus αβγ. Anguli igitur qui sub αβγ, βαγ, & αγβ, eis qui sunt sub αβγ, & αδγ, sunt æquales: sed qui sub αβγ, βαγ, & αγβ, duobus rectis sunt æquales. Anguli igitur αβγ, & αδγ, duobus rectis sunt æquales. Similiter iam ostendemus, quòd etiam anguli βαδ, & δγβ, duobus rectis sunt æquales. In circulis igitur quadrilaterorum existentium anguli ex opposito, duobus rectis sunt æquales: quod demonstrare oportebat.*

Euclid. ex Camp. *Propositio 22.*

22 Vas similes circuli portiones inæquales, supra unã rectam lineam assignatam, ex eadem parte cadere impossibile est.

CAMPANVS. Sit recta linea a b, super quã fiat portio circuli, a c b. Dico quòd super eandem lineam ex eadem parte non fiet alia portio quæ sit similis huic, & ea maior aut minor. Quòd si fuerit possibile, fiat ergo portio a d b, maior ea, quæ cùm sit similis ei, fiat ergo angulus a c b in portione minori, & angulus a d b in maiori. Erit ergo ut lineæ a d, & d b, includant lineas a c & c b, ut in figuratione prima apparet. Aut altera primarũ, una fiat cum altera postremarum, ut in secunda. Aut ut altera secet alteram, ut in tertia. Quòd si fuerit primo modo, erit per uicesimamprimã primi, angulus c maior angulo d, non

d,non ergo portiones ſimiles per diffinitionē. Quòd ſi ſecundo modo, erit adhuc angulus c, maior angulo d, per decimāſextam primi: non igitur erunt portiones ſimiles. Si autem tertio modo, ſit ut linea b d, ſecet lineam a c, & ſecet circunferentiam portionis minoris in pūcto e, & ducatur linea e a. Eritq́ per eandem decimamſextam primi, angulus a e b, conſiſtens in portione a c b, maior angulo d, quare nullo modo ſunt portiones ſimiles. ¶ Simili quoque modo probabis, quòd ſuper eandem lineam non fiet portio ſimilis portioni a e b, minor ea: poſito c, in loco d, & d in loco c, in figura cum omnibus prædictis: erit enim per præmiſſas & per 21 primi, & per 16 eiuſdem & præmiſſo modo, angulus d omnium figurationum, maior angulo c, quare portiones non erunt ſimiles. Et nota, quòd licèt proponatur ſuper lineam unam non poſſe fieri portiones ſimiles inæquales ex eadem parte: uerum eſt tamen, quòd neq; ex diuerſis partibus. Quodlibet probare, minore quæ eſt ex una parte, ſuperpoſita maiori quæ eſt ex altera. Neceſſe enim erit per communem ſcientiam, ipſam à maiori excedi, non ergo ſunt ſimiles per hanc 22.

Euclid. ex Zamb. Theorema 21. *Propoſitio 23.*

Super eadem recta linea, duo ſegmenta circulorum ſimilia, & inæqualia, non conſtituentur ad eaſdem partes. 23

THEON ex Zamb. *Si enim poßibile, ſuper eadem recta linea α β, duo circulorum ſegmenta ſimilia & inæqualia conſtituantur ad eaſdem partes α γ β, & α δ β, & ducatur (per primum poſtulatum) α ε δ, & coniungantur (per 2 poſtulatum) γ β & δ β. Quoniam igitur ſegmentum α γ β, ſimile eſt ſegmento α δ β, ſimiliaq́; circulorum ſegmenta ſunt quæ æquales angulos ſuſcipiunt, (per diffinitionem 10 tertij) angulus igitur α γ β, angulo α δ β, eſt æqualis, exterior interiori: quod (per 16 primi) eſt impoßibile. Super eadem igitur recta linea, duo circulorum ſegmenta ſimilia & inæqualia non conſtituentur ad eaſdem partes: quod oportuit demonſtraſſe.*

Euclid. ex Camp. *Propoſitio 23.*

SI circulorū ſimiles portiones ſupra lineas æquas fuerint, ipſas portiones æquas eſſe oportet. 23

CAMPANVS. Sint duæ lineæ a b & c d æquales, ſuper quas ſunt duæ portiones circulorū a e b, c f d, quæ ſunt ſimiles. Dico quòd ipſæ ſunt æquales. Si enim non ſunt æquales, altera earum ſuperpoſita alteri, excedet maior minorem. Sed linea a b, non exceder lineam c d, nec excedetur ab ea: cùm ſint æquales. Quare accidet contrarium præmiſſæ, quod eſt impoſsibile. Erit enim a b & c d linea una.

Euclid. ex Zamb. Theorema 22. *Propoſitio 24.*

Super æqualibus rectis lineis ſimilia circulorum ſegmenta conſtituta, ſibi inuicem ſunt æqualia. 24

THEON ex Zamb. *Super æqualibus, inquam, rectis lineis α β, & γ δ, ſimilia circulorum ſegmenta α ε β, & γ ζ δ, conſtituantur. Dico quòd æquum eſt ſegmentum α ε β, ſegmento γ ζ δ. Congruente nanq; ſegmento α ε β, ipſi γ ζ δ, ſegmento, & poſito ſigno α, ſuper ſigno γ, recta uerò linea α β, ipſi rectæ lineæ γ δ congruente, & β ſignum congruet ipſi δ ſigno, quoniam æqualis eſt α β, ipſi γ δ. Congruente autem α β, recta linea ipſi γ δ, congruit α ε β, ſegmentum ipſi γ ζ δ. Si enim α β, recta linea ipſi γ δ congruit, ſegmentum autem α ε β, ipſi γ ζ δ, non congruit, ſed differt ſicut γ η δ, circulus autem circulum (per. 10. decimam tertij) non ſecat in pluribus ſignis duobus. Sed γ η δ, ipſum γ ζ δ, in pluribus quàm duobus ſignis, hoc eſt γ η δ, ſecat, quod (per eandem) eſt impoßibile. Non igitur, congruente α β, recta linea ipſi γ δ, non congruit quoque & ſegmentum α ε β, ſegmento γ ζ δ. Congruit igitur & ei eſt æquale. Super æqualibus igitur rectis lineis ſimilia circulorum ſegmenta conſtituta, ſibi inuicem ſunt æqualia: quod erat demonſtrandum.*

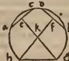
Euclid.

Euclid. ex Camp. *Propoſitio 24.*

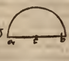


24 DAti ſemicirculi, ſiue ſemicirculo maioris ſiue minoris portionis, circulum perficere.

CAMPANVS. Intentio per hanc concluſionem, eſt ex omni arcu dato, ſiue ex omni circuli portione data, circulum perficere. Sit ergo a b quilibet arcus: ex quo uolo perficere circulum. Protraham in eo duas lineas qualitercunq; contingat, quæ ſint a c, & b d: quas diuidam per æqualia, a c quidem in puncto e, & b d in pũcto f. Et protraham e g perpendicularem ad a c, & f h perpendicularem ad b d: quæ ſecent ſe in puncto k. Eritq; per correlarium primæ huius, centrum circuli in utraq; linearum e g & f h. Quare centrum eſt punctum k. Si autem e g non ſecet f h, ſed ſint linea una, quemadmodum erit ſi duæ lineæ a c & b d ſint æquidiſtantes: tunc ipſa applicabitur circunferentiæ dati arcus ex utraq; parte, ipſa igitur diuiſa per medium in puncto k, erit ibi centrũ circuli per idem correllarium.







Aequidiſtantes autem non erunt e g & fh, quia cùm in utraq; ſit cẽtrum circuli per dictum correllarium, eſſent eiuſdem circuli duo centra. Sic poteſt de omni arcu, ſiue de omni portione communiter demonſtrari, qualiter inde circulus perficiatur. Quia tamen auctor uidetur hanc concluſionem uariare ſecundum diuerſas ſpecies arcuum, omniũ portionũ enumerando ſpecies: demonſtrabimus diuiſim per ſpecies, qualiter ex omni portione data circulus perficiatur. Sit ergo primũ a b portio data, ſemicirculus: eritq; per diffinitionem ſemicirculi, linea a b diameter: ea igitur diuiſa per medium in puncto c, erit c cẽtrum circuli. Sit rurſus portio a c b ſemicirculo maior, cuius chorda ſit a b, quam diuido per æqualia in puncto d, à quo duco d c perpendicularem ad ipſam, quæ tranſibit per centrum, per correlarium primæ huius: & protraho lineam a c. Et quia linea a b eſt minor diametro, cùm ſit a c b portio maior ſemicirculo, erit a d minor ſemidiametro, ſed d c eſt maior ſemidiametro, ergo d c eſt maior quàm a d ergo per 19 primi angulus c a d eſt maior angulo a c d. Fiat itaq; per 23 primi, angulus c a e æqualis angulo a c d: producta linea a e quæ ſecet lineam c d in puncto e, eritq; per 6 primi, linea a e æqualis lineæ e c: producatur igitur linea e b, eritq; per 4 primi, linea e b æqualis lineæ a e, quare tres lineæ e a, e b, e c ſunt æquales, ergo per 9 huius e eſt centrum circuli. Sit iterum a c b portio minor ſemicirculo: cuius chorda ſit a c, quam diuido per æqualia in puncto d, à quo produco lineam c d e perpendicularem ad lineam a b, quę ſecet circunferentiam in puncto c: hanc manifeſtum eſt tranſire per centrum per correlarium primæ huius. Produco iterum lineam a c, eritq; angulus a c d maior angulo c a d. Si eſt æqualis, erit a c b ſemicirculus: & ſi minor, erit maior ſemicirculo: poſitum eſt autem quòd ſit minor. Produco igitur lineam a e, quæ cum linea a c faciat angulum æqualem angulo c, & ſecet lineam c f in puncto e: & manifeſtũ eſt quòd punctum e, cadat extra datam portionem, & produco lineam e b, & quia angulus a totalis eſt æqualis angulo c, erit per 6 primi, linea e a æqualis lineæ e c, & quia per 4 primi linea e b eſt æqualis lineæ e a, erit per 9 huius punctum e, centrum circuli: quare patet propoſitum, ſecundum omnes ſpecies portionum circuli.





Euclid. ex Zamb. *Probleme 3.* *Propoſitio 25.*

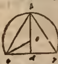
25 Circuli ſegmento dato, deſcribere circulum cuius eſt ſegmentum.

THEON *ex Zamb. Sit datum ſegmentum circuli α β γ. Oportet iam ſegmenti α β γ, circulum cuius eſt ſegmentũ deſcribere. Secetur enim (per 10 primi) α γ, biſariam in δ. Exciteturq́; (per 11 eiuſdem) à ſigno δ, ipſi α γ, ad angulos rectos β δ, & coniungatur (per primum poſtulatum) α β. Angulus igitur α β δ, angulo β α δ comparatus, aut eo eſt maior, aut ei æqualis, aut eo minor. Sit prius maior, & conſtituatur (per 23 eiuſdem) ad ipſam β α, rectam lineam, ad ſignumq́; in ea α, ipſi angulo α β δ, æqualis angulus β α ε. Et extendatur (per 2 poſtulatum) β δ, in ε. Et coniungatur (per 1 poſtulatum) ε γ, quoniam igitur angulus α β ε, æqualis eſt angulo β α ε, æqualis igitur eſt (per 6 primi) recta linea ε β, ipſi α ε. Et quoniam æqualis eſt α δ, ipſi δ γ, communis autem δ ε,*





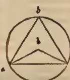
duæ igitur αδ, & δε, duabus γδ, & δε, sunt æquales altera alteri. Et angulus αδε (per 4 postulatum) angulo γδε est æqualis, rectus enim uterq;. Et basis igitur αε (per 4 primi) basi γε est æqualis. Sed αε ipsi βε, ostensa æqualis est. Igitur βε, ipsi γε est æqualis. Tres igitur αε, εβ, & εγ, sibi inuicem sunt æquales. Centro igitur ε, spatio autem (per 3 postulatum) aut αε, aut εβ, aut εγ, circulus descriptus per reliqua signa ueniet & descriptus erit. Circuli igitur segmento dato, circulus descriptus est, & manifestum est, quòd segmentum αβγ, minus est semicirculo, quoniam ε, centrum extra ipsum cadit. Similiter quoque ostendemus, & si angulus αβδ, æqualis fuerit angulo βαδ. Si αδ, æquali existente utriq; ipsarum βδ, & δγ, tres igitur δα, δβ, & δγ, sibi inuicem sunt æquales. Et erit ipsum centrũ δ, completi circuli, ipsum erit quoque semicirculus αβγ. Si autem αβδ, minor fuerit βαδ, constituemus (per 23 primi) ad βα rectam lineam, & ad signum in ea α, angulo αβδ, æqualem intra αβγ segmentum. Segmenti centrum cadet super δβ, ut ε, & erit, uidelicet segmentũ αβγ, maius semicirculo. Dato igitur segmento, describitur circulus cuius est segmentum: quod fecisse oportuit.



Euclid. ex Camp. *Propositio 25.*


I in æquis circulis seu super centra, seu super circunferẽtias, æquales anguli consistant, super æquos arcus eos cadere necesse est. 25

CAMPANVS. Sint duo circuli æquales a b c, cuius centrum d, & e f g, cuius centrum h, & fiant supra centra eorũ, duo anguli a d c & e h g, qui ponãtur æquales. Dico duos arcus a b c, & e f g, esse æquales. Protrahãtur duæ lineæ a c & e g, & fiant duo anguli in circũferentijs ipsorum, cõsistentes supra prædictos arcus, qui sint angulus a b c & angulus e f g. Quia ergo circuli sunt æquales, erunt per diffinitionem æqualium circulorũ semidiametri æquales, & quia duo anguli d & h sunt æquales per 4 primi, linea a c æqualis lineæ e g, & per 19 huius, erit angulus b, ęqualis angulo f, cùm d angulus sit æqualis angulo h. Ergo per diffinitionem similium portionum duæ portiones a b c & e f g, sunt similes: & quia ipsæ sunt super lineas a c & e g æquales, ipsæ erunt æquales per 23 huius, quare arcus a b c & e f g, sunt æquales. Quòd si anguli b & f qui sunt in circunferentia, ponantur æquales, erunt per diffinitionem portiones similes, & anguli d & h æquales, per 19 huius. Et quia circuli sunt æquales per positionem, erunt per 4 primi, duæ lineæ a c & e g æquales, quare ut prius, portiones æquales per 23 huius, cùm sint similes, & super æquales lineas, igitur & arcus æquales: quod est propositum.





Euclid. ex Zamb. *Theorema 23.* *Propositio 26.*

In æqualibus circulis æquales anguli, in æqualibus circunferentijs insistunt, siue si ad centra, siue si ad circunferentias consistunt. 26

THEON ex Zamb. *Sint æquales circuli, αβγ, & δεζ, & in eis sint anguli æquales ad centra quidem, qui sub βηγ, & εθζ, ad circunferentias autem, qui sub βαγ, & εδζ. Dico quòd circunferentia βκγ, æqualis est circunferentiæ ελζ. Coniungantur (per primum postulatum) βγ, & εζ. Et quoniam circuli αβγ & δεζ, sunt æquales, etiam quæ ex centris, sunt æquales (per primam diffinitionem tertij) Duæ igitur βη, & ηγ, duabus εθ, & θζ, sunt æquales. Et angulus qui ad η, angulo qui ad θ est æqualis. Et quoniã angulus qui ad α, æqualis est angulo qui ad δ, segmentum igitur βαγ (per 10. tertij) simile est segmento εδζ, & sunt in æqualibus rectis lineis βγ, & εζ. Super æqualibus autem rectis lineis (per 24 eandem) similia circulorum segmenta existentia, inuicem sunt æqualia. Segmentum igitur βαγ, æquale est ipsi εδζ segmento. Est autem totus circulus αβγ, æqualis toti circulo δεζ. Reliqua igitur βκγ circunferentia (per 3 communem sententiam) reliquæ ελζ, circunferentiæ est æqualis. In æqualibus igitur circulis æquales anguli in æqualibus circunferentijs insistunt, siue si ad circunferentias, siue si ad centra consistant: quod demonstrasse oportuit.*



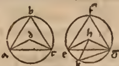


Euclid.

Euclid. ex Camp. *Propositio 26.*

26 I in æquis circulis æqui ſumantur arcus, infra illos, formatos angulos qui ſupra centra eorũ, ſeu ſupra circunferentias conſtituantur, æquos eſſe neceſſe eſt.

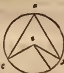
CAMPANVS. Sint ut prius duo circuli æquales a b c, cuius centrum d, & e f g cuius centrum h: ſintq́ duo arcus a b c & e f g æquales: fiantq́ ſuper ipſos arcus, duo anguli in cẽtro qui ſint d & h: ductis a d, c d, e h, g h. Itemq́ ſuper eoſdem arcus fiant duo alij anguli in circunferentia, qui ſint b & f: ductis lineis a b, c b, e f & g f. Dico duos angulos d & h, ad inuicem eſſe æquales: itemq́ duos b & f, ad inuicem eſſe æquales. Et eſt hæc conuerſa prioris. Si enim non ſunt d & h anguli ad inuicem æquales: ſit ergo h maior, à quo abſcindatur angulus k h g, qui ſit æqualis angulo d, eritq́ per præmiſſam, arcus k e f g, æqualis arcui a b c. Sed duo arcus a b c & e f g poſiti, ſunt æquales: accidet ergo partem eſſe æqualem toti: quod eſt impoſsibile. Quare anguli d & h totales, ſunt æquales. Simili quoq́ modo probabis angulos b & f, eſſe æquales: uel ſi mauis, probato quòd anguli d & h ſint æquales: ſequitur b & f eſſe æquales per 19 huius, & econuerſo.



Euclid. ex Zamb. *Theorema 23.* *Propoſitio 27.* *Conuerſa præcedentis.*

26 In æqualibus circulis anguli qui æqualibus circunferentijs inſiſtunt, ſibi inuicem ſunt æquales: ſiue ſi ad centra, ſiue ſi ad circunferentias fuerint conſtituti.

THEON ex Zamb. *In æqualibus enim circulis αβγ, & δεζ, ſuper æqualibus circunferentijs βγ & εζ, ad centra η θ, anguli conſiſtant βηγ & εθζ: ad circunferentias autem βαγ & εδζ. Dico quòd angulus βηγ æqualis eſt angulo εθζ: & angulus βαγ æquus eſt angulo εδζ. Siquidem angulus βηγ æquus eſt angulo εθζ: manifeſtum eſt quòd angulus etiam βαγ æquus eſt angulo εδζ per 20 tertij. Si uerò non, alter eorum maior eſt: ſit maior angulus βηγ, & cõſtituatur per 23 primi, ad rectam lineã βη, ad datumq; in ea ſignum η: angulo εθζ æqualis angulus βηκ. Anguli autem æquales ſuper æqualibus circunferentijs conſiſtunt, per 26 tertij, quando ad centra fuerint: æqualis igitur eſt circunferentia βκ, circunferentiæ εζ. Sed εζ, ipſi βγ eſt æqualis: & βκ igitur, ipſi βγ eſt æqualis: minor maiori, quod eſt impoßibile. Angulus igitur βηγ, angulo εθζ inæqualis non eſt: æqualis igitur. Et eſt ipſius quidem anguli βηγ dimidius angulus qui ad α, per 20 tertij. Ipſius autem εθζ dimidius angulus qui ad δ per eandem. Aequalis igitur eſt angulus qui ad α, angulo qui ad δ: in æqualibus igitur circulis anguli ſuper æqualibus circunferentijs conſiſtentes, ſibi inuicem ſunt æquales: ſiue ſi ad centra, ſiue ſi ad circunferentias fuerint conſtituti: quod demonſtraſſe oportuit.*




Euclid. ex Camp. *Propoſitio 27.*

27 I in circulis æqualibus æquæ lineæ arcus reſecent, arcus quoque æquos eſſe: ſi autem lineæ inæquales fuerint, arcus quoque inæquales, & à maiore linea maiorem arcum, à minore uerò minorem abſcindi neceſſarium eſt.

CAMPANVS. Sint duo circuli æquales a b c, cuius centrum d, & e f g cuius centrum h: ſitq́ corda a c æqualis chordæ e g. Dico duos arcus a b c & e f g, quos prædictæ chordæ ex prædictis circulis reſecant, eſſe æquales. Quòd ſi chorda e g ponatur maior chorda a c: dico arcum e f g eſſe maiorem arcu a b c. Primum quidem ſic probatur. Ducantur à centris lineæ ad extremitates chordarum, quæ ſint d a, d c, h e, h g: & quia circuli poſiti ſunt fore æquales, erũt



hæ semidiametri æquales: & quia linea a c posita est æqualis lineæ e g, erit per 8 primi, angulus d æqualis angulo h totali: quare per 25 huius, erit arcus a b c, æqualis arcui e f g: sicque patet primum.

Secundum sic. Sit e g maior a c: eritque per 25 primi, angulus h, maior angulo d. Fiat ergo angulus f h g æqualis angulo d: eritque per 25 huius, arcus f g, æqualis arcui a b c. Quare arcus e f g, est maior arcu a b c: quod est secundum propositum.

Euclid. ex Zamb. *Theorema 25.* *Propositio 28.*

In æqualibus circulis æquales rectæ lineæ, æquales circunferentias auferunt, maiorem maiori, minorem autem minori. 28

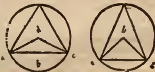
THEON *ex Zamb. Sint æquales circuli αβγ & δεζ, & in eis sint æquales rectæ lineæ βγ & εζ: circunferentias βαγ & εδζ maiores auferentes, circunferentias autem βηγ & εθζ minores. Dico quòd circunferentia βαγ maior, æqualis est circunferentiæ εδζ maiori: circunferentia verò βηγ minor, æqualis est circunferentiæ εθζ minori. Suscipiantur enim circulorum centra (per primam tertij) sintque κλ, & coniungantur κβ, κγ, λε & λζ. Et quoniam circuli sunt æquales, æquales quoque sunt quæ ex centris (per primam diffinitionem tertij) Duæ igitur βκ & κγ, duabus ελ & λζ sunt æquales. Et basis βγ (per hypothesin) basi εζ est æqualis: angulus igitur βκγ (per 8 primi) angulo ελζ est æqualis: æquales autem anguli (per 26 tertij) in æqualibus circunferentijs insistunt: etiam quando ad centra fuerint constituti. Circunferentia igitur βηγ, æqualis est circunferentiæ εθζ: est autem totus circulus αβγ, toti circulo δεζ æqualis. Reliqua igitur circunferentia βαγ (per 3 communem sententiam) reliquæ circunferentiæ εδζ est æqualis. In circulis æqualibus igitur æquales rectæ lineæ, æquales circunferentias auferunt: maiorem maiori, minorem autem minori: quod demonstrasse oportuit.*

Euclid. ex Camp. *Propositio 28.*



Irculorum æqualium æquos arcus, æquas chordas habere necesse est. 28

CAMPANVS. Sint duo circuli æquales a b c, cuius cẽtrum d, & e f g, cuius centrum h: sitque arcus a b c æqualis arcui e f g. Dico quòd chorda a c, est æqualis chordæ e g. Et est hæc conuersa primæ partis præmissæ. Ducantur lineæ d a, d c, h e, h g: eruntque per 26 huius, anguli d & h æquales. Quare per quartam primi, erit a c, æqualis e g, quod est propositum. Quæcunque autem probatæ sunt passiones de diuersis circulis æqualibus, intellige multò fortius veras esse de eodem.



Euclid. ex Zamb. *Theorema 26.* *Propositio 29.* *Conuersa præcedentis.*

In æqualibus circulis, sub æqualibus circunferentijs æquales rectæ lineæ subtenduntur. 29

THEON *ex Zamb. Sint æquales circuli αβγ & δεζ, & in eis æquales sumantur circunferentiæ βηγ & εθζ, coniunganturque βγ & εζ rectæ lineæ. Dico quòd æqualis est recta linea βγ ipsi εζ rectæ lineæ. Sumantur enim (per primam tertij) circulorum centra: sintque κ & λ, & coniungantur κβ & κγ, λε & λζ. Et quoniam circunferentia βηγ æqualis est ipsi εθζ circunferentiæ: æqualis est angulus βκγ angulo ελζ (per decimam diffinitionem tertij) Et quoniam circuli αβγ & δεζ sunt æquales: & quæ ex centris quoque sunt æquales (per 1 eiusdem diffinitionem) Duæ igitur βκ & κγ, duabus ελ & λζ sunt æquales, & angulos comprehẽdunt æquales. Basis igitur βγ (per 4 primi) basi εζ est æqualis. In æqualibus igitur circulis, sub æqualibus circunferentijs æquales rectæ lineæ subtenduntur: quod demonstrasse oportuit.*

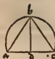
Euclid.

Euclid. ex Camp. *Propositio 29.*

29 

Atum arcum per æqualia diuidere.

CAMPANVS. Sit datus arcus a b c, cui subtendatur chorda a c, quæ diuidatur per æqualia in puncto d, à quo ducatur perpendicularis ad ipsam, quæ sit d b: secans circunferentiam dati arcus in puncto b, quam dico diuidere datum arcum per æqualia. Ducãtur enim lineæ b a, b c, quæ erunt æquales per 4 primi. Quare per primam partem 27 huius, arcus a b, erit æqualis arcui b c: quod est propositum.



Euclid. ex Zamb. *Problema 4.* *Propositio 30.*

Datam circunferentiam, bifariam secare.

THEON *ex Zamb. Sit data circunferentia α δ β, oportet iam ipsam circunferentiam α δ β, bifariam secare. Coniungatur α β, seceturq́ (per 10 primi) bifariam in γ signo: & ab ipso γ, ipsi α β rectæ lineæ (per 11 primi) ad angulos rectos excitetur γ δ, & coniungantur α δ & δ β. Et quoniam æqualis est α γ ipsi γ β, communis autem γ δ: duæ igitur α γ & γ δ, duabus β γ & γ δ sunt æquales: & angulus α γ δ (per 4 postulatum) angulo β γ δ est æqualis: rectus enim uterque est. Basis igitur α δ (per 4 primi) basi δ β est æqualis. Aequales autem rectæ lineæ, æquales circunferentias auferunt, maiorem maiori, minorem autem minori (per 28 tertij) Et utraque ipsarum circunferentiarum α δ & δ β, semicirculo minor est: æqualis igitur est circunferentia α δ, ipsi δ β circunferentiæ. Data igitur circunferentia, bifariàm secta est: quod fecisse oportuit.*

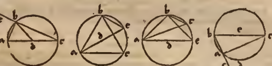


Euclid. ex Camp. *Propositio 30.*

30 

I rectilineus angulus in semicirculo supra arcum consistat, rectus est. Si uerò in portione semicirculo minore, recto maior. Si autem in portione semicirculo maiore, recto minor. Itemq́ omnis portionis angulus semicirculo maioris, recto maior, minoris uerò, recto minor de necessitate erit.

CAMPANVS. Sit in circulo a b c cuius centrũ d & diameter a d c, semicirculus a b c, in cuius semicirculi circunferentia fiat angulus a b c, ductis lineis a b & b c. Dico illum angulum esse rectum. Protrahatur ab ipso angulo in centrum, linea b d: eritq́ per 5 primi, angulus a b d, æqualis angulo a: & angulus d b c, æqualis angulo c. Et quia angulus c d b est æqualis duobus angulis d b a, & a per 32 primi: ipse erit duplus ad angulum d b a. Eadem ratione angulus a d b, duplus erit ad angulum d b c: ergo duo anguli c d b & a d b, dupli sunt ad totalem angulum a b c: sed ipsi sunt æquales duobus rectis per 13 primi: erit igitur angulus a b c totalis, medietas duorum rectorũ, quare rectus: quod est primum propositum.

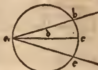


IDEM aliter. Protrahatur c b usq́ ad e, eritq́ per 32 primi, angulus a b e, æqualis duobus angulis a & c, & quia angulus a est æqualis a b d, & angulus c angulo c b d: erit angulus a b e æqualis totali angulo a b c: ergo uterq́ eorum est rectus per diffinitionem. Secundum sic patet. Sit in circulo a b c cuius centrum d, portio a b c cuius chorda a c, maior semicirculo: & fiat super eius circunferentiam angulus a b c, ductis lineis b a & b c. Dico illum angulum esse minorem recto. Producantur enim diameter a d e & linea e b: eritq́ per primam partem huius b totalis, rectus: quare angulus a b c, erit minor recto per 9 communem scientiam, cùm sit pars eius, sicq́ patet secundum. Tertium sic. Sit rursus in circulo a b e cuius centrum d, portio a b c cuius chorda a c, quæ sit semicirculo minor. & fiat super eius circunferentiam angulus a b c, ductis lineis b a & b c. Dico hunc angulum esse maiorem recto. Producantur enim diameter a d e & linea b e, eritq́ per primam partem huius, angulus a b e rectus, quare angulus a b c erit maior recto, quod est

tertium propositum. Quartum & quintum sic. Sint in circulo a b c d cuius centrum e, portio a b c, cuius chorda a c maior semicirculo: & portio a d c cuius eadem chorda a c minor semicirculo. Dico angulum contentum ab arcu c b a & chorda a c, esse maiorem recto: & angulum contentum ab arcu c d a & chorda a c, esse minorem recto. Producatur diameter c e b, & linea b a, usq; ad f, eritq; per primam partem huius, angulus b a c rectus, quare per 13 primi, angulus f a c, est similiter rectus. Quia igitur angulus rectus est pars primi, & secundus pars recti: euidenter patet utrunq;, quare tota liquet hæc pentamembris conclusio.

CAMPANI additio.

Ex istis duabus ultimis partibus, nota instantiam contra illas duas argumẽtationes: ad quas tulimus instantiam in 15 huius. Transitur enim ab angulo portionis semicirculo minoris, qui est minor recto (per ultimam partem huius) ad angulum portionis semicirculo maioris qui est maior recto per penultimam partem huius, non tamen per æquale. Cùm enim omnis portio circuli sit aut semicirculus, aut maior semicirculo aut minor, sit autem tam angulus semicirculi per secundam partem 15, quàm angulus portionis minoris per ultimam partem huius minor recto, portionis uerò maioris sit maior recto: non tamen erit alicuius portionis angulus, nec simpliciter aliquis contentus à circunferentia & linea recta, aut rectus aut æqualis recto. Quod ut clarius pateat: sit in circulo a b c cuius centrum d, linea a b cui non sit determinatus finis ex parte b, secans ex ipso b portionem semicirculo minorem: eritq; per ultimam partem huius, minor recto. Huius circuli sit diameter a d c, & imaginetur linea a b, moueri ad partem c super punctum a: quæ quandiu fuerit citra c, uel in ipso c, cooperiens diametrum a d c: faciet cum arcu angulum minorem recto. In omni autem puncto ultra c, uelut in e: faciet per penultimam partem huius, angulum maiorem recto. Transitur ergo à minori ad maius, non per æquale. Et sicut in rectilineis angulis est reperire maiorem angulo semicirculi & minorem, non tamen æqualem, ut demonstratum est in 15 huius: sic in angulis portionis est reperire maiorem recto & minorem, non tamen æqualem, ut patet ex ista demonstratione.



Euclid. ex Zamb. *Theorema 27.* *Propositio 31.*

In circulo angulus qui in semicirculo est, rectus est: qui autem in maiore segmento, minor recto: qui uerò in minore segmento, maior est recto. Et insuper angulus maioris segmenti, recto quidem maior est: minoris autem segmenti angulus, minor est recto. 31

THEON *ex Zamb. Sit circulus α β γ δ: dimetiens autem eius sit β γ, centrum uerò ε. Sumaturq; in semicirculo signum utcunq;, sitq; illud α, & coniungantur β α, α γ, α δ & δ γ. Dico quòd angulus in β α γ semicirculo, rectus est. Angulus autem in α β γ segmento maiore semicirculo, qui est sub α β γ, recto minor est. Angulus uerò in α δ γ minore semicirculo segmento, qui est sub α δ γ, recto maior est. Coniungatur α ε, & extendatur β α in ζ. Et quoniam æqualis est β ε ipsi ε α, ex centro enim in circunferentiam: æqualis est angulus ε α β angulo ε β α (per 5 primi) Rursus quoniam æqualis est α ε ipsi ε γ, æqualis est per eandem, angulus qui sub α γ ε ei qui sub γ α ε. Totus igitur angulus β α γ duobus angulis α β γ & α γ β est æqualis. Angulus autem qui sub ζ α γ extra ipsum triangulum α β γ: duobus angulis α β γ & α γ β est æqualis, per 32 primi. Aequalis igitur est angulus β α γ, angulo ζ α γ: rectus igitur uterq; est. In semicirculo igitur β α γ, angulus qui sub β α γ, rectus est. Et quoniam trianguli α β γ, duo anguli α β γ & β α γ (per 17 primi) duobus rectis sunt minores, angulus autem β α γ rectus est: angulus igitur qui sub α β γ, recto minor est, & est in segmento α β γ, maiore semicirculo. Et quoniam in circulo inest quadrilaterum α β γ δ, in circulis autem quadrilaterorũ consistentium (per 22 tertij) anguli qui ex opposito duobus rectis sunt æquales: anguli igitur α β γ & α δ γ, per eandem duobus rectis sunt æquales. At angulus α β γ recto minor est. Reliquus igitur angulus α δ γ, maior est recto, & in segmento minore semicirculo est. Dico iam etiam quòd angulus segmẽti maioris, comprehensus sub α β γ circunferentia & α γ recta linea, recto maior est: angulus autem minoris segmenti comprehensus sub α δ γ circunferentia & α γ recta linea, recto est minor, manifestumq; illinc est. Quoniã enim angulus comprehensus sub β α & α γ rectis lineis, rectus est: angulus igitur cõprehensus sub α β γ circunferentia & α γ recta linea, maior est recto: quoniã totũ sua parte maius est (p 9 cõmunem sententiã) Rursus quoniã angulus cõprehensus sub α γ et α ζ rectis lineis, rectus est: angulus igitur sub γ α recta linea et α δ γ circunferẽtia cõprehensus, recto minor est. In circulo igitur angulus in semicirculo existẽs, rectus est: qui uerò in maiore segmẽto, recto est minor: in minori autẽ, recto est maior.*

Et insuper

Et insuper angulus maioris segmēti, maior est recto: minoris autē segmēti, recto minor: quod demōstrasse oportuit. ALIA ostensio, quòd angulus qui sub β α γ rectus est. Quoniā angulus α ε γ, eius qui sub β α ε duplus est (per 32 primi) æqualis nanq; est duobus interioribus ex opposito: interiores autē (per 5) sunt æquales: angulus autem α ε β eius qui sub ε α γ duplus est: anguli igitur α ε β & α ε γ, ipsius β α γ, dupli sunt. Sed anguli α ε β & α ε γ, duobus rectis sunt æquales. Angulus igitur qui sub β α γ, rectus est: quod erat demonstrandū. CORREL. Hinc manifestum est, quòd si triāguli angulus unus, reliquis duobus æqualis fuerit rectus est: eo quod illi contiguus (qui scilicet producto latere extra triangulū fit) eisdem est æqualis, sed quando utrobiq; æquales fuerint, recti sunt.

Euclid. ex Camp. Propositio 31.

31 SI circulum linea recta contingat, & à cōtactu in circulū quędam circulū secans recta linea, præter centrū ducatur, quousq; duos angulos cū cōtingēte facit, duob. angulis qui in alternatis circuli super arcus cōsistūt portionib. æquales sunt.

CAMPANVS. Si recta linea a b, contingens circulum c d e f, cuius centrum g, in puncto d: à quo d ducatur in circulū præter centrum, linea d f, secans ipsum: fiantq; angulus, d c f consistens super arcum portionis d c f, ductis lineis c d & c f: & angulus d e f consistens super arcum portionis d e f, ductis lineis e d & e f. Dico angulo c, esse æqualem angulum b d f: & angulo e, angulum a d f. Ducantur enim, diameter d g h & linea f h: eritq; per 17 huius, d h, perpendicularis super a b: & per primam partem præmissæ, angulus d f h, rectus. Quare duo anguli a d h & d f h, sunt æquales. Posito ergo cōmuni angulo h d f: erit angulus a d f, ęqualis duobus angulis, qui sunt d f h, & h d f: sed hi duo cum angulo h, sunt ęquales duobus rectis, per 32 primi: ergo angulus a d f cum angulo h, æquales duobus rectis. Sed angulus a d f cum angulo b d f: æquiualet duobus rectis per 13 primi: ergo angulus b d f, est æqualis angulo h: ergo & angulo c, per 20 huius: & hoc est primum. Et quia duo anguli c & e sunt æquales duobus rectis, per 21 huius: erit angulus e æqualis angulo a d f: quod est secundum. Vel illud secundum sic. Angulus a d f cum angulo h æquiualet duobus rectis, ut præmonstratum est: sed angulus e cum angulo h, æquiualet duobus rectis, per 21 huius: ergo angulus e est æqualis angulo a d f: quod est propositum.

Euclid. ex Zamb. *Theorema 28.* *Propositio 32.*

32 Si circulum tetigerit aliqua recta linea, à contactu autem ducta fuerit quædam recta linea, circulum secans: anguli quos efficit ad tangentē, æquales sunt eis qui in alternis circuli segmentis consistunt angulis.

THEON *ex Zamb. Circulum enim α β γ δ, tangat recta linea quædam ε ζ in β signo: & à signo β, ducatur recta linea quædam in circulū α β γ δ, eum secans, sitq; β δ. Aio quòd anguli quos β δ simul cum ε ζ tangente cōficit angulis qui sunt in alternis segmentis circuli sunt æquales, hoc est quod angulus ζ β δ, æqualis est angulo existenti in β α δ segmento: & angulus ε β δ, æqualis est angulo existenti in β γ δ segmento. Excitetur enim (per 11 primi) ab ipso β, ipsi ε ζ ad rectos angulos β α. Sumaturq; in β δ circunferentia, signum utcunq; sitq; illud γ, & connectatur α δ, δ γ & γ β. Et quoniam circulum α β γ δ, quædam recta linea tangit ε ζ in β, & ex β contactu ducta est ipsi cōtingēti ad angulos rectos β α: in ipsa β α igitur centrū est circuli α β γ δ (per 19 tertij.) Angulus igitur α δ β in semicirculo existens (per 31 tertij) rectus est. Reliqui igitur anguli β α δ & α β δ, uni recto sunt æquales. Angulus autem α β ζ, rectus est. Angulus igitur qui sub α β ζ, est æqualis eis qui sunt sub β α δ & α β δ angulis. Communis auferatur angulus α β δ. Reliquus igitur angulus δ β ζ, æqualis est angulo β α δ existenti in alterno segmento circuli. Et quoniam in circulo quadrilaterum est α β γ δ, anguli ex opposito duobus rectis sunt æquales (per 22 tertij) anguli igitur δ β ζ & δ β ε, eis qui sunt sub β α δ & β γ δ anguli sunt æquales. Quorū angulus β α δ, ostēsum est quòd æqualis est ipsi δ β ζ angulo. Reliquus igitur angulus qui sub δ β ε, angulo δ γ β, in alterno segmēto δ γ β existenti est æqualis. Si circulum igitur tetigerit aliqua recta linea, à contactu autem in circulum ducta fuerit aliqua recta linea circulum secans, anguli quos efficit ad tangentem, ijs qui in alternis circuli segmentis consistunt angulis æquales: quod erat demonstrandum.*

Euclid. ex Camp. Propositio 32.



SV per datam lineam, circuli portionẽ deſcribere: capientem angulum dato angulo æqualem, ſeu rectum, ſeu maiorem, ſeu minorem recto. 32

CAMPANVS. Sit a b linea data, & c datus angulus. Super lineam a b uolo deſcribere unam circuli portionem, recipientem in circunferentia rectilineum angulum æqualem angulo c. Si igitur fuerit angulus c, rectus: diuiſa a b per medium, deſcribam ſuper eam ſemicirculum, factumq́ erit propoſitum, per primam partem 30 huius. Si autẽ ſit obtuſus, ducam lineam d a cum linea b a, continentẽ ęqualem angulum angulo c: & à puncto a ducam lineam a e perpendicularem, ſuper lineam a d. Et ſuper punctum b faciam angulum per 23 primi æqualẽ angulo e a b, in quo obtuſus excedit rectũ, ducta linea b f uſq; ad perpẽdicularem a e: eruntq́ per 6 primi lineæ f a & f b æquales. Facto itaq; puncto f centro circuli, deſcribam ſecundum quantitatẽ lineæ f a circulum a h b: eritq́ per correlarium 15 huius linea a d, contingens circulum: quare per præmiſſam, angulus qui fit in portione a h b, eſt æqualis d a b, quare & angulo c, quod eſt propoſitum. Si autem angulus c ſit acutus: producam lineam a g, continentem cum linea a b, angulum æqualem angulo c, & à puncto a ducam a e, perpendicularem ad lineam a g: & ſuper punctum b faciam angulum æqualem angulo e a b, in quo rectus excedit acutum, ducta linea b f uſq; ad perpendicularem a e, eruntq́ per 6 primi, lineæ f a & f b æquales. Facto itaq; puncto f, centro circuli, deſcribam ſecundum quantitatem lineæ f a, circulum a k b: eritq́ per correlarium 15 huius, linea a g contingens circulum: quare per præmiſſam, angulus qui fit in portione a k b, eſt æqualis angulo g a b, quare & angulo c, quod eſt propoſitum.

Euclid. ex Zamb. *Problema 5.* *Propoſitio 33.*

Super data recta linea, deſcribere ſegmentum circuli capiens angulum æqualem dato angulo rectilineo. 33

THEON *ex Zab.*

Sit data recta linea αβ, datus uerò angulus rectilineus ſit γ: oportet iam ſuper data recta linea αβ, deſcribere ſegmentum circuli ſuſcipiens angulum æqualem ipſi angulo qui ad γ. Angulus igitur qui ad γ, aut eſt acutus, aut rectus, aut obtuſus. Sit primum acutus, ſicut in prima deſcriptione, & conſtituatur (per 23 primi) ad αβ rectã lineã, & in ea ſignũ α, ipſi angulo γ æqualis angulus δαβ. Angulus igitur δαβ, acutus eſt. Excitetur (per 11 eiuſdẽ) igitur ipſi αδ ad angulos rectos αε, ſeceturq́; (per 10 primi) bifariã αβ, in ſigno ζ. Et à ſigno ζ, ipſi αβ ad angulos rectos excitetur ζη (p 11 eiuſdẽ) & cõnectatur ηβ. Et quoniã æqualis eſt αζ ipſi ζβ, communis autẽ ζη: duæ αζ et ζη, duab. ζβ et ζη ſunt æquales, & angulus qui ſub αζη (per 4 poſtulatũ) æqualis eſt ei qui ſub ηζβ. Baſis igitur αη (per 4 eiuſdẽ) baſi ηβ eſt æqualis. Centro igitur η, ſpatio uerò ηα (per 3 poſtulatũ) circulus deſcriptus: ueniet etiam per β, deſcribatur, & ſit αβε, & connectatur εβ. Quoniam igitur ab extremitate ipſius αε diametri, ab α ſigno ipſi αε ad angulos rectos eſt αδ: igitur αδ tangit circulum αβε (per correlariũ 16 tertij.) Et quoniam circulũ αβε tangit quædã recta linea αδ, & ab α contactu in ipſum circulũ αβε ducta eſt recta linea quædam αβ: angulus igitur δαβ (per 32 eiuſdẽ) angulo αεβ exiſtenti in alterno circuli ſegmento eſt æqualis. Sed angulus δαβ, ei qui eſt ad γ angulo eſt æqualis. Angulus igitur qui ad γ, æqualis eſt ei qui ſub αεβ eſt angulo. Sup data igitur recta linea αβ, ſegmentũ circuli deſcriptũ eſt, ſuſcipiens angulũ αεβ æqualẽ dato angulo qui ad γ. Sed iã rectus ſit angulus qui ad γ, & † opportunũ ſit: rurſus ſuper αβ deſcribere ſegmẽtum circuli ſuſcipiẽs angulũ æqualẽ ei qui eſt ad γ recto. Cõſtituatur enim rurſus ad ipſam αβ rectã lineã, ad ſignũq́; in ea α: dato angulo rectilineo γ æqualis angulus q ſub βαδ (p 23 primi) ſicut in ſecũda habetur deſcriptione. Seceturq́; (p 10 primi) αβ, bifariã in ζ, & cẽtro ζ, ſpatio uerò ζα aut ζβ: circulus deſcribatur αεβ (p 3 poſtulatũ) Tãgit igitur recta linea αδ, circulũ αεβ: quoniã ãgulus q ad α, rectus eſt. Et angulus βαδ æqualis

† δέον ἔστω

æqualis est angulo qui est in segmēto α ε β: rectus etenim & ipse est qui in semicirculo existit (per 31 tertij.) Sed angulus β α δ, ei qui ad γ est āgulo æqualis est. Descriptum est igitur iterum super α β, segmentum circuli α ε β, capiens angulum æqualem ei qui ad γ est angulo. Sed iam esto angulus qui ad γ obtusus, & cōstituatur ei iterum ad α β rectam lineam & ad α signum: æqualis angulus β α δ (per 23 primi) sicut habet tertia descriptio, & ipsi α δ: ad angulos rectos (per 12 eiusdem) excitetur α ε, seceturq; rursus α β bifariàm in signo ζ (per 10 eiusdem) & ipsi α β ad angulos rectos excitetur ζ η (per 11 eiusdem) & connectatur η β. Et rursus quoniā æqualis est α ζ ipsi ζ β, & cōmunis ζ η: duæ igitur α ζ & ζ η, duabus β ζ & ζ η sunt æquales: & angulus α ζ η (per 4 postulatum) angulo β ζ η est æqualis: basis igitur α η (per 4 eiusdem) basi β η est æqualis. Centro igitur η, spatio autem η α (per 3 postulatum) circulus descriptus, transibit per β, transeat sicut α β ε. Et quoniam ab extremitate α ε dimetientis, ad angulos rectos excitata est α δ: igitur (per correlarium 16 tertij) α δ tangit ipsum circulum α ε β & à contactu α extēditur α β. Angulus igitur β α δ (per 32 eiusdem) æqualis est angulo α θ β existenti in alterno segmento circuli. Sed angulus β α δ, ei qui est ad γ est æqualis. Igitur angulus qui est in α θ β segmento, æqualis est ei qui est ad γ angulo. Super data igitur recta linea α β, descriptum est segmentum circuli α θ β capiens angulum æqualem ei qui ad γ est angulo: quod fecisse oportuit.

Euclid. ex Camp. Propositio 33.

33 Dato circulo, dato angulo æquum angulum capientem, portionem abscindere.

CAMPANVS. Sit a b datus circulus, & c datus angulus: uolo ergo à circulo a b, abscindere portionē unam capientem æqualem angulum angulo c. Produco lineam d a e, contingentem datum circulum in puncto a, à quo duco in circulū lineam a b, continentem cum linea a e, angulum æqualem angulo c: eritq; per 31 huius, portio a b existens à parte lineæ a d, recipiens angulum æqualem angulo c: quod est propositum.

Euclid. ex Zamb. Problema 6. Propositio 34.

34 A dato circulo, segmentum abscindere capiens angulum æqualem dato angulo rectilineo.

THEON ex Zamb. *Esto datus circulus α β γ: datus verò angulus rectilineus qui ad δ: oportet iam ab α β γ circulo, segmentum abscindere, capiens angulum æqualē ei qui ad δ est angulo. Excitetur enim (per 27 tertij) linea tangens circulum: sitq; illa ε ζ, & tangat in β signo. Et constituatur (per 23 primi) ipsi ε ζ rectæ lineæ, et in ea signo β, angulo qui ad δ, æqualis angulus ζ β γ. Quoniam igitur circulum α β γ tangit quædam recta linea ε ζ & in β, et à contactu β ducta est β γ: angulus igitur ζ β γ (per 32 tertij) æqualis est angulo β α γ consistenti in alterno segmento. Sed angulus ζ β γ, ei qui est ad δ est æqualis. Igitur angulus existens in β α γ segmento, æqualis est ei qui est ad δ angulo. A dato igitur circulo α β γ segmentum abscissum est β α γ, capiens angulum æqualem dato angulo rectilineo: quod fecisse oportuit.*

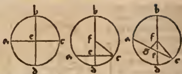
Euclid. ex Camp. Propositio 34.

34 I intra circulū duæ rectæ lineæ sese inuicem secēt, quod sub duabus partibus unius earum procedit, æquū est ei rectangulo quod sub duabus alterius lineæ partibus continetur.

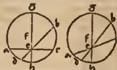
CAMPANVS. Sint duæ lineæ a c & b d, secantes se in circulo a b c d, super punctum e. Dico quòd illud rectangulum quod fit ex a e in e c, æquum est ei quod fit ex b e in e d. Aut enim ambæ lineæ a c & b d transibunt per centrum circuli: aut altera tantùm, aut neutra. Quòd si ambæ transeant per centrum, erit e centrum circuli, omnesq; quatuor lineæ æquales: quare liquet propositum. Quòd si altera earum tantùm transit per centrum, sit illa b d, centrumq; circuli sit f. Aut ergo b d secabit a c per æqualia,

aut

aut per inæqualia. Secet ergo primò per æqualia: eritq; per primam partem tertij huius, ſecans eam orthogonaliter. Ducatur itaq; linea f c eritq; per 5 ſecundi, quod fit ex b e in e d cũ quadrato e f: æquale quadrato lineę f d: quare & quadrato lineæ f c: ergo per penultimã primi; & quadratis duarum linearum f e

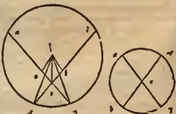


& e c. Dempto ergo utrinq; quadrato e f: erit quod fit ex b e in e d, æquale quadrato lineæ e c: & quia e c eſt æqualis a e, per 45 primi patet propoſitum. Quòd ſi b d tranſiens per centrum, ſecat a c per inæqualia, à centro f ducatur f g perpendicularis ad a c: eritq; per ſecundam partem tertij huius, a g, æqualis g c: & ducatur linea f c. Eritq; per 5 ſecundi, quod fit ex b e in e d cum quadrato e f (& ideo per penultimam primi cum quadratis duarum linearum f g & g e, propter id quòd angulus f g e eſt rectus) æquale quadrato lineæ d f, & ideo lineæ f c, propter quod per penultimam primi & quadratis duarum linearum f g & g c. Dempto ergo utrinque quadrato lineę f g, erit quod fit ex b e in e d cum quadrato lineæ g e, æquale quadrato lineę g c: ſed per 5 ſecundi, quod fit ex a e in e c cum quadrato lineæ g e: eſt æquum ei quod fit ex g c quadrato. Dempto igitur utrinq; quadrato lineæ g e, erit quod fit ex b e in e d, æquale ei quod fit ex a e in e c, quod eſt propoſitum. Quòd ſi neutra earum tranſit per centrum, ſiue altera diuidat alteram per æqualia ſiue per inæqualia, producam lineam g f e h diametrum circuli tranſeuntem per punctum ſectionis earum. Et ſi altera diuidat alteram per æqualia, ut b d ipſam a c, tunc g h diuidit etiam a c per æqualia: ergo orthogonaliter per tertiam huius: ergo per ſecundum modum huius concluſionis, quod fit ex g e in e h: æquum eſt ei quod fit ex a e in e c: & per tertiũ modum huius quod fit ex g e in e h, æquum eſt ei quod fit ex b e in e d: ergo quod fit ex a e in e c, æquum eſt ei quod fit ex b e in e d, quod eſt propoſitum. At ſi neutra diuidat alteram per æqualia, erit per tertium modum huius concluſionis, quod fit ex g e in e h, æquale utrique eorum quæ fiunt ex a e in e c & b e in e d. Quare unum eorum erit æquale alteri, quod eſt propoſitum.



Euclid. ex Zamb. *Theorema 29.* *Propoſitio 35.*

Si in circulo duæ rectæ lineæ ſe ad inuicem ſecuerint, rectangulum comprehenſum ſub ſegmentis unius, æquum eſt ei quod ſub ſegmẽtis 35 alterius comprehenditur rectangulo.



THEON ex Zamb. *In circulo enim αβγδ: duæ rectæ lineæ αγ & βδ ſeſe inuicem ſecent in ſigno ε. Dico quòd rectangulum comprehenſum ſub αε & εγ: æquum eſt rectangulo comprehenſo ſub δε & εβ. Si enim αγ & βδ per centrum ſunt, ut ε centrum ſit circuli αβγδ: manifeſtum eſt quòd cùm αε, εγ, δε & εβ ſunt æquales, rectangulum comprehẽſum ſub αε & εγ, æquũ eſt ei quod comprehẽditur ſub δε & εβ rectãgulo. Sint iam αγ, & δβ, nõ extenſæ per centrum: & ſumatur centrũ circuli αβγδ: ſitq; illud ζ (per primam tertij) et ab ζ in αγ & δβ rectas lineas: ducantur (per duodecimam primi) perpendiculares ζη & ζθ: & connectantur ζβ, ζγ, & ζε. Et quoniam (per tertiam tertij) recta linea quædam per centrum extenſa ζη, quandam rectam lineam non per centrum tranſeuntem αγ ad angulos rectos ſecat: etiam bifariàm eam ſecabit: æqualis igitur eſt αη ipſi ηγ. Et quoniam recta linea αγ diſſecta eſt in æqualia in η, in inæqualia autem in ε: rectangulum igitur comprehenſum ſub αε & εγ unà cum eo quòd fit ex εη (per 5 ſecundi) quadrato, æquum eſt ei quod fit ex ηγ. Commune apponatur id quod fit ex ηζ. Quod fit igitur ſub αε & εγ unà cum iis quæ fiũt ex εη & ηζ, æquũ eſt eis quæ fiunt ex γη & ηζ. Sed eis quæ fiunt ex εη, & ηζ, æquum eſt id quod fit ex ζε, (per 47 primi) eis autem quæ fiunt ex γη & ηζ, æquum eſt id quod fit ex ζγ (per eandem.) Quod igitur continetur ſub αε, & εγ, unà cum eo* quod

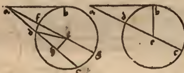
quod fit ex ζι, æquū est ei quod fit ex ζγ. Aequalis autem est ζγ, ipsi ζβ. Et centro enim in circunferētiam. Quod continetur igitur sub αι & ιγ, unà cum eo quod fit ex ιζ, æquum est ei quod fit ex ζβ. Et per hoc quod continetur sub δι, & ιβ, unà cum eo quod fit ex ζι, æquum est ei quod fit ex ζβ. Quod continetur igitur sub αι & ιγ, unà cum eo quod fit ex ζι, æquum est ei quod fit ex ζβ. Quod fit igitur sub αι & ιγ, unà cum eo quod fit ex ζι, æquum est ei quod continetur sub δι & ιβ, unà cum eo quod fit ex ζι. Commune auferatur id quod fit ex ζι. Reliquum igitur rectangulum comprehensum sub αι & ιγ, æquum est rectangulo comprehenso sub δι & ιβ. Si in circulo igitur duæ rectæ lineæ se adinuicem secuerint, rectangulum comprehēsum sub segmentis unius, æquum est rectangulo comprehēso sub segmentis alterius, quod demonstrasse oportuit.

Euclid. ex Camp. *Propositio 35.*

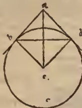


I extra circulum punctus signetur, ab eo autem ad circulum alia linea secans, alia cōtingens, duæ rectæ lineę ducantur: quod sub tota secante atque parte sui extrinseca continetur, æquum est ei quadrato quod ex contingente linea describitur.

CAMPANVS. Sit a punctus signatus extra circulum b c d, cuius centrum e, a quo ducantur ad circulum, duæ rectæ lineę a b contingens, & a d c secans. Dico quòd illud quod fit ex a c in d a, æquum est quadrato lineæ a b. Aut enim a d c, transit per centrum, aut non. Transeat ergo primò per centrum, quod est e, & ducatur linea e b, quæ per 17 huius, perpendicularis erit



super lineam a b. Et quia linea d c diuisa est per æqualia in puncto e, & est ei addita linea d a, erit per sextam secundi, quod fit ex c a & a d cum quadrato lineæ e d, & ideo cum quadrato lineæ e b, æquale quadrato lineæ e a: & ideo per penultimam primi, ęquale quadratis duarum linearum e b, & b a, propter id quod angulus b, est rectus. Dempto ergo utrinq; quadrato e b, erit quod fit ex c a, in a d, æquale lineæ a b: quod est propositum. Quòd si linea a d c non transit per centrum, sumatur a f e g, transiens per centrum, & ducantur lineæ e d & e h, & sit e h, perpendicularis ad a d c, eritq; per 3 huius, d h, æqualis h c. Quia ergo linea d c diuisa est per æqualia in puncto h, & addita sibi linea a d, erit per 6 secundi, quod fit ex c a, in a d, cum quadrato d h: æquale quadrato lineę a h. Ergo addito utrinq; quadrato h e erit quod fit ex c a in a d, cum quadratis duarum linearum d h & h e, & ideo per penultimam primi cum quadrato d e, propter id quod angulus h, est rectus, & ideo cum quadrato e f, propter id quod e d & e f sunt æquales, æquale quadratis duarum linearum a h, & h e, & ideo per penultimam primi quadrato lineę a e. Sed per sextam secundi, quod fit ex g a, in a f, cum quadrato f e, æquale est quadrato lineæ a e. Quia ergo utrunq; eorum quæ fiunt ex c a, in a d, & ex g a in a f, cum quadrato lineæ f e, est æquale quadrato lineæ a e, ipsa erunt inter se æqualia. Dēpto ergo utrinq; quadrato lineæ e f, erit quod fit ex c a in a d, æquale ei quod fit ex g in a f, Sed id quod fit ex g a in a f, est æquale quadrato lineæ a b, per præmissum modum huius. Ergo quod fit ex c a, in a d est æquale quadrato lineæ a b: quod est propositum.



CAMPANI *additio.* Et ex hac nota, quòd puncto extra circulum signato, si ab ipso ad circulum quodlibet secantes lineæ ducantur, rectangula quæ continentur sub totis & earum portionibus extrinsecis, adinuicem sunt æqualia, quoniam omnia sunt æqualia quadrato lineæ contingentis. Nota etiam quod si a quolibet puncto extra circulum signato duæ lineę contingentes ad circulum ipsum ducantur, ipsę erunt adinuicem ęquales. Erit enim quadratum utriusque earum, ęquale ei quod fit ex linea secante ab ipso puncto, ducta in circulum in partem eius extrinsecam. Hoc autem euidētius patet per penultimā primi.

Sit

Sit a punctus ſignatus extra circulum b c d, cuius centrum e, & ab ipſo a ducantur duæ lineæ a b & a d, contingentes circulum in punctis b d. Dico ipſas eſſe æquales. Producam enim lineas e a, e b, & e d. eritq́ per 17 huius uterque angulorum b & d, rectus. Quare per penultimam primi, quadratum a e, erit æquale duobus quadratis duarum linearum a b & b e, ſimiliter quoq́ & duobus duarum a d & d e. Quare quadrata duarum linearum a b & b e, ſunt æqualia quadratis duarum a d & d e. Et quia quadrata duarum quæ ſunt b e & e d ſunt æqualia, erunt quadrata duarum quæ ſunt a b & a d, æqualia: ergo eſt a b, æqualis a d: quod eſt propoſitum. Aliter etiam. Ducatur linea b d, eritq́ per 5 primi, angulus e b d, æqualis angulo e d b, propter id quod linea e b, eſt æqualis lineæ e d. Et quia uterq́ duorum angulorum b & d eſt rectus, erit per communem ſcienti am angulus a b d reſiduus, æqualis angulo a d b reſiduo: per ſextam ergo primi, eſt linea a b, æqualis lineæ a d.

Euclid. ex Zamb. *Theorema 30.* *Propoſitio 36.*

Si extra circulum ſumatur ſignum aliquod, ab eoq́ in circulum cadant duæ rectæ lineæ, & earum altera circulum diſpeſcat, altera uerò tangat, quod ſub tota diſpeſcente & extrinſecus ſumpta inter ſignũ & curuam circunferentiam comprehenditur rectangulum, æquum eſt ei quod fit ex tangente quadrato. 36

THEON *ex Zamb. Extra circulũ igitur α β γ, ſumatur ſignũ aliquod, ſitq́; illud δ, & ab ipſo δ in circulum α β γ, cadant duæ rectæ lineæ δ γ α, et δ β, ſecet autem circulũ α β γ, recta linea δ γ α, & β δ, tangat. Dico quòd rectangulũ comprehenſum ſub α δ & δ γ, æquũ eſt ei quod fit ex β δ, quadrato. Recta linea δ γ α, aut eſt per centrũm extenſa, aut non. Sit primũ extenſa per centrũ, ſitq́; (per 1 tertij) ζ, centrũ circuli α β γ, & cõiungatur ζ β. Angulus igitur ζ β δ, rectus eſt. Et quoniã recta linea α γ biſariàm diſſecta eſt in ζ, adiacetq́; ei recta linea γ δ, quod cõtinetur igitur (per 6 ſecundi) ſub α δ & δ γ, unà cum eo quod fit ex ζ γ, æquum eſt ei quod fit ex ζ δ. Aequalis autem eſt ζ γ, ipſi ζ β, ex centro enim in circunferentiam. Quod continetur igitur ſub α δ, & δ γ, unà cum eo quod fit ex ζ β, æquum eſt ei quod fit ex ζ δ. Aequum autem eſt id quod fit ex ζ δ, eis quæ fiunt ex ζ β, & β δ, (per 47 primi) rectus enim eſt angulus qui eſt ſub ζ β δ. Quod igitur continetur ſub α δ, & δ γ, unà cum eo quod fit ex ζ β, æquum eſt eis quæ fiũt ex ζ β, & β δ. Commune auferatur id quod fit ex ζ β. Reliquũ igitur quod ſub α δ, & δ γ, æquum eſt ei quod fit ex δ β, tangente. Sed recta linea δ γ α, non ſit extenſa per centrum circuli α β γ. Sitq́; (per primam tertij) ε centrum circuli α β γ, & ab ε, in α γ (per 12 primi) perpendicularis ducatur ε ζ, & connectantur ε β, ε γ, & ε δ, rectus igitur eſt angulus ε ζ δ. Et quoniam recta linea quædam per centrum extenſa ε ζ, (per 3 tertij) rectam lineam quandã non extenſam per centrũ α γ, ad angulos rectos ſecat, etiam biſariàm eam ſecat. Igitur α ζ, ipſi ζ γ, eſt æqualis. Et quoniam recta linea α γ, biſariàm diuiditur in ζ ſigno, adiacet autem ei γ δ, quod igitur continetur ſub α δ, & δ γ, unà cum eo quod fit ſub ζ γ, æquum eſt ei quod fit ex ζ δ, (per 6 ſecundi.) Cõmune apponatur quod fit ex ζ ε. Quod igitur continetur ſub δ α, & δ γ, unà cum eis quæ fiunt ex γ ζ & ζ ε, æqualia ſunt eis quæ fiunt ex ζ δ, & ζ ε. Eis autem quæ fiũt ex ζ δ, & ζ ε, æquũ eſt id quod fit ex ε δ, (per 47 primi) angulus nãq; qui eſt ſub ε ζ δ, rectus eſt. Eis uerò quæ fiunt ex γ ζ, & ζ ε (per eandem) æquum eſt id quod fit ex γ ε. Quod igitur cõtinetur ſub α δ, & δ γ, unà cum eo quod fit ex ε γ, æquũ eſt ei quod fit ex ε δ. Aequalis autem eſt ε γ, ipſi ε β, ex centro enim in circũferentiam. Quod igitur continetur ſub α δ, & δ γ, unà cum eo quod fit ex ε β, æquum eſt ei quod fit ex ε δ. Ei autem quod fit ex ε δ, (per 47 primi) æqualia ſunt quæ fiunt ex ε β, & β δ: angulus enim qui ſub ε β δ, rectus eſt. Quod igitur continetur ſub α δ, & δ γ, unà cum eo quod fit ex ε β, æquum eſt eis quæ fiunt ex ε β, & β δ. Commune auferatur quod fit ex ε β: reliquum igitur quod continetur ſub α δ & δ γ, æquum eſt ei quod fit ex δ β. Si extra circulum igitur ſumatur ſignum aliquod, et quæ ſequuntur reliqua: quod demonſtraſſe oportuit.*

Euclid. ex Camp. *Propoſitio 36.*

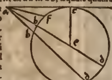


SI fuerit punctus extra circulum ſignatus, à quo duę lineę ad circunferentiam ducãtur, altera ſecans, altera circunferentię applicata, fueritq́ quòd ex ductu totius ſecãtis in partem ſui 36

extrinſecam

extrinsecū æquum ei quod ex ductu applicatæ in seipsam fit, erit linea applicata ex necessitate circulum contingens.

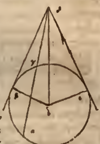
CAMPANVS. Sit a punctus signatus extra circulū b e d, cuius centrū e, à quo ducitur ad circulum linea a b d, secans ipsum, & linea a c, applicata circunferentiæ, & esto ut quod fit ex d a in a b, fit æquale quadrato a c. Dico lineā a c, esse cōtingentē. Et est hæc cōuersa prioris. Si enim nō est cōtingens, sit ergo cōtingens linea a f, eritq́ per præmissam quod fit ex d a in a b, æquale quadrato lineæ a f, quare quadratū lineæ a f, est æquale quadrato lineæ a c, ergo a c est æqualis f, quod est impossibile per 8 huius. Erit ergo a c, contingens, quod est propositū. Idem ostensiuè probabitur. Maneat prior dispositio & hypothesis. Et si linea a b d transit per centrū, ducatur linea c e, erit per 6 secūdi, quod fit ex d a in a b, cū quadrato e b, & ideo eum quadrato e c, æquale quadrato a e. Sed quod fit ex d a in a, positum est æquale quadrato a c: ergo quadratum a c, cum quadrato e c, est æquale quadrato a e: ergo per ultimam primi, angulus c est rectus. Ergo per correlariū 15 huius, linea a c est contingens circulū, quod est propositum. Si autem a b d, non transit per centrum, ducatur à puncto a, linea transiens per centrum. Et quia quod fit ex hac tota in eius partem extrinsecam, est æquale ei quod fit ex d a, in a b, per præmissam. ipsum erit æquale quadrato lineę a c, quare ut prius a c, erit contingens circulum.



Euclid. ex Zamb. *Theorema 32.* *Propositio 37.* *Conuersa præcedentis.*

37 Si extra circulum sumatur signū aliquod, & ab eo signo in circulum duæ rectæ lineæ ceciderint, & earum altera circulum secet, altera uerò cadat: sit autem quod fit sub tota secante, & extrinsecus sumpta inter signum & curuam circunferentiā æquale ei quod fit ex incidēte, incidens circulum tanget.

THEON *ex Zamb.* *Extra circulum igitur α β γ, sumatur signum, sitq́ illud δ, & ab ipso δ, in circulum α β γ, incidant duæ rectæ lineæ δ γ α, & δ β, & δ γ α, quidem circulum secet, & δ β incidat. Sit autem quod continetur sub α δ, & δ γ, æquum ei quod fit ex δ β. Dico quòd δ β, ipsum tangit circulum α β γ: excitetur enim (per 17 tertij) recta linea cōtingens circulum α β γ, sitq́ illa δ ε. Sitq́ (per primam eiusdem) ζ centrum circuli α β γ, & connectantur ζ ε, ζ β, & ζ δ. Angulus igitur ζ ε δ, rectus est. Et quoniam recta linea δ ε, ipsum circulum α β γ tangit, & recta linea δ γ α, secat: quod continetur igitur sub α δ, & δ γ, æquum est ei quod fit ex δ ε. Ponitur autem quòd id quod continetur sub α δ, & δ γ, æquū sit ei quod fit ex δ β. Quod igitur fit ex δ ε, æquum est ei quod fit ex δ β. Aequalis igitur est δ ε, ipsi δ β. Est autē & ζ ε, æqualis ipsi ζ β, ex cētro enim in circunferentiā. Duæ iam δ ε, & ε ζ, duabus δ β, & β ζ, sunt æquales, & basis earū cōmunis est ζ δ. Angulus igitur δ ε ζ, (per 8 primi) angulo δ β ζ, est æqualis. Rectus autem est angulus δ ε ζ, rectus igitur est, & qui sub δ β ζ. Et ζ β, eiecta dimetiens est, quæ autem ab extremitate diametri circuli ad angulos rectos ducitur, circulum tangit (per 16 tertij) Recta linea igitur δ β, circulum α β γ, tangit. Similiter ostendetur, si centrum super α γ fuerit. Si extra circulum igitur sumatur signū aliquod, & reliqua quæ sequūtur: quod demonstrasse oportuit.*



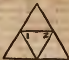
TERTII LIBRI FINIS.

EVCLIDIS MEGARENSIS GRAECI PHILOSOPHI, GEOMETRICORVM *elementorum, Liber quartus.*

Ex Campano. *Diffinitiones.*



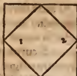
Igura intra figuram dicitur inſcribi, quando ea quæ inſcribitur, eius in qua inſcribitur, latera uno quoq; ſuorum angulorũ ab interiore parte contingit. 2 Circũſcribi uerò figura figuræ perhibetur, quoties ea quidem figura eius cui circunſcribitur, omnibus omnes angulos contingit.

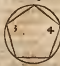


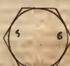
Ex Zamberto *Diffinitiones.*

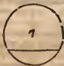


Igura rectilinea in figura rectilinea deſcribi dicit̃, quando unuſquiſque inſcriptæ figuræ angulus, unumquodq; latus eius in qua deſcribitur, tangit. 2 Figura autem ſimiliter circa figuram deſcribi dicitur, quando unumquodq; latus circũſcriptæ, ununquenq; angulum eius circum quem deſcribitur, tangit. 3 Figura rectilinea in circulo deſcribi dicitur, quãdo unuſquiſq; angulus inſcriptæ circuli circunferentiam tangit. 4 Circulus uerò circa figurã rectilineã deſcribi dicitur, quando circuli circũferentia unumquenq; eius circum quã deſcibitur, angulum tangit. 5 Circulus autem in figura rectilinea deſcribi dicit̃, quãdo circuli circũferentia unũquodque latus eius, in qua deſcribitur, tangit. 6 Figura uerò rectilinea circa circulum deſcribi dicitur, quando unumquodq; latus circunſcriptæ circuli circunferentiam tangit. 7 Recta linea in circulum coaptari dicitur, quando eius extrema in circuli circunferentiam cadunt.







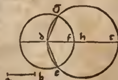


Euclid. ex Camp. *Propoſitio 1.*



Ntra datum circulũ, datæ lineæ rectæ, quæ diametro minimè maior exiſtat, æquam rectam lineam coaptare.

Campanvs. Sit linea data a b, circuluſq; datus c d e, cuius diameter c d, qua non eſt maior linea a b, uolo intra datum circulum coaptare lineam æqualem a b, quæ ſi fuerit æqualis diametro, conſtat propoſitum. Si autem minor ex diametro ſumatur d f, ei æqualis, & ſuper punctum d, ſecundum quantitatẽ lineæ d f, deſcribatur circulus e f g, ſecans datum circulum in punctis g & e, ad alterum quorum ducatur linea à puncto d, ut d e, uel d g, eritq; qualibet earum æqualis lineæ a b, eo quòd utraque earum eſt æqualis lineæ d f, per diffinitionem



tionem circuli, quare habemus propositum.

Euclid. ex Zamb. Problema 1. Propositio 1.

1 In datum circulum, datæ rectæ lineæ quæ circuli diametro maior non est, æqualem rectam lineam coaptare.

THEON ex Zamb. *Esto datus circulus α β γ, data uerò recta linea non maior circuli diametro, esto δ, oportet iam in datum circulũ α β γ, ipsi δ, rectæ lineæ æqualem rectam lineam coaptare. Excitetur circuli α β γ dimetiens, sitq; β γ. Si β γ, æqualis est ipsi δ, iam factum est id quod proponitur, in datum enim circulum α β γ, coaptata est recta linea β γ, æqualis ipsi δ. Si autem non: maior est β γ, quàm δ, ponatur (per 2 primi) ipsi δ, æqualis γ ε. Et centro quidem γ, spatio uerò γ ε, (per 3 postulatum) circulus describatur ε α ζ, & cõnectatur γ α. Quoniam igitur centrum circuli ε α ζ, est signum γ, (per 15 diffinitionem primi) æqualis est γ α, ipsi γ ε. Sed ipsi δ, æqualis est ipsa γ ε. Igitur (per primam communem sententiam & δ, æqualis est ipsi α γ. In datum circulum igitur α β γ, datæ rectæ lineæ δ, æqualis aptata est γ α, quod oportebat facere.*

Euclid. ex Camp. Propositio 2.

2 Ntra assignatum circulum, triãgulum triangulo assignato æqui angulum collocare.

CAMPANVS. Sit assignatus triangulus a b c, assignatusq; circulus d e f. Volo intra hunc circulum, collocare unum triangulum æquiangulum triangulo a b c, æquilaterum enim nõ est necessariũ esse, sed est possibile. Producō g d h, contingentem circulum in pũcto d, super quem facio angulum h d f, ducta linea d f, æqualem angulo c, & angulum g d e, ducta linea d e, æqualẽ angulo b, & protraho lineam e f, eritq; per 31 tertij, angulus e, æqualis angulo c, quia uterque est æqualis angulo h d f c, quidem, per positionem, e uerò per 31 tertij. Eadem ratione erit angulus f, æqualis angulo b: quare per 32 primi, d tertius, erit æqualis a, tertio, quare habemus propositum.

Euclid. ex Zamb. Problema 2. Propositio 2.

2 In dato circulo, dato triangulo æquiangulum triangulũ describere.

THEON ex Zamb. *Sit datus circulus α β γ, datum autem triangulum δ ε ζ, oportet iam in dato circulo α β γ, ipsi δ ε ζ, triangulo æquiangulum triangulum describere. Excitetur enim (per 17 tertij,) recta linea tangens ipsum circulum α β γ, sitq; η α θ. & tangat in α, & constituatur (per 23 primi,) ad rectam lineam α θ, & ad signum in ea α, angulo qui est sub δ ε ζ, æqualis angulus θ α γ, ad rectam uerò lineam α η, & ad signum in ea α, ei qui est sub δ ζ ε angulo, æqualis angulus η α β, (per eandem,) & coniungantur β γ. Quoniam igitur circulum α β γ, tangit quædam recta linea η α θ, et ab α contactu in circulũ ducitur recta linea α γ, angulus igitur qui est sub θ α γ, (per 32 tertij,) æqualis est angulo qui in alterno est circuli segmento, α β γ. Sed angulus θ α γ, ei qui sub δ ε ζ, est æqualis: angulus igitur α β γ, ei qui sub δ ε ζ est angulo, est æqualis. Et per hoc, angulus α γ β, ei qui est sub δ ζ ε, angulo, est æqualis. Et reliquus igitur angulus β α γ, reliquo ε δ ζ, est æqualis. Aequiangulum igitur est triãgulum α β γ, ipsi δ ε ζ, triangulo, & descriptum est in dato circulo α β γ. In dato igitur circulo, dato triangulo æquiangulum triangulum descriptum est, quod facere oportebat.*

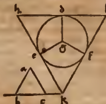
Euclid. ex Camp. Propositio 3.

3 Irca assignatum circulum, assignato triangulo triangulum æquiangulum describere.

CAMPANVS. Sint ut prius, assignatus triangulus a b c, assignatusq; circulus d e f, cuius centrum g: circa hunc circulum, uolo describere unum triangulum

h 2

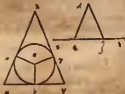
æquiangulum, triangulo a b c, æquilaterum enim non est necessarium, sed est possibile. Producam basin b c, in utranque partem, ut fiant duo anguli extrinseci, & à centro g producam lineam g d ad circunferentiam, & constituam angulum d g e, ducta linea g e, æqualem angulo b, extrinseco, & d g f, ducta linea g f, æqualem c extrinseco: & à punctis d e f, producam in utramque partem lineas orthogonaliter, quæ per correlarium 15 tertij erunt contingentes circulum, quas protraham quousque concurrant in punctis h k l. Necesse est enim ipsas concurrere, cùm enim uterq; angulorum qui sunt ad d, & uterque eorum qui sunt ad e, sit rectus, si intelligatur protrahi linea d e, erunt duo anguli qui sunt ad partem h minores duobus rectis, quare per penultimam petitionem, in partem illam protractæ, concurrent lineæ l d h, K e h. Eadem ratione concurrent duæ lineæ h d l, K f l: cùm uterque angulorũ qui sunt ad f, sit etiã rectus. Quia ergo in quadrilatero h d e g duo anguli d & e sunt recti: erũt duo anguli g & h æquales duobus rectis: cuiuslibet enim quadrilateri quatuor anguli, sunt æquales quatuor rectis: ut mõstratũ est supra 32 primi. Et quia duo anguli b intrinsecus & extrinsecus sunt similiter æquales duobus rectis per 13 primi, at uerò b, extrinsecus positus est æqualis d g e, erit intrinsecus b, æqualis h. Simili quoq; ratione erit c intrinsecus, æqualis l. Et quia duo anguli b & c, intrinseci sunt minores duobus rectis per 17 primi: erunt similiter duo anguli h & l, minores duobus rectis: quare per penultimã petitionẽ, duæ lineæ h e & l f protractæ, cõcurrent in pũcto K, fietq; triangulus h K l: & quia angulus h est æqualis angulo b intrinseco, & angulus l, angulo c intrinseco, erit per 32 primi, angulus K æqualis angulo a: quare habemus propositum.



Euclid. ex Zamb. *Problema 3.* *Propositio 3.*

Circa datum circulum, dato triangulo, æquiangulum triangulum describere. 3

THEON ex Zamb. *Sit datus circulus α β γ, datum autem triangulum sit δ ε ζ, oportet circa α β γ, circulum, ipsi δ ε ζ, triangulo æquiangulum triangulum describere. Extendatur ε ζ, ex utraq; parte, in η θ, signa. Et sumatur (per 1 tertij) cẽtrũ circuli α β γ: sitq; illud κ. Et ducatur utcunque recta linea κ β. Et constituatur (per 23 primi,) ad κ β, rectã lineam, ad signũq; in ea κ, angulo qui est sub δ ε η, æqualis angulus β κ α, angulo autem δ ζ θ, æqualis angulus β κ γ. Et per signa α β γ, (per 17 tertij) excitentur rectæ lineæ tangentes circulũ α β γ, sintq; λ α μ, μ β ν, ν γ λ. Et quoniam rectæ lineæ λ μ, μ ν, et ν λ, tangunt circulum α β γ, in signis α β γ, & à centro κ, in α β γ, signa coniunctæ sunt κ α, κ β, & κ γ, anguli igitur qui sunt ad signa α β γ, recti sunt. Et quoniam quadrilateri α μ β κ, quatuor anguli quatuor rectis sunt æquales, & quoniã quadrilaterũ α μ β κ, in duo triangula diuiditur, quorum anguli κ α μ & κ β μ, duo recti sunt: reliqui igitur anguli α κ β, & α μ β, duobus rectis sunt æquales. Anguli autem δ ε η, & δ ε ζ, (per 13 primi,) duobus rectis sunt æquales. Anguli igitur α κ β, & α μ β, angulis δ ε η, & δ ε ζ, sunt æquales, quorum angulus α κ β, angulo δ ε η, est æqualis: reliquus igitur angulus α μ β, reliquo angulo δ ε ζ, est æqualis. Similiter quoque ostendetur, quòd & angulus λ ν μ, angulo δ ζ ε, est æqualis: & reliquus igitur angulus μ λ ν, reliquo angulo ε δ ζ, est æqualis: æquiangulum igitur est triangulum λ μ ν ipsi δ ε ζ, triangulo: & describitur circa circulum α β γ. Circa circulum igitur datũ, dato triangulo æquiangulum descriptum est: quod facere oportebat.*



Euclid. ex Camp. *Propositio 4.*



Ntra datum triangulum, circulum describere. 4

CAMPANVS. Sit assignatus triangulus a b c. Volo intra ipsum, circulum describere. Hæc est quasi conuersa secundæ. Diuido enim duos eius angulos a & b, per æqualia: a quidem, ducta linea a d, b uerò ducta linea b d, quæ concurrent in puncto d, à quo ducam perpendiculares ad tria latera ipsius trianguli: d e quidem ad a b: d f, ad b c, & d g ad a c. Et quia duorum triangulorum e a d, & g a d, angulus a unius, est æqualis

æqualis angulo a alterius, & uterque angulorũ e & g, rectus, & latus a d, commune erit per 26 primi, linea d e æqualis lineæ d g. Eadem ratione cùm duorum triangulorum e b d, & f b d, angulus b unius, sit æqualis angulo b alterius, & uterq; angulorum e & f rectus, latus quoque d b commune, erit per eandem, linea e d æqualis lineę d f, quare tres lineę d e, d f, d g, sunt æquales. Posito ergo centro in d, descriptus circulus secundum quantitatem unius earum, transibit per 9 tertij per reliquarum duarum extremitates. Et quia per correlarium 15 tertij, unaquęq; linearum a b, b c, c a, erit cõtingens circulum: patet perfectum esse propositum.



Euclid. ex Zamb. Problema 4. Propositio 4.

4 In dato triangulo, circulum describere.

THEON ex Zamb. *Sit datum triangulum αβγ, oportet iam in triangulo αβγ circulum describere. Secentur (per 9 primi,) anguli αβγ, & αγβ, bifariàm, per rectas lineas βδ, & γδ, quæ concurrãt adinuicem in signo δ. Excitenturq́; (per 12 primi) ab ipso δ, in ipsas αβ, βγ, & γα, rectas lineas perpendiculares δε, δζ, & δη. Et quoniam æqualis est angulus αβδ, angulo γβδ, & angulus βεδ, rectus æqualis est angulo βζδ, recto: duo iam triangula sunt εβδ, ζβδ, duos angulos duobus angulis habentia æquales, & unum latus uni lateri æquale βδ, scilicet quod commune ipsis est æqualium angulorũ subtendens, unũ & reliqua igitur latera (per 26 primi) reliquis lateribus æqualia habebunt, æqualis igitur est δε, ipsi δζ, & per hoc etiam δη, ipsi δζ, est æqualis, quare & δε, ipsi δη, est æqualis: tres igitur δε, δζ, & δη, sibi inuicem sunt æquales (per 1 communem sententiam.) Centro igitur δ, spatio uerò aut δε, aut δζ, aut δη, circulus descriptus, per reliqua signa transibit, & tanget rectas lineas αβ, βγ, et γα, quoniam anguli ad εζη, signa existentes, recti sunt. Si enim eas secat, erit ab extremitate diametri circuli ad angulos rectos excitata, in circulum cadens: quod esse impoßibile, patuit (per 16 tertij.) Circulus igitur descriptus centro δ, spatio uerò aut δε, aut δζ, aut δη, rectas lineas αβ, βγ, & γα, non secat, tanget igitur eas per correlarium eiusdem, & erit circulus descriptus in triangulo αβγ. In dato triangulo igitur αβγ, circulus descriptus est εζη, quod facere oportebat.*



Euclid. ex Camp. Propositio 5.



Irca trigonũ assignatum, siue illud sit orthogonium, siue amblygonium, siue oxygonium, circulum describere.

CAMPANUS. Sit trigonus assignatus a b c. Volo circa ipsum, describere circulum. Hæc est quasi conuersa tertiæ. Diuido duo eius latera a b & a c, per æqualia a b, quidem in puncto d & a c, in puncto e, à quibus punctis produco perpendiculares ad lineas a b & a c, quas protraho quousque concurrant in puncto f, sintq́; d f, & e f, concurrent enim, quoniam cùm uterque angulorum d & e, sit rectus, si intelligatur protrahi linea d e, fient duo anguli ad partem in quam protrahũtur, minores duobus rectis, quare concurrent per penultimam petitionem, igitur à puncto f, qui est punctus concursus, quem dico esse centrum circuli quęsiti, protraho lineas ad singulos quæ sunt f a, f b, f c. Et quia in triangulo a d f, duo latera a d & d f, sunt æqualia duobus lateribus b d & d f, trianguli b d f, et angulus d unius angulo d alterius, quia uterq; rectus: erit per 4 primi f a, æqualis f b. Eadem ratione erit f a, æqualis f c, comparatis lateribus angulis duorum triangulorum a c f, & c e f: ergo per 9 tertij, punctum f, erit centrum circuli quæsiti. Hæc est uniuersalis demonstratio ad omnes species trigoni. Quia tamen auctor uidetur uelle medium uariare distinguendo inter orthogonium, amblygonium & oxygonium, de quolibet eorum sigillatim est demonstrandum. Sit ergo trigonus propositus orthogonius, sitq́; angulus a rectus. Latus b c a, respiciens hunc angulum rectum, diuido per æqualia in f, à quo puncto quem dico esse centrum circuli, ad medium punctum utriusque duorum reliquorum laterum, qui sit d, duco lineam f d. Et quia linea f d, diuidit duo latera a b & b c trianguli a b c per æqualia ipsa erit æquidistans tertiò uidelicet lineæ a c, hoc enim demonstratum est, supra 39 primi. Et quia angulus a positus est rectus, erit





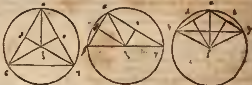
per secundam partem & per tertiam 29 primi, uterque angulorum qui sunt ad d, rectus. Ducatur igitur linea f a, eritq; per 4 primi, linea a f æqualis lineæ b f, comparatis adinuicem lateribus & angulis triangulorum a d f, b d f. Et quia linea b f est æqualis lineæ c f, erunt tres lineæ b f, a f, c f, adinuicem æquales, quare per 9 tertij, erit f, centrũ circuli quæsiti. Si rursus trigonus a b, amblygonius, sitq; angulus a obtusus. Latus b c respiciens hunc angulum obtusum, diuido per æqualia in puncto h, à quo ad media puncta duorum reliquorum laterum, quæ sunt d & e, duco lineas h d & h e, eritq; d h æquidistans a c, & e h æquidistans a b, propter id quod demonstratum est supra 39 primi, uidelicet quòd linea secans duo latera alicuius trianguli per æqualia terno est æquidistans, quare per secundam partem 29 primi, erit uterque duorum angulorum b d h & c e h, æqualis angulo a, & ideo uterque obtusus. Ductis igitur perpendicularibus d f, ad lineam a b, & e f ad lineam a c, quousque concurrant in pũcto f, quẽ dico esse centrum circuli (manifestum est enim eas concurrere, propter causam prius dictam) secabit utraque earum, lineam b c quæ respicit obtusum, & concurrent extra triangulum a b c. Igitur a puncto f qui est punctus concursus earum, produco lineas f a, f b, f c, quæ per 4 primi bis assumptam erunt æquales, comparatis primo lateribus & angulis duorum triangulorum a d f, b d f, deinde aliorum duorum a e f, c e f, quare per 9 tertij, f est centrum circuli quæsiti. Esto iterum ut trigonus a b c, sit oxygonius. Diuisis omnibus eius lateribus per æqualia, uidelicet latere a b, in puncto d, & latere a c in puncto e, & b c in puncto h, protraho lineas d e, d h, & e h, eritq; d h æquidistans a c, & e b ipsi a b, propter id quod demonstratum est super trigesimamnonam primi, quare per secundam partem 29 primi, uterque angulorum b d h, c e h, erit æqualis angulo a, & ideo acutus. Ductis igitur perpendicularibus d f ad lineam a b, & e f ad lineam a c, manifestum est eas concurrere intra triangulum a b c, sitq; punctus concursus f, quem dico esse centrum circuli, produco enim lineas f a, f b, f c: quæ per 4 primi bis assumptã ut prius, erunt æquales: quare per 9 tertij, erit f, centrum circuli quæsiti.

CORRELARIVM. Per prædicta patet, quòd si triangulus fuerit orthogonius, centrũ circuli circũscribendi cadet in medio lateris, quod opponitur angulo recto. Si fuerit amblygonius, centrum cadet extra triangulum. Si autem fuerit oxygonius, cadet intra triangulum.

Euclid. ex Zamb. *Problema 5.* *Propositio 5.*

Circa datum triangulum, circulum describere.

THEON ex Zamb. *Sit datum triangulum α β γ, oportet iam circa datum triangulum α β γ, circulum describere. Secentur enim (per 10 primi) α β, & α γ, rectæ lineæ bifariam, in δ & ε signis, & ab ipsis δ ε, signis, ipsis α β, & α γ, (per 11 primi) ad angulos rectos excitentur δ ζ, & ε ζ. Concurrunt autem, aut intra ipsum triangulum α β γ, aut in ipsa recta linea β γ, aut extra rectam lineam β γ. Concurrant igitur primum intra ipsum triangulum, in ζ signo: connectanturq; (per 1 postulatũ ζ β, ζ γ, & ζ α.) Et quoniam æqualis est α δ, ipsi δ β, communis autẽ δ ζ, & ad angulos rectos, basis igitur α ζ, (per 4 primi) basi ζ β, est æqualis. Similiter iã ostendemus*



quòd etiam γ ζ, ipsi α ζ, est æqualis: quare ζ β, ipsi ζ γ, est æqualis. Tres igitur ζ α, ζ β, & ζ γ, sibi inuicem sunt æquales. Cẽtro igitur ζ, spatio uerò aut ζ α, aut ζ β, aut ζ γ, circulus descriptus, trãsibit per reliqua signa: & erit circulus descriptus circa triangulum α β γ, describatur iam sicut α β γ. Sed rectæ lineæ δ ζ, & ε ζ, concurrant super β γ, recta linea in signo ζ, sicut secunda habet descriptio, & connectatur α ζ, similiter quoque ostendemus quòd ζ signum, centrum est circuli descripti circa α β γ, triangulum. Sed iam δ ζ, & ε ζ, rectæ lineæ, concurrant extra ipsum triangulum α β γ, in signo ζ. Rursus sicut habet tertia descriptio, coniungantur α ζ, ζ β, & ζ γ, rectæ lineæ: & quoniam rursus æqualis est α δ, ipsi δ β, communis autem & ad angulos rectos δ ζ, basis igitur α ζ, (per 4 primi) basi β ζ, est æqualis. Similiter quoq; ostendemus, quòd & γ ζ, ipsi α ζ, est æqualis. Centro rursus igitur ζ, spatio uerò aut ζ α, aut ζ β, aut ζ γ, circulus descriptus transibit per reliqua signa

quæ signa, & erit descriptus circa α β γ, triangulum, describatur sicut α β γ. Circa datum igitur triangulū descrip'us circulus est, quod facere oportebat.

CORRELARIVM. *Et manifestum est quòd quando introrsum trianguli, cadit centrum circuli angulus β α ε, existens in maiore circuli segmento, recto minor est. Quando autem in β γ, rectam lineam, in semicirculo existens angulus, rectus est. Quando uerò extra ipsam β γ, rectam lineam centrum cadit, angulus β α γ, existens in minore circuli segmento, recto maior est. Quare et quando minor recto fuerit datus angulus, introrsum ipsius trianguli concurrunt δ ζ, & ε ζ, rectæ lineæ. Quando autem rectus, super β γ. Quādo uerò maior recto, extra ipsam β γ: quod fecisse oportuit.*

Euclid. ex Camp. *Propositio 6.*

6 Ntra datum circulum, quadratum describere.

CAMPANVS. Sit datus circulus a b c d, cuius centrū e: uolo intra ipsum describere quadratum. Protraho in ipso duas diametros a c & b d, secantes se orthogonaliter supra centrum e, quarum extremitates coniūgo, protractis lineis a b, b c, c d, & d a, quas dico continere quadratū quæsitum, ipsæ enim erunt æquales adinuicem per 4 primi ter assumptam, propter id quod quatuor lineæ e a, e b, e c, & e d, sunt æquales, & quatuor anguli qui sunt ad e, recti: sed unusquisq; quatuor angulorum a b c & d, est rectus per primam partem 30 tertij, propter id quod quilibet eorum est in semicirculo: erit igitur a b c d quadratum per diffinitionem. Quod est propositum,



Euclid. ex Zamb. *Problema 6.* *Propositio 6.*

6 In dato circulo, quadratum describere.

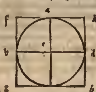
THEON *ex Zamb. Sit datus circulus α β γ δ, oportet iam in circulo α β γ δ quadratum describere. Excitentur enim ipsius circuli α β γ δ, diametri ad angulos rectos adinuicem, sintq; α γ & β δ, & coniungantur α β, β γ, γ δ, & δ α. Et quoniam æqualis est β ε, ipsi ε δ, (per diffinitionem 15 primi) centrum enim est ε, communis autem & ad angulos rectos ε α, basis igitur α β, (per 4 primi) basi α δ est æqualis: & per hoc etiam utraq; ipsarum β γ, & γ δ, utrique ipsarum α β & α δ est æqualis: æquilaterum igitur est quadrilaterum α β γ δ. Dico quòd etiam rectangulum quoniam enim recta linea β δ, dimetiēs est circuli α β γ δ: semicirculus igitur est angulus: rectus igitur est angulus β α δ (per 31 tertij) & per hoc etiam unusquisq; angulorum contentorum sub α β γ, β γ δ: & γ δ α, rectus est. Rectangulum igitur est quadrilaterū α β γ δ, ostensum autē est quòd & æquilaterū: quadratum igitur est (per 30 diffinitionem primi) & descriptum in circulo α β γ δ: quod fecisse oportuit.*



Euclid. ex Camp. *Propositio 7.*

7 Irca propositum circulum, quadratum describere.

CAMPANVS. Sit propositus circulus a b c d, cuius centrū e: uolo circa ipsum, describere quadratū. Protraho in ipso duas diametros a c & b d, secantes se orthogonaliter super centrum e, à quarum extremitatibus duco in utrāq; partem lineas orthogonaliter, quousq; quælibet earum concurrat cum duabus lateribus: fintq; puncta concursus earū f g h k, eritq; per correlarium 15 tertij, uterq; angulorū qui sunt ad unumquēq; quatuor pūctorū a b c d, rectus: quia ergo in quadrilatero a f b e tres anguli a b & e sunt recti, erit quartus angulus qui est f, rectus: habet enim quodlibet quadrilaterum, quatuor angulos æquales quatuor rectis, ut demonstratum est supra 32 primi. Eadem ratione quilibet angulorū g h & K, erit rectus: ergo per secūdā partē 28 primi duæ lineæ f g & K h, itēq; duç f K & g h, sunt æquidistantes, ergo per 34 primi f K est æqualis g h, & f g, ipsi K h. Et quia per eandem f K est ęqualis b d, & f g ipsi a c: at uerò b d est æqualis a c: erunt quatuor lineæ f k, & g h, & f g & K h, æquales. Sed & quatuor anguli f g K h sunt recti: ut probatū est prius, ergo f g k h, est quadratum per diffinitionem: quod est propositum.



Euclid. ex Zamb. *Problema 7.* *Propositio 7.*

7 Circa datum circulum, quadratum describere.

THEON *ex Zamb. Sit datus circulus α β γ δ. Oportet iam circa ipsum α β γ δ circulū quadratum describere. Excitentur ipsius circuli α β γ δ duæ diametri ad angulos rectos adinuicem, sintq; α γ &*

β δ: & per signa α, β, γ, δ, excitētur (per 17 tertij) rectæ lineæ tangētes circulū α β γ δ, sintq́; ζ η, η θ, θ κ & κ ζ. Quoniā igitur recta linea ζ η, ipsum circulū α β γ δ, tangit in signo α, & ab ε, cētro in ipsum α, contactū coniungitur recta linea ε α, anguli igitur qui sunt ad α, sunt recti (per 18 tertij) & ob id etiam anguli qui ad β γ δ, signa, sunt recti. Et quoniā angulus α ε β, rectus est, et angulus qui sub ε β η, quoq; rectus est: parallelus igitur est η θ, ipsi α γ, (p 28 primi,) & ob id quoq; α γ, ipsi ζ κ, parallelus est. Similiter quoq; iā ostēdemus, quòd & utraque ipsarum η ζ, & θ κ, ipsi β ε δ, parallelus est: parallelogrāma igitur sunt η δ, κ γ, α κ, ζ β, & β κ: æqualis igitur est η ζ, ipsi θ κ, & η θ, ipsi ζ κ (per 34 primi.) Et quoniam æqualis est α γ, ipsi β δ, sed α γ, utrique ipsarum κ θ et ζ η, est æqualis, & β δ, utrisque ipsarum η ζ, & θ κ, est æqualis: utraque igitur ipsarum η θ, & ζ κ, utrique ipsarum η ζ, & θ κ, est æqualis, æquilaterum igitur est θ η, θ κ, quadrilaterū. Dico quòd & rectangulū. Quoniā enim parallelogrammū est η β ε α, & angulus α ε β, rectus est: rectus igitur est & qui sub α η β, est angulus, (per 34 primi) similiter quoq; ostēdemus quòd & qui ad θ κ ζ, anguli consistūt recti sunt. Rectangulum igitur est, ipsum ζ η θ κ quadrilaterum, demonstratum uerò quod & æquilaterum, quadratum igitur est, & circa α β γ δ, circulum: descriptum est. Circa datū igitur circulum, quadratum descriptum est: quod oportebat facere.

Euclid. ex Camp. *Propositio 8.*

Intra quadratum assignatum, circulum describere.

CAMPANVS. Sit quadratum assignatum a b c d. Volo intra ipsum, describere circulum. Hæc est quasi cōuersa 6. Diuido unūquodq; latus eius per æqualia: a d quidem in puncto f, b a in pūcto g, c b in pūcto h, & d c in puncto e, & produco lineas e g & f h, secantes se in pūcto K: quem dico esse centrum circuli: erit enim f h æquidistans & æqualis a b, per 33 primi, propter id quod a f, & b h sunt æquales & æquidistantes. Similiter per eandem & d c, ipsi a b, & quia omnes medietates quatuor laterum ipsius quadrati sunt adinuicem æquales, erūt per 34 primi quatuor lineæ K e, K f, K g, & K h, æquales: ergo per 9 tertij K, est centrum circuli quæsitū.

Euclid. ex Zamb. *Problema 8.* *Propositio 8.*

In dato quadrato, circulum describere.

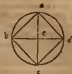
THEON ex Zamb. *Esto datum quadratum α β γ δ. Oportet iam in α β γ δ, quadrato, circulum describere, secetur (per 10 primi) utraque ipsarum α β & α δ, bifariàm in ε ζ, signis, & per ε, utrique ipsarum α β, & δ γ (per 31 primi) parallelus excitetur ε θ, & per ζ utrique ipsarum α δ, & β γ (per 31 primi,) parallelus excitetur ζ κ. Parallelogrammum igitur est unumquodque ipsorum α κ, κ β, α θ, θ δ, α η, η γ, β η, & η δ, & eorum latera, uidelicet quæ ex opposito sunt æqualia (per 34 primi,) & quoniam æqualis est α δ, ipsi α β, & ipsius α δ, dimidium est α ε, & ipsius α β, dimidium est α ζ, æqualis igitur est α ε, ipsi α ζ, quare & quæ ex opposito (per eandem) sunt æquales, æqualis igitur est ζ η, ipsi ε η. Similiter quoque ostendemus quòd & utraque ipsarum η θ, & η κ, utrique ipsarum ζ η, & η ε, est æqualis. Quatuor igitur η ε, η ζ, η θ, & η κ, sibi inuicem sunt æquales, (per 1 cōmunem scientiam.) Centro igitur η, spatio uerò aut η ε, aut η ζ, aut η θ, aut η κ, circulus descriptus, transibit etiam per reliqua signa, & tanget α β, β γ, γ δ, & δ α, rectas lineas: quoniam anguli qui sunt ad signa ε ζ θ κ recti sunt. Si enim circulus rectas lineas α β, β γ, γ δ, & δ α, secat: quæ ab diametri circuli extremitate ducitur ad angulos rectos, introrsum ipsius circuli cadit, quod est impossibile (per 16 tertij.) Centro igitur η, spatio autem aut η ε, aut η ζ, aut η θ, aut η κ circulus descriptus, ipsas rectas lineas α β, β γ, γ δ, & α δ non secat: tangit igitur eas, & in quadrato α β γ δ, descriptus est. In dato quadrato igitur, & reliqua quæ sequuntur, quod facere oportebat.*

Euclid. ex Camp. *Propositio 9.*

Circa assignatum quadratum, circulum describere.

CAMPANVS. Sit quadratū a b c d. Volo circa ipsum, circulum describere. Hæc est quasi cōuersa 7. Protraho in ipso duas diametros a c & b d, secātes se in pūcto e, quē dico esse cētrū circuli. Cū enim lineæ a d, et a b, sint æquales: erūt per 5 primi anguli

angulí a d b, & a b d, æquales: & quia angulus totalis est rectus: erit (per 32 primi) uterque eorum medietas recti: simili quoque modo probabitur quemlibet partialium angulorum à prædictis diametris & lateribus quadrati propositi contentorum, esse medietatem recti. Quia igitur angulus e a d, est æqualis angulo e d a, erit per 6 primi, linea e a, æqualis lineæ e d. Eadem ratione erit e a æqualis e b & e c, æqualis e d, quare: quia quatuor lineæ e a, e b, e c, e d, sunt æquales, erit per 9 tertij, e centrum circuli quæsiti, quod est propositum.



Euclid. ex Zamb. *Problema 9.* *Propositio 9.*

Circa datum quadratum, circulum describere.

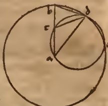
THEON ex Zamb. *Sit datum quadratum α β γ δ, oportet iam circa α β γ δ quadratum, circulum describere. Coniunctæ rectæ lineæ α γ, & δ β, sese inuicem secent in ε. Et quoniam æqualis est δ α ipsi α β, communis autem α γ, duæ igitur δ α, & α γ, duabus β α, et α γ, sunt æquales, altera alteri, & basis δ γ, (per 4 primi) basi β γ, est æqualis: angulus igitur δ α γ, (per 8 primi) ei qui sub β α γ est angulo æqualis est. Angulus igitur δ α β, bifariam diuisus est, per lineam α γ. Similiter iam ostendemus quòd & unusquisque angulorum qui sunt sub α β γ, β γ δ, & γ δ α, bifariam diuisus est per α γ, & δ β, rectas lineas. Et quoniam angulus δ α β, æqualis est angulo α β γ, & anguli δ α β, angulus ε α β, dimidium est, & anguli α β γ, dimidium est angulus ε β α: angulus igitur ε α β, angulo ε β α, est æqualis, quare (per 6 primi,) & latus ε α, lateri ε β, est æquale. Similiter iam ostendemus quòd & utraque ipsarum ε α & ε β, rectarum linearum, utrique ipsarum ε γ, & ε δ, est æqualis. Quatuor igitur ε α, ε β, ε γ, & ε δ, sibi inuicem sunt æquales. Centro igitur ε, spatio uerò aut ε α, aut ε β, aut ε γ, aut ε δ, circulus descriptus, transibit per reliqua signa, & erit descriptus circa α β γ δ, quadratũ describatur sicut α β γ δ. Circa datum igitur quadratum, circulus descriptus est: quod fecisse oportuit.*



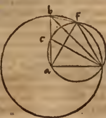
Euclid. ex Camp. *Propositio 10.*

10 
Vum æqualium laterum triangulum designare, cuius uterque duorum angulorum, quos basis obtinet, reliquo duplus existat.

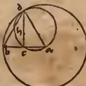
CAMPANVS. Intentio est describere unũ triangulum duum æqualiũ laterum & tertij inæqualis, cuius uterque angulorũ qui super latus quod est reliquis inequale, existunt ad tertiũ, duplus existat. Ad hoc autem faciendum sumatur linea qualibet quę sit a b, quæ diuidatur secundum quod docet 11 secundi, in pũcto c, ita quod illud quòd fit ex a b, in b c fit æquale quadrato a c. Factoque puncto a centro, secundũ ipsius quantitatẽ describatur circulus b d e, intra quẽ per primã huius coaptetur linea b d, æqualis lineæ a c, & producantur duæ lineæ d a, d c. Dico triangulũ a b d, esse qualis proponitur. Circunscribatur circulus qui sit d c a, per 5 huius: triãgulo d c a. Quia ergo linea d b, est æqualis lineæ a c, erit quod fit ex a b, in b c, æquale quadrato lineæ b d, quare per ultimã tertij b d linea, est contingens circulum d c a, & per 31 eiusdem, angulus c d b, est ęqualis angulo c a d. Posito ergo communi angulo c d a, erit totus angulus b d a, æqualis duobus angulis c a d, c d a, sed per 32 primi, angulus b c d, est æqualis eisdem, quia extrinsecus ad ipsos, ergo b d a, est æqualis angulo b c d: & quia angulus a d b, est ęqualis angulo a b d, per 5 primi, eo quod latera a b & a d sunt æqualia: erit angulus b c d, æqualis angulo c b d, ergo per 6 primi, linea c d, est æqualis lineæ b d, quare & lineæ c a, ergo per 5 primi, angulus c a d, est ęqualis angulo c d a. Quia ergo uterque angulorum c d b, & c d a, est æqualis angulo c a d, erit totus angulus b d a, duplus ad angulum d a b, & ideo angulus a b d, sibi æqualis, duplus est etiam ad angulum b a d: quod est propositum.

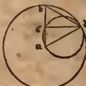


CAMPANI *additio*. Forsan dicet aduersarius circulũ d c a, circũscriptũ trigono partiali, secare circulũ b d e in aliquo pũcto arcus b d: ita quòd simul secabit lineã b d, unde ipsa nõ erit circulo applicata sicut in demõstratione supponitur, sed ipsum secãs. Sit ergo si possibile est, ut ponit aduersarius, & à pũcto b, ducatur ad ipsum circulũ minorẽ, cõtingẽs b f, & ducãtur lineæ f a, f d, eritque per penultimã tertij, quod fit ex a b, in b c, ęquale quadrato, b f, ergo b f est æqualis

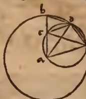


æqualis b d, quare per 5 primi, angulus b f d, est æqualis angulo b d f, & quia per 31 tertij, angulus b f a est æqualis angulo a d f, erit angulus b d f maior angulo a d f, quod est impossibile: cùm ipse sit pars eius. Aliter possumus illud refellere, & ostendere quòd ille minor circulus nullo modo secabit lineam b d. Forsan enim diceret quòd secaret eam, non secando arcum d b, maioris circuli. Si enim possibile est quòd secet eam, sit hoc in puncto h, eritq; quod fit ex a b in b c, æquale ei quod fit ex d b, in b h. Moustratum est enim supra penultimam tertij quòd si ab aliquo puncto extra circulum signato, quotlibet lineæ secantes ad circulum ducantur, quæ sub totis & earum portionibus extrinsecis continentur, æqualia sunt adinuicem: & quia quod fit ex a b, in b c, est æquale quadrato b d, quod est impossibile, per 2 secundi, quare constat propositum. Et nota quòd minor circulus necessariò secabit maiorem, & abscindet ab eo arcum unum æqualē arcui b d, & maior abscindet similiter ab eodem unum arcum æqualem arcui d c. Quod sic probatur. Si enim minor non secat maiorem, contingit ergo ipsum in puncto d. Et quia per 11 tertij circulorum se contingentium centra & punctus coutactus sunt in linea una, erit centrum minoris circuli iu linea a d, propter hoc quod in ea est centrum maioris, & punctus contactus, ergo per 30 tertij angulus a c d, est rectus, quare & angulus a d b, est rectus, similiter & angulus a b d, sibi æqualis, est rectus: quod est impossibile per 32 primi.





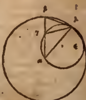
Secet ergo ipsum in punctis e d, dico arcum e d maioris, esse æqualem arcui d b, & arcum e d minoris esse æqualem arcui d c. Produco lineas d e, c e, & e a, eritq; per 26 tertij, unusquisque quatuor angulorum qui sunt d e c, c e a, d a c, & a d c, æqualis alij, propter id quod duo arcus d c, & c a, sunt æquales per 27 eiusdem, quare totalis angulus a e d, duplus est ad angulum b a d, & ideo æqualis utriq; angulorum a b d & a d b. Et quia angulus a e d est æqualis angulo a d e, per 5 primi, propter id quod a e & a d, suut æquales, à centro enim ad circumferentiam, erunt duo anguli e d, trianguli a e d ęquales doobus angulis d & b, trianguli a d b: ergo per 32 primi, reliquus angulus a unius, est æqualis reliquo angulo a alterius. Ergo per 25 tertij, arcus e d, maioris, est ęqualis arcui d b, & per eandem, arcus e d, minoris, est æqualis arcui d c, & hoc est quod proposuimus.



Euclid. ex Zamb. *Problema 10.* *Propositio 10.*

Isosceles triangulum constituere, habens unumquenq; eorum qui ad basin sunt angulorum duplum reliqui. 10

THEON *ex Zamb. Ponatur quædam recta linea α β, seceturq; (per 11 secundi) in γ signo, ut sub α β, & β γ. comprehensum rectangulum æquum sit ei quod fit ex γ α quadrato, & centro α, spatio uerò α β, (per 3 postulatum) circulus describatur β δ ε. Appliceturq; in circulum β δ ε, ipsi α γ, rectæ lineæ quæ diametro ipsius β δ ε, maior non est circuli β δ ε, æqualis recta linea β δ, (per 1 quarti,) & connectantur α δ, & δ γ, describaturq; (per 5 quarti) circa α γ δ, triangulum, circulus α γ δ ε. Et quoniam continetur sub α β, & β γ, rectangulum æquum est ei quod fit ex α γ, quadrato, id enim receptũ est: æqualis autem est α γ, ipsi β δ, quod igitur continetur sub α β, & β γ, æquum est ei quod fit ex β δ. Et quoniam extra circulum α γ δ ε, suscipitur signum aliquod β, & ab ipso β, in circulum α γ δ ε, ceciderunt duæ rectæ lineæ β γ α, & β δ & earum unà secat & altera incidit, & id quod continetur sub α β, & β γ, æquum est ei quod fit ex β δ, igitur (per 37 tertij,) β δ, tangit circulum α γ δ ε. Quoniam igitur β δ, tangit in δ, signo, ab ipso autem δ, contactu ducta est δ γ, angulus igitur β δ γ, (per 32 eiusdem,) æqualis est ei qui in alterno est circuli segmento, angulo qui sub δ α γ. Quoniam igitur æqualis est angulus β δ γ angulo δ α γ, communis apponatur angulus γ δ α. Totus igitur angulus β δ α æqualis est duobus qui sub γ δ α, & δ α γ, sunt angulis. Sed eis qui sunt sub γ δ α, & δ α γ, æqualis est angulus exterior β γ δ, (per 32, primi,) & angulus igitur β δ α, æquus est angulo β γ δ. Sed angulus β δ α, ei qui sub γ β δ,*



per

(per 5 primi) est æqualis, quoniam latus α δ (per 15 diffinitionem primi) lateri α β est æquale, quare & angulus δ β α (per 1 cõmunem scientiã) angulo β γ δ est æqualis. Tres igitur anguli β δ α, δ β α & β γ δ, sibi inuicẽ sunt æquales. Et quoniam æqualis est angulus δ β γ, angulo β γ δ, æquale est & latus β δ, lateri δ γ. Sed β δ, ipsi γ α est æqualis per hypothesin, & α γ, igitur ipsi γ δ est æqualis. Quare & angulus γ δ α (per 5 primi) angulo δ α γ est æqualis. Igitur anguli qui sunt sub γ δ α & δ α γ, eius qui sunt sub γ α δ, dupli sunt. Angulus autẽ sub β γ δ, angulis qui sunt sub γ δ α, & δ α γ est æqualis. Et ãgulus igitur β γ δ, eius qui est sub γ α δ, anguli duplus est. Aequalis autẽ est angulus β γ δ, utriq; ipsorũ sub β δ α, & δ β α angulorũ. Et uterq; igitur eorũ qui sunt sub β δ α, & δ β α, angulorũ, eius qui est sub δ α β, duplus est. Isosceles igitur triangulum constitutum est α β δ, habens unumquenque eorum qui ad basin δ β sunt angulorũ, duplicem reliqui: quod fecisse oportuit.

Euclid. ex Camp. Propositio 11.

11 

INtra datum circulum, æquilaterum atque æquiangulum pentagonum describere.

CAMPANVS. Sit datus circulus a b c, uolo intra ipsum describere pentagonum unum æquilaterum atque æquiangulum. Designo triangulũ unum qualem præmissa proponit, qui sit z, cui alium æquiangulum intra datum circulum describo sicut docet 2 huius, qui sit a b c, sitq; uterque angulorum a b c & a c b, duplus ad angulum c a b. Vtrunque eorum diuido per æqualia, ductis lineis b e, & c d, eruntq; per 25 tertij, quinque arcus, in quos quinque puncta a d b c e, diuidũt circulum, adinuicẽ æquales, propter id quòd quinque anguli qui in dictos arcus cadunt, sunt adinuicẽ æquales. Continuatis igitur illis quinque punctis per lineas rectas quæ sunt a d, d b, b c, c e, & e a, erit pẽtagonus a d b c e inscriptus dato circulo, qualis proponitur. Est enim æquilaterus, per 28 tertij, cũ quinq; arcus, quorum eius quinque latera sunt, chordæ sint adinuicẽ æquales. Et etiã æquiangulus per 26 eiusdem, eò quòd quinque arcus d a e, a e c, e c b, c b d, & b d a, in quos anguli ipsius pentagoni cadũt, sunt adinuicem æquales. Sicq; constat propositum.

Euclid. ex Zamb. Problema 11. Propositio 11.

11 In dato circulo pentagonum æquilaterũ & æquiangulũ describere.

THEON ex Zamb. Sit datus circulus α β γ δ ε, oportet iam in α β γ δ ε, circulo, pentagonum æquilaterũ & æquiangulũ describere. Sumatur (per 10 4) triangulum isosceles, sitq; illud ζ η θ, duplum habens unumquenque eorum qui sunt ad η θ angulorũ, reliqui, hoc est eius qui est ad ζ. Et describatur (per 2 quarti) in circulo α β γ δ ε, triangulo ζ η θ, æquiangulum triangulum α γ δ, Ita ut angulo qui ad ζ, angulus qui sub γ α δ, fiat æqualis, & uterque eorum qui sub α γ δ & γ δ α, sunt angulorum, utrique eorum angulorum qui ad η, & θ fiat æqualis, & uterque igitur eorum qui sunt sub α γ δ, & γ δ α, eius qui est sub γ α δ, duplus est. Secetur (per 9 primi) uterque eorum qui sunt sub α γ δ, & γ δ α, angulorum, bifariàm per γ ε, δ β, rectas lineas, & coniungantur α β, β γ, γ δ, δ ε, & ε α. Quoniam igitur uterque angulorũ qui sunt sub α γ δ, & γ δ α, eius qui sub γ α δ, est anguli duplus est, & dissecti sunt bifariàm per rectas lineas γ ε, & δ β, quinque igitur anguli qui sunt sub δ α γ, α γ ε, ε γ δ, γ δ β, & β δ α, sibi inuicẽ sunt æquales. Sed anguli æquales, in æqualibus circunferentijs consistunt (per 26 tertij) quinque igitur circunferentiæ α β, β γ, γ δ, δ ε, & ε α, sibi inuicem sunt æquales. Sed æqualibus circunferentijs (per 29 eiusdem) æquales rectæ lineæ subtenduntur: quinq; igitur rectæ lineæ α β, β γ, γ δ, δ ε, & ε α, sibi inuicem sunt æquales: æquilaterũ igitur est pentagonũ α β γ δ ε. Dico iam quòd & æquiangulum. Quoniam enim circunferentia α β, circunferentiæ δ ε, est æqualis, cõmunis apponatur β γ δ: tota igitur circunferentia α β γ δ, toti circunferentiæ ε δ γ β est æqualis, & consistit quidem super α β γ δ circũferentia, angulus α ε δ, & super ε δ γ β, circunferentia, consistit angulus β α ε: & angulus igitur qui sub β α ε, qui sub α ε δ, est angulo, æqualis est, & ob id unusquisque eorum qui sunt sub α β γ, & β γ δ, & γ δ ε, angulorum, unicuique eorum qui sunt sub β α ε, & α ε δ, angulorum est æqualis. Aequiangulum igitur est pentagonum α β γ δ ε: ostensum autem est quòd & æquilaterum. In dato circulo igitur pentagonũ æquilaterũ & æquiangulum descriptum est: quod facere oportebat.

Euclid.

Euclid. ex Camp. *Propositio 12.*



CIrca propositum circulum, pentagonum æquilaterum atq; æquiangulum designare.

CAMPANVS. Sit propositus circulus a b c, cuius centrum f. Volo circa ipsum designare pentagonum, æquilaterum atque æquiangulum. Supra circũferentiam ipsius circuli (quasi secundum doctrinam præmissæ sibi inscripsissem pentagonum) quinque puncta angularia notabo, quæ sint a d b c e, ad quæ à centro ducam lineas f a, f d, f b, f c, f e, & ab eisdem punctis educam perpendiculares ad istas lineas in utranque partem, quousque concurrant in punctis g h K l m, eruntq; hæ lineæ contingentes circulum, per correlarium 15 tertij. Et ad ista puncta concursus, ducam à centro lineas f g, f h, f K, f l, f m. Et quia monstratum est super penultimam tertij, quòd si ab aliquo puncto extra circulum signato duæ lineæ contingentes ad ipsum circulum ducantur, quod ipsæ erunt æquales, erit linea g a æqualis lineæ g d, & h d, ipsi h b, & sic de cæteris. At quoniam quinque arcus in quos quinque puncta a d b c e, diuidunt circulũ, sunt adinuicem æquales, erũt per 26 tertij, quinque anguli a f d, d f b, b f c, c f e, e f a, cõsistentes super hos arcus in centro f, sibi inuicem æquales. Sunt autem duo latera a g, & f a, æqualia duobus lateribus d g & f d, trianguli f g d, & latus g f commune ergo per 8 primi, duo anguli eorũ qui sunt ad f, itemq; duo anguli qui sunt ad g, sunt ad inuicem æquales: eadem ratione duo anguli qui sunt ad f, in triangulis d f h, & h f b, itemq; duo qui sunt ad h, sunt adinuicem æquales. Similiter quoq; singuli trium reliquorum angulorum qui sunt b f c, c f e, e f a: & singuli triũ qui sunt K l m, diuidantur per æqualia, primi quidem per lineam f K, secundi per lineam f l, tertij uerò per lineã f m. Et quia hi tres anguli qui sunt b f c, c f e, e f a, sunt sibi inuicem æquales, & alijs duobus qui sunt a f d, & d f b, æquales: erunt eorum dimidia quæ sunt decem anguli facti in centro f, adinuicẽ æqualia. Quia igitur duo anguli a & f, sunt æquales duobus angulis a & f, trianguli m a f, & latus a f, commune, erit per 26 primi, angulus g unius, æqualis angulo m alterius, & latus g a æquale lateri a m. Eadem ratione erit angulus g m, trianguli, g f d, æqualis angulo h, in triangulo d f h, & latus g d æquale lateri d h. Quare quia g a est dimidium g m, & g d dimidium g h, & g a & g d sunt æqualia, erunt per communem scientiam g m & g h, eorum dupla, æqualia. Similiter quoque probabimus g m, esse æquale m l & m l, ipsi l K, & l K, ipsi K h, quare pentagonus g h K l m est æquilaterus. Sed & æquiangulus. Cùm enim duo anguli qui sunt ad g, sint adinuicẽ æquales, & duo qui sunt a d m, similiter adinuicem æquales, & g partialis sit æqualis m partiali (utcunq; enim probatum est prius) erit per eandẽ cõmunem scientiam g totalis, æqualis m totali, & eadẽ ratione probabis æqualitatem in cæteris angulis, quare est æquiangulus. Sicq; constat propositum.



Euclid. ex Zamb. *Problema 12.* *Propositio 12.*

Circa datum circulum, pentagonum æquilaterũ & æquiangulum describere. 12

THEON *ex Zamb. Sit datus circulus αβγδε, oportet iam circa αβγδε, circulũ, pentagonum æquilaterum & æquiangulum describere. Intelligantur descripti (per 11 quarti) pentagoni angulorum signa αβγδε, ita ut (per præcedentem) αβ, βγ, γδ, δε, & εα, circunferentiæ sint æquales, & per αβγδε, excitatæ sint (per 17 tertij) ipsum circulum tangentes rectæ lineæ, ηθ, θκ, κλ, λμ, & μη. Sumatur centrum circuli αβγδε, sitq; ζ (per primam tertij) & connectantur rectæ lineæ ζβ, ζκ, ζγ, ζλ, & ζδ. Et quoniam κλ, recta linea circulum ipsum αβγδε, tangit in signo γ, & à centro ζ, in ipsum γ, contactum ducta est ζγ, igitur (per decimamoctauam tertij) ζγ, super κλ, perpendicularis est, rectus igitur est uterque eorũ qui ad γ sunt angulorum. Et per hoc, anguli qui sunt ad δ β, signa recti sunt. Et quoniam angulus qui sub ζγκ, rectus est, quod fit igitur ex ζκ, æquum est eis quæ fiunt ex ζγ, & γκ, (per quadragesimam septimam primi) & per hoc, eis etiam quæ fiunt ex ζβ, & βκ, æquum est id quod fit ex ζκ, (per eandem.) Quæ sunt igitur ex ζγ, & γκ, eis quæ fiunt ex ζβ, & βκ, sunt æqualia, quorum quod fit ex ζγ, æquum est ei quod fit ex ζβ. Reliquum igitur quod fit ex γκ, reliquo quod fit ex βκ est æquale, æqualis igitur est βκ, ipsi γκ. Et quoniam æqualis est ζβ, ipsi ζγ, & communis ζκ.*



duæ

duæ igitur β θ, & ζ κ, duabus γ ζ & ζ κ sunt æquales. Et basis β κ, basi γ κ est æqualis. Angulus igitur β ζ κ (per 8 primi) angulo κ ζ γ est æqualis: & angulus β κ ζ (per 4 primi) angulo ζ κ γ. Duplus igitur est angulus β ζ γ, eius qui sub κ ζ γ est anguli. & angulus β κ γ, eius qui est sub ζ κ γ. Et ob id iam & angulus γ ζ δ, eius qui est sub γ ζ λ duplus est: & angulus ζ λ γ, eius qui sub ζ λ γ. Et quoniam circunferentia β γ æqualis est circunferentiæ γ δ, æqualis est (per 27 tertij) angulus β ζ γ angulo γ ζ δ: & angulus quidem β ζ γ, eius qui est sub κ ζ γ duplus est: & qui sub δ ζ γ, eius qui sub λ ζ γ: angulus igitur κ ζ γ, angulo λ ζ γ est æqualis. Duo igitur iam triangula sunt ζ κ γ & ζ λ γ: duos angulos duobus angulis æquales habentia, & unum latus uni lateri æquale (per 26 primi) & eorum commune ζ γ, scilicet quod commune ipsis est: & reliqua igitur latera, reliquis lateribus æqualia habebunt, & reliquum angulum reliquo angulo. Aequalis igitur est κ γ recta linea ipsi γ λ, & angulus ζ κ γ, angulo ζ λ γ. Et quoniã æqualis est κ γ ipsi γ λ: dupla igitur est κ λ ipsius κ γ: & per hoc etiam ostendetur, quòd θ κ, ipsius β κ dupla est. Et quoniam ostensum est, quòd β κ ipsi κ γ est æqualis, & κ λ ipsius κ γ dupla est, & θ κ ipsius β κ: igitur θ κ ipsi κ λ est æqualis. Similiter iam ostendetur, quòd unusquisq; ipsarum η θ, η μ, & μ λ, unicuiq; ipsarum θ κ & κ λ est æqualis: æquilaterum igitur est pentagonum η θ κ λ μ. Aio etiam quòd et æquiangulum: quoniam æqualis est angulus ζ κ γ angulo ζ λ γ, & ostensum est ipsius quidem anguli θ κ γ duplum eum esse qui est sub θ κ λ, eius autem qui est sub ζ λ γ duplum eum esse qui est sub κ λ μ: angulus igitur qui est sub θ κ λ, angulo qui est sub κ λ μ est æqualis. Similiter iam ostendetur etiam quòd unusquisq; eorum qui sunt sub κ θ η, & θ η μ, & η μ λ, unicuiq; eorum qui sunt sub θ κ λ, & κ λ μ est æqualis. Quinq; igitur anguli qui sunt sub η θ κ, θ κ λ, κ λ μ, λ μ η, & μ η θ, sibi inuicem sunt æquales. Aequiangulum igitur est pentagonum η θ κ λ μ: ostensum autem est quòd & æquilaterum: & descriptum est circa circulum α β γ δ ε: quod fecisse oportuit.

Euclid. ex Camp. *Propositio 3.*

INtra æquilaterum atq; æquiangulum pentagonum assignatum, circulum describere.

CAMPANVS. Sit assignatus pentagonus æquilaterus atq; æquiangulus (quia de alijs non est necessarium, hoc est possibile) a b c d e. Volo ei inscribere circulum. Hæc est quasi conuersa 11. Duos eius propinquos angulos qui sunt a & e, diuido per æqualia: ductis lineis a f & e f, donec concurrant in puncto f intra ipsum pẽtagonum, quem dico centrũ esse circuli. Concurrent enim propter id quòd dimidium totalis anguli a & similiter totalis anguli e, minus est angulo recto. Si enim intra pentagonum non concurrent, aut extra ipsum pentagonum, aut in latere pentagoni, aut in eius angulo qui utriq; angulorum diuersorum opponitur. Concurrant ergo primò extra in puncto f, & ducatur linea b f. Et quia duo latera e a, & a f, trianguli e a f sunt æqualia duobus lateribus b a & a f trianguli b a f, & angulus a unius angulo a alterius, erit per 4 primi, basis e f æqualis basi f b, & quia angulus a partialis est æqualis angulo e partiali, propter id quod a totalis e totali: erit per 6 primi, f a æqualis f e: quare f a est æqualis f b: ergo per 6 primi, duo anguli b totalis & a partialis, sunt æquales. Quare a partialis est æqualis uel maior a totali, quod est impossibile. Concurrant ergo in puncto f super latus b c: eritq; arguendo per præmissas, & præmisso modo angulus a partialis, æqualis angulo a totali, quod est impossibile. Quòd si forsitan concurrant in angulo c: erit per eadem & eodem modo e b æqualis e a, & ideo adhuc ut prius angulus a partialis, æqualis angulo a totali. Quod quia esse non potest: sit ergo punctus concursus qui est f, intra pentagonum: à quo duco quinq; perpendiculares ad eius quinq; latera quæ sint f g, f h, f k, f l, f m: & ad duos eius angulos propinquos alrinsecus angulis per æqualia diuisis, qui sunt b & d: duco lineas f b, f d. Et quia duo anguli a & m, trianguli a f m sunt æquales duobus angulis a & g trianguli a f g, & latus a f commune: erit per 26 primi, f m æqualis f g. Per eandem quoque probabis f l æqualem f m, sumptis duobus triangulis e f m & e f l. Quia iterum duo latera a f & a b trianguli a f b sunt æqualia duobus lateribus a f & a e trianguli a f e, & angulus a unius angulo a alterius: erit per quartam primi, angulus b partialis, æqualis angulo e partiali: & quia b totalis æqualis est e totali, & e totalis diuisus est per æqualia, erit etiam b totalis diuisus per æqualia. Eodem modo probabis d totalem diui-

ſum per æqualia, propter æqualitatem d partialis & a partialis: ſumptis triangulis e a f & e d f. Quia ergo duo anguli g & b trianguli g f b ſunt æquales duobus angulis h & b trianguli h f b, & latus f b commune, erit per 26 primi, f h æqualis f g. Eodem modo probabis f k, æqualem f l: ſumptis triangulis l f d, k f d. Quoniam igitur quinq; lineæ f g, f h, f k, f l, & f m ſunt æquales, erit f, centrum circuli per 9 tertij. Quem circulum deſcribemus ſecundum quātitatem unius earum: & tanget omnia latera pētagoni, propter æqualitatem linearum: & nullum eorum ſecabit, per primam partem 15 tertij: ſicq; conſtat propoſitum.

Euclid. ex Zamb. *Problema 13.* *Propoſitio 13.*

In dato pentagono æquilatero & æquiangulo, circulum deſcribere. 13



THEON ex Zamb. *Sit datum pentagonum æquilaterum & æquiangulum αβγδε: oportet iam in pentagono αβγδε, circulum deſcribere. Secetur (per 9 primi) uterq; eorum qui ſunt ſub βγδ & γδε angulorum biſariàm, per rectas lineas γζ & ζδ: & ab ζ ſigno in quo concurrunt ad inuicem ipſæ rectæ lineæ γζ & δζ: coniungantur rectæ lineæ ζβ, ζα, & ζε. Et quoniam æqualis eſt βγ ipſi γδ, communis autem γζ: duæ iam βγ & γζ, duabus δγ & γζ ſunt æquales: & angulus βγζ, angulo δγζ eſt æqualis: baſis igitur βζ (per 4 primi) baſi δζ eſt æqualis: & triangulum βγζ triangulo δγζ æquale: & reliqui anguli reliquis angulis ſunt æquales: ſub quibus æqualia latera ſubtenduntur. Aequalis igitur eſt angulus γβζ, angulo γδζ. Et quoniam angulus γδε, eius qui ſub γδζ eſt anguli, duplus eſt: æqualis autem eſt angulus γδε ei qui ſub αβγ eſt angulo, & angulus γδζ angulo γβζ: angulus igitur γβα anguli γβζ duplus eſt: æqualis igitur eſt angulus αβζ, angulo ζβγ. Angulus igitur αβγ, biſariàm diuiſus eſt per βζ rectam lineam. Similiter quoq; oſtendetur quod & uterque eorum qui ſunt ſub βαε & αεδ angulorum, biſariàm diuiſus eſt per utranque rectarum linearum ζα & ζε. Excitentur (per 12 primi) ab ζ ſigno in αβ, βγ, γδ, δε, & εα rectas lineas perpendiculares ζη, ζθ, ζκ, ζλ, & ζμ. Et quoniam æqualis eſt angulus θγζ angulo κγζ: eſt autem angulus ζθγ rectus, angulo ζκγ recto æqualis: duo iam ſunt triangula ζθγ & ζκγ duos angulos duobus angulis æquales habentia alterum alteri, & unum latus uni lateri æquum commune enim eorum ζγ ſubtenſum ſub uno æqualium angulorum: & reliqua igitur latera reliquis lateribus (per 26 primi) æqualia habebunt: æqualis igitur eſt perpendicularis ζθ: ipſi ζκ perpendiculari. Similiter quoque oſtendetur, quòd & unaquæque ipſarum ζλ, ζμ & ζη, unicuique ipſarum ζθ & ζκ eſt æqualis. Quinque igitur rectæ lineæ ζη, ζθ, ζκ, ζλ, & ζμ, ſibijnuicem ſunt æquales. Centro igitur ζ, ſpatio uerò aut ζη aut ζθ aut ζκ aut ζλ aut ζμ, circulus deſcriptus: per reliqua quoque ueniet ſigna. Et tanget rectas lineas αβ, βγ, γδ, δε, & εα (per correlarium 16 tertij) quoniam anguli qui ſunt ad η, θ, κ, λ, μ, ſigna recti ſunt. Si enim non tanget eas, ſed ſecabit: continget quòd à diametri circuli extremitate ad angulos rectos ducta intra ipſum circulum cadet: quod eſſe impoßibile oſtenſum eſt (per 16 tertij.) Igitur centro ζ, ſpatio uerò uno ipſorum η, θ, κ, λ, μ, ſignorum deſcriptus circulus, rectas lineas αβ, βγ, γδ, δε, & εα minime ſecabit: tanget igitur eas (per correlarium 16 tertij) deſcribatur ſicut ηθκλμ. In dato igitur pentagono æquilatero & æquiangulo, circulus deſcriptus eſt: quod facere oportebat.*

Euclid. ex Camp. *Propoſitio 14.*



Irca datum pentagonum quod ſit æquilaterum atq; æquiangulum, circulum deſcribere. 14



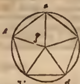
CAMPANVS. Sit ut prius, datus pentagonus, æquilaterus atq; æquiāgulus (quia de alijs nō eſt neceſſariū hoc eſſe poſſibile) a b c d e: uolo circa ipsū deſcribere circulū. Hæc eſt quaſi cōuerſa 12. Duos eius propinquos angulos, qui ſunt a & e, diuido per æqualia, ductis lineis a f & f e quouſq; concurrant intra ipſum pentagonum in puncto f: concurrent enim & intra pentagonum, ut probatum eſt in præmiſſa. Et à puncto concurſus, duco ad reliquos angulos, lineas quæ ſint f b, f c, f d: & quia duo latera a f & a b trianguli a f b ſunt æqualia duobus lateribus

a f & a

a f & a e trianguli a f e, & angulus a unius angulo a alterius: erit per 4 primi, f b æqualis f e, & angulus b partialis angulo e partiali. Et quia b totalis est æqualis e totali, & e totalis diuisus est per æqualia: erit similiter b totalis diuisus per æqualia. Hoc quoq; modo probabis utrunq; angulorum c & d, diuisum esse per æqualia: & quinq; lineas f a, f b, f c, f d, f e, esse æquales: quare per 9 tertij erit centrum circuli. Sicq; patet propositum.

Euclid. ex Zamb. *Problema 14.* *Propositio 14.*

14 Circa datum pentagonum æquilaterum & æquiangulum, circulum describere.

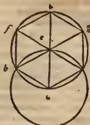


ΤΗΕΟΝ ex Zamberto. *Sit datum pentagonum æquilaterum & æquiangulum α β γ δ ε: oportet iam circa pentagonum α β γ δ ε, circulum describere. Secetur iam (per 9 primi) uterq; eorum qui sunt sub ζ γ δ & γ δ ε angulorum bifariàm, per utranq; ipsarum γ ζ & δ ζ. Et à ζ signo in quo concurrunt ipsæ rectæ lineæ, ad signa β, α, ε, coniungantur rectæ lineæ ζ β, ζ α & ζ ε. Similiter præcedenti ostendetur, quod & unusquisq; eorum qui sunt sub γ β α, β α ε & α ε δ angulorum, bifariàm secatur per unamquanq; ipsarum ζ β, ζ α, & ζ ε rectarum linearum. Et quoniam æqualis est angulus β γ δ angulo γ δ ε, & anguli ζ γ δ dimidium est angulus ζ γ δ: anguli autem γ δ ε dimidiũ est angulus γ δ ζ: & angulus ζ γ δ igitur angulo ζ δ γ est æqualis. Quare & latus ζ γ, lateri ζ δ est æquale. Similiter iam ostendetur, quòd & unaquæq; ipsarum ζ β, ζ α, ζ ε, utriq; ipsarum ζ γ & ζ δ est æqualis. Quinque igitur rectæ lineæ ζ α, ζ β, ζ γ, ζ δ & ζ ε, sibiynuicem sunt æquales. Centro igitur ζ, & spatio aut ζ α aut ζ β aut ζ γ aut ζ δ aut ζ ε, circulus descriptus: ueniet per reliqua signa, & descriptus erit circa α β γ δ ε pentagonum, quod æquilaterum & æquiangulum est. Describatur, & sit α β γ δ ε. Circa datum igitur pentagonum quod est æquiangulum & æquilaterum, circulus descriptus est: quod facere oportebat.*

Euclid. ex Camp. *Propositio 15.*

15 INtra propositum circulum, hexagonum æquilaterum atq; æquiangulum describere.

Ex hoc itaq; manifestum est, quòd latus hexagoni, æquũ est dimidio diametri circuli cui inscribitur.



CAMPANVS. Sit propositus circulus a b c d: cuius centrum e, uolo sibi inscribere hexagonum æquilaterum atque æquiangulum. Produco diametrum a e c, & secundum quantitatem semidiametri e c, facto centro puncto c, describo circulum e b d, secantem priorem in duobus punctis b, d: à quibus produco duos diametros in circulo primo, quæ sint b e g, d e f. Trium ergo diametrorum extremitates coniungo sex lineis quæ sunt a f, f b, b c, c d, d g, & g a: quas dico continere hexagonum quæsitum. Erit enim ut demonstrat prima primi, uterque triangulorum b e c, c e d, æquilaterus: quare & æquiãgulus per 5 eiusdem: ergo per 32 primi, duo anguli b e c & c e d, cum uno æquali uni eorũ, sunt æquales duobus rectis: propter id quòd quisque eorũ est tertia duorum rectorum: sed ipsi per 13 eiusdem, cum angulo d e g, sunt æquales duobus rectis: ergo angulus d e g, est æqualis utriq; eorum: quare per 15 eiusdem, sex anguli qui sunt ad e, sunt adinuicẽ æquales: ergo per 25 tertij, arcus in quos cadunt, sunt æquales: quare & eorum chordæ per 28 eiusdem, quæ sunt latera ipsius hexagoni. Aequilaterus igitur est. Sed & æquiangulus per 26 tertij, propter id quod sex arcus in quos angularia puncta hexagoni diuidunt circulum: bini & bini sumpti sunt adinuicem æquales, ut arcus a f b, arcui f b c: & ideo angulus f, qui consistit in primo, est æqualis angulo b qui consistit in secundo, idem in cæteris, quare constat propositum.

Correlarium ex hoc patet, quòd dimidium diametri & latus hexagoni, sunt latera eiusdem trianguli æquilateri, ut e c & c b & c d.

CAMPANI additio. Et nota quòd non proponitur circa propositum circulum hexagonum æquilaterum & æquiangulum designare. Nec intra talem hexagonum aut circa talem circulum describere quemadmodum feci de triangulo, quadrato, & pentagono: non quia non sit necessarium hoc esse possibile: sed quia hæc tria per eadem præcepta fiunt in pentagono æquilatero & æquiangulo, & in omni figura æquilatera atque æquiangula quæcunque fuerit. Vnde quamcunque figuram æquilateram & æquiangulam scimus circulo inscribere: eandem circulo, extra & circulum sibi intrà & extrà, iisdem modis, per quæ hoc in pentagono fecimus, describemus. Nota etiam quòd omnis figura æquilatera circulo inscripta aut circunscripta est etiam necessariò æquiangula: de inscripta patet per 27 & 26 tertii sumptis arcubus circuli: quibus latera inscriptæ figuræ chordæ sunt, binis & binis. In hos enim arcus, ipsius figuræ anguli cadunt. De circumscripta autem ductis à circuli centro lineis ad omnes eius angulos, & ad loca contactus, facile probabis, si plenè intellectæ demonstrationi 13 huius diligens intellectus accesserit: erit enim, ut omnes ipsius figuræ angulos, lineæ à centro uenientes per æqualia diuidant: sumptis itaque quibuslibet duobus eius proximis lateribus cum linea ad angulum ab eis contentum, & cum duobus ad eorum extremitates à centro uenientibus: duos triangulos ab eis contentos, æquiangulos adinuicem per 4 primi esse probabis. Sicque faciendo de omnibus, patebit eos esse æquiangulos per hanc communem scientiam, quorum dimidia sunt æqualia, tota quoque esse æqualia.

Euclid. ex Zamb. *Problema 15.* *Propositio 15.*

In dato circulo, hexagonum æquilaterum & æquiangulum describere. 15



THEON ex Zam. *Sit datus circulus αβγδεζ: oportet iam in dato circulo αβγδεζ hexagonũ æquilaterũ æquiangulũque describere. Excitetur ipsius αβγδεζ circuli dimetiens, sitque illud αδ. Sumaturque (per 1 tertii) centrum circuli: sitque illud η, & centro δ, spatio uero δη (per 3 postulatum) circulus describatur γηεθ: & coniunctæ rectæ εη & γη extendantur in β, ζ signa, et connectantur αβ, βγ, γδ, δε, εζ, ζα. Dico quòd αβγδεζ hexagonum æquilaterum est & æquiangulum. Quoniam enim η signum, centrum est circuli αβγδεζ, æqualis est (per diffinitionem 15 primi) ηε ipsi ηδ. Rursus quoniam δ signum, centrum est circuli γηεθ, æqualis est (per eandem) δε ipsi δη. Sed ηε ipsi ηδ ostensum est quòd est æqualis. Igitur εη ipsi εδ est æqualis (per 1 communem sententiam.) Aequilaterum igitur est εηδ triangulum: et tres igitur eius anguli, εηδ scilicet, ηδε & δεη, sibiinuicem sunt æquales. Quoniam (per 5 primi) isosceliũ triangulorũ anguli qui ad basin sibiinuicem sunt æquales, & trianguli tres anguli duobus rectis sunt æquales (per 32 primi) angulus igitur εηδ, duorum rectorũ tertiũ est. Similiter quoque ostẽdemus, quòd & angulus γηδ, duorũ rectorũ tertium est. Et quoniã recta linea γη super εβ stans (per 13 primi) † utrobique angulos εηγ & γηβ duobus rectis æquos efficit: & reliquus igitur angulus γηβ, tertiũ est duorũ rectorum: anguli igitur εηδ, δηγ & γηβ, sibiinuicem sunt æquales. Quare anguli qui ad uerticem, hoc est, βηα, αηζ & ζηε, eisdem εηδ, δηγ & γηβ sunt æquales (per 15 primi.) Sex igitur anguli εηδ, δηγ, γηβ, βηα, αηζ, & ζηε, sibiinuicem sunt æquales. Aequales autem anguli, super æqualibus circunferentiis consistunt (per 26 tertii.) Sex igitur circunferentiæ αβ, βγ, γδ, δε, εζ, & ζα, sibiinuicem sunt æquales. At sub æqualibus circunferentiis æquales rectæ lineæ subtenduntur (per 29 eiusdem.) Sex igitur rectæ lineæ αβ, βγ, γδ, δε, εζ, & ζα, sibiinuicem sunt æquales: æquilaterum igitur est αβγδεζ hexagonum. Aio quoque quòd & æquiangulum. Quoniam enim circunferentia αζ æqualis est circunferentiæ εδ: communis apponatur circunferentia αβγδ. Tota igitur ζαβγδ, toti εδγβα est æqualis. Et super circunferentia ζαβγδ, consistit angulus ζεδ: super autem εδγβα circunferentia, consistit angulus αζε. Aequalis igitur est angulus αζε, angulo δεζ. Similiter quoque ostendetur quòd & reliqui anguli ipsius αβγδεζ hexagoni, hoc est, unusquisque eorum qui sunt sub ζαβ, αβγ, βγδ, & γδε, unicuique eorum qui sunt sub αζε & ζεδ angulorum, sunt æquales. Aequiangulum igitur est hexagonum αβγδεζ. Ostensum autem est quòd & æquilaterum, & descriptum est in circulo αβγδεζ. In dato circulo igitur αβγδεζ hexagonum æquilaterum & æquiangulum descriptum est: quod facere oportebat.*

† ἐφεξῆς

CORRELA

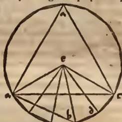
CORRELARIVM. *Hinc manifestum est quòd hexagoni latus ei qui est ex centro circuli est æquale: & si per signa α, β, γ, δ, ε, ς, circulum tangentes ducamus rectas lineas: describetur circa circulum, hexagonum æquilaterum & æquiangulum consequenter ex prædictis in pentagono. Et insuper per ea quæ similiter in pentagono dicta sunt, in dato hexagono circulum describemus & circunscribemus: quod facere oportebat.*



Euclid. ex Camp. *Propositio 16.*

16 Ntra datum circulum, quindecagonum æquilaterum atq; æquiangulum designare. Deinde circa quemlibet circulum assignatum, quindecagonum æquilaterum atq; æquiangulum, atq; intra datum quindecagonum, circulum describere.

CAMPANVS. Sit datus circulus a b c: uolo sibi inscribere quindecagonum æquilaterum & æquiangulum, deinde etiam circunscribere, atq; intra talem quindecagonum propositum, circulum describere. Non proponit autem circa talem quindecagonum, circulum describere: quia hoc satis dat intelligere per alia quæ proponit. In dato circulo iuxta doctrinam secundæ huius, protraho latus trianguli æquilateri, quod sit a c, & iuxta doctrinam 11 huius latus pentagoni æquilateri atque æqulanguli, quod sit a b. Et quia arcus a c, est totius circunferentiæ tertia, cuius arcus a b est quinta, erit superfluum inter eos quod est arcus b c, duæ tertiæ arcus a b, uel duæ quintæ arcus a c, siue duæ quintædecimæ totius circunferentiæ. Nam in omni toto excedit tertia quintam in duabus tertijs ipsius quintæ, uel in duabus quintis ipsius tertiæ, siue in duabus quintisdecimis totius. Hoc enim patet in quinta & tertia primi numeri habentis quintam & tertiam qui est 15. eius enim tertia quæ est 5, excedit eius quintam que est 3 in duabus unitatibus quæ sunt duæ tertiæ ipsius ternarij qui est quinta, uel duæ quintæ ipsius quinarij qui est tertia, siue duæ quintædecimæ ipsius 15 qui est totum. Diuiso igitur arcu b c per æqualia in d, patet utrunq; duorum arcuum c d, & d b, esse tertiam arcus a b, uel quintam arcus a c, siue quintamdecimam totius circunferentiæ. Subtensis igitur eis chordis c d, & d b, coaptatisq; continuè intra datum circulum sibi æqualibus per primam huius, complebitur figura proposita. Cętera uerò duo quę proponit cum tertio quod dat intelligere, uidelicet quindecagonum circulo circunscribere, ac circulum quindecagono inscribere, ac etiam circunscribere: ex duodecima, decimatertia & decimaquarta huius plenè intellectis facilè perficies.



CAMPANI *additio.* Et nota quòd quamcunq; figuram æquilateram circulo scimus inscribere: duplo plurium laterum circulo scimus inscribere & circunscribere, & ipsi circulum. Diuisis enim arcubus, quibus latera eius quę scitur inscribi subtenduntur, per ęqualia, & à punctis medijs ad extremitates laterum ipsius figurę ductis lineis, fiet intra circulum figura duplo plurium laterũ quę erit æquilatera per 28 tertij: ergo & æquiangula. Hoc enim demonstratũ est, supra 15 huius, quòd omnis figura ęquilatera circulo inscripta est etiã æquiãgula. Et quia hãc circulo scimus inscribere, sciemus cætera tria per duodecimam, decimatertiam & decimamquartam huius. Quia igitur scimus inscribere triangulum æquilaterum, sciemus per hoc & hexagonum, & per hexagonum, dodecagonum, ac per dodecagonum figuram uigintiquatuor laterum, & sic in infinitum duplando. Et licet per triangulum possit, ut diximus, inscribi hexagonus: posuit tamen huius propriam demonstrationem, ex qua sequitur potissimum perutile. Et similiter quia scimus & inscribere quadratum, sciemus per hoc inscribere omnem figuram, cuius laterum numerus est pariter par: per pentagonum quoq; sciemus decagonum & figuram 20 laterum: sicq; continuè duplando. Idem quoq; intellige de quindecagono, per ipsum enim scientur figurę 30 & 60, & omnium continuè duplatorum laterum. Cæterarum autem figurarum, de quibus ista non docet,

uel quę per has non habentur: difficilis est ſcientia & parum utilis, ut ſunt heptagona, ennagona, hendecagona. Quòd ſi ſciemus triangulum duum æqualium laterum deſignare, cuius uterque angulorum ad baſin triplus eſſet ad reliquum, ſciremus heptagonum, ut ſupra pentagonum circulo inſcribere: quòd ſi uterq; quadruplus eſſet ad reliquum, ſciremus nonagonum: & ſi quintuplus, hendecagonum. Idemq; in cæteris figuris imparium laterum, poſito utroq; angulorum ad baſin multiplici ad reliquum, per eum numerum qui eſt medietas maximi paris ſub impari numero laterum ipſius figuræ contenti.

Euclid. ex Zamb. *Problema 16.* *Propoſitio 16.*

In dato circulo, quindecagonum æquilaterum & æquiangulum deſcribere. 16

THEON ex Zamb. *Sit datus circulus α β γ δ: oportet iam in α β γ δ circulo, quintidecagonum æquilaterum & æquiangulum deſcribere. Deſcribatur in circulo α β γ δ, trianguli æquilateri latus α γ, pentagoni uerò æquilateri latus α β in arcu α γ. Qualium igitur eſt circulus α β γ δ, æqualium ſegmentorum quindecim: talium quidem circunferentia α β γ, tertium exiſtens ipſius circuli, erit quinq;. Circunferentia autem α β, exiſtens quintum circuli, erit trium: reliqua igitur β γ, duorum æqualium. Secetur (per 30 tertij) β γ, bifariàm in ε: utraq; igitur ipſarum β ε, & ε γ, circunferentiarum, quintumdecimum erit ipſius α β γ δ, circuli. Si igitur coniungentes rectas lineas β ε, & ε γ, ipſis æquales in continuum rectas lineas (per 1 quarti) coaptemus in circulum α β γ δ: erit in eo deſcriptum quintidecagonum æquilaterum & æquiangulum: quod facere oportebat. Similiter autem ut in pentagono, ſi per circuli diuiſionem, tangentes circulum ducemus: deſcribetur circa circulum, quintidecagonum æquilaterum & æquiangulum: & per oſtenſionem ſimiliter in pentagonis, & in dato quintidecagono æquilatero & æquiangulo, circulum deſcribemus & circunſcribemus.*

QVARTI LIBRI FINIS.

EVCLIDIS MEGARENSIS GRAECI PHILOSOPHI, GEOMETRICORVM *elementorum, Liber quintus.*

Euclid. ex Campano. — *Diffinitiones.*



1 Ars, est quantitas quantitatis minor maioris, cùm minor maiorem numerat.

CAMPANVS. Pars, quandoq; sumitur propriè: & hæc est quæ aliquoties sumpta, suum totum præcisè constituit, sine diminutione uel augmento: & dicitur suum totum numerare per illum numerum, secundum quem sumitur ad ipsius totius cõstitutionem: talem autem partem, quam multiplicatiuam dicimus, hic diffinit. Quandoq; sumitur communiter: & hæc est quęlibet quantitas minor, quę quotiescunq; sumpta, suo toto minus aut maius constituit, quam aggregatiuam dicimus: eo quòd cum alia quantitate diuersa totum suum constituat, per se autem quotiescunq; sumpta fuerit, non producat.

2 Multiplex, est maior minoris, quando eam minor metitur.

CAMPANVS. Pars, relatiuè dicitur ad totum, & in istis duobus extremis, consistit eorum adinuicem relatio: & ideo diffinito minori extremo, diffinit hic maius: uocat autem ipsum, multiplex: propter hoc quòd minus aliquoties sumptum, ipsum constituat: erunt igitur relatiuè dicta adinuicem, pars & multiplex. Nam omnis pars, submultiplex: ut patet per eius diffinitionem.

3 Proportio, est habitudo duarum quantæcunq; sint eiusdem generis quantitatum, certa alterius ad alteram habitudo.

CAMPANVS. Proportio, est habitudo duarũ rerum eiusdem generis adinuicem, in eo quòd earum altera maior aut minor est reliqua uel sibi æqualis. Non enim solum in quantitatibus reperitur proportio, sed in ponderibus, potentijs & sonis. In ponderibus quidem & potentijs, uult Plato in Timæo esse proportionem: ubi elementorũ numerum ostendit. In sonis autem esse proportionem, liquet ex musica. Nam (ut uult Boëtius in quartò) si quilibet neruus in duas inæquales partes diuidatur, erit ipsarum partium suorumq; sonorum, eadem cõuerso modo proportio. Sed in quibuscunq; proportio reperitur, ea participant naturam proprietatemq; quantitatis: non enim reperitur in aliquibus rebus duabus, nisi in eo quòd earum una est reliqua maior, aut minor, aut ei æqualis. Quantitatis autem proprium, est secundum ipsam æquale uel inæquale dici, ut uult Aristoteles in Prædicamentis: unde liquet proportionem primò in quantitate reperiri, & per ipsam in omnibus alijs: nec esse in aliquibus rebus proportionem, cui similis non sit in aliquibus quantitatibus: propter quod bene dixit Euclides, proportionem simpliciter esse in quantitate, cùm eam diffiniuit per habitudinem duarum quantitatum eiusdem generis adinuicem. Cuius diffinitionis intellectus est, quòd proportio est habitudo duarum quantitatũ adinuicem, quæ attenditur in eo quòd una earum est maior aut minor alia, uel æqualis ei: per quod patet quòd oportet eas esse eiusdẽ generis, ut duos numeros, aut duas lineas, aut duas superficies, aut duo corpora, aut duo loca, aut duo tempora. Non enim potest dici in ea, maior aut minor superficie, aut corpore, nec tempus, loco: sed linea, linea, & superficies, superficie. Sola enim uniuoca, cõparabilia sunt. Quod autem dicit, certa habitudo, non sic intelligas quasi nota uel scita, sed quasi determinata: ut sit sensus, Proportio est determinata habitudo duarum quantitatum: ita, in quam, determinata, quòd hæc & non alia. Non enim est necessarium, ut omnis habitudo duarum quantitatum sit scita à nobis, nec etiam à natura. Nam proportio quædam est discretorum, ut numerorum: quædam autem continuorum. In numeris autem, minor: est pars aut partes maioris, ut demonstratur in septimo: quare & in eis omnibus est habitudo certa

Plato. *Boëtius.* *Aristoteles.*

& nota. At uerò in continuis, est proportio magis larga: est enim in ea, ubi minor quantitas est, pars aut partes maioris: & talium omnium, mediantibus numeris est proportio nota, quę & rationalis dicitur. Dicunturq́ omnes tales quantitates, cõmunicantes, quia eas una & eadem necessario metitur, unde & omnes numeri sunt cõmunicãtes: omnes enim ipsós metitur unitas. Est etiam, ubi minor non est pars aut partes maioris: & in talibus non est nota proportio nec nobis nec naturæ. Diciturq́ hæc proportio irrationalis, & hæ quantitates, Incommunicantes: unde fit ut quæcunq; portio reperitur in numeris, reperiatur in omni genere continuorum, ut in lineis, superficiebus, corporibus & temporibus: non autem è conuerso: infinitæ enim sunt proportiones in continuis repertæ: quas numerorum natura non sustinet. Sed quæcunq; proportio reperitur in uno genere continuorum, eadem reperitur in omnibus alijs. Nam qualitercunq; se habet aliqua linea ad quamlibet aliam: sic se habet quælibet superficies ad aliquam aliam, & quodlibet corpus ad aliquod aliud, similiter & tempus: sed non sic, quilibet numerus ad aliquem alium, unde magis est larga proportio in continuis, quàm in discretis. Ex quo manifestum est proportionem geometricam esse maioris abstractionis, quàm proportionem arithmeticam: omnis enim proportio circa quam arithmetica uersatur, rationalis est: geometria uerò, rationales & irrationales æquilateras considerat.

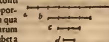
Proportionalitas, est similitudo proportionum. 4



Campanvs. Vt si dicamus quòd quæ est proportio a ad b, ea est etiam c ad d: proportio quæ est inter a & b, similis est illi quæ est inter c & d. Hæc autem similitudo quæ ex istis proportionibus resultat, dicitur proportionalitas.

Quantitates autem quæ dicuntur continuam habere proportionalitatem, sunt quarum æque multiplicia aut æqua sunt, aut æquè sibi sine interruptione addunt aut minuunt. 5

Campanvs. Supposita diuisione proportionalitatis per continuam & discontinuam, diffinit membra diuidentia, & primò continuam. Immo (ut uerius dicam) supposita diuisione proportionalium per continuè proportionalia & incontinuè: diffinit non continuam proportionalitatem nec continuam, sed continuè proportionalia & incontinuè: diffinitio autem continuæ proportionalitatis & incontinuæ, satis patet per diffinitionem continuè proportionalium & incontinuè. Continua autem proportionalitas, est cùm quotlibet quantitatum eiusdem generis, in qua proportione prima antecedit secundam, in eadem quęlibet aliarum antecedit proximo consequentem: ut cùm dicimus, sicut se habet a ad d, ita b ad c: & c ad d: eritq́ quælibet earum, antecedens & consequens: excepta prima quæ est solum antecedens, & ultima quæ est tantum consequens. Et in hac quidem proportionalitate necesse est omnes quantitates esse eiusdem generis propter continuationem proportionum, eo quòd non sit proportio inter quantitates quæ sunt generum diuersorum: & hæc erit ad minus in tribus terminis constituta.



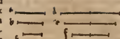
Incontinua autem proportionalitas, est cùm quatuor quantitatum siue omnes fuerint eiusdem generis, siue duæ primæ unius, & duæ postremæ alterius, in qua proportione, prima antecedit secundam, in eadem tertia antecedit quartam: ut cùm dicimus, sicut se habet a ad b, ita c ad d: eritq́ earum quælibet, aut tantum antecedens aut tantũ consequens: nec est necesse ut sint omnes quatuor eiusdem generis, sicut erat in proportionalitate continua: eo quòd consequens primæ proportionis non cõtinuatur antecedenti secundæ, sed possibile est ut sint eiusdem generis: & possibile est, ut sint diuersorum. Sicut enim contingit lineam reperiri duplam ad lineam, aut triplam: ita superficiem ad superficiem, & corpus ad corpus, & tempus ad tempus, & numerũ ad numerũ.



Viso quid sit continua proportionalitas, & quid Incontinua, explanemus diffinitionẽ cõtinuè proportionaliũ pręmissam. Quãtitates (inquit) proportiõales cõtinuè, sunt quarũ æque multiplicia aut sibi sunt ęqualia, aut ęque sibi sine interruptione addũt aut minuũt,

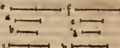
uerbi

uerbi gratia. Sint tres quantitates eiusdem generis a,b,c: ad quas sumantur d,e,f: æque multiplicia, ut sicut d est multiplex ad a, ita e sit multiplex ad b, & f ad c eruntq; omnes in eodem genere: multiplicia enim & submultiplicia, in eodem sunt genere: sitq; ut d,e,f, aut sint æqualia adinuicem, aut similiter se habeant in addendo aut minuendo: ita quòd sicut d addit super e aut minuit ab ipso, ita e addat super f aut minuat ab ipso. Cùm hæc, inquam, multiplicia sic se habuerint: erunt tres quantitates a,b,c, continuè proportionales. Multiplicia autem non intelligas similiter sic se habere in addendo aut minuendo, quantum ad quātitatem excessus, sed quantum ad proportionem: aliter enim diffinitio esset falsa. Nam quarumlibet quantitatum eiusdem generis æquis se differentiis excedentium, æque multiplia accepta æquis etiam differentiis se excedunt. Vnde similiter se habent in addendo & minuendo quantum ad quantitatem excessus: nec tamē priores quantitates sunt continuè proportionales, immo minorum est semper maior proportio. Hoc autem ideo euenit, quoniam earum multiplicia non similiter se excedunt, quantum ad proportionem, sed solum quantum ad quantitatem excessus: est enim & ibi in minoribus multiplicibus maior proportio: uerbi gratia. Sumantur tres numeri æquis differentiis se excedentes, in medietate uidelicet arithmetica, ut, 2,3,4: horum trium omnes æque multiplices æqualiter se excedunt, dupli quidem binario, tripli ternario, & sic de cæteris: non tamen sunt 2,3,4 continuè proportionalia: immo minorum est maior proportio: est enim ipsorū proportio sesquialtera, & maiorum sesquitertia, quia ergo inter eos non est similitudo proportionum, non erit inter eos proportionalitas: & ideo neq; continua neq; incontinua. Patet ergo similitudinem illam additionis aut diminutionis, non intelligi quantum ad quantitatem excessus, sed quantum ad proportionem: erit itaq; sensus diffinitionis præmissę. Continuè proportionalia, sunt quorum omnia multiplicia æqualia, sunt continuè proportionalia. Sed noluit ipsam diffinitionem proponere sub hac forma: quia tunc diffiniret idem per idem, apertæ tamen rei est istud cum sua diffinitione conuertibile. Tres autem quantitates a,b,c, oportet esse eiusdem generis: ad hoc ut earum multiplicia sibiinuicem æqualia sint, aut similiter se habeant in addendo aut minuendo. Si enim a & b essent diuersorum generum, essent etiam d & e ipsarum a & b multiplicia, eorundem diuersorum generum, propter hoc quòd multiplicia & submultiplicia eiusdem sunt generis: quare d non esset æqualis e: nec ea maior aut minor: nam quantitates diuersorum generum, non sunt adinuicem comparabiles.



6 Quantitates quę dicuntur esse secundum proportionem unam, prima ad secundam & tertia ad quartam, sunt quarum primæ & tertiæ multiplices æquales, multiplicibus secundæ, & quartæ æqualibus fuerint similes, uel additione, uel diminutione, uel æqualitate eodem ordine sumptæ.

Campanvs. Posita superius diffinitione quantitatum continuè proportionalium: hic ponit diffinitionem incontinuè proportionalium: & est quòd quarumlibet 4 quantitatum quarum primæ & tertiæ æque multiplicia sumpta fuerint, itemq; secūdæ & quartæ æque multiplicia, fueritq; multiplex primæ, sic se habens ad multiplex secundæ quantum ad additionem aut diminutionē aut æqualitatem, sicut multiplex tertiæ ad multiplex quartæ: erit proportio primæ earum ad secundam, sicut tertiæ ad quartam: uerbi gratia. Sint 4 quantitates a,b,c,d: sumanturq; ad primā & ad tertiam quæ sunt a & c, æque multiplicia utpote dupla quæ sint e & f. Itemq; ad secundā & quartam quæ sunt b & d: sumantur alia æque multiplicia utpote tripla, quæ sint g & h: sitq; ut hæc 4 multiplicia sic sumpta comparata adinuicem secundum ordinem primarū 4 quantitatum: ita uidelicet, quòd e comparetur ad g, & f ad h, non autem e ad f aut g ad h: sint similia in additione, diminutione & æqualitate: uidelicet quòd si e addit supra g & similiter f addat supra h, aut si e minuit a g, & f similiter minuat ab h: aut si e est æqualis g, & similiter f sit æqualis h: tunc proportio a ad b est sicut c ad d: similitudo autem in addendo aut diminuendo, intelligatur hic sicut in diffinitione continuè proportionalium, uidelicet non quantum ad quantitatem excessus, sed quantum ad proportionem. Quod autem dicit eodem ordine sumptę, intelligatur sicut expositum est: uidelicet ut multiplicia non referantur adinuicem secundum ordinem earum quantitatum, quibus æque multiplicia assumuntur, ut multiplex primæ non referatur ad multiplex tertiæ, aut multiplex secundæ ad multiplex quartæ, sed referatur secundū primum ordinem ipsarum 4 quantitatū, uidelicet multiplex primæ ad multiplex secundæ, & multiplex tertię ad multiplex quartę. Erit itaq; sensus istius diffinitionis. Incōtinuè proportionales, sunt quatuor quantitates, & proportio primæ ad secundam est sicut tertiæ ad quartam: cum sumptis æque multiplicibus ad primam & tertiam, itemq; æque multipli-



multiplicibus ad ſecundam & quartam:erit proportio multiplicis primæ ad multiplex ſecundæ, ſicut multiplicis tertiæ ad multiplex quartæ. Sed non diffiniuit ſub hac forma, propter cauſam prædictam: licet à parte rei idem ſit. Non eſt autem neceſſarium, ut quatuor quantitates a,b,c,d ſint eiuſdem generis, eo quòd b non continuatur in proportione cum c: ſed poſſunt eſſe duæ primæ unius generis, & duæ ſequẽtes alterius. Per quod patet quòd neceſſe eſt referri multiplex primæ ad multiplex ſecundæ, & multiplex tertiæ ad multiplex quartæ: non autem multiplex primæ ad multiplex tertiæ, aut multiplex ſecundæ ad multiplex quartæ: quia non ſemper ſunt eiuſdem generis multiplex primæ & tertiæ, nec multiplex ſecundæ & quartæ: fuit autem neceſſe ſumere æque multiplices ad primam & tertiam, itemq́ æque multiplices ad ſecundam & quartam, & nõ æque multiplices ad primam & ſecundam, & item non ęque ad tertiam & quartam: quia niſi per multiplicium ſumptionem continuentur termini primæ proportionis cum terminis ſecundæ, non erit per quid ſit proportio a ad b, ſicut c ad d.

Quantitates quarum proportio eſt una, proportionales nominantur. 7

CAMPANVS. Poſtquàm diffiniuit quantitates continuè proportionales & incontinuè: diffinit quantitates proportionales ſimpliciter, & patet diffinitio.

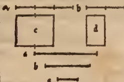
Cùm fuerint primæ & tertiæ æquè multiplices, itemq́ ſecundæ & quartæ æquè multiplices, addetq́ multiplex primæ ſuper multiplicem ſecundæ, non addet autem multiplex tertiæ ſuper multiplicem quartæ, dicetur prima maioris proportionis ad ſecundam, quàm tertia ad quartam. 8

CAMPANVS. Diffinitis quantitatibus proportionalibus, diffinit quantitates improportionales. Sunt autem improportionales, inter quas non eſt ſimilitudo proportionum, quod contingit dupliciter, aut quia maior eſt proportio primæ ad ſecundam quàm tertię ad quartam: aut quia minor: & ideo eius ſunt duæ ſpecies. Prima, quãdo maior eſt proportio primi ad ſecundum, quàm tertij ad quartum: & dicitur hoc, maior improportionalitas.

Secunda uerò, quando minor eſt proportio primi ad ſecundũ, quàm tertij ad quartum: & dicitur minor improportionalitas: diffinit ergo eas inter quas eſt maior proportio primæ ad ſecundam quàm tertiæ ad quartam: quæ eſt maior improportionalitas: diffinitionem autem earum inter quas eſt minor proportio primæ ad ſecundam quàm tertiæ ad quartam, non ponit, quia ipſa patet ex alia. Cùm igitur fuerint quatuor quantitates ad quarum primam & tertiam ſumpta ſint æque multiplicia, & ad ſecundam & quartam æque multiplicia, & multiplicia primæ & ſecundæ relata adinuicem non ſe habebunt ſimiliter multiplicibus tertiæ & quartę relatis adinuicem in additione, diminutione & ęqualitate: illæ quatuor quantitates erunt improportionales. Quòd ſi ita fuerit quòd multiplex primæ ſit æquale multiplici ſecundæ, multiplex uerò tertiæ ſit minus multiplici quartæ: aut quòd multiplex primæ ſit maius multiplici ſecũdæ & ſimiliter multiplex tertiæ multiplici

		16		18					
	1	8	3	9					
1	2	4	4	6					
		16		24					
		18		16			24		18
	1	9	3	8		1	8	3	6
2	2	3	4	4		2	4	4	5
		12		16			16		20
		10		14					
	1	5	3	7					
3	2	3	4	4					
		9		12					
		16		14					
4	1	8	3	7					
	2	6	4	5					
		18		15					

tiplici quartæ: ueruntamen plus excedit quantum ad proportionem non quantum ad quantitatem excessus multiplex primæ multiplex secundæ, quàm multiplex tertiæ multiplex quartæ: aut quòd multiplex primæ sit minus multiplici secundæ, & similiter multiplex tertiæ multiplici quartæ, ueruntamen minus minuit quantum ad proportionem non quantum ad quantitatem excessus, multiplex primæ multiplici secundæ, quàm multiplex tertiæ à multiplici quartæ: erit quolibet istorum quatuor modorũ maior proportio primæ ad secundam, quàm tertiæ ad quartam. Quatuor autem modis istis oppositis erit minor proportio primæ ad secundam, quàm tertiæ ad quartam. Exempla autem istorum omnium euidenter sumentur ex numeris. Additio ergo illa multiplicis primæ super multiplex secundæ, non autem multiplicis tertiæ super multiplex quartæ, de qua loquitur auctor in diffinitione, latitudinem habet ad istos quatuor modos prædictos, & ipsos cõprehendit. Vnde sensus istius diffinitionis est: cum sumptis sic multiplicibus primæ ad multiplex secundæ, quàm multiplicis tertiæ ad multiplex quartæ: erit maior proportio primæ ad secundam quàm tertiæ ad quartam, non diffiniuit autem sub hac forma, propter communem causam prius dictam. Vel possumus dicere, quòd additio multiplicis primæ super multiplex secundæ, & non multiplicis tertiæ super multiplex quartę, de qua loquitur in pręmissa diffinitione maioris improportionalitatis, proprie accipitur prout uerba diffinitionis sonant: & non se extendit nisi ad secundum quatuor prędictorum modorum: licet reuera quolibet illorum quatuor modorũ sit maior proportio primæ ad secundam quàm tertiæ ad quartam: unde sensus illius diffinitionis est, cum sumptis sic multiplicibus, ut proponit, si multiplici primæ existente maiori multiplici secundæ, non sit necessarium quòd multiplex tertiæ sit maius multiplici quartæ: tunc erit maior proportio primæ ad secundam quàm tertiæ ad quartam: propter hoc autem non posuit reliquos tres additionis modos in prædicta diffinitione, quia iste est illis omnibus magis planus, & ad dictam diffinitionem sufficiens. Nusquam enim est maior proportio primæ quatuor quantitatum ad secundam quam tertiæ ad quartam: quin contingat aliqua æque multiplicia ad primam & tertiam reperiri: quæ cùm relata fuerint ad aliqua æque multiplicia secundæ & quartæ, inuenietur multiplex primæ addere super multiplex secundæ, non autem multiplex tertiæ super multiplex quartæ. Nec usquam contingit hoc reperire, quin sit maior proportio primæ ad secundam quàm tertiæ ad quartam, ut demonstrabimus infra supra decimam huius. Possunt autem esse hæ quantitates improportionales diuersorum generum, sicut & quantitates incontinuè proportionales, si intra eas fuerit incontinua improportionalitas, ut si dicatur maior est proportio a ad b, quàm c ad d. Si autem fuerit continua improportionalitas, erunt omnes eiusdem generis necessariò sicut sunt in continua proportionalitate, ut si dicatur maior est, dicatur maior est proportio a ad b, quàm b ad c.



9 Est autem proportionalitas, ad minus inter tres terminos constituta.

Campanvs. Postquam auctor diffiniuit proportionem, proportionalitatem, & quantitates proportionales: & improportionales, ostendit quis sit minimus numerus terminorũ, inter quos proportionalitas potest consistere: maximum autem non ponit, quia illum non contingit sumere: potest enim proportio quælibet continuari in terminis infinitis, siue fuerit rationalis proportio siue irrationalis. Ad proportionalitatem autem exiguntur ad minus duæ proportiones similes, eo quòd proportionalitas sit similitudo proportionum. Quælibet autem proportio habet antecedens & consequens: ergo quælibet proportionalitas habet ad minus duo antecedentia & duo consequentia: hoc est, impossibile fieri in paucioribus quàm tribus terminis, in quibus medius eorum antecedens est & consequens, & ideo proportionalitas erit continua: quare in tribus terminis ad minus erit continua proportionalitas constituta. Incontinua autem non erit in paucioribus quàm in quatuor, eo quòd in ipsa quilibet terminus est tantum antecedens aut tantum consequens: idem intellige de minori numero terminorum improportionalitatis. Si enim fuerit continua, erit ad minus inter tres terminos. Si incontinua, ad minus inter quatuor.

Si fuerint tres quantitates continuè proportionales, dicetur pro- 10
portio primæ ad tertiam, proportio primæ ad ſecundam duplicata.

CAMPANVS. Diffinit proportionem quæ eſt inter extremos terminos continuæ proportionalitatis in tribus terminis conſtitutæ, & dicit quòd ſi fuerit proportio primi ad ſecundum, ſicut ſecundi ad tertium: erit proportio primi ad tertium ſicut primi ad ſecundum duplicata, hoc eſt, ex duabus talibus compoſita: ſiue (quod idem eſt) erit proportio primi ad tertium ſicut primi ad ſecundum duplicata, hoc eſt, in ſe multiplicata: uerbi gratia in numeris. Sint tres numeri continuè proportionales, ſintq; continuè dupli, ut 2, 4, 8: proportio autem primi ad tertium, erit ſicut proportio primi ad ſecũdum in ſe multiplicata: proportio autem primi ad ſecũdum eſt dupla: dupla uerò in ſe multiplicata, producit quadruplam: unde proportio extremorum eſt quadrupla, uidelicet duplum dupli: uel ſecundum priorem expoſitionem, proportio extremorum eſt ſicut proportio primi ad ſecundum duplicata, quia quadrupla conſtat ex duabus duplis.

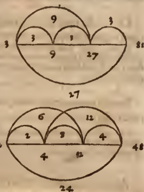


Cùm fuerint quatuor quantitates continuè proportionales, propor- 11
tio primæ ad quartam, dicetur proportio primæ ad ſecundam triplicata.

CAMPANVS. Diffinit proportionem quæ eſt inter extremos continuæ proportionalitatis in quatuor terminis conſtitutæ: & dicit ſi fuerint quatuor quantitates continuè proportionales: erit proportio primę ad quartam, ſicut proportio primæ ad ſecundam triplicata, hoc eſt, ex tribus talibus compoſita, quoniã tres tales inueniuntur in ea: ſiue (quod idem eſt) erit proportio primæ ad quartam, ſicut primæ ad ſecundam triplicata, hoc eſt in ſe, poſtea in productum multiplicata: uerbi gratia in numeris. Sint quatuor numeri continuè proportionales, ſintq; continuè tripli, ut ſint 1, 3, 9, 27: proportio primi ad quartum erit ſicut proportio primi ad ſecundum in ſe, poſtea in productũ multiplicata: proportio autem primi ad ſecundum, eſt tripla: tripla uerò in ſe multiplicata: producit nõcuplam, & tripla in noncuplam, producit uigincuplamſeptuplam: erit itaq; proportio extremorum uigincuplaſeptupla, quod eſt triplum tripli. Vel ſecundum priorem expoſitionem, proportio extremorum eſt ſicut proportio primi ad ſecundum triplicata, quia uigincuplaſeptupla conſtat ex tribus triplis. Non diffinit autem proportionem extremorum continuæ proportionalitatis inter plures quàm quatuor terminos conſtitutæ, propter id quòd dimenſiones in rebus naturalibus repertæ, non excedunt ternarium. Denominatio autem proportionis duarum quantitatum, quibus nullum interponitur medium, habet naturam lineæ. Earum uerò quibus interponitur unum medium in continua proportionalitate, habet naturam ſuperficiei, eo quòd fit ex multiplicatione denominationis duarum primarum in ſe. Omne autem quod ex multiplicatione lineæ in lineam producitur, naturam habet ſuperficiei: ſi in ſe quidem, quadrati: ſi uerò in alteram, parte altera longioris. Sed proportionis earum quantitatũ denominatio quibus in continua proportione duo media interponuntur, naturam habet ſolidi: quia prouenit ex multiplicatione denominationis duarum primarum primò in ſe, ex qua multiplicatione producitur ſuperficies: deinde in productum, ex qua multiplicatione prouenit ſolidum ſiue corpus: omne etenim quod ex multiplicatione lineæ in ſuperficiem producitur, creſcit in ſolidum. Eſt ergo ác ſi diceret: proportio duarum quantitatum, eſt ſimplex interuallum, & habens naturam ſimplicis dimenſionis ut lineæ: proportionalitas autem trium, eſt duplex interuallum, & habens naturam duplicis dimenſionis ut ſuperficiei: proportionalitas autem quatuor, eſt triplex interuallum, & habens naturam trinæ dimenſionis ut ſolidi. Et quia dimenſiones ulterius non procedunt, ideo non diffiniuit proportionem contentam inter extremos proportionalitatis in quinq; terminis, aut pluribus conſtitutæ: uel non diffiniuit proportionem in his, quia earum proportio habetur ex prædictis diffinitionibus. Si enim in tribus terminis proportio extremorum conſtat ex proportione primorum duplicata, & in quatuor terminis conſtat, ex eadem triplicata, in quinque terminis conſtat ex eadem quadruplicata, & in ſex ex eadem quincuplicata: unde quemadmodum in tribus terminis continuè proportionalibus, proportio extremorum continet proportionem primorum bis, & in quartam terminis ter: ſic in quinque terminis continebit quater, & in ſex quinquies, & ita deinceps: ut ſemper proportio extremorum in terminis continuè proportionalibus toties contineat proportionem primorum, quot ſunt omnes termini, minus uno.



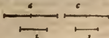
uno. Similiter quoq; si proportio extremorum cõtinuæ proportionalitatis in tribus terminis constitutæ, est ea quæ producitur ex proportione primorum in se semel multiplicata, & in quatuor in se bis multiplicata, in quinque terminis ea quæ producitur ex proportione primorum in se ter multiplicata, & in sex terminis quater, & sic semper termini fuerint duobus plures multiplicationibus, sine ut multiplicationes sint æquales medijs extremis interpositis. Et nota quòd etiam in proportionalitate continua extremorum, proportio producitur ex omnibus proportionibus intermedijs, ut ex prædictis apparet, & quòd proportio extremorum continuæ proportionalitatis in tribus terminis constitutæ denominatur à quadrato, in quatuor uerò terminis constitutæ denominatur à cubo, quorum quidem quadrati & cubi latus, est denominatio proportionis primi ad secundum, uerbi gratia in numeris. Sint quatuor numeri continuè proportionales, qui sint continuè tripli 3, 9, 27, 81, proportio primi ad secundum, denominatur à ternario, est enim tripla, primi uerò ad tertium, à nouenario qui est quadratus ternarij, nam ipsa est nõcupla. At uerò proportio primi ad quartum, denominatur à 27, qui est cubus denominationis proportionis primi ad secundum, uidelicet ternarij, ipsa enim est uigincupla septupla. Et proportio extremorum improportionalitatis cõtinuæ in tribus terminis constitutę, denominatur à superficiali non quadrato, cuius latera sunt denominationes ipsarum proportionum, In quatuor uerò terminis constitutæ: denominatur à solido non cubo, cuius tria latera sunt denominationes trium proportionum, quod etiam patet in numeris. Sint quatuor numeri continuæ improportionales, qui sint 2, 4, 12, 48: in quibus proportio primi ad secundum est dupla, secundi ad tertium tripla, & ideo primi ad tertium sexcupla, tertij uerò ad quartum quadrupla, A Senarius ergo qui est denominatio proportionis primi ad tertium, est superficialis, cuius latera sunt 2 & 3, quæ sint denominationes duarum primarum proportionũ, 24 uerò qui est denominatio proportionis primi ad quartum, est solidus, cuius latera sunt 2, 3, & 4, quæ sunt denominationes trium proportionum inter illos quatuor terminos existentium.



A et conuersio primi ad quartũ uigecupla quadrupla.

12 Quantitates quæ sunt in proportione una, antecedens ad cõsequentem, & antecedens ad consequentem, dicetur econtrario sicut consequens ad antecedentem, sic consequens ad antecedentem. Itemq; permutatim sicut antecedens ad antecedentẽ, sic etiam consequens ad consequentem.

Campanvs. Diffinit species proportionalitatis, quæ sunt sex, uidelicet conuersa, permutata, disiũcta, cõiuncta, euersa, & æqua. Sunt autẽ species, quasi quidã modi arguẽdi. Diffinit ergo primò conuersam proportionalitatem & permutatam, in quibus manent antecedentia & consequentia eadem secundum substantiam (quod non est in disiuncta, coniuncta, aut euersa) & in quibus nihil extra sumitur ut in æqua. Vocat autem antecedens, primum extremum proportionis, consequens uerò uocat secundum. Vult itaq; per hanc diffinitionem, quòd si fuerit proportio a ad b sicut c ad d, & ex hoc ergo concludam ergo b ad a sicut d ad c, uidelicet ut faciam de antecedentibus consequentia, & de consequentibus antecedentia: quod iste modus arguendi uocetur proportionalitas econtrario siue cõuersa. Si autem sic arguam a ad b sicut c ad d, ergo a ad c sicut b ad d, uidelicet ut ambo extrema primæ proportionis fiant antecedentia, ambo extrema secundæ, consequentia: uult quòd iste modus arguendi uocetur proportionalitas permutata, & in isto modo arguendi fit antecedens secundæ proportionis, consequens primæ, & consequens primæ, antecedens secundæ.



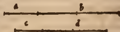
13 Coniuncta uerò proportionalitas dicitur, quoties sicut antecedens

cum consequente ad consequens, sic etiam antecedens cum consequente ad consequens.



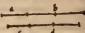
Campanus. Diffinit coniunctam, disiunctam, & euersam, in quibus etiam nihil extrà sumitur, sed termini non manent in ipsis quidem secundum substantiam, & uult quòd si ita fuerit ut sit a ad b, sicut c ad d: & ego ex hoc concludam ergo totius a b ad b, sicut totius c d ad d, quòd iste modus arguendi dicatur proportionalitas coniuncta.

Disiuncta uerò proportionalitas, dicitur augmentorum anteceden- 14
tium supra cõsequentia æqua comparatio.



Campanus. Vult quòd si fuerit proportio totius a b ad b sicut totius c d ad d, & ex hoc ego cõcludam ergo a ad b sicut c ad d, quòd iste modus arguendi uocetur disiuncta proportionalitas.

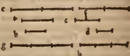
Euersa proportionalitas, dicitur quorumlibet antecedentiũ ad aug- 15
menta sui supra consequentia sua similitudo proportionum.



Campanus. Vult quòd si fuerit a b ad b, sicut c d ad d, & ex hoc ego concludam ergo a b ad a sicut c d ad c, quòd iste modus arguendi dicatur euersa proportionalitas.

Aequa proportionalitas dicitur, quantitatibus plurimis propositis, 16
alijsq; secundum eundem numerum in una proportione applicatis, mediorum æquali numero remoto, utrorumq; summorum similitudo proportionum.

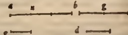
Campanus. Diffinit æquam proportionalitatem, quę ad probandum propositum ad extrà sumitur, & uult quòd si sumantur quodlibet quantitates, ut a b c, itemq; totidem aliæ, siue sint eiusdem generis cum primis, siue alterius, ut d e f, fuerintq; secundæ in proportione primarum, siue eodem ordine, ut si dicatur a ad b sicut d ad e, & b ad c sicut e ad f, siue ordine conuerso ut si dicatur a ad b, sicut e ad f, & b ad c sicut d ad e: & ex hoc concludatur ergo a ad c sicut d ad f, quòd iste modus arguendi uocetur æqua proportionalitas. Horum autem sex modorum arguendi, qui dicuntur species proportionalitatis, quatuor probat autor in litera infrà in isto quinto. Permutatam quidem proportionalitatem, probat in 16 huius, disiunctam uerò, in 17, coniunctam in 18, æquam uerò proportionalitatem, demonstrat in 22 & 23, sed in 22, cùm quantitates duorum ordinum eodem ordine sunt proportionales, in 23 uerò: cùm & sunt proportionales ordine conuerso. Conuersam uerò proportionalitatẽ aut euersam non demonstrat, eo quòd conuersa patet ex diffinitione quantitatum incontinuè proportionalium. Euersa autem patet ex permutata adiuuante 19, ut super eandem 19 sumus dictu-ri. Qualiter autem conuersa proportionalitas ex diuisione quantitatum incontinuè proportionalium manifesta sit, demonstremus nunc. Sit ergo proportio a ad b, sicut c ad d, uolo ergo demonstrare quòd erit b ad a, sicut d ad c. Sumantur e ad a, & f ad c, æque multiplicia, similiter quoq; g ad b, & h ad d, æque multiplicia, eritq; per conuersionem diffinitionis quantitatum incontinuè proportionalium, ut e & g, itemq; f & h similiter se habeant in additione, diminutione & æqualitate: intelligo tunc b primum, a secundum, d tertium, c quartum, sumptaq; sunt ad primum & tertium, g & h æque multiplicia. Itemq; ad secundum & quartum, e & f, æque multiplicia. Et quia multiplicia primi & secundi quæ sunt g & e similiter se habent multiplicibus tertij, & quarti quæ sunt h & f, adinuicem in additione, diminutione & æqualitate erit per dictam diffinitionẽ proportio b primi ad a secundũ, sicut c tertij ad d, quartũ, quod est propositum. Constat itaque modus arguendi qui dicitur conuersa proportionalitas. Huius



autem

autem quinti libri principia plurimis difficillima esse uidentur, & quibusdã conclusionibus quas
ex ipsis demonstrat, magis ab intellectu distantia. Nihil enim uidetur intellectui immediatius ad
hærere, quàm quòd duarum quarumlibet quantitatum æqualium sit ad tertiam quamlibet una
proportio, quod tamen huius quinti septima demonstrat, ex diffinitione incontinuæ proportio-
nalitatis, quæ ab intellectu primo uidetur quamplurimum esse remota. Quis enim non facilius
duarum quantitatum æqualium ad aliquam tertiam, eandem esse proportionem cõcedat: quàm
quatuor quantitatum si multiplicia primæ & tertiæ æqualiter sumpta multiplicibus secundæ &
quartæ æqualiter sumptis similiter se habuerint in additione, diminutione & æqualitate, esse pro
portionem primæ ad secundã sicut tertiæ ad quartam? Verùm si subtiliter intuemur, liquidò con
stabit non posse uniri intellectui quòd proportio duarum quantitatum æqualium ad tertiam sit
una, nisi per quid est esse proportionem unam: si enim quis ignoret quid est esse proportionem
unam eandem proportionẽ alteri, quomodo cognoscet duarum quantitatũ æqualiũ esse candẽ
proportionẽ ad tertiã? Indiget igitur proculdubio intellectus antequã illam quæ uidebatur con
ceptibilis propositio, apprehẽdat, huius rei quæ per ipsius diffinitionẽ habebitur cognitione, post
modũ utrum ea diffinitio duabus quantitatibus æqualibus ad tertiam cõparatis cõueniat pertra
ctatione, quòd si diffinitio inuẽta fuerit illis quãtitatibus cõuenire, concludetur propositũ, sin au
tẽ oppositũ. Non est igitur immediata propositio, quam superficialis apprehẽsio immediata iudi
cauit. Similiter quoq; immediatius iudicat prima apprehensio adhærere intellectui quòd dua
rum quantitatum inæqualium maior est proportio maioris earum ad aliam, quàm minoris ad
eandem, quam demonstrat 8 huius, quàm quòd 4 quantitatum sit maior proportio primæ ad se
cundam quàm tertiæ ad quartam, cum multiplicibus ad primam & tertiam æqualiter sumptis,
itemq; alijs ad secundam & quartam æqualiter: multiplex primæ addit super multiplex secundę,
& multiplex tertię non addit super multiplex quartę, ex quo quæ prędicta est propositio demon
stratur, sed similiter nec ipsa potest intelligi, nisi per quid est esse proportionẽ maiorẽ. Igitur opor
tuit Euclidem, quæ quantitates dicuntur proportionales, & quæ improportionales diffinire. Pro
portionales autem sunt, quarum proportio una est, & improportionales, quarum proportiones
diuersæ. Itaq; diffiniuit quantitates quarum proportio una est, & eas in quibus connectuntur ex
trema non dissociatis medijs, quas uocauit continuè proportionales, & dixit hanc proportiona-
litatem, in tribus terminis ad minus existere, propter hoc quòd unum saltem bis sumendum est,
medium, & eas in quibus accidit interruptio mediorum, & hæc sunt incontinuè proportionales,
& hæc proportionalitas ad minus exigit quatuor terminos, propter alterius medij sumptionem.
Et diffiniuit etiam quantitates quæ sunt improportionales, quarum est maior una proportio
quàm sit alia. Et si esset omnis proportio scita siue rationalis, tunc facilè esset intellectu cognosce
re quæ proportiones essent una & quæ diuersæ. Quæ enim haberent unam denominationem,
essent una: quæ autem diuersas, diuersæ, hæc autem facilitas manifesta est ex arithmetica, quoniã
omnium numerorum proportio scita & rationalis est. Vnde Iordanus in secundo Arithmeticæ
suæ diffiniens quæ proportiones sunt eædem & quæ diuersæ, dicit easdem esse quæ eandem de-
nominationem recipiunt. Maiorem uerò, quæ maiorem, & minorem, quæ minorem. Sed infini-
tæ sunt proportiones irrationales, quarum denominatio scibilis nõ est: quare cùm Euclides con-
sideret in hoc libro suo proportionalia communiter non contrahendo ad rationales uel irratio-
nales, quoniam considerat proportionem repertam in continuis quę communis est ad istas, non
potuit diffinire identitatem proportionũ, per identitatem denominationũ, sicut arithmeticus,
eo quòd multarum proportionum (ut dictum est) sunt denominationes simpliciter ignotæ, diffi
nitionem autem oportet fieri ex notis, unde malitia proportionum irrationalium, coẽgit Eucli-
dem tales diffinitiones ponere. Quia ergo non potuit (ut patet ex præmissis) diffinire proportio
nalitatem siue identitatem proportionum per identitatem habitudinum, siue denominationum
ipsorum terminorum propter irrationalitatem habitudinum & inconuenientiam terminorum,
coactus est refugere ad terminorum multiplicia, ut ex illorum habitudinibus quantum ad exces-
sum & æqualitatem consideratis æquis numerositatibus sumptorum, per quod ad naturam irra
tionalitatis reducuntur, propositam diffinitionem ueneretur: nihil enim in quocunq; inæqualita-
tis genere, terminis magis idem, quàm eorum multiplicia, nec terminorũ habitudinibus, quàm
multiplicium habitudo. Et quia proportio est duarum quantitatum eiusdem generis certa ha
bitudo considerata in eo quòd sunt æquales, aut altera maior, ideo identitas proportionum exi-
stentium inter primam 4 quantitatum ad secundam, & tertiam ad quartam, est similis æqualitas
primæ ad secundam, & tertiæ ad quartam, aut similis maioritas, aut similis minoritas: hæc autem
similis ęqualitas, aut similis maioritas, aut similis minoritas, tunc est inter quatuor quaslibet quã
titates, cùm est inter omnes earum æqualiter multiplices. Quod ergo dicit in quinta diffini-
tione, quantitates quæ dicuntur continuam proportionalitatem habere, sunt quarum æque mul
tiplicia aut æqua sunt, aut ęque sibi sine interruptione addũt aut minuunt: est ac si diceret, omnes

illas quantitates uoco continuè proportionales (quod eſt eas ſimiliter eſſe æquales continuè, & ſimiliter continuè eſſe maiores, & ſimiliter continuè eſſe minores) quarum omnes æque multiplices, aut ſibi inuicem ſunt, ſimiliter continuè æquales, uel ſimiliter continuè maiores, uel ſimiliter continuè minores, quòd eſt etiam ipſas multiplices eſſe continuè proportionales: quod ſi hoc alicubi in multiplicibus diſſonat, eas dico non eſſe continuè proportionales. Quòd autem dicit in ſexta diffinitione, Quantitates quę dicuntur eſſe ſecundum proportionem unam prima ad ſecundam & tertia ad quartam, &c. eſt ac ſi diceret omnes 4 quantitates uoco incontinuè proportionales, & ſe habere primam ad ſecundam, ſicut tertia ſe habet ad quartam (quod eſt primam ad ſecundam, & tertiam ad quartam ſimiliter ſe habere in æquando aut addendo aut minuendo) quarum omnes æque multiplices primæ & tertiæ ad omnes æque multiplices ſecundæ & quartę ſimiliter ſe habent aut in ęquando aut addendo aut minuendo, quod eſt etiam multiplices primę in eadem proportione ſe habere ad multiplices ſecundæ, in qua multiplices tertiæ ſe habent ad multiplices quartæ: quòd ſi hoc alicubi diſſonat in multiplicibus, dico non eſſe proportionem primæ ad ſecundam ſicut tertiæ ad quartam. Quod autem dicit in 8 diffinitione, eſt ac ſi diceret, maiorem proportionem uoco 4 quantitatum, primæ ad ſecundam quàm tertiæ ad quartã (quod eſt primam magis excedere ſecundam quàm tertia excedat quartam) quarum aliqua ex multiplicibus primæ addit ſuper aliquam ex multiplicibus ſecundæ, aliqua ex multiplicibus tertiæ ſumpta ſecundum numerationem multiplicis primæ, non addente ſuper aliquem ex multiplicibus quartæ ſumpta ſecundum numerationem multiplicis ſecundæ, quod eſt eſſe maiorem proportionem multiplicis primæ ad multiplicem ſecundę, quàm multiplicis tertiæ ad multiplicem quartæ. Diffinitiones autem iſtas niſi ſunt aliqui demonſtrare, quorum Ametus filius Ioſeph tentauit eas demonſtrare in epiſtola ſua, quam de proportione & proportionalitate compoſuit, & accepit tria per modum poſitionis tanquam principia, quæ dicit eſſe per ſe nota & probatione non indigere. Quorum primum eſt quòd ſi fuerint 4 quantitates, quarum ſit proportio primæ ad ſecundam ſicut tertiæ ad quartam, erit econuerſo proportio ſecundæ ad primam ſicut quartæ ad tertiam: & hic eſt modus arguendi, quem uocauit ſuperius Euclides conuerſam proportionalitatem. Et errauit, quoniam dixit propoſitionem eſſe per ſe notam: cuius tamen antecedens & conſequens ſunt ignota. Ignotum eſt enim quid ſit eſſe proportionem primæ quantitatis ad ſecundam ſicut tertiæ ad quartam, quare hoc ignoto poſito, impoſsibile eſt intelligere quid ex ipſo ſequatur. Similiter quoq; quia conſequens eſt ignotum, impoſsibile eſt intelligere quid ad ipſam antecedat. Secundum principium eius fuit, quòd ſi fuerint 4 quantitates, quarum ſit proportio primæ ad ſecundam ſicut tertiæ ad quartam, ſi prima ſit maior ſecunda, erit tertia maior quarta, & ſi minor, minor, & ſi æqualis, æqualis. Tertium fuit quòd ſi fuerint 4 quantitates, quarum ſit proportio primæ ad ſecundam ſicut tertiæ ad quartam, erit primæ ad quodlibet multiplex ſecundæ, ſicut tertiæ ad æque multiplex ex multiplicibus quartæ. Et accidit ſibi in iſtis duobus principijs idem peccatum, quod accidebat in primo: accepit enim in omnibus ignota ſimiliter tanquam nota, quare non demõſtrauit: peccauit etiam in ſecunda demonſtratione & in quinta, in quarum qualibet arguit ex 8 uel ex 10 huius quæ probantur ex diffinitione incontinuæ proportionalitatis.



Arguit enim ſic, ſi proportio a b ad e eſt maior quàm g ad d, ſit ergo ut n b partis a b ad e, ſicut g ad d, per quod apparet ipſum ſupponere quod duarum quantitatum a b & n b inæqualium relatarum ad e maior maiorem & minor minorem ad ipſam obtinet proportionem, uel quòd quantitas quæ ad e habebit minorem proportionem quàm habeat a b, erit minor a b, quorum primum demonſtrat 8 huius, & ſecundum 10. Nam cùm uultis ſumere quantitatem quæ ſe habeat ad e in proportione g ad d, dabo tibi maiorem aut minorem aut æqualem a b indifferenter ſicut uoluero, quare aut non demonſtrat aut accidit ſibi circulus, & principia eſſe ignotiora concluſionibus. Supponenda ſunt igitur cum Euclide principia tanquam nota, & non ipſa ex concluſionibus, ſed concluſiones ex ipſis demonſtrandæ ſunt.

EVCLIDIS MEGARENSIS GRAECI PHILOSOPHI, GEOMETRICORVM ELEmentorum, *Liber quintus.*

Euclid. ex Zamberto. **Diffinitiones.**



Ars, est magnitudo magnitudinis minor maioris, quãdo minor metitur maiorem. 2 Multiplex autem, maior minori, quando eam metitur minor. 3 Ratio, est duarum magnitudinum eiusdem generis *aliquatenus adinuicem quædam habitudo. 4 Proportio uerò, est rationum*identitas. 5 Rationem habere adinuicem magnitudines dicuntur, quæ possunt multiplicatæ inuicem excedere. 6 In eadem ratione magnitudines dicũtur esse, prima ad secundam, & tertia ad quartam: quando primæ tertiæ æquè multiplices, secundæ & quartæ æquè multiplices, iuxta quamuis multiplicationem utraque utranq; uel unà excedunt, uel unà æquales sunt, uel unà deficiunt, sumptæ adinuicẽ. 7 Eandem autẽ habentes rationẽ magnitudines, ꝓportionales uocẽtur. 8 Quando uerò æquè multiplex primæ excesserit multiplicẽ secundæ, multiplex autẽ tertiæ nõ excesserit multiplicẽ quartæ, tunc prima ad secundã maiorem rationem habere dicetur, quàm tertia ad quartam. 9 Proportio autem in tribus terminis, *minima est. 10 Quãdo tres magnitudines proportionales fuerint, prima ad tertiam duplicem rationem habere dicetur quàm ad secundam. Quando autem quatuor magnitudines proportionales fuerint, prima ad quartam triplicem rationem habere dicetur quàm ad secundã. Et semper deinceps una plus, quo ad proportio fuerit. 11 *Similis rationis magnitudines dicuntur, antecedentes antecedentibus & consequentes consequentibus. 12 Permutata ratio, est acceptio antecedentis ad antecedens, & consequentis ad consequens. 13 *Conuersa ratio, est acceptio cõsequentis ad antecedens, tanquam antecedentis ad consequens. 14 Compositio rationis, est acceptio antecedentis cum consequente, sicut unius, ad ipsum consequens. 15 Diuisio rationis, est acceptio excessus, quo excedit antecedens ipsum consequens, ad ipsum consequens. 16 Conuersio rationis, est acceptio*antecedentis ad excessum, quo excedit antecedens ipsum consequens. 17 Aequa ratio, est pluribus existentibus magnitudinibus & alijs eis æqualibus multitudine, unà sumptis, & in eadem ratione quãdo fuerit sicut in primis magnitudinibus prima ad ultimam, sic in secundis magnitudinibus prima ad ultimam. Vel aliter, Acceptio extremorum per subtractionem mediarum. 18 Ordinata proportio, est cùm fuerit antecedẽs ad cõsequens, sicut antecedens ad cõsequens, & consequens ad rem aliam, sicut consequens ad rem aliam. 19 Inor-

** κατὰ πηλικότητα, id est quo ad quãtitatẽ, quod ad quãtitatem pertinet.*

**ὁμοιότης*

**ad minus.*

**ὁμόλογα*

**ἀνάπαλιν λόγος econtra uertit alibi.*

**ἀναστροφὴ λόγου.*

σὺν δύο, idest binis.

dinata ꝓportio, est cùm fuerit antecedens ad cõsequens, sicut antecedẽs ad consequens, & cõsequens ad rem aliam sicut res alia ad antecedens. 20 Extensa ꝓportio, est quando fuerit sicut antecedens ad cõsequens sic tecedens ad consequens, fuerit autem & sicut cõsequens ad rem aliam, sic consequens ad rem aliam. 21 Perturbata autẽ proportio, est quando tribus existentibus magnitudinibus & alijs eis æqualibus multitudine, fit sicut quidem in primis magnitudinibus antecedens ad consequens sic in secundis magnitudinibus antecedens ad consequens, sicut autem in primis magnitudinibus cõsequens ad rem aliam, sic in secundis res alia ad antecedens.

Euclid. ex Camp. *Propositio 1.*



I fuerint quotlibet quantitates aliarum totidem æque multiplices, aut singulæ singulis æquales, necesse est quemadmodum una illarum ad sui comparem, totum quoque ex his aggregatum ad omnes illas pariter acceptas similiter se habere.

CAMPANVS. Sint quotlibet quantitates quæ sint a, b, c, aliarum totidem quæ sint d e f, æque multiplices, unaquæq; ad sui comparem, aut singulæ sint singulis æquales, ita uidelicet quòd sicut a est multiplex d, ita b est multiplex e, & c multiplex f: uel si a est æqualis d, quod similiter b sit æqualis e, & c æqualis f, dico quòd sicut se habet a ad d, ita se habet aggregatum ex omnibus quæ sunt a b c, ad aggregatum ex omnibus quæ sunt d e f. Quòd si singulæ singulis sint æquales, patet propositum per hanc communem scientiam, si æqualibus æqualia addantur, tota quoq; erunt æqualia. Si autem sint omnes suis comparibus æque multiplices, diuisis eis secundum quantitatem suarum submultiplicium, erit aggregatum ex prima parte a & prima b, & prima c, æquale aggregato ex d e f, per prædictam communem scientiam adiuuante hac, quæ eidem sunt æqualia, inter se sunt æqualia. Similiter quoq; aggregatum ex secundis partibus quantitatum a b c, erit æquale aggregato ex d e f, sicq; de cæteris, & quia hoc poterit totiens fieri quotiens d continetur in a, erit ut æquale aggregatum ex d e f, totiens contineatur in aggregato ex a b c, quotiens d, continetur in a. Quia ergo quotiens d numerat a, totiens aggregatum ex d e f, numerat aggregatum ex a b c, patet quod sicut a est multiplex ad d, ita aggregatum ex a b c, aggregati ex d e f: quod est propositum.

Euclid. ex Zamb. *Theorema 1.* *Propositio 1.*

Si fuerint quotcunq; magnitudines quotcunq; magnitudinũ æqualium numero singulę singularũ æque multiplices, quotuplex est unius una magnitudo, totuplices erunt & omnes omnium.

THEON ex Zamb. *Sint quotcunq; magnitudines α β, γ δ, quotcunq; magnitudinum ε, ζ, æqualium numero, æque multiplices, singulæ singularum. Dico quòd quotuplex est α β, ipsius ε, totuplices erunt α β, & γ δ, ipsarum ε ζ. Quoniam enim æque multiplex est α β ipsius ε, & γ δ ipsius ζ: quotcunq; igitur magnitudines sunt in α β æquales ipsi ε, totidem & in γ δ sunt æquales ipsi ζ. Dirimatur quidem α β, in magnitudines æquales ipsi ε, hoc est α η & η β: & γ δ in ipsi ζ æquales magnitudines, hoc est γ θ, & θ δ. Erit nimirum multitudo ipsarum γ θ & θ δ: multitudini ipsarum α η & η β æqualis. Et quoniam æqualis est α η ipsi ε, & γ θ ipsi ζ, & α η & γ θ, ipsis ε ζ, sunt æquales, & per hoc quoniam æqualis est η β, ipsi ε, & θ δ, ipsi ζ, & η β, & θ δ, ipsis ε ζ. Quotcunq; igitur sunt in α β, æquales ipsi ε, tot & in ipsis α β & γ δ, sunt æquales ipsis ε ζ, quotuplex igitur est α β, ipsius ε, totuplices sunt α β, & γ δ, ipsarum ε ζ. Si fuerint igitur quotcunq; magnitudines quotcunq; magnitudinum æqualium numero singulæ singularum æque multiplices, quotuplex est una magnitudo unius, totuplices erunt & omnes omnium: quod demonstrasse oportuit.*

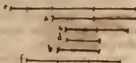
Euclid.

Euclid. ex Camp. *Propositio 2.*



SI fuerint ſex quantitates, quarum prima ad ſecundam atq; tertia ad quartam æquè multiplices, quinta uerò ad ſecundam atq; ſexta ad quartã æquè multiplices, totum primæ & quintæ ad ſecũdam, totumq; tertiæ & ſextæ ad quartã æquè multiplicia eſſe conueniet.

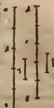
CAMPANVS. Sint ſex quantitates, a prima, b ſecunda, c tertia, d quarta, e quinta, f ſexta. Sintq; a & c, æquè multiplices ad b, & d. Itemq; e, & f, ſint æquè multiplices ad eaſdem. Dico quòd ſicut totum aggregatũ ex a & e, eſt multiplex ad quãtitatem b, ita totum aggregatum ex c & f, eſt multiplex ad quantitatem d. Nam quia numerus ſecundum quem b continetur in a, eſt æqualis numero ſecundũ quem d continetur in c, ſimiliter quoq; numerus ſecundum quem b continetur in e, eſt æqualis numero ſecundum quem d continetur in f, erit per communem ſcientiam, quæ eſt, ſi æqualibus æqualia addantur & tota quoq; erunt æqualia, numerus ſecundum quem b continetur in aggregato ex a & e, æqualis numero ſecundum quem d continetur in aggregato ex c & f, quare ſicut aggregatum ex a & e, eſt multiplex ad b, ita aggregatum ex c & f, eſt multiplex ad d, quod eſt propoſitum.



Euclid. ex Zamb. *Theorema 2.* *Propoſitio 2.*

Si prima ſecundæ æquè fuerit multiplex, & tertia quartæ, fuerit autẽ & quinta ſecũdæ æquè multiplex & ſexta quartæ, & compoſita prima & quinta, ſecundæ æquè multiplex erit, & tertia & ſexta quartæ.

THEON ex Zamb. *Prima enim αβ, ſecundæ γ, æquè multiplex eſto, & tertia δε, ipſius ζ, quartæ, ſit autem & quinta βη, ſecundæ γ, æquè multiplex, & ſexta εθ ipſius ζ, quartæ. Dico quòd compoſita prima & quinta αη, ipſius γ, ſecũdæ æquè multiplex erit, & tertia & ſexta δθ, ipſius ζ, quartæ. Quoniã enim æquè multiplex eſt αβ, ipſius γ, & δε, ipſius ζ, quot magnitudines igitur ſunt in αβ, æquales ipſi γ, totidem magnitudines ſunt & in δε, æquales ipſi ζ. ac per hoc, & quot ſunt in βη, æquales ipſi γ, tot etiam ſunt in εθ, æquales ipſi ζ. Quot igitur ſunt in tota αη, æquales ipſi γ: tot ſunt in tota δθ, æquales ipſi ζ. Quotuplex igitur eſt αη, ipſius γ, totuplex eſt δθ, ipſius ζ. Et compoſita igitur prima & quinta αη, ipſius γ, ſecundæ æquè erit multiplex & tertia & ſexta δθ: ipſius ζ, quartæ. Si prima igitur ſecundæ æquè fuerit multiplex & tertia quartæ, fuerit autem & quinta ſecundæ æquè multiplex & ſexta quartæ, etiam compoſita prima & quinta, ſecundæ æquè multiplex erit, & tertia ſexta quartæ: quod demonſtraſſe oportuit.*



Euclid. ex Camp. *Propoſitio 3.*



SI fuerint primum ſecundi & tertium quarti æquè multiplicia, ad primum uerò & tertium multiplices ſumantur æquales, erunt multiplex primi ad ſecundum, atq; multiplex tertij ad quartum æquè multiplicia.

CAMP. Sint ſex quãtitates, a prima, b ſecũda, c tertia, d quarta, e quinta, f ſexta, ſintq; a ad b & c ad d, itemq; e ad a & f ad c, æquè multiplices. Dico quòd ſicut e eſt multiplex ad b, ita f ad d. Diuidatur enim e ſecundum quantitatem a ſui multiplicis, & f ſecundum quantitatem c, eritq; propter æqualitatem partium e ad a, & partium f ad c, ut quælibet partium e ſit ita multiplex ad b, ſicut quælibet partium f ad d. Quia ergo ſicut prima pars e eſt multiplex ad b, ita prima pars eſt multiplex ad d, itemq; ſicut ſecunda pars e eſt multiplex ad b, ita ſecunda f ad d, ergo erit per præmiſſam, ut aggregatum ex duabus primis partibus, e ſit ita multiplex ad b, ſicut aggregatum ex

duabus primis partibus f ad d. Et quia rursus tertia pars e (si sit aliqua tertia pars) est ita multiplex ad b sicut tertia f ad d, erit per eandem ut totum aggregatū ex tribus primis partibus e, sit ita multiplex ad b, sicut totum aggregatum ex tribus primis partibus f ad d. Sicq; (si plures fuerint partes e & f) componendo semper sequentem cum aggregato ex prioribus, concludes quod sicut e est multiplex ad b, ita f ad d per præmissam totiens sumptam, quot fuerint partes in e aut in f, minus una, sicq; patet propositum.

Euclid. ex Zamb. *Theorema 3.* *Propositio 3.*

Si primum secundi ęquè fuerit multiplex & tertium quarti, sumātur autem ęquè multiplicia primi & tertij, etiam ex æquo eorū quę sumpta sunt utrūque utriusque æquè erit multiplex, alterum quidem secundi, alterum autem quarti. 3

THEON ex Zamberto. *Primum enim α secundi β, æquè sit multiplex, & tertium γ, ipsius δ, quarti, sumanturq; ipsorū α γ, æquè multiplicia εζ, & ηθ. Dico quòd æquè multiplex est εζ, ipsius β, & ηθ, ipsius δ. Quoniam enim æquè multiplex est εζ, ipsius α, & ηθ, ipsius γ, quot igitur sunt magnitudines æquales in εζ, ipsi α, tot etiam sunt magnitudines in ηθ, æquales ipsi γ. Dirimatur quidem εζ, in magnitudines æquales ipsi α, hoc est εκ, & κζ, & ηθ, in æquales ipsi γ, hoc est ηλ, & λθ, erit utiq; æqualis multitudo ipsorum εκ, & κζ, multitudini ipsorum ηλ, & λθ. Et quoniā æquè multiplex est α, ipsius β, & γ ipsius δ, æqualis autē est εκ, ipsi α, & ηλ, ipsi γ: æquè igitur est multiplex εκ, ipsius β, & ηλ, ipsius δ. Ac per hoc iā æquè multiplex est κζ, ipsius β, & λθ, ipsius δ. Quoniam igitur primum εκ, ipsius β, secundi æquè est multiplex, & tertium ηλ, ipsius δ, quarti: est autem & quintum κζ, ipsius β secundi æquè multiplex & sextum λθ ipsius δ, quarti, & compositum igitur (per 2 quinti) primum & quintum εζ, ipsius β, secundi æquè est multiplex, & tertium & sextum ηθ, ipsius δ quarti. Si primum igitur secundi æquè fuerit multiplex et tertium quarti, sumāturq; primi & tertij æquè multiplicia, etiam ex æquo eorum quæ sumpta sunt utrunq; utriusq; æquè erit multiplex, alterum secundi, alterum autem quarti: quod oportebat demonstrare.*

Euclid. ex Camp. *Propositio 4.*



I fuerit proportio primi ad secūdum, sicut tertij ad quartum, ad primum autem & tertium æquè multiplicia assignentur, itemq; ad secundum & quartum multiplices æquales, erunt assignatæ multiplices eodem ordine proportionales. 4

CAMPANVS. Sit proportio a primi ad b secundum, sicut c tertij ad d quartum, sumanturq; e ad a, & f ad c, æquè multiplicia: itemq; g ad b, & h ad d, æquè multiplicia. Dico quòd proportio e ad g, est sicut f ad h. Sumam k ad e, & l ad f, æquè multiplicia, itemq; m ad g, & n ad h, ęquè multiplicia. Et quia e & f, sunt æquè multiplicia ad a & c, itemq; k & l æquè multiplicia ad e & f, erunt per præmissam k & l, æquè multiplicia ad a & c, per eandem quoq; erunt m & n, ęquè multiplicia ad b & d. Quare per conuersionē diffinitionis incontinuæ proportionalitatis, k ad m, & l ad n, similiter se habebunt in addendo, diminuendo & æquando. Quia ergo K & l sunt æquè multiplicia ad e & f, itemq; m & n, ęquè multiplicia ad g & h, erit per diffinitionē incontinuæ proportionalitatis, proportio e ad g, sicut f ad h: quod est propositum.

Euclid. ex Zamb. *Theorema 4.* *Propositio 4.*

Si primum ad secundum eandem habuerit rationem, & tertium ad 4

quartum,

quartum, etiam æquè multiplicia primi & tertij ad æquè multiplicia secundi & quarti, iuxta quamuis multiplicationem, eandem habebunt rationem sumpta adinuicem.

THEON *ex Zamb. Primum enim α, ad secundum β, eandem habeat rationem, quam tertium γ, ad quartum δ, Et sumatur quidem ipsorũ α γ, æquè multiplicia, ε ζ, & ipsorũ β δ, alia utcunque multiplicia η θ. Dico quòd sicut se habet ε, ad ipsum η, sic se habebit ζ, ad ipsum θ. Sumantur enim ipsorum ε ζ, æquè multiplicia κ & λ, & ipsorum η θ, alia quomodocunq; æquè multiplicia, hoc est μ, & ν. Et quoniam æquè multiplex est ε, ipsius α, & ζ, ipsius γ, & sumpta sunt ipsorum ε ζ, æquè multiplicia κ & λ, igitur κ. (per 3 quinti) æquè multiplex est ipsius α, & λ, ipsius γ, & propterea, æquè multiplex est quoq; κ, ipsius β, & ν, ipsius δ. Et quoniam est ut α, ad β: sic γ, ad δ & sumpta sunt ipsorum α γ, æquè multiplicia κ λ, ipsorum autem η θ, alia quomodocunq; æquè multiplicia, hoc est μ, ν, si igitur excedit κ, ipsum μ, excedit & λ, ipsum ν, & si æquale, æquale, & si minus, minus, (per 6 diffinitionẽ tertij) Sunt autem κ λ, ipsorũ ε ζ. æquè multiplicia, et μ ν, ipsorũ η θ, alia quomodocũq; æquè multiplicia sunt. Est igitur ut ε, ad η, sic ζ, ad θ. Si primum igitur ad secundum eandem habuerit rationem & tertium ad quartum, & æquè multiplicia primi & tertij ad æquè multiplicia secundi et quarti, iuxta quamuis multiplicationẽ eandem rationẽ habebunt sumpta adinuicem, (per 6 diffinitionem quinti) quod oportebat demonstrare.*

LEMMA *siue assumptio. Quoniam igitur demõstratum est quòd si excedit κ, ipsum μ excedit quoq; λ, ipsum ν, & si æquale, æquale: & si minus, minus: manifestũ autem est quòd si μ, ipsum κ, excedit, & ν excedit ipsum λ: & si æquale, æquale: & si minus, minus: ac per hoc erit ut η, ad ε, sic θ, ad ζ.*

CORRELARIVM. *Hinc manifestum est quòd si quatuor magnitudines proportionales fuerint, & contrà quoq; proportionales erunt.*

Euclid. ex Camp. *Propositio 5.*

5 SI fuerint duæ quantitates quarũ una sit pars alterius, minuaturq́ ab utraq; ipsarũ ipsa pars, erit reliquum reliquo atq; totum toti æquè multiplex. Vel sic, minuaturq́ ab utraque ipsarum ipsa pars aliquota, erit reliquum reliqui tota pars, quota totum totius.

CAMPANVS. Sit quantitas a b tota pars quantitatis c d, quota est e b ipsius a b, minuaturq́ a b ex quantitate c d, & sit residuum f c, eritq́ f d, æqualis a b, similiter quoq; minuatur e b ex quantitate a b. sitq́ residuum e a. Dico quòd quota pars est quantitas a b quantitatis c d, tota est quantitas a e quantitatis c f. Cùm enim f d sit æqualis a b, erit f d, ita multiplex e b, sicut c d est multiplex a b, ponam itaq; d g ita multiplicem a e, sicut f d, est multiplex e b eritq́ ex prima huius quantitas f g, ita multiplex a b, sicut f d, est multiplex e b, & quia sic fuit c d, multiplex a b, sicut f d, fuit multiplex e b, erit utraque duarum quantitatum c d f, g, æquè multiplex quantitatis a b, quare per communem scientiam, c d & f g sunt æquales adinuicem, dempta igitur a b utraq; earum quantitate f d, erit c f æqualis d g. Et quia d g fuit ita multiplex a e sicut f d, e b, & ideo sicut a b, e b, quare & sicut c d, a b, erit c f, ita multiplex a e, sicut tota c d, totius a b: quod est propositum.

Euclid. ex Zamb. *Theorema 5.* *Propositio 5.*

5 Si magnitudo magnitudinis æquè fuerit multiplex, & ablata ablatæ, & reliqua reliquæ, ita erit multiplex ut tota totius est.

THEON *ex Zãb. Magnitudo etenim α β, magnitudinis γ δ, æquè multiplex esto, atq; & ablata α ε, ablatæ γ ζ. Dico quòd & reliqua ε β, reliquæ ζ δ, æquè erit multiplex: atq; tota α β, totius γ δ, est multiplex. Quotuplex est α ε, ipsius γ ζ, totuplex fiat ε β, ipsius γ η. Et quoniã (per 1 huius) æquè multiplex est α ε, ipsius γ ζ, & α β, ipsius η ζ, ponitur autẽ æquè multiplex α ε, ipsius γ ζ et α β, ipsius γ δ, æquè igitur est multiplex α β, utriusq; ipsorũ η ζ, et γ δ, æqualis igitur est η ζ, ipsi γ δ. Cõmunis auferatur γ ζ, reliqua igitur η γ, reliquæ δ ζ, est æqualis. Et quoniã æquè multiplex est α ε, ipsius γ ζ, & ε β, ipsius η γ, æqualis autem est γ η, ipsi δ ζ, æquè igitur est multiplex α ε, ipsius γ ζ, &*

γζ, & εβ, ipsius ζθ. Aequè autem ponitur multiplex αε, ipsius γζ, & αβ, ipsius γδ: æquè igitur est multiplex εβ, ipsius ζδ, & αβ, ipsius γδ. Et reliqua igitur εβ, reliquæ ζδ, æquè multiplex erit: quotuplex est tota αβ, totius γδ. Si magnitudo igitur magnitudinis æquè fuerit multiplex & ablata ablatæ: & reliqua reliquæ æquè multiplex erit, quotuplex est tota totius: quod demonstrasse oportuit.

Euclid. ex Camp. *Propositio 6.*



I fuerint duæ quantitates ad alias duas æquè multiplices, duæq; minores à duabus maioribus utraq; à sua multiplice subtrahantur, erunt duo reliqua earundem partium æquè multiplicia, aut eis æqualia. 6

CAMPANVS. Sint quantitates a b ad c, & d e ad f, æquè multiplices, subtrahantur; c ex a b, & f ex d e, & sint residua ex a b quidem a g. ex d e, d h, eritq; g b, æqualis c, & h e æqualis f, dico quòd duo residua a g, & d h erunt æqualia duabus quantitatibus c f, aut eis æquè multiplicia. Sit ergo primò a g, æqualis c, dico quòd d h est æqualis f. Sumam enim quantitatẽ e k, æqualem f, eritq; per præmissas hypotheses, ut toties f sit in h K, quoties c in a b, quare sicut a b est multiplex c, ita h k, est multiplex f, sed sic etiam d e, erat multiplex eiusdem f, erit igitur per communem scientiam, h k æqualis d e, dempta igitur communi earum quantitate h e, erit d h, æqualis f: quod est propositum.

d b e K a g b

f c

Si autem a g sit multiplex c, ponam ut e k sit æquè multiplex f, eritq; ut prius, ut toties f sit in h K, quoties c in a b, sed toties erat etiam in d e: erit igitur ut prius, d e æqualis h k, & d h, e k: quare sicut a g est multiplex c, ita d h est multiplex f: quod est propositum.

a g b d b e K

c f

Aliter idem. Cùm secundum eundem numerum contineat quantitas a b quantitatem c, secundum quem quantitas d e quantitatem f, demptaq; ab eo unitate remaneat unitas uel numerus secundum quem a g, continet c, & secundum quem d h, continet f, patet quantitates a g, & d h, esse æquales aut æquè multiplices quantitatibus c & f.

Euclid. ex Zamb. *Theorema 6.* *Propositio 6.*

Si duæ magnitudines duarum magnitudinum æquè fuerint multiplices, & ablatæ aliquæ earundem æquè fuerint multiplices, etiam reliquæ eisdem uel æquales sunt, uel æquè ipsarum multiplices. 6

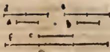
THEON ex Zãb. *Duæ enim magnitudines αβ γδ, duarũ magnitudinũ ε & ζ, æquè sint multiplices, & ablatæ aliquæ αη, γθ, earundẽ ε & ζ, æquè sint etiam multiplices. Dico quòd & reliquæ ηβ, & θδ, eisdem ε, et ζ, aut sunt æquales, aut earum æquè multiplices. Sit enim primum, ηβ, ipsi ε, æquale. Dico quòd & θδ, ipsi ζ, est æquale. Ponatur enim ipsi ζ, æqualis γκ. Et quoniã æquè multiplex est αη, ipsius ε, & γθ, ipsius ζ, æqualis autem est ηβ, ipsi ε, & κγ, ipsi ζ, æquè igitur est multiplex αβ, ipsius ε, & κθ, ipsius ζ. Aequè autem ponitur multiplex αβ, ipsius ε, & γδ, ipsius ζ. Aequè igitur est multiplex κθ, ipsius ζ, & γδ, ipsius ζ. Quoniã igitur utraq; ipsarũ κθ, & γδ, ipsius ζ, æquè est multiplex, æqualis igitur (per 1 communẽ sententiã,) est κθ, ipsi γδ. Cõmunis auferatur γθ, reliqua igitur κγ, reliquæ θδ, est æqualis. Sed ζ, ipsi κγ, est et ipsi æqualis θδ, igitur ζ est æqualis. Quare si ηβ, æqualis est ipsi ε, & θδ, ipsi ζ, erit æqualis. Similiter quoq; ostendemus quòd & si multiplex fuerit ηβ, ipsius ε, tam multiplex erit & θδ, ipsius ζ. Si duæ igitur magnitudines duarum magnitudinũ æquè fuerint multiplices, et ablatæ aliquæ earundem æquè fuerint multiplices, & reliquæ eisdem aut æquales, aut earum æquè multiplices erunt: quod demonstrare oportebat.*

Euclid. ex Camp. *Propositio 7.*



I duæ quantitates inæquales ad quamlibet comparentur, earum ad illam erit una proportio, itemq; ad illas proportio illius, una est. 7

CAMPANVS. Sint duæ quantitates a b, æquales, quæ comparentur ad quamlibet tertiam ut ad c, dico quòd eadem est proportio a ad c, & b ad c, itemq; eadem c ad a, & c ad b. Primum sic probatur. Cùm enim c sit consequens ad a primam & ad b tertiam, ipsa erit in ratione secundę & quartę. Sumam igitur d ad a primam, & e ad b tertiam æquè multiplices, & sumam f, quamlibet ex multiplicibus c, quæ est secunda & quarta. Et quia a & b quarum sunt æquè multiplices d e, positæ sunt æquales, erit ut si d diuidatur



datur secundum quantitatē a, & e secūdum quantitatem b, quod partes utrobiq; sunt numero & quantitate ęquales: numero quidem, per hypothesin propter aequalitatem multiplicationis utrobiq;: quantitate autem, per hanc communem scientiam quotiens oportuit repetitam, quę eidem sunt aequalia, sibijnuicem sunt aequalia. Quia igitur prima ex partibus d est aequalis primae ex partibus e, & secunda secundae, & caeterae caeteris, suntq; tot partes in d quot sunt in e, erit per primam huius, d aequalis e. Quare per communem scientiam, si duae quantitates aequales comparentur ad aliam tertiam, aut ambae quantitates d & e sunt similiter maiores f, aut similiter minores, aut sibi aequales, igitur ex diffinitione cōntinuae proportionalitatis, quae est proportio a primae ad c secundā, eadem est b tertiae ad c, quartam, quod est propositum. Secundùm eodem modo probabis ordine conuerso, ut c ponatur prima & tertia, a uerò secunda, b quarta. Cùm uerò quantitas f, quae est aequè multiplex primae & tertiae, sit aut similiter maior quantitatibus d & e, quae sunt aequè multiplices secundae & quartae, aut similiter minor, aut eis aequalis: erit per eandem diffinitionem proportio c primae ad a secundam, sicut c tertiae ad b quartam: quod est propositum.

Euclid. ex Zamb. *Theorema 7.* *Propositio 7.*

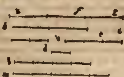
Aequales, ad eandem, eandem habent rationem, & eadem, ad ęquâles.

7 THEON ex Zamb. *Sint aequales magnitudines α β, alia autē utcunq; magnitudo γ. Dico quòd utraq; ipsarū α β, ad ipsam γ, eandem habet rationem, & γ, ad utranq; ipsarū α β. Sumantur (per 3 quinti) ipsarum α β, aequè multiplices, sintq; δ, ε, ipsius autem γ, alia utcunque multiplex, sitq; ζ. Quoniam igitur aequè multiplex est δ ipsius α, & ε, ipsius β, aequalis autem est α, ipsi β, aequalis igitur est (per primam communē sententiam) & δ, ipsi ε. Alia autem quaecunq; ζ, multiplex ipsius γ, si excedit igitur δ ipsum ζ, excedit & ε, ipsum ζ, & si aequalis, aequalis, & si minor, minor. Et sunt quidem δ ε, ipsarum α β, aeque multiplices, & ζ, ipsius γ, alia utcunq; multiplex. Est igitur ut α ad γ, sic β, ad γ, dico iam quòd & γ, ad utranq; ipsarum α β, eandem habet rationem. Eisdem nanq; dispositis, similiter ostendemus, quòd aequalis est δ ipsi ε, alia autē quaedam est ζ. Si igitur excedit ζ, ipsum δ, excedit quoq; ipsum ε, & si aequalis, aequalis, & si minor, minor. At ζ, ipsius γ, multiplex est, & δ ε, ipsarum α β, aliae quaevis sunt aequè multiplices. Est igitur sicut γ ad α, sic etiam γ ad β. Aequales igitur ad eandē, eandē habent rationem, & eadem, ad aequales: quod fuerat demonstrandum.*



Euclid. ex Camp. *Propositio 8.*

8 SI duae quantitates inaequales ad unam quantitatem proportionentur, maior quidem maiorem, minor uerò minorē obtinebit proportionem. Illius autem ad illas, ad minorem quidem proportio maior, ad maiorem uerò minor erit.



CAMPANVS. Sint duae quantitates inaequales a & b c, sitq; maior b c, & proportionentur ad eandem quātitatem quę sit d, dico quòd maior est proportio b c ad d, quàm a ad d, & quod econtrario maior est d ad a quàm d ad b c. Primū sic probatur. Ponam c b, aequalem a, & multiplicabo totiēs e c, quod proueniat quantitas maior d, sitq; f g, & sumam k f, ita multiplicem b e, & similiter h ita multiplicem a, sicut f g, est multiplex e c, eritq; per primam huius, h ita multiplex a: sicut k g, est multiplex b c, erit etiam h aequalis k f propter hoc quòd earū submultiplices, quae sunt a & b e, positae sunt aequales. Ponā quoq; quòd h non sit minor d, sed aequalis aut maior, toties enim multiplicabo unamquamq; triū quantitatum e c, b e, & a, ęqualiter, quòd f g multiplex e c proueniat maior d, & quòd h multiplex a non proueniat minor eadem, deinde toties multiplicabo d, quod proueniat quantitas maior h, sitq; m prima quātitas multipliciū d, quae sit maior h, sub qua sumā maximā multiplicē d, aut sibi ęqualē, si m est prima in ordine multipliciū d, quae sit l: eritq; ut l, nō sit maior h, & cōstabit m ex d & l: propter id quòd omne multiplex constat ex proximo praecedenti multiplici & simplo, ut triplum ex duplo & simplo, excepto primo multiplici, quod constat ex bis simplo. Quia ergo h est aequalis

K f, non

k f,non erit k f minor l,itaq; k f & d non efficient minus quàm l & d,quare non efficient minus quàm m,& quia f g,est maior d,erit k g maior quàm m.Intelligo igitur quantitatem b c primam, d secundam,a tertiam,d quartam , & quia ad primam & tertiam sumpta sunt æquè multiplicia, uidelicet K g & h,similiter quoq; ad secundam & quartam æquè multiplicia,immo idem in ratione duorum quod est m,& addit k g,multiplex primæ super m multiplex secundæ,non addit autem b multiplex tertiæ super m multiplex quartæ, erit per diffinitionē maioris improportionalitatis,maior proportio b c primæ ad d secundam quàm a tertiæ ad d quartam,quod est primum. Secundum probabis per eandem diffinitionem conuerso ordine,ut d sit prima & tertia,a secunda, b c quarta,addit enim m multiplex primæ,super b multiplicem secundæ,non addit autem m multiplex tertiæ super K g,multiplicem quartæ,quare maior est proportio d ad,a quàm d ad b c: quod est secundum. Ex huius autem demonstrationis modo,patet sufficientia diffinitionis maioris improportionalitatis,quam posuit author in principio huius quinti. Nusquam enim est maior proportio primæ quatuor quantitatum ad secundam, quàm tertiæ ad quartam:quin contingat aliqua æquè multiplicia ad primam & tertiam,& reperiri , quæ cùm relata fuerint ad aliqua æquè multiplicia secundæ & quartę, inuenietur multiplex primæ addere super multiplex secundæ,non autem multiplex tertiæ super multiplex quartæ. Hæc autem multiplicia sic reperiemus, sicut demonstrabitur infrà supra 12 huius.

Euclid.ex Zamb. *Theorema 8.* *Propositio 8.*

In æqualium magnitudinum maior,ad eandem,maiorem rationem habet,quàm minor,& eadem ad minorem,maiorem rationem habet, quàm ad maiorem. 8

THEON *ex Zamb. Sint inæquales magnitudines,α,β & γ,& sit maior αβ,quàm γ. Alia autem quæuis,sit ut δ. Dico quòd αβ,ad δ,maiorem rationem habet,quàm γ ad δ,& δ ad γ,maiorem rationem habet,quàm ad αβ. Quoniam enim maior est αβ,quàm γ.ponatur ipsi γ,æqualis βε,minor iam ipsarum αε,& εβ,multiplicata:maior aliquando fiet quàm δ. Sit primum αε,minor quàm εβ. Et multiplicetur αε,quoad quo l fiet,maius sit ipso δ, & sit illius multiplex ζη,quod maius est quàm δ. Et quàm multiplex est ζη,ipsius αε,tam multiplex esto ηθ,ipsius εβ,& κ,ipsius γ,& sumatur ipsius δ duplum,sitq; λ,triplum postmodum:sitq; illud μ,et deinceps uno plus,quoad sumptum multiplex fiat ipsius δ,primo maius quàm κ,sumaturq;,& sit ν,quadruplum quidem ipsius δ,primo autem maius quàm κ. Quoniam igitur κ, ipso ν,primo est minor: κ igitur ipso μ,non est minor. Et quoniā æquè multiplex est ζη,ipsius αε,atq; æquè multiplex est ηθ,ipsius εβ,æquè igitur est multiplex,(per 1 quinti,)ζθ ipsius αβ & κ,ipsius γ. Igitur ζθ,& κ,ipsarum αβ,& γ,æque sunt multiplices,(per eandem.)Rursus quoniam æquè est multiplex ηθ,ipsius εβ,& κ ipsius γ,æqualis autem est εβ,ipsi γ,æqualis igitur est & ηθ,ipsi κ. At κ,non est minor quàm μ:neq; igitur ηθ,est minor quàm μ. Maior autē est ζη,quàm δ,tota igitur ζθ,simul ambabus δ & μ,maior est. Sed ambæ δ & μ,ipsi ν,sunt æquales: quandoquidem μ,ipsius δ triplū est:ambæ autē μ,et δ,ipsius δ quadruplices sunt:est autē ν,ipsius δ,quadruplū:ambæ igitur μ,& δ,ipsius δ quadruplices sunt,est autē ν,ipsius δ,quadruplum:ambæ igitur μ & δ,ipsi ν sunt æquales. Sed ζθ,ipsis μ & δ maior est,igitur ζθ,ipsū ν excedit. Sed κ,ipsum ν,non excedit,& sunt quidē ζθ & κ,æquè multiplices ipsarum αβ,& γ,& ν,ipsius δ,alia quæuis est multiplex. Igitur αβ,ad δ maiorem rationē habet,quàm γ,ad δ. Dico iam quòd & δ,ad γ,maiorem rationem habet,quàm δ ad αβ. Nam illis sic descriptis similiter ostendemus quòd ν,maior quidē est quàm κ,nō uerò maior quàm ζθ:& est quidem ν ipsius δ,multiplex. Ipsæ uerò ζθ,& κ ipsarū αβ & γ,aliæ quæuis æquè multiplices. Igitur δ ad γ,maiorē rationē habet,quàm δ ad αβ. Sed iam αε:maior est quàm εβ,iam minor εβ multiplicata:maior aliquando fiet quàm δ. Multiplicetur,& esto ηθ,multiplex quidē ipsius εβ,maior autem ipso δ. Et quàm multiplex est ηθ ipsius εβ,tam multiplex fiat & ζη ipsius αε,& κ ipsius γ,similiter ostendemus quod ζθ,& κ ipsarum αβ,& γ,æquè sunt multiplices. Sumaturq; similiter multiplex quidē ipsius δ,primo autem maior quàm ζη quare rursus ζη non est minor quàm μ,maior autē est ηθ,quàm δ. Tota igitur ζθ,ipsas δ μ.hoc est ipsam ν,excedit,& κ ipsam ν,nō excedit. Quoniā & ζη,quæ maior est quàm ηθ,hoc est quàm κ ipsam ν,non excedit:pariterq; superiora consequuti demonstrationem conficiemus. Inæqualium igitur magnitudinū maior ad eandē,maiorem rationē habet,quàm minor:& eadem ad minorem,maiorem rationem habet quàm ad maiorem:quod demonstrasse oportuit.*

κ θ γ δ λ μ ν

Euclid.

Euclid.ex Camp. *Propositio 9.*

9 
I fuerit aliquarum quantitatum ad unam quantitatẽ proportio una, ipsas esse ęquales: si uerò unius ad eas proportio una, ipsas æquales esse necesse est.

CAMPANVS. Sit duarum quantitatum a & b, proportio una ad c, dico eas esse æquales, & si econuerso fuerit eadem proportio c ad utranque earum, adhuc dico eas esse æquales, hæc est conuersa septimæ huius. Primum sic patet. Si enim non sunt æquales, sed altera earum maior, utpote a, erit per primam partem præmissæ, maior proportio a ad c, quàm b ad c, quod est contra hypothesin. Secundum quoque patet, quia si a est maior b, erit per secundam partem præmissæ, maior proportio c ad b, quàm ad a, quod est etiam contra hypothesin.

Euclid.ex Zamb. Theorema 9. Propositio 9.

9 Quæ ad eandem, eandem habent rationem, ęquales adinuicẽ sunt, & ad quas eadem, eandem habet rationem, ipsæ sunt æquales,

11 THEON ex Zamb. *Habeat inquam utraque ipsarum α β, ad γ, eãdem rationem. Dico quòd æqualis est α, ipsi β. Si autem non, utraque ipsarum α β, ad ipsam γ, eandem non haberet rationem, (per 8 quinti,) habet autem, æqualis igitur est α, ipsi β. Habeat rursus γ, ad utranque ipsarum α β, eandem rationem. Dico quòd æqualis est α, ipsi β: si autem non, ipsa γ, ad utranque ipsarum α β, non habet eandem rationem, habet autem, æqualis igitur est α ipsi β. Quæ ad eandem igitur, eandem habẽt rationem, adinuicẽ sunt æquales, & ad quas eadem, eandem habet rationem, ipsæ sunt æquales: quod demonstrandum fuerat.*

Euclid.ex Camp. *Propositio 10.*

10 
I fuerit unius quantitatis ad quantitatẽ unam proportio maior, quantitatem maiorem esse. Si uerò unius ad eandem proportio maior, minorẽ esse necesse est.

CAMPANVS: Quòd si fuerit maior proportio a ad c quàm b ad c, dicò a esse maiorẽ b, & si fuerit maior c ad b quàm c ad a, adhuc dico a esse maiorẽ b. Hæc est cõuersa 8. Primum patet per primam partem 7 & per primam 8, nam per primam partem septimæ, non erit a æqualis b, nec etiam minor, per primam octauæ. Secundum uerò patet ex secundis partibus earundem.

11 *Euclid.ex Zamb. Theorema 10. Propositio 10.*

10 Ad eandem, rationem habentium, maiorem rationem habens, illa maior est, ad quam autẽ eadem maiorem rationẽ habet, illa minor est.

THEON ex Zamb. *Habeat enim α, ad γ, maiorem rationẽ, quàm β, ad γ, Dico quòd α, maior est quàm β. Si autem non, aut est α, ipsi β, æqualis, aut ea minor æqualis autem minimè est α, ipsi β, utraque etenim ipsarum α β, ad γ, eandem rationem haberet: (per 9 quinti) non habet autẽ, igitur α, ipsi β minimè æqualis est. Neque etiam minor est α, quàm β, nam α, ad ipsum γ, minorem rationem haberet, quàm β, ad γ, (per 8 quinti) non habet autem, igitur α, quàm β, minor non est. Ostensum autem est, quòd neque est æqualis, maior igitur est α, quàm β. Habeat rursus γ ad β, maiorem rationem, quàm γ ad α. Dico quòd minor est β, quàm α. Si autem non, aut est ei æqualis aut ea minor: æqualis quidem non est, β ipsi α: nam γ, ad utranque ipsarum α β, eandem haberent rationem, (per 6 quinti,) non habet autem: igitur α, ipsi β, minimè est æqualis. Neque etiam maior est β, quàm α, nam γ ad β, minorem rationem haberet, quàm ad α, (per 8 quinti) non habet autem. Igitur maior non est β quàm α: patuit autẽ quod neque æqualis est, minor igitur est β, quàm α. Ad eandem igitur rationem habentiũ, maiorem rationem habens, maior est, & ad quam eadem maiorem rationem habet, ipsa minor est: quod erat demonstrandum.*

Euclid.ex Camp. *Propositio 11.*

11 
I fuerint quantitatum proportiones alicui uni æquales, ipsas quoque proportiones sibi inuicem æquales esse necesse est.

CAMPANVS. Propositionem hanc quam Euclides in principio primi annumerauit inter communes animi conceptiones, quæ eidem sunt æqualia sibi quoq; sunt æqualia, prout de quantitatibus intelligitur, hic demonstrat prout proportionibus accommodatur. Sit ergo utraque duarum proportionum quæ sunt a ad b, & c ad d, æqualis proportioni quæ est e ad f. Dico proportiones quę sunt a ad b & c ad d, sibi inuicē esse æquales. Sumā enim g ad a, & h ad c, & k ad e, ęquè multiplices, itē'q; l ad b, & m ad d, & n ad f, æquè multiplices. Et quia per hypothesin proportio c ad f, est sicut a ad b, & similiter sicut c ad d, erit per cōuersionem diffinitionis incontinuæ proportionalitatis bis sumptam, si K addit super n, quod g addat super l, & h super m, & si K minuit ab n, quod g minuat ab l, & h ab m, & si K est æqualis n, quod g sit æqualis l, & h æqualis m. Quia igitur g ad l, & h ad m similiter se habent in addendo, diminuendo & æquando, mediantibus K & n, erit per diffinitionem incontinuæ proportionalitatis, a ad b sicut c ad d: quod est propositum.

Euclid. ex Zamb. *Theorema 11.* *Propositio 11.*

Quæ eidem sunt eædem rationes, & adinuicem sunt eædem. 11

THEON ex Zāb. *Sint enim sicut α, ad β, sic γ, ad δ, sicut uerò γ, ad δ, sic ε, ad ζ. Dico quòd est sicut α β, sic ε, ad ζ. Sumantur enim ipsarum α γ ε, æquè multiplices, sintq; η θ κ, ipsarum uerò β δ ζ, aliæ quæuis æquè multiplices, sintq; λ μ ν. Et quoniam est sicut α, ad β, sic γ, ad δ, & sumptæ sunt ipsarum α γ, æquè multiplices η θ, ipsarum autem β δ, aliæ quæuis æquè multiplices λ μ, si igitur excedit η, ipsum λ, excedit & θ, ipsum μ, & si æquale, æquale: & si deficit, deficit, (per conuersionē 6 diffinitionis quinti.) Rursus quoniā sicut est ε, ad ζ, sic est γ, ad δ, & sumptæ sunt ipsarum γ ε, æquè multiplices θ κ, & ipsarum δ ζ, aliæ quæuis æquè multiplices μ, & ν: si igitur excedit θ ipsum μ, excedit quoq; κ ipsum ν, & si æquale, æquale: & si minus, minus, (per eādem.) Sed si excedit θ, ipsum μ, excedit quoq; et η, ipsum λ, & si æquale, æquale: & si minus, minus: (per eandem conuersionem.) Quare si excedit η, ipsum λ, excedit & κ, ipsum ν, & si æquale, æquale: & si minus, minus: (per eandem.) Sunt autem η κ ipsarum α, ε, æquè multiplices, & λ ν, ipsarum β ζ, aliæ quæuis æquè multiplices. Est igitur sicut α, ad β, sic est ε, ad ζ. Quæ igitur eidem eædem sunt rationes, & ad inuicem sunt eædem (per 6 diffinitionem) quod demonstrasse oportuit.*

Euclid. ex Camp. *Propositio 12.*



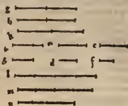
I fuerit proportio primi ad secundū sicut tertij ad quartum, tertij uerò ad quartum maior quàm quinti ad sextum, erit proportio primi ad secundum, maior quàm quinti ad sextum. 12

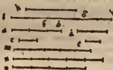
CAMPANVS. Sicut in præcedenti, quod hic demonstrat in proportionibus, conceptibile est in quantitatibus, uidelicet quòd si duæ quantitates fuerint sibi inuicem æquales, quæcunq; fuerit una earū maior, eadem maior erit & reliqua. In proportionibus tamen hoc demonstratur, ut si sit proportio a ad b sicut c ad d, c uerò ad d, sit maior quàm e ad f, erit quoq; a ad b, maior e quā ad f. Sumā enim g ad a, & h ad c, & K ad e, æquè multiplices, itemq; l ad b, & m ad d, & n ad f, æquè multiplices. Et quia per hypothesin proportio c ad d est sicut a ad b, & maior quàm e, ad f: erit per conuersionem diffinitionis incontinuæ proportionalitatis, si h addit super m, ut g addat super l, & per conuersionem diffinitionis maioris improportionalitatis, quod non sit necesse k addere super n. Quia igitur mediantibus h & m si g addit super l, non est necesse K addere super n: erit per diffinitionem maioris improportionalitatis, maior proportio a ad b quàm e ad f: quod est propositum.

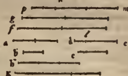
CAMPANI *additio.* Simili quoq; modo probabis, quòd si sit a ad b sicut c ad d, & c ad d, minor quàm e, ad f, erit a ad b minor quàm e ad f. Cùm enim sit c ad d minor quàm e ad f: erit e ad f, maior quàm c ad d: per conuersionem igitur diffinitionis maioris improportionalitatis,

si k addit

si k addit super n, non est necesse quòd h addat super m, sed si h non addit super m, g non addit super l, ergo si k addit super n, non est necesse ut g addat super l: per diffinitionem igitur maioris improportionalitatis, maior erit proportio e ad f, quàm a ad b, ergo cõuerso minor erit a ad b quàm e ad f, quod est propositũ. Ex modo autẽ demõstrationis octauę huius, & hac fiet manifestum quòd si fuerit primę quatuor quantitatũ ad secundã maior proportio quàm tertiæ ad quartã, continget reperire aliqua æquè multiplicia primæ & tertiæ, quæ cũ comparabuntur ad aliqua æquè multiplicia secundæ & quartæ, inuenietur multiplex primæ addere super multiplex secundæ, non autem multiplex tertię super multiplex quartę. Quod sic patet. Sit enim maior proportio a b ad c, quàm d ad e. Ponam ergo ut sit proportio a f ad c, sicut d ad e, eritq; per hanc 11 & per 10, a f minor a b, & sit minor in quantitate f b, quã multiplicabo toties, quod proueniat quantitas maior c, quæ sit g h, hac conditione ut d toties multiplicata producat quantitatem non minorem e, quæ sit k, tunc ponam ut l g sit ita multiplex a f, sicut g h est multiplex f b, aut K d, eritq; per primam huius l h, ita multiplex a b, sicut k, d Deinde ponam quòd m sit prima quantitas multiplex e, quæ sit maior k, & ponam n ita multiplicem c, sicut m est multiplex e, eritq; per præmissas hypotheses & conuersionem diffinitionis incontinuæ proportionalitatis quantitas n prima, multiplicium c, quæ erit maior l g, nec erit l g minor c. Sumam ergo sub n, maximam multiplicium c, aut sibi ęqualem, si forsitan n sit prima multiplicũ eius, quæ sit o, constabitq; n, ex o & c, quia ergo l g non est minor o, & g h est maior c, erit l h, maior n, quare cũm k sit minor m, patet propositum. Conuersam quoq; huius demõstrare possumus, uidelicet, quòd si contingit reperire aliqua æquè multiplicia primæ & tertiæ, quarum multiplex primæ addat super aliquod multiplex secundæ, & multiplex tertiæ non addat super multiplex quartæ, maior erit proportio primæ ad secundam quàm tertiæ ad quartam, quòd sic probatur. Sint quatuor quantitates, a prima, b secunda, c d tertia, e quarta, sintq; f ad a, & g ad c d, æquè multiplicia, similiter h ad b, & k ad e, æquè multiplicia & addat f super h, non addat autem g super k, dico quòd maior est proportio a ad b quàm c d ad e. Si enim dico æqualis, per conuersionem diffinitionis incontinuę proportionalitatis addet g, super k, quod est contra hypothesin. Si autem minor, sit c l ad e sicut a ad b, eritq; per huius 10, c l minor c d & sit minor in quantitate l d. Ponam igitur ut m n sit ita multiplex c l, & n p multiplex l d, sicut f est multiplex a, eritq; per primam huius m, p ita multiplex c d, sicut f est multiplex a, utraque igitur duarum quantitatũ m p & g, est æquè multiplex quantitatis c d, ergo ipsæ sunt æquales, nam hæc illatio, demonstrata est in 7 huius. Et quia g non est maior K, non erit m p maior eadem. Sed per conuersionem diffinitionis incontinuæ proportionalitatis, m n est maior K, et quod f est maior h, ergo m n, est maior m p, quod est impossibile: quare relinquitur propositum.





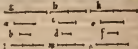


Euclid. ex Camp. *Propositio 13.*

13 I fuerint quotlibet quantitatum ad totidem alias, proportio una erit quoq; quæ proportio unius ad unam, eadem proportio harum omnium pariter acceptarum ad omnes illas pariter acceptas.

CAMPANVS. Quod prima proposuit de multiplicibus, hæc proponit de omnibus proportionibus, unde hęc est communior illa, eo quòd omnis multiplicitas est proportio, non autem

e conuerso. Sit igitur a ad b, & c ad d, & e ad f, una proportio: dico quòd quæ est proportio a ad b, eadem est compositi ex a c e, ad compositum ex b d f. Sumam g ad a, & h ad c, & k ad e, æque multiplicia, itemq; l ad b, & m ad d, & n ad f, æque multiplicia, eritq; per primam huius, compositum ex g h k, ita multiplex compositi ex a c e, sicut g est multiplex a, similiter per eandem, compositum ex l m n, erit ita multiplex compositi ex b d f, sicut l est multiplex b: & per conuersionem diffinitionis incontinuæ proportionalitatis bis sumptam, si g addit super l, & h addit super m, & k super n, & si minuit, minuit, & si æquat,



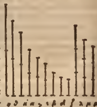
æquat: ergo per communem scientiam, si g addit super l, compositum ex g h k, addit super compositum ex l m n, & si minuit, minuit, & si æquat, æquat: ergo per diffinitionem incontinuæ proportionalitatis, proportio a ad b, est sicut compositi ex a c e, ad compositum ex b d f: quod est propositum.

Hæ sequentes duæ propositiones 12 scilicet & 13, ex Zamberto, duabus præcedentibus ex Campano, præpostero ordine respondent 12 unius 13 alterius.

Euclid. ex Zamb. Theorema 12. Propositio 12.

Si fuerint quælibet magnitudines proportionem habentes, erit sicut una antecedentium ad unam consequentium, sic omnes antecedentes ad omnes consequentes. 12

THEON ex Zamb. *Sint quotcunq; magnitudines proportionem habentes α β γ δ ε ζ, sicut α, ad β, sic γ, ad δ, & ε, ad ζ. Dico quòd est sicut α, ad β, sic est α γ ε, ad β δ ζ. Sumantur enim æque multiplices ipsarum α γ ε, sintq; η θ κ, & ipsarum β δ ζ, aliæ quæuis æque multiplices, sintq; λ μ ν. Et quoniam est sicut α ad β, sic γ ad δ, & ε ad ζ, & sumptæ sunt ipsarum α γ ε, æque multiplices η θ κ, & ipsarum β δ ζ, aliæ quæuis æque multiplices, hoc est λ μ ν: si igitur excedit η, ipsum λ, excedit & θ, ipsum μ, & κ, ipsum ν, & si æquale, æquale: & si minus, minus (per conuersionem 6 diffinitionis quinti) Quare & si excedit η, ipsum λ, excedunt & η θ κ, ipsas λ μ ν, & si æquales, æquales: & si minores, minores (per eandem) Et est η, quidem, & η θ κ, ipsius α, & ipsarũ α γ ε, æque multiplices. Quoniam (per primam quinti) si fuerint quælibet magnitudines quarumlibet magnitudinum æqualium numero, singulæ singularum æque multiplices, quàm multiplex est una unius magnitudinũ, tam multiplices erunt, & omnes omnium. Ac per hoc, etiam λ, & λ μ ν, ipsius β, & β δ ζ, æque sunt multiplices. est igitur sicut α ad β, sic α γ ε, ad β δ ζ (per 6 diffinitionem quinti) Si fuerint igitur quotcunq; magnitudines proportionem habentes, erit sicut una antecedentium ad unam consequentium, sic omnes antecedentes ad omnes consequentes: quod demonstrandum fuerat.*



Euclid. ex Zamb. Theorema 13. Propositio 13.

Si prima ad secundam eandem habuerit rationem, & tertia ad quartam, tertia autem ad quartam maiorem rationem habeat quàm quinta ad sextam, prima quoq; ad secundam maiorem rationem habebit quàm quinta ad sextam. 13

THEON ex Zamb. *Prima enim α, ad secundam β, eandem habeat rationem & tertia γ, ad quartam δ, tertia uerò γ, ad quartam δ, maiorem habeat rationem quàm quinta ε, ad sextam ζ. Dico quòd & prima α, ad secundam β, maiorem rationem habebit, quàm quinta ε, ad sextam ζ. Quoniã γ ad δ maiorem rationem habet, quàm ε ad ζ, sunt enim ipsarum γ ε, quędã æque multiplices, & ipsarum δ ζ, aliæ quæuis sunt æque multiplices, ac multiplex ipsius γ, excedit multiplicem ipsius δ, multiplex autem ipsius ε, non excedit multiplicem ipsius ζ, sumantur igitur, & sint ipsarũ γ ε, æque multiplices*



multiplices ε θ, ipsarum autem δ ζ, aliæ quæuis æque multiplices κ λ. Ita quidem ut ε, excedat ipsum κ, & θ, ipsum λ, non excedat, & quàm multiplex quidem est ε, ipsius γ, tam multiplex esto, & μ ipsius α, quàm multiplex autem est κ, ipsius δ, tam multiplex esto & ν, ipsius β, & quoniam est sicut α, ad β, sic γ, ad δ, & sumptæ sunt ipsarum α γ, æque multiplices μ ε, ipsarum β δ, aliæ quæuis æque multiplices ν κ: si excedit igitur μ, ipsam ν, excedit & ε, ipsam κ, & si æqualis, æqualis, & si minor, minor (per conuersionem sextæ diffinitionis quinti) Excedit autem (per constructionem) γ ipsam κ, excedit igitur & μ ipsam ν, at θ ipsam λ, non excedit: sunt autem μ θ, æque multiplices ipsarum α γ, & ν λ, ipsarum β ζ, aliæ quæuis æque multiplices. Igitur α, ad ζ, maiorem habet rationem, quàm γ, ad ζ. Si prima igitur ad secundam eandem habuerit rationem, & tertia ad quartam: tertia autem ad quartam maiorem rationem habeat quàm quinta ad sextam: prima ad secundam quoque maiorem rationem habebit, quàm quinta ad sextam: quod demonstrare oportebat.

Euclid. ex Camp. *Propositio 14.*

14 SI fuerint quatuor quantitates proportionales, fueritq́ prima maior tertia, necesse est secundam quarta esse maiorem. Quòd si minor, & minorem: si uerò æqualis, & æqualem esse.

CAMPANVS. Sit proportio a ad b, sicut c ad d. Dico quòd si a est maior c, b erit maior d, & si minor, minor, & si æqualis, æqualis. Si enim a sit maior c, erit per primam partem 8 huius, maior proportio a ad d quàm c ad d. Quare maior erit a ad d, quàm a ad b, ergo per secundam partem 10 huius, b erit maior d: quod est propositum. Quòd si a sit minor c, erit per primam partem 8, minor proportio a ad d, quàm c ad d. Quare maior erit a ad b, quàm ad d: per secundam ergo partem 10, b erit minor d. Si autem a sit æqualis c, erit per primã partem 7, a ad d sicut c ad d. Quare a ad d, sicut a ad b, itaq; per secundam partem 9, b erit æqualis d: sicq; patet propositum.

a c
b d

Euclid. ex Zamb. *Theorema 14.* *Propositio 14.*

14 Si prima ad secundam eandem habuerit rationem & tertia ad quartã, prima uerò tertia maior fuerit, & secunda, quarta maior erit, & si æqualis, æqualis, & si minor, minor.

THEON *ex Zamb. Primum enim α, ad secundum β, eandem habeat rationẽ, & tertium γ, ad δ quartum, maius autem esto α, quàm γ. Dico quòd & β, maius est quàm δ. Quoniam enim α, est maior quàm γ, est autem alia quædam magnitudo β, igitur (per 8 quinti) α, ad β, maiorem rationem habet quàm γ, ad β. Sicutq; α ad β, sic γ, ad δ, maiorem rationem habet, quàm γ, ad β. Ad quod autem idem maiorem rationem habet, illud minus est (per 10 quinti) minus igitur est δ, quàm β, quare maior est β, quàm δ. Similiter quoq; ostendemus quod & si æquale fuerit α, ipsi γ, æquale erit quoq; & β, ipsi δ, & si minus fuerit α, quàm γ, minus erit quoq; & β, quàm δ. Si prima igitur ad secundam eandem habuerit rationem & tertia ad quartam, prima autem tertia maior fuerit, & secunda quarta maior erit, & si æqualis, æqualis: & si minor, minor: quod demonstrare oportebat.*

α β γ δ

Euclid. ex Camp. *Propositio 15.*

15 SI fuerint aliquibus quantitatibus æque multiplices assignatæ, erit ipsarum multiplicium atque submultiplicium una proportio.

CAMPANVS. Sint c ad a, & d ad b, æque multiplices. Dico quòd quæ est proportio a ad b, eadem est c ad d. Diuidatur c secundũ quantitatem a, & d secundum quãtitatem b, suntq́ tot partes c, quot d, & quia quælibet pars c ad quamlibet partem d se habet sicut a ad b, erit per 13 huius, c ad d, sicut a ad b: quod est propositum.

c d
a b

Euclid. ex Zamb. *Theorema 15.* *Propositio 15.*

15 Partes eodem modo multiplicium, eandem rationem habent sumptæ adinuicem.

THEON ex Zamb. *Sit igitur æque multiplex αβ, ipsius γ, & δε, ipsius ζ. Dico q; est sicut γ, sic est αβ, ad δε. Quoniã enim æque est multiplex αβ, ipsius γ: & δε, ipsius ζ. quot igitur magnitudines sunt in αβ, ipsi γ, æquales, tot sunt in δε æquales ipsi ζ. Diuidatur αβ, in magnitudines æquales ipsi γ. hoc est αη, ηθ, θβ, ipsum autem δε, in magnitudines æquales ipsi ζ, hoc est δκ, κλ, & λε, erit iam magnitudo ipsorũ αη, ηθ, & θβ, æqualis multitudini ipsorum δκ, κλ, & λε. Et quoniã αη, ηθ, & θβ, sibi inuicem sunt æquales, & δκ, κλ, & λε, quoq; sibi inuicem sunt æquales: est igitur sicut αη, ad δκ, sic est ηθ ad κλ, & θβ, ad λε: erit igitur (per 12 quinti) sicut unũ antecedentiũ ad unum cõsequentium, sic omnia antecedentia ad omnia consequentia. Est igitur sicut αη, ad δκ, sic est αβ, ad δε, æqualis aũt est αη, ipsi γ, ipsum autẽ δκ, ipsi ζ: est igitur sicut γ ad ζ, sic est αβ ad δε. Partes igitur eodẽ modo multipliciũ, eandẽ habent rationem sumptæ ad inuicem: quod demonstrasse oportuit.*

Euclid. ex Camp. Propositio 16.

SI fuerint quatuor quantitates proportionales, permutatim quoq; proportionales erunt. 16

CAMPANVS. Sit proportio a ad b, sicut c ad d. Dico quòd erit a ad c sicut b ad d. Et iste est modus arguẽdi, qui dicitur proportionalitas permutata, cuius demonstratio sic patet. Sumam e ad a, & f ad b, æquè multiplices: itemq; g ad c & h ad d, æquè multplices eritq; per præmissam e ad f, sicut g ad h: quare per 14. si e addit super g, & f addit super h: & si minuit, minuit, & si æquat, æquat: per diffinitionem igitur incontinuæ proportionalitatis erit a ad c, sicut b ad d: quod est propositum. Necesse est autem, ut in permutata proportionalitate sint omnes quatuor quantitates eiusdem generis.

Eucl. ex Zãb. Theor. 16. Prop. 16.

Si quatuor magnitudines proportionales fuerint, & uicissim proportionales erunt. 16

THEON ex Zamb. *Sint quatuor magnitudines proportionales αβγδ, sicut α ad β, sic γ ad δ. Dico quòd & uicißim proportionales erũt, sicut α ad γ, sic β ad δ. Sumãtur quidem ipsarum αβ, æquè multiplices εζ, & ipsarũ γδ. & aliæ quæuis, æqu èmultiplices ηθ, & quoniam æquè multiplex est ε ipsius α, & ζ ipsius β, partes autẽ eodẽ modo multipliciũ eandẽ habẽt rationẽ sumptæ ad inuicẽ (per præcedentẽ) est igitur sicut α ad β, sic ε ad ζ. Sicut autẽ α, ad β, sic & γ ad δ, & sicut igitur γ ad δ, sic ε ad ζ (per 11 quinti.) Rursus quoniã ηθ ipsarum γδ, æquè sunt multiplices, partes autẽ eodem modo multipliciũ eandem habẽt rationẽ sumptæ ad inuicẽ (per 15 quinti) est igitur sicut γ ad δ, sic est η ad θ. Sicut aũt γ ad δ, sic ε ad ζ, & sicut igitur ε ad ζ, sic η ad θ (per 11 quinti.) Si quatuor aũt magnitudines proportionales fuerint, prima uerò tertia maior sit, & secũda quarta maior erit: & si æqualis, æqualis: & si minor, minor (per 14 quinti.) Si igitur excedit ε ipsum η, excedit & ζ ipsum θ: & si æquale, æquale: & si minus, minus (per 6 diffinitionem quinti.) Sunt aũt εζ ipsarũ αβ æque multiplices: & ηθ ipsarum γδ: aliæ quæuis æquè multiplices. Est igitur sicut α ad γ, sic est β ad δ. Si quatuor igitur magnitudines proportionales fuerint, & uicißim proportionales erunt: quod demonstasse oporauit.*

Euclid. ex Camp. Propositio 17.

SI fuerint quantitates coniunctim proportionales, easdem disiunctim quoque proportionales esse. 17

CAMPANVS. Demonstrato modo arguẽdi qui dicitur proportiõalitas permutata, demõstrat illũ qui dicitur proportionalitas disiũcta. Sit itaq; proportio a b ad b c, sicut d e ad e f. Dico quòd erit a c ad c b, sicut d f ad f e. Sumã enim g h ad a c, & h K ad c b, itẽq; l m ad d f, & m n ad f e, æquè multiplices. Eritq; per primã huius g k ita multiplex a b: sicut g h est multiplex a c, & l n, ita multiplex d e sicut l m est multiplex d f. Et ideo per præmissas hypotheses g K est ita multiplex a b, sicut est l n, d e. Ponã iterũ k p ad c b, & n q ad f e, æquè multiplices, eruntq; per secundam, h p ad ad c b, & n q ad f e, æquè multiplices, per conuersionem

sionem igitur diffinitionis incontinuæ proportionalitatis. si g k addit super h p, l n, addit super m q, & si minuit, minuit: & si æquat, æquat: demptis itaq; communibus h k & m n: erit per communem scientiam, ut si g h addit super k p, quod l m addit super n q: & si minuit, minuit: & si æquat, æquat: ergo per diffinitionem incontinuæ proportionalitatis, proportio a c ad c b, est sicut d f ad f e: quod est propositum. *Euclid. ex Zamb.* *Theorema 17.* *Propositio 17.*

17 Si compositæ magnitudines proportionales fuerint: diuisæ quoq; proportionales erunt.

THEON *ex Zamb. Sint compositæ magnitudines proportionales αβ, βε, γδ, δζ, sicut αβ ad βε, sic γδ ad δζ. Dico quòd & diuisæ proportionales erunt: sicut αε ad εβ, sic γζ ad δζ. Sumantur enim ipsarum αε, εβ, γζ, ζδ, æque multiplices ηθ, θκ, λμ & μν: ipsarum autem εβ & ζδ, aliæ quæuis æque multiplices, hoc est κξ & νπ. Et quoniam æque multiplex est ηθ ipsius αε, & θκ ipsius εβ: æque igitur est multiplex ηθ ipsius αε, & ηκ ipsius αβ (per primā quinti) Aeque autem est multiplex ηθ ipsius αε, & λμ ipsius γζ: æque igitur est multiplex ηκ ipsius αβ, & λμ ipsius γζ (per 11 eiusdem) Rursus quoniam æque est multiplex λμ ipsius γζ, & μν ipsius ζδ: æque igitur est multiplex λμ ipsius γζ, & λν ipsius γδ (per primā eiusdem) æque autem erat multiplex λμ ipsius γζ: & ηκ ipsius αβ. Aeque igitur est multiplex ηκ ipsius αβ, & λν ipsius γδ: igitur ηκ & λν, ipsarum αβ & γδ æque sunt multiplices. Rursus quoniam æque multiplex est θκ ipsius εβ, & μν ipsius ζδ: est autem & κξ ipsius εβ æque multiplex, & νπ ipsius ζδ: & compositum igitur (per 11 eiusdem) θξ ipsius εβ æque multiplex est, & μπ ipsius ζδ. Et quoniam est sicut αβ ad βε, sic est γδ ad δζ, & sumptæ sunt ipsarum quidem αβ & γδ æque multiplices ηκ & λν, ipsarum autem εβ & ζδ aliæ quæuis æque multiplices: hoc est, θξ & μπ: si igitur excedit ηκ ipsam θξ, excedit & λν ipsam μπ: & si æqualis, æqualis: & si minor, minor (per conuersionem 6 diffinitionis quinti) Excedat nempe ηκ, ipsam θξ: & igitur communi ablata θκ, excedit ηθ ipsam κξ. Sed si excedit ηκ ipsam θξ excedit & λν, ipsam μπ: excedat igitur λν, ipsam μπ: & communi ablata μν, excedit & λμ ipsam νπ. Quare si excedit ηθ ipsam κξ: excedit & λμ ipsam νπ. Similiter iam ostendemus quòd & si æqualis fuerit ηθ ipsi κξ: æqualis erit & λμ ipsi νπ: & si minor, minor: sunt autem ηθ & λμ, ipsarum αε & γζ æque multiplices, & κξ & νπ, ipsarum εβ & ζδ aliæ quæuis æque multiplices: est igitur sicut αε ad εβ: sic est γζ ad ζδ (per 6 diffinitionem quinti) Si compositæ magnitudines igitur proportionales fuerint, diuisæ quoq; proportionales erunt: quòd demonstrasse oportuit.*

Euclid. ex Camp. *Propositio 18.*

18 
I fuerint quantitates disiunctim proportionales, cōiunctim quoq; proportionales erunt.

CAMPANVS. Demonstrat modum arguendi, qui dicitur proportionalitas coniuncta: & est modus conuersus prioris. Ad cuius demōstrationem, resumatur dispositio præmissæ, & maneant omnes eius hypotheses: excepto quòd ponatur esse proportio a c ad c b sicut d f ad f e: dico quòd erit proportio a b ad b c, sicut d e ad f e: sequitur enim ex hac hypothesi & aliis hypothesibus præmissæ de multiplicibus æqualiter sumptis, per conuersionem diffinitionis incōtinuæ proportionalitatis, si g h addit super k p, quod l m addat super n q: & si minuit, minuat: & si æquat, æquet: ergo positis communibus h k & m n: sequitur per communem scientiam, si g k addit super h p, quod l n addat super m q: & si minuit, minuat: & si æquat, æquet: quare per diffinitionem incontinuæ proportionalitatis, erit proportio a b ad b c: sicut d e ad e f: quod est propositum. Aliter idem indirectè sic. Cùm sit proportio a c ad c b sicut d f ad f e, non est autem a b ad b c sicut d e ad e f: sit ergo proportio d e ad aliquam aliam quātitatem: sicut a b ad b c, quæ aut erit maior e f, aut minor: si enim ei esset æqualis, cōstaret propositum. Sit itaq; primo maior, & sit e g: eritq; per præmissam a c ad c b, sicut d g ad e g: quare d g ad e g, est sicut d f ad f e. Sequitur igitur per decimamquartam, quod cùm d g prima sit minor d f tertia: erit ergo g e secunda minor e f quarta: sed erat propositū quòd esset maior. Sit ergo proportio d e ad minorē e f, quę sit e h sicut a b ad b c: eritq; per pręmissā a c ad c b sicut d h ad h e: quare per 11, d h ad h e, sicut d f ad f e: &

quia d h prima est maior d f, tertia erit per 14 e h secunda, maior e f, quarta, quòd quia est impossibile: sequitur propositum.

Euclid. ex Zamb. *Theorema 18.* *Propositio 18.* *Conuersa praecedentis.*

Si diuisæ magnitudines proportionales fuerint, compositæ quoque proportionales erunt. 18

THEON *ex Zamb.* *Sint disiunctæ magnitudines proportionales α ε, ε β, γ ζ, & ζ δ, sicut α ε, ad ε β, sic γ ζ, ad ζ δ. Dico quòd & compositæ proportionales erunt, sicut α β, ad β ε, sic γ δ, ad δ ζ. Si autem non est, sicut α β, ad β ε, sic γ δ, ad ζ δ, erit sicut α β, ad β ε, sic γ δ, ad minorem ipsa ζ δ, aut ad maiorem. Sit prius ad minorem δ η. Et quoniam est sicut α β, ad β ε, sic γ δ, ad δ η, compositæ magnitudines proportionales sunt, quare etiam diuisæ proportionales erunt (per 17 quinti) Est igitur sicut α ε, ad ε β, sic γ η, ad η δ, supponitur autem sicut α ε, ad ε β, sic γ ζ, ad ζ δ. Et sicut igitur (per 11 quinti) γ η, ad η δ, sic γ ζ, ad ζ δ, maior autem est prima γ η, tertia γ ζ, maior igitur est (per 14 quinti) secunda η δ, ipsa ζ δ, quarta. Sed & minor, quod est impossibile. Igitur non est sicut α β, ad β ε, sic γ δ, ad minorem ipsa ζ δ. Similiter quoque ostendemus quòd neque ad maiorem, ad eandem igitur. Si disiunctæ igitur magnitudines proportionales fuerint, & compositæ quoque proportionales erunt: quod demonstrasse oportuit.*

Euclid. ex Camp. *Propositio 19.*

SI à duobus totis duæ portiones abscindantur, fueritque totum ad totum quantum abscisum ad abscisum, erit reliquum ad reliquum quantum totum ad totum. 19

CAMPANVS. Quod quinta proponit de multiplicibus, hæc proponit uniuersaliter de omnibus proportionibus, unde est illa tanto communior, quanto multiplicitate proportio. Sint igitur duæ quantitates a b, & c d, à quibus abscindantur duæ quæ sint b e & d f, sitque proportio totius a b, ad totam c d, sicut b e, abscisæ ad d f abscisam, dico quòd eadem erit a e residui ad c f, residuum: quæ est totius a b ad totam c d. Cùm enim sit a b ad c d sicut b e ad d f: erit permutatim a b ad b e, sicut c d ad d f, & disiunctim a e ad e b, sicut c f ad f d, & iterum permutatim a e ad c f, sicut e b, ad f d, & quia sic erat a b ad c d: patet propositum.

CAMPANI *additio.* Ex hac autem decimanona, & permutata proportionalitate demonstratur modus arguendi, qui dicitur proportionalitas euersa, ut si sit a b ad b e, sicut c d ad d f, dico quòd erit b a ad a e sicut d c ad c f, quia cum sit a b, ad b e, sicut c d ad d f, erit permutatim a b ad c d sicut b e ad d f, quare per hanc 19, b a ad d c, sicut a e ad c f, igitur permutatim b a ad a e, sicut c d ad c f: quod est propositum. Conuersa quoque proportionalitas, quam ex diffinitione incontinuæ proportionalitatis demonstrauimus in exponendis principijs huius quinti, potest hic quoque demonstrari indirectè ex permutata proportionalitate & 9 huius, ut si sit proportio a ad b sicut c ad d, dico quòd erit b ad a sicut d ad c, sin autem sit d ad e, sicut b ad d, & quia iterũ b ad a, sicut d ad e: erit quoque permutatim b ad d sicut a ad e, quare erit a ad e, sicut d ad c, si igitur e non sit æquale c, accidet impossibile & contrarium secundæ partis 9, si autem æqualis, erit b ad a sicut d ad c: quod est propositum.

Euclid. ex Zamb. *Theorema 19.* *Propositio 19.*

Si fuerit sicut totum ad totum, sic ablatum ad ablatum, & reliquum ad reliquum, erit sicut totum ad totum. 19

THEON *ex Zã. Esto sicut totũ α β, ad totũ γ δ, sic ablatũ α ε ad ablatũ γ ζ. Dico quòd et reliquũ ε β, ad reliquũ ζ δ, erit sicut totũ α β ad totũ γ δ. quoniã enim est sicut totũ α β ad totũ γ δ sic α ε ad γ ζ, et uicißim quoque (p 16 qnti) sicut α β, ad α ε, sic et δ γ, ad γ ζ. Et quoniã cõpositæ magnitudines proportionales sunt (p 17 & 18 qnti) etiã disiunctæ proportionales erũt, sicut igitur β ε, ad ε α, sic δ ζ, ad γ ζ, & uicißim igitur (p 16 quinti) est sicut β ε, ad δ ζ, sic ε α, ad ζ γ. Sicut autẽ α ε, ad γ ζ, sic supponitur totũ α β ad totũ γ δ, & reliquũ igitur ε β, ad reliquũ ζ δ, erit sicut totũ α β, ad totũ γ δ. Si fuerit igitur sicut totũ ad totũ sic ablatũ ad ablatũ, et reliquũ ad reliquũ erit sicut totũ ad totũ, quod demonstrandũ erat. Et quoniã ostensum est quòd sicut est α β, ad γ δ, sic est ε β, ad ζ δ, & uicißim sicut α β, ad β ε, sic γ δ ad δ ζ, cõpositæ igitur magnitudines proportionales sunt (p 18 propositionẽ quinti) ostẽsum est autẽ quòd sicut β α, ad α ε, sic δ γ, ad γ ζ, & est cõuertendo.*

tendo. Hinc manifestum, quòd si compositæ magnitudines proportionales fuerint, etiam conuertendo proportionales erunt: quod demonstrandum erat.

Euclid. ex Camp. *Propositio 20.*

20 I fuerint quotlibet quantitates aliæq; secundum earum numerum, quarum quæq; duæ priorum secundum proportionem duarum postremarũ, necesse est in proportionalitate quidem æqualitatis, ut si fuerit prima priorũ ultima maior, & posteriorum primam ultima esse maiorem. Quòd si minor, & minorem: si uerò æqualis, & æqualem.

CAMPANVS. Demonstraturus Euclides modum arguendi, qui dicitur æqua proportionalitas, siue quantitates duorum ordinum directe siue peruersim proportionentur, præmisit duo antecedentia ad demonstrandum propositum necessaria, per quorum primum demonstratur æqua proportionalitas, cùm quantitates duorum ordinum directè proportionantur, secundum autem cùm proportionantur peruersim: proponit autem hæc duo antecedentia de quantitatibus duorum ordinum numero æqualibus, quæcunq; fuerint. Vniuersaliter enim sumptis utrobique quantitatibus secundum quemcunq; numerum, ueritatem habent, non est autem necesse ut demonstremus ea, nisi solum in tribus, hoc enim omnino sufficiens est ad propositum, de pluribus autem quibusq; patebit per æquam proportionalitatẽ cum ipsa demonstrata fuerit. Sint igitur tres quantitates a b e, sumanturq; tres aliæ quæ sint c d f, & sit proportio a ad b, sicut c ad d, & b ad e, sicut d ad f, dico quòd si a est maior e, c erit maior f, & si minor, minor: & si æqualis, æqualis. Si enim est maior, erit per primam partem 8, maior proportio a ad b, quàm e ad b, quare per 12, maior erit c ad d, quàm e ad b, & quia per conuersam proportionalitatem, e ad b est sicut f ad d, erit c ad d maior quàm f ad d, itaq; per primam partem 10, c est maior f, quod est propositum. Quòd si a sit minor e, per easdem, & eodem modo probabitur c esse minorem f, erit enim minor proportio a ad b, quàm e ad b, per primam partem 8, ideo per 12 & per conuersam proportionalitatem, minor erit c ad d, quàm f ad d, & ideo per primam partem 10 erit c minor f, quod est propositum. Si autem a sit æqualis e, erit per primam partem 7 proportio a ad b sicut e ad b, & ideo per secundam partem 11 & conuersam proportionalitatem, erit c ad d, sicut f ad d, quare per primam partem 9, c est æqualis f: quod est propositum.

CAMPANI additio.

Quidam autem hanc conclusionem demonstrauerunt per proportionalitatem, permutatim, hoc modo, proportio a ad b, est sicut c ad d, ergo permutatim a ad c, sicut b ad d, & quia rursus b ad e sicut d ad f, erit permutatim b ad d sicut e ad f, sed erat b ad d, sicut a ad c, ergo per 11 erit a ad c, sicut e ad f, itaq; per 14, si a prima est maior e tertia, erit c secunda maior f quarta, & si minor, minor, & si æqualis, æqualis: quod est propositum. Isti autem errauerunt in sua demonstratione, quia si esset intentio Euclidis sic demonstrare, non oporteret ipsum præmittere hanc conclusionem pro antecedente ad æquam proportionalitatem: si enim rursus fiat una permutatio proportionalitatis, ad quam deuentum est, quæ est esse a ad c sicut e ad f, sequitur quòd sit a ad e sicut c ad f, & hoc est æqua proportionalitas. Præterea eorum conclusio non sequitur, nisi omnes quãtitates amborũ ordinum fuerint generis unius. Si enim a b e sint lineę, & c d f superficies, aut corpora, aut tempora, non erit tunc permutare proportiones: peccant igitur, uniuersaliter dictũ, particulariter demonstrantes.

Euclid. ex Zamb. *Theorema 20.* *Propositio 20.*

20 Si fuerint tres magnitudines, & aliæ eisdem æquales numero, binæ sumptę & in eadem ratione, ex æquali autem prima tertia maior fuerit, & quarta sexta maior erit, & si æqualis, æqualis, & si minor, minor.

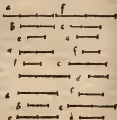
THEON

THEON ex Zamb. *Sint tres magnitudines α β γ, & aliæ eiſdem æquales numero δ ε ζ, binæ ſumptæ & in eadem ratione, ſicut quidem α ad β, ſic δ ad ε, ſicutq; β, ad γ, ſic ε, ad ζ. Ex æquali autem ſit maior α, quàm γ. Dico quòd & δ, quàm ζ, maior erit, & ſi æqualis, æqualis, & ſi minor, minor. Quoniam enim maior eſt α, quàm γ, alia autem quædam β, maior autem ad eandem (per 8 quinti) maiorem rationem habet quàm minor, igitur α, ad β, maiorem rationem habet, quàm γ ad β: ſed ſicut eſt quidem α ad β, ſic eſt δ, ad ε, ſicutq; γ, ad β, rurſus ſic ζ, ad ε. Et δ, igitur ad ε, maiorem rationem habet quàm ζ, ad ε (per correlarium 4 quinti) Ad eandem autem rationem habentium, maiorem rationem habens, maior eſt (per 10 quinti) maior igitur eſt δ, quàm ζ. Similiter quoq; oſtendemus, quòd ſi æqualis eſt α ipſi γ, æqualis erit & δ, ipſi ζ, & ſi minor, minor. Si fuerint igitur tres magnitudines, & aliæ eiſdem æquales numero, binæ ſumptæ & in eadem ratione, ex æquali autem prima tertia maior fuerit, & quarta ſexta maior erit, & ſi æqualis, æqualis: & ſi minor, minor: quod oportebat demonſtrare.*

Euclid. ex Camp. Propoſitio 21.



Si fuerint quotlibet quantitates aliæq; ſecundum earum numerum, quarum quæq; duæ ex prioribus quibusq; duabus ex poſterioribus peruerſim comparatæ ſecundum proportionem earum fuerint, neceſſe quoq; eſt ut ſi fuerint in proportionalitate æqualitatis priorum prima ultima maior, & poſteriorum prima ultima eſſe maiorem: ſi autem minor, & minorem: ſi uerò æqualis, & æqualem. 21



CAMPANVS. Secundum antecedens, ſint tres quantitates a b e, ſumanturq; aliæ tres quæ ſunt f c d, & ſit proportio a ad b, ſicut c ad d, & b ad e, ſicut f ad c, dico quòd ſi a eſt maior e, f erit maior d, & ſi minor, minor: & ſi æqualis, æqualis, hoc autem probatur per eaſdem & eodem modo, quo præcedens, ſi enim a ſit maior e, erit maior proportio a ad b quàm e ad b, quare maior c ad d, quàm e ad b, & ideo maior quàm c ad f, maior igitur f, quàm d, per ſecundam partem 10. quod eſt propoſitum. Quòd ſi a ſit minor e, erit tandem minor c ad d, quàm ad f, quare per eandem partem eiuſdem f, erit minor d. Si autem a ſit æqualis e, ſequitur ut ſit proportio c ad d, ſicut c ad f, igitur per ſecundam partem nonam erit f æqualis d: quod eſt propoſitum.

Euclid. ex Zamb. *Theorema 21.* *Propoſitio 21.*

Si fuerint tres magnitudines & aliæ eiſdem æquales numero, binæ ſumptę & in eadem ratione, fuerit autem perturbata earum proportio, ex æquali uerò prima tertia maior fuerit, & quarta ſexta maior erit, & ſi æqualis, æqualis: & ſi minor, minor. 22

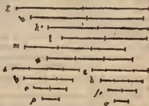
THEON ex Zamb. *Sint tres magnitudines α β γ, & aliæ eiſdem numero æquales δ ε ζ, binæ ſumptæ, & in eadem ratione, ſit autem earum proportio perturbata, ſicut quidem α, ad β, ſic ε, ad ζ, ſicutq; β, ad γ, ſic δ, ad ε, ex æquali autem α, quàm γ, ſit maior, dico quòd & δ, quàm ζ, maior erit, & ſi æqualis, æqualis: & ſi minor, minor. Quoniam enim maior eſt α, quàm γ, & alia quædam β, igitur (per 8 quinti) α, ad β, maiorem habet rationẽ quàm γ, ad β. Sed ſicut quidem α, ad β, ſic ε, ad ζ, ſicutq; γ, ad β, rurſus ſic ε, ad δ, & ε, igitur ad ζ, maiorẽ rationem habet, quàm ε, ad δ (per correlarium quartæ quinti) Ad quam autem eadem maiorẽ rationẽ habet illa minor eſt (per 10 quinti) minor igitur eſt ζ, quàm δ, maior igitur eſt δ, quàm ζ. Similiter quoq; oſtendemus, quòd & ſi æqualis fuerit α, ipſi γ, æqualis erit & δ, ipſi ζ, & ſi minor, minor. Si fuerint igitur tres magnitudines et aliæ eiſdem æquales numero binæ ſumptæ & in eadem ratione, fueritq; perturbata earum proportio, ex æquali*

æquali autem prima tertia maior fuerit, & quarta sexta maior erit, & si æqualis, æqualis, & si minor, minor: quod demonstrare oportebat.

Euclid. ex Camp. *Propositio 22.*

22 I fuerint quotlibet quantitates aliæq; secundum earum numerum, quarum quæque duæ secundum proportionem duarum ex primis in æqua proportionalitate, proportionales erunt.

CAMPANVS. Demonstratis antecedentibus ad æquam proportionalitatem, hic demonstrat eam, & primò, cùm quantitates duorum ordinum sunt directè proportionales. Non est autem necesse ut demonstraretur, nisi cùm in utroq; duorum ordinũ sunt tantum tres quantitates. Per hoc enim euidenter sequitur, cùm in utroq; ordine fuerint 4 quantitates, & deinceps, & ideo etiam non oportuit eius antecedens demonstrari, nisi solum cùm in utroq; ordine sunt etiam tres quantitates. Sint igitur tres quantitates, a b e, sumanturq; tres aliæ quæ sunt c d f, & sit proportio a ad b, sicut c ad d, & b ad e, sicut d ad f, dico quòd erit a ad e, sicut c ad f. Sumam enim g ad a, & h ad c, ęque multiplicia. Itemq; k ad b, & l ad d ęque, & rursus m ad e, & n ad f ęque. eritq; per quartam, g ad k, sicut h ad l & k ad m, sicut l ad n, quare per 20, si g est maior m, erit h maior n, & si minor, minor: & si æqualis, æqualis igitur: per diffinitionem incontinuæ proportionalitatis, proportio a ad e, est sicut c ad f, quod est propositum. Potest quoq; hoc demonstrari per 15 huius, sumptis g k m, ad a b e, & h l n ad c d f, ęque multiplicibus, erit enim per 15, g ad k, sicut h ad l, & k ad m, sicut l ad n. Cætera pertracta ut prius. Quòd si fuerint quantitates plures tribus in utroq; ordine, utpote quatuor, additis p & q, ita quòd sit e ad p, sicut f ad q, erit iterũ a ad p, sicut c ad q, erit enim a ad e, sicut c ad f: hoc enim demõstratum est: sublatis igitur b & d, erunt tres quantitates a e p, & alię tres c f q, ut proponitur, quare a ad p, sicut c ad q. Sicutq; demonstratur de quatuor per tres, sublato uno medio, eodem modo demonstrabis de quinq; per quatuor, sublatis duobus mediis, & de sex per quinq;, sublatis tribus, & sic de cęteris.



Euclid. ex Zamb. *Theorema 22.* *Propositio 22.*

22 Si fuerint quælibet magnitudines & aliæ eisdem æquales numero binæ sumptæ in eadem ratione, etiã ex æquali in eadem ratione erunt.

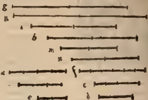
THEON ex Zamb. *Sint quælibet magnitudines α β γ, & aliæ eisdem æquales numero δ ε ζ, binæ sumptæ in eadem ratione, sicut quidem α ad β, sic δ ad ε, sicutq; β ad γ, sic ε ad ζ. Dico quòd etiam ex æquali in eadem ratione erunt, sicut α, ad γ, sic δ, ad ζ. Sumãtur quidem ipsarum α δ, æque multiplices η θ, ipsarum autem β ε, aliæ quævis æque multiplices κ λ, & insuper ipsarum γ ζ, aliæ quævis multiplices μ ν. Et quoniam est sicut α, ad β, sic δ, ad ε, & sumptæ sunt ipsarum α δ æque multiplices η θ, ipsarum autem β ε, aliæ quævis æque multiplices κ λ, est igitur (per 4 quinti) sicut η, ad κ, sic θ ad λ, & per hoc sicut κ, ad μ, sic λ, ad ν. Quoniam igitur tres magnitudines sunt η κ μ, & aliæ eisdem æquales numero θ λ ν, binæ sumptæ & in eadem ratione, ex æquali igitur (per 20 quinti) si excedit η, ipsam μ, excedit & θ, ipsam ν, & si æqualis, æqualis: & si minor, minor. Sunt autem η θ, ipsarum α δ, æque multiplices, & μ ν, ipsarum γ ζ, aliæ quævis æque multiplices: est igitur (per 6 diffinitionem quinti) sicut α, ad γ, sic δ, ad ζ. Si fuerint igitur quælibet magnitudines & aliæ eisdem æquales numero binæ sumptæ in eadem ratione etiam ex æquali in eadem erunt ratione: quod demonstrasse oportuit.*

Euclid. ex Camp. *Propositio 23.*

23 I fuerint quotlibet quantitates aliæq; secundum earum numerum, quarum ex prioribus quæq; duæ secundum proportionem duarum ex prioribus indirectè proportionatæ, in æqua proportionalitate proportionales erunt.

CAMPA-

CAMPANVS. Demonstrat æquam proportionalitatem in quantitatibus duorum ordinum indirectè siue peruersim proportionatis. Nec est necesse quòd demonstretur, nisi cùm in utroque quorum ordinum sunt tantum tres quantitates: per hoc enim euidenter sequitur quæcunque ponantur in utroque ordine, sicut in præmissa de directè proportionatis demonstratum est. Sint igitur tres quantitates a b e, sumanturque aliæ tres quæ sint f c d, & sit proportio a ad b, sicut c ad d, & b ad e, sicut f ad c, dico quòd erit a ad e, sicut f ad d. Sumã enim g ad a, & h ad c, & k ad f, æque multiplicia, itemque l ad b, & m ad e, & n ad d æque, eritque per 4. g, ad l, sicut h ad n, & per 15, l ad m, sicut k ad h, quare per 21, si g addit super m, & k addit super n: & si minuit, minuit: & si æquat, æquat: ergo per diffinitionem incontinuæ proportionalitatis, proportio a ad e, est sicut f ad d: quod est propositum.



Potest quoque & hoc demonstrari per decimãtertiam huius, sumptis g l m ad a b e, & k h n, ad f c d, æque multiplicibus, erit enim per decimam quintam g ad l, sicut h ad n: & l ad m, sicut k ad h, cætera pertracta ut prius. Conuenientius tamen demonstrantur hæc & præmissa, secundum primum modum. Quòd si plures tribus fuerint quantitates in utroque ordine, utpote quatuor additis p & q, ita quòd sit a ad b sicut d ad q, & b ad e, sicut c ad d, & e ad p sicut f ad c, erit iterum a ad p sicut f ad q: erit enim per prædemonstrata a ad e, sicut c ad q. Sublatis igitur b & d, erunt tres quantitates a e p, & aliæ tres f c q, ut proponitur, quare a ad p, sicut f ad q. Sic igitur demõstratur de quatuor per tres, sublato uno medio. Eodem modo demõstrabis de quinque per quatuor, sublatis duobus medijs, & de sex per quinque, sublatis tribus, & sic in cæteris.

Euclid. ex Zamb. *Theorema 23.* *Propositio 23.*

Si fuerint tres magnitudines, aliæque eisdem æquales numero binæ, sumptæ in eadem ratione, fuerit autem perturbata earum proportio, etiam ex æquali in eadem ratione erunt. 23

THEON ex Zamb. *Sint tres magnitudines α β γ, & aliæ eisdem æquales numero binæ sumptæ in eadem ratione δ ε ζ, sit autem perturbata ipsarum proportio, sicut quidem α ad β, sic ε ad ζ, sicutque β, ad γ, sic δ, ad ε.* Dico quòd *est sicut α, ad γ, sic est δ, ad ζ. Sumantur, inquam, ipsarum α β δ, æque multiplices η θ κ, ipsarum autem γ ε ζ, aliæ quæuis æque multiplices λ μ ν. Et quoniam æque sunt multiplices η θ, ipsarũ α β, partes autem eodem modo multiplicium eandem habent rationem (per 15 quinti) est igitur sicut α, ad β, sic η, ad θ. Ac per hoc, etiam sicut ε, ad ζ, sic μ, ad ν, & est sicut α, ad β, sic ε, ad ζ, & sicut igitur η ad θ, sic μ, ad ν (per 11 quinti) Et quoniã est sicut β, ad γ, sic est δ ad ε, & sumptæ sunt ipsarum quidem β δ, æque multiplices θ κ, ipsarum autem γ ε, aliæ quæuis æque multiplices λ μ, est igitur sicut θ, ad λ, sic κ, ad μ, & uicißim (per 16 quinti) sicut β, ad δ, sic γ, ad ε. Et quoniam θ κ, ipsarũ β δ, æque sunt multiplices, partes autem æque multipliciũ eandem habent rationem (per 15 quinti) est igitur sicut β, ad δ, sic θ, ad κ. Sed sicut β ad δ, sic γ, ad ε, & sicut igitur θ, ad κ, sic γ, ad ε (per 11 quinti) Rursus quoniam λ μ, ipsarum γ ε, æque sunt multiplices, est igitur γ, ad ε, sic λ ad μ. Sed sicut γ ad ε, sic θ, ad κ, & sicut θ, ad κ, sic λ, ad μ, & uicißim (per 16 quinti) sicut θ ad λ, & κ ad μ. Ostensum est autem quod sicut η, ad θ, & sic μ, ad ν. Quoniam igitur tres magnitudines sunt proportionales η θ λ, & aliæ eisdem æquales numero κ μ ν, binæ sumptæ in eadem ratione, & est earum perturbata proportio, ex æquali igitur (per 21 quinti) si excedit η, ipsum λ, & excedit κ, ipsum ν, et si æquale, æquale: & si minus, minus. Sunt autem η κ, ipsarum α δ, æque multiplices, & λ ν, ipsarum γ ζ, æque sunt multiplices: est igitur sicut α, ad γ, sic δ, ad ζ (per 6 diffinitionem quinti) Si fuerint igitur tres magnitudines, & aliæ eisdem æquales numero binæ sumptæ in eadem ratione, fuerit autem perturbata ipsarum proportio, etiam ex æquali in eadem ratione erunt: quod demonstrasse oportuit.*



Euclid.

24 *Euclid. ex Camp.* *Propositio 24.*



I fuerit proportio primi ad secūdum tanquā tertij ad quartū, proportio uerò quinti ad secundū tanquā sexti ad quartū, erit proportio primi & quinti pariter acceptorum ad secundū, tāquam sexti & tertij pariter acceptorū ad quartū.

CAMPANVS. Quod secunda proposuit de multiplicibus, hæc proponit uniuersaliter de omnibus proportionibus: unde hæc est illa tanto cōmunior, quanto multiplicitate proportio & se habet ad illam, quemadmodū 13 ad primam. Sit igitur proportio a b ad c, sicut d e ad f: & item b g ad c, sicut e h ad f: dico quòd proportio a g ad c, est sicut d h ad f. Erit enim per conuersam proportionalitatem, c ad b g, sicut f ad e h: quare per 22 erit in æqua proportionalitate a b ad b g, sicut e d ad e h: ergo coniunctum per 18, a g ad g b, sicut d h ad h e: itaq; per 22, erit in æqua proportionalitate a g ad c, sicut d h ad f: quod est propositum.

Euclid. ex Zamb. *Theorema 24.* *Propositio 24.*

24 Si primum ad secundum eandem habuerit rationem & tertium ad quartum, habuerit autem & quintum ad secundum eandem rationem & sextum ad quartum, etiam composita primum & quintum ad secundum, eandem habebunt rationem, & tertium & sextū ad quartū.

THEON ex Zamb. *Primum etiam αβ, ad secundum γ eandem habeat rationem, & tertium δε ad quartum ζ, habeat autem & quintum βη, ad secundum γ: eandem rationem & sextum εθ ad quartum ζ. Dico quòd etiam composita primum & quintū αη ad secundum γ, eandem habebūt rationem: ac tertium & sextum δθ ad ipsum ζ quartū. Quoniam enim est sicut βη ad γ, sic est εθ ad ζ: cōuersim quoq; sicut γ ad βη, sic ζ ad εθ. Quoniam igitur est sicut αβ ad γ, sic δε ad ζ, sicut autem γ ad βη, sic ζ ad εθ: ex æquali igitur (per 22 quinti) est sicut αβ ad βη, sic δε ad εθ. Et quoniam disiunctæ magnitudines proportionales sunt, compositæ quoq; proportionales erūt (per 18 quinti) sicut igitur αη ad ηβ, sic δθ ad θε: est autem & sicut βη ad γ, sic εθ ad ζ: ex æquali igitur (per 22 quinti) est sicut αη ad γ, sic δθ ad ζ. Si primum igitur ad secundum eandem habuerit rationem & tertium ad quartum, habuerit autem quintum ad secundum eandem rationem, & sextum ad quartum: etiam composita primum & quintum ad secundū eandem habebunt rationem & tertium & sextum ad quartum: quod oportebat demonstrare.*



Euclid. ex Camp. *Propositio 25.*

25



I fuerint quatuor quantitates proportionales, fueritq; prima earū maxima, & ultima minima, primā & ultimam pariter acceptas cęteris duabus maius esse necessariò comprobatur.

CAMPANVS. Quod hic proponitur, nō habet locū: nisi cū omnes quatuor quātitates sunt eiusdē generis. Sint igitur quatuor quātitatū eiusdē generis, proportio a b ad c d, sicut e ad f: sitq; a b, maxima. Neq; oportet ponere quòd f sit minima: quia ipsum ex hoc sequitur, quòd a b posita est maxima: unde nō posuit hoc auctor in cōclusione tanquā positionē, sed potius tanquā pręcedētis positionis cōclusionē. Dico quòd cùm ita fuerit, maius erit aggregatū ex a b & f, quàm ex c d & e. Cùm enim a b sit maior e, abscindā ex a b, g b æqualē e: similiter quoq; quia c d est maior f, abscindā ex c d, h d ęqualē f. Eritq; per hypothesin a b ad c b, sicut g b ad h d quare per, 19, a g residuū ad c h residuū: sicut totū a b ad totū c d. Cùm ergo a g se habet ad c h, sicut a b ad c d, sed a b est maior c d, quare a g maior est c h: additis igitur utriq; duabus quātitatibus g b & h d, erit per communē scientiam, aggregatum ex a b & h d maius aggregato ex c d & g b: & quia d h posita est æqualis f, & g b, e: maius erit aggregatum ex a b & f, quàm aggregatum ex c d et e: quod est propositum.

Euclid. ex Zamb. *Theorema 25.* *Propositio 25.*

25 Si quatuor magnitudines proportionales fuerint, maxima earum & minima, reliquis maiores erunt.

THEON ex Zamb. *Sint quatuor magnitudines proportionales α β, γ δ, ε, ζ: sicut α β ad γ δ, sic ε ad ζ. Sit autem maxima earum α β, minima uerò ζ. Dico quòd ipsæ α β & ζ, ipsis γ δ & ε maiores sunt. Ponatur, inquam (per tertiam primi) ipsi ε æqualis α η, & ipsi ζ æqualis γ θ. Quoniam igitur est sicut α β ad γ δ, sic ε ad ζ: æqualis autem est ε ipsi α η, & ipsi ζ æqualis γ θ: est igitur sicut α β ad γ δ, sic α η ad γ θ, & quoniam est sicut totum α β ad totum γ δ, sic ablatum α η ad ablatum γ θ: & reliquum igitur η β (per 19 quinti) ad reliquum θ δ, erit sicut totum α β ad totum γ δ. Maior autem est α β, quàm γ δ: maior igitur est η β, ipsa θ δ. Et quoniam æqualis est α η ipsi ε, & γ θ ipsi ζ: igitur α η & ζ sunt æquales ipsis γ θ & ε. Et quoniam si inæqualibus æqualia addantur, omnia inæqualia fient (per quartā communem sententiam:) cùm igitur η β & θ δ sint inæquales, & η β maior sit, & ipsi quidem η β addantur α η & ζ: ipsi uerò θ δ addantur γ θ & ε, producentur α β & ζ maiores ipsis γ δ & ε. Si quatuor igitur magnitudines proportionales fuerint, maxima & minima earum, reliquis maiores erunt: quod demonstrare oportebat.*

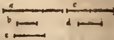


Nouem sequentes propositiones, quas ad 25 adiecit Campanus, nihil in Zamberto eis respondens habent: nec plures 25 in uetustioribus Euclidis exēplaribus reperiuntur: quare ex additione Campani esse uidentur.



26 SI fuerit quatuor quantitatū proportio primæ ad secūdā maior quàm tertiæ ad quartā, erit cōuersim è cōtrario secundæ ad primam minor quàm quartæ ad tertiam.

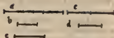
CAMPANVS. Sit proportio a ad b, maior quàm c ad d, dico quòd erit è cōuerso, modò contrario minor proportio b ad a, quàm d ad c. Si enim est eadē b ad a quæ est d ad c, erit è cōuerso a ad b ut c ad d: sed nō est, immo maior. At uerò si est b ad a maior quàm d ad c, sit e ad a, ut d ad c: eritq́ ex duodecima, e ad a minor quàm b ad a: quare ex prima parte decimæ e est minor b. Ideoq́ ex secunda parte 8, maior erit proportio a ad e, quàm a ad b: & quia per conuersam proportionalitatē, a ad e, sicut c ad d, erit ex duodecima proportio c ad d maior quàm a ad b, sed erit minor, relinquitur ergo propositum. Possumus quoq́ (si libet) astruere propositum ostensiuè: manifestum enim est ex prima parte decimæ, quòd illa quantitas, cuius ad b est eadem proportio quæ est c ad d, est minor a: eo quòd ponitur maior proportio a ad b quàm c ad d: illa ergo quātitas sit e, cùm igitur proportio e ad b ut c ad d: erit è conuerso b ad e, ut d ad c. Constat autem ex secunda parte octauæ, quòd proportio b ad a, minor est quàm proportio b ad e. Itaque per duodecimam, proportio b ad a: est minor quàm d ad c: quod uoluimus.



Si fuerit quatuor quantitatum maior proportio primæ ad secūdam quàm tertiæ ad quartā, erit permutatim maior proportio primæ ad tertiam quàm secundæ ad quartam. 27

CAMPANVS. Sit hic quoque proportio a ad b maior, quàm c ad d: dico quòd erit permutatim maior proportio a ad c, quàm b ad d. Eadem enim non erit, quia tunc quoque esset permutatim a ad b, sicut c ad d. Neque minor: nam si hoc ponatur, sit itaque e ad c, ut b ad d: eritq́ ex duodecima, maior proportio e ad c, quàm a ad c: quare ex prima parte decimæ, e est maior a. Itaque per primam partem octauæ, proportio e ad b, est maior quàm a ad b. Et quia positum est, [illegible] ad c, sicut b ad d: erit permutatim e ad b, sicut c ad d: ex duodecima igitur, maior erit [illegible] c ad d, quàm a ad b, sed positum erat oppositum, uerùm ergo est propositum.

Ostensiue



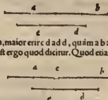
Ostensiue quoque idem, quemadmodum in præmissa. Sumpta enim e ad b, ut c ad d: erit ex prima parte decimę, e minor a: quia ex prima parte octauæ, maior erit a ad c, quàm e ad c. Sed ex permutata proportionalitate, est e ad c, ut b ad d: igitur ex duodecima, a ad c est maior quàm b ad d: quod est propositum

28 Si fuerint quatuor quantitates quarum primæ ad secundam sit maior proportio quàm tertiæ ad quartam, erit quoque coniunctim maior propotio primæ & secundæ ad secundam quàm tertiæ & quartæ ad quartam.



Campanus. Sit maior proportio a ad b, quàm c ad d: dico quòd maior erit totius a b ad d, quàm totius c d ad d: quia ipsa neque erit æqualis, neq; minor. Si enim æqualis, tunc erit disiunctim a ad b ut c ad d. Si autem est minor, sit e b ad b, ut c d ad d: eritq; ex duodecima, maior proportio e b ad b, quàm a b ad b, itaq; ex prima parte decimæ e b, est maior quàm a b: & per conceptionem, e maior quàm a, quare ex prima parte octauæ, maior est proportio e ad b, quàm a ad b: sed e ad b est ut c ad d per disiunctam proportionalitatem: eo quòd erat e b ad b, ut c d ad d: ergo per duodecimam c ad d, est maior quàm a ad b: hoc autem est contra hypothesin. Idem etiam ostensiue. Cùm enim propositum sit quòd maior sit proportio a ad b, quàm c ad d: sit proportio e ad b, ut c ad d: eritq; ex prima parte decimæ, e minor a. Ideoq; ex communi scientia, e b erit minor quàm a b: quare ex prima parte octauæ, maior erit proportio a b ad b, quàm e b ad b. At uerò proportio e b ad b, est per coniunctam proportionalitatem, sicut c d ad d: positum enim est, ut sit e ad b, tanquam c ad d: igitur ex duodecima, maior est a b ad b, quàm c d ad d: quod est propositum.

29 Si fuerint quatuor quantitates, quarum primæ & secundæ ad secundam sit maior proportio quàm tertiæ & quartæ ad quartam, erit quoque disiunctim proportio primæ ad secundam, maior quàm tertiæ ad quartam.

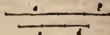


Campanus. Sit proportio a b ad b, maior quàm c d ad d: dico quòd erit disiunctim, proportio a ad b, maior quàm c ad d: alioqui erit æqualis uel minor. Quòd si æqualis, erit per coniunctam proportionalitatem a b ad b, ut c d ad d. Si autem minor, erit maior c ad d, quàm a ad b: ergo per præmissam, maior erit c d ad d, quàm a b ad b: quod est inconueniens, quia positum est quòd minor, uerum est ergo quod dicitur. Quod etiam ostensiuè astruemus, hoc modo. Ponemus enim ut proportio e b ad b, sit tanquam proportio c d ad d: eritq; ex prima parte 10, e b minor quàm a b, quare ex communi scientia e est minor quàm a, minor igitur est ex prima parte 8, proportio e ad b, quàm sit a ad b: sed proportio e ad b, est sicut c ad d, ex disiuncta proportionalitate: itaque ex 12, proportio a ad b, est maior quàm sit c ad d: quod est propositum.

30 Si fuerint quatuor quantitates, quarum primæ & secundæ ad secundam sit maior proportio quàm tertię & quartę ad quartam, erit euersim minor proportio primæ & secundæ ad primam quàm tertiæ & quartæ ad tertiam.

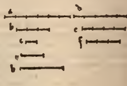
Campanus. Sit maior proportio a b ad b, quàm c d ad d: dico quòd euersim minor erit

proportio a b ad a, quàm c d ad d: erit enim disiũctim ex præmissa, maior proportio a ad b, quàm c ad d. Itaq; per 26, erit è conuerso minor b ad a, quàm d ad c: quare per ante præmissam, coniunctim minor erit b ad a, quàm c d ad c: quod est propositum.



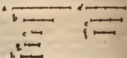
Si fuerint tres quantitates in uno ordine, itémque tres in alio, fueritq; primæ priorum ad secundam maior proportio, quàm primæ posteriorum ad secundam, itemq; secundæ priorũ ad tertiam maior quàm secũdæ posteriorũ ad tertiam: erit quoque primę priorũ ad tertiam maior proportio, quàm primæ posteriorum ad tertiam. 31

Campanus. Sint tres quantitates a, b, c, itemq; aliæ tres, d e f: sitq; maior proportio a ad b, quàm d ad e. Itemq; maior b ad c, quàm e ad f: dico quòd maior erit proportio a ad c, quàm d ad f. Sit enim g ad c, ut e ad f: eritq; ex prima parte 10, g minor b: quare ex secũda parte 8, proportio a ad g, est maior quã a ad b, multo maior ergo est proportio a ad g, quàm d ad e: sit itaq; h ad g, ut d ad e: eritq; ex prima parte 10, a maior h: quare ex prima parte 8, proportio a ad c maior est quàm proportio h ad c. At uerò proportio h ad c, est per æquam proportionalitatem, sicut d ad f: est enim h ad g, ut d ad e, & g ad c, ut e ad f: igitur ex 22, proportio a ad c, est maior quàm d ad f: quare constat propositum.



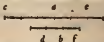
Si fuerint tres quãtitates in uno ordine, itemq; tres in alio, fueritq; proportio secundæ priorum ad tertiã maior quàm primæ posteriorũ ad secundam, itemq; primæ priorum ad secundam maior quàm secundę posteriorũ ad tertiam, erit maior proportio primæ priorũ ad tertiã quàm primæ posteriorum ad tertiam. 32

Campanus. Sint enim tres quãtitates in uno ordine, a, b, c: itemq; tres in alio, d, e, f, quẽadmodũ in pręmissa: sitq; maior proportio b ad c, quàm d ad e: & maior a ad b, quã e ad f: dico quòd maior erit a ad c, quàm d ad f. Sit enim g ad c, ut d ad e: eritq; g minor b, per primã partẽ 10: quare maior erit proportio a ad g, quàm a ad b, per secundã partẽ 8: igitur multo maior est a ad g, quàm e ad f. Sit itaq; h ad g, ut e ad f: eritq; a maior h, ex prima parte 10, quare proportio a ad c, maior est quàm h ad c: ex prima parte 8. At uerò ex 23, proportio h ad c, est tanquam d ad f eo quòd est g ad c, ut d ad e, & h ad g, ut e ad f: igitur ex 12 maior est proportio a ad c, quàm d ad f: quod est propositum.



Si fuerit proportio totius ad totum, maior quàm abscisi ad abscisum, erit residui ad residuum maior proportio, quàm totius ad totum. 33

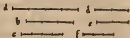
Campanus. Sint duæ quantitates a & b, à quibus abscindãtur c & d: et residua sunt e et f: sitq; maior proportio a ad b, quàm c ad d: dico quòd maior erit proportio e ad f, quàm a ad b: erit enim ex 27, permutatim maior proportio a ad c, quàm b ad d: quare ex 30, erit euersim minor proportio a ad e, quàm b ad f: igitur rursus ex 27, permutatim minor erit a ad b, quàm e ad f: quod est propositum.



Si quotlibet quantitates ad totidem alias comparentur, fueritq; cuiuslibet pręcedentis ad suam relatiuã maior proportio quàm alicuius subsequentis ad suam, erit omnium pariter acceptarum ad omnes illas pariter acceptas maior proportio quàm alicuius subsequẽtiũ ad suam cõpa- 34

rem, aut

rem, aut etiam quàm omniū pariter acceptarum ad omnes pariter acceptas, minor autem quàm primæ ad primam.



CAMPANVS. Sint tres quantitates a,b,c, relatæ ad totidē alias quæ sint d e f, sitq́ maior proportio a ad d, quàm b ad e, & b ad e sit maior quàm c ad f: dico quòd proportio a,b,c, pariter acceptarū ad d, e, f, pariter acceptas, est maior quàm b ad e, uel maior quàm c ad f, & etiam maior quàm b & c pariter acceptarum ad e & f pariter acceptas: & ipsa est minor quàm a ad d. Cùm enim sit a ad d maior quàm b ad e: erit permutatim a ad b maior quàm d ad e: & coniunctim a b ad b, maior quàm d e ad e: & iterum permutatim a b ad d e, maior quàm b ad e: quare per præmissam a ad d, est maior quàm a b ad d e. Eodemq́ modo probatur maiorem esse b ad e, quàm b c ad e f: itaque maior proportio est a ad d, quàm b c ad e f: quare permutatim maior est a ad b c, quàm d ad e f: et coniunctim maior a b c ad b c, quàm d e f ad e f: & iterum permutatim maior a b c ad d e f, quàm c b ad e f: quare per præmissam, maior est a ad d, quàm a b c ad d e f: quod est propositum.

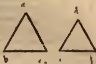
QVINTI LIBRI FINIS.

EVCLIDIS MEGARENSIS GRAECI PHILOSOPHI, GEOMETRICORVM ELEmentorum, *Liber sextus.*

Euclid. ex Campano. *Diffinitiones.*

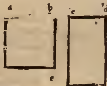


1 Vperficies similes dicuntur, quarū anguli unius angulis alterius æquales, lateraq́ æquos angulos continentia proportionalia.



CAMPANVS. Vt si trigonus a b c fuerit æquiangulus trigono d e f, fueritq́ angulus a æqualis angulo d, & angulus b æqualis angulo e, & proportio a b ad d e, sicut a c ad d f, & b c ad e f, ipsi erunt similes.

2 Superficies mutuorum laterū, sunt inter quarum latera, incontinua proportionalitas retransitiuè habetur.



CAMPANVS. Vt si duorum quadrilaterorum a b c, d e f, proportio a b lateris primi ad d c latus secūdi fuerit, sicut proportio e f lateris secundi ad b c latus primi, illa duo quadrilatera dicuntur mortuorum laterum, siue mutekesia.

3 Linea dicitur diuidi secundū proportionem habentem medium & duo extrema, quando eadē est proportio totius ad maiorem sui sectionem, quæ est maioris ad minorem.

Euclid. ex Zamb. *Diffinitiones.*



Imiles figuræ rectilineæ sunt, quæ & angulos æquales habent * ad unum, & quæ circa angulos æquales sunt latera proportionalia. 2 Reciprocæ autem figuræ sunt, quādo in utra

Κατὰ μίαν, sigillatim.

que figura antecedentes & consequentes termini rationales fuerint. 3 Extrema & media ratione, recta linea diuidi dicitur, quando fuerit sicut tota ad maius segmentum, sic maius ad minus. 4 Altitudo uniuscuiusque figuræ, est à uertice ad basin perpendicularis deducta. 5 Ratio ex duabus rationibus, aut ex pluribus constare dicitur, quando rationum quantitates multiplicatæ, aliquam efficiunt quantitatem.

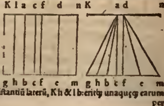
THEON ex Zamb. *Sit enim α β ad γ δ rationem habens datam, ueluti duplã aut triplam aut quamlibet aliam, & γ δ ad ε ζ, eandem quoq; datam. Dico quòd ipsius α β & ε ζ ratio, constat ex α β ad γ δ, & ex γ δ ad ε ζ. Vel quòd ipsius α β ad γ δ rationis quantitas multiplicata in ipsius γ δ ad ε ζ rationis quantitatem, efficit ipsius α β ad ε ζ rationem. Sit enim primum α β quàm γ δ maior, & γ δ ipsa ε ζ: & sit quidem α β, ipsius γ δ dupla, & γ δ ipsius ε ζ tripla: quoniam igitur γ δ ipsius ε ζ tripla est, ipsius autem γ δ, dupla est α β: igitur α β ipsius ε ζ sexicupla est: quoniam si triplum alicuius duplicamus, fit sexicuplum, hoc enim est propriè compositio. Vel sic. Quoniam α β dupla est ipsius γ δ, diuidatur α β in ipsi γ δ æqualia, hoc est α η, & η β. Et quoniam γ δ ipsius ε ζ tripla est: æqualis autem est α η ipsi γ δ: & α η igitur ipsius ε ζ tripla est. Id propterea, & η β ipsius ε ζ tripla est. Tota igitur α β, ipsius ε ζ sexicupla est. Ipsius igitur α β ad ε ζ ratio connectitur per γ δ medium limitem, composita ex ipsius α β ad γ δ & γ δ ad ε ζ ratione. Similiter autem & si minor fuerit γ δ, utraq; ipsarum α β & ε ζ, idipsum colligitur. Sit enim rursus α β ipsius γ δ tripla, at γ δ ipsius ε ζ sit dimidia: & quoniam γ δ ipsius ε ζ dimidia est, ipsius autẽ γ δ tripla est α β: igitur α β sesquialtera est ipsius ε ζ: si enim alicuius dimidium triplicamus, habebit ipsum semel & dimidium. At quoniam ab ipsius γ δ tripla est, & γ δ ipsius ε ζ dimidia est, qualium est α β æqualium ipsi γ δ trium, talium est ε ζ duorum. Quare sesquialterum est α β ipsius ε ζ. Igitur ratio ipsius α β ad ε ζ, connectitur per γ δ medium limitẽ: composita ex ipsius α β ad γ δ, & γ δ ad ε ζ ratione. Sed iam rursus sit γ δ utraq; ipsarum α β & ε ζ maior, & sit quiddm α β ipsius γ δ dimidium, & γ δ ipsius ε ζ sesquitertium. Quoniam igitur qualium est α β duorũ, talium est γ δ quatuor, qualium autem γ δ quatuor, talium ε ζ trium: & qualium igitur α β duorum, talium ε ζ trium: connectitur igitur rursus ratio ipsius α β ad ε ζ, per γ δ medium limitem, quæ duorum est ad tria: similiter quoq; & in pluribus, & in reliquis casibus. Et manifestum est quòd si à composita ratione quæuis una compositarum auferatur, uno simplicium eiecto, reliqua compositarum assumetur.*

Euclid. ex Camp. Propositio 1.



I duarum rectilinearum superficierum, æquidistantium laterum siue triangulorum, fuerit altitudo una, tanta erit alterutra earum ad alteram, quanta sua basis ad basin alterius.

CAMPANVS. Sint duo parallelogramma a b c, d e f, ęqualis altitudinis: dico esse proportionem eorum sicut b c ad e f: ponam illa duo parallelogrãma super lineam unã, quę sit g m: eruntq; propter hoc quòd sunt æqualis altitudinis, inter lineas æquidistãtes, quarũ sit altera k n, deinde ex linea g m, sumã g c multiplicẽ secũdũ quẽcũq; numerũ uoluero, ad b c, & diuidã eam in partes ęquales b c, in pũctis h & b, à quibus & pũcto g, ducã ęquidistãtes lineę a b, quæ sunt g K & h l: & complebo superficies æquidistantiũ laterũ, K h & l b: eritq; unaquęq; earum



per

per 16 primi, æqualis a c: quare sicut linea g c est multiplex lineæ b c: ita superficies c k, superficiei a c. Si similiter quoque ad lineam e f, sumam ex linea g m, lineam f m multiplicem secundum quemcunque numerum uoluero ad e f, & complebo superficiem æquidistantium laterum ducta linea m n æquidistanter lineæ d e, eritque superficies n f ita multiplices superficiei d f, sicut linea m f lineæ e f. Et quia per 36 primi si linea g c est maior linea f m, superficies k c est maior superficie f, & si minor, minor, & si æqualis, æqualis, erit per diffinitionem incontinuæ proportionalitatis, eadem proportio basis b c ad basin e f, quæ est superficiei a c ad superficiem d f, quod est propositum. De triangulis unius altitudinis idem probabis & eodem modo per 38 primi, ductis lineis ab extremitatibus earum quas ad bases sumes multiplices, ad uertices triangulorum.

Euclid. ex Zamb. *Theorema 1.* *Propositio 1.*

Triangula & parallelogramma, quæ sub eadem sunt altitudine, ad se inuicem sunt ut bases.

THEON ex Zamb. *Sint triangula quidem α β γ, & α γ δ, parallelogramma uerò ε γ, & γ ζ, sub eadem altitudine existentia perpendiculari scilicet ab α, in β δ, ducta. Dico quòd est sicut β γ, basis ad γ δ, basin: sic est α β γ, triangulum ad α γ δ, triangulũ, & ε γ, parallelogrammum ad γ ζ, parallelogrammũ. Producatur in quã (per 2 postulatũ) β δ, ex utraque in θ λ, signa, & ponatur (per 2 primi) ipsi quidem β γ basi, æquales, quotcunque β η, & η θ, ipsi autem γ δ, basi æquales quotcunque δ κ, & κ λ. Conectanturque α η, α θ, α κ, & α λ. Et quoniam γ β, β η, & η θ, sibi inuicem sunt æquales, & triangula quoque α θ η, α η β, & α β γ, sibi inuicem sunt æqualia (per 38 primi) Quod multiplex igitur est θ γ basis, ipsius β γ, basis, tam multiplex est & triangulũ α θ γ, trianguli α β γ. Id propterea, quàm multiplex est λ γ, basis, ipsius δ γ basis, tam multiplex est & α λ γ, triangulũ, ipsius α δ γ, trianguli, & si æqualis est θ γ, basis, ipsi γ λ, basi æquum est (per 38 primi) triangulũ α θ γ, triangulo α γ λ, & si basis θ γ, excedit basim γ λ, excedit & triangulũ α θ γ, triangulum α γ λ, & si minor, minus (per 6 diffinitionẽ quinti) Quatuor iam existentibus magnitudinibus duabus quidẽ basibus hoc est β γ, & γ δ, duobus autẽ triangulis hoc est α β γ, & α γ δ, sumptæ sunt æquè multiplices, ipsius quidem β γ, basis, & ipsius α β γ, trianguli, basis uidelicet θ γ, & triangulũ α θ γ, ipsorum autem γ δ, basis & α δ γ, trianguli: alia quæuis æquè multiplicia, hoc est basis γ λ, & triangulum α λ γ, & demonstratum est quòd si excedit basis θ γ, basin γ λ, excedit quoque & triangulum α θ γ, triangulum α λ γ, & si æqualis, æquale: et si minor, minus. Est igitur sicut basis β γ ad basin γ δ, sic triangulum α β γ, ad triangulũ α γ δ (per sextam diffinitionem quinti.) Et quoniam (per 41 primi) ipsius quidem triãguli α β γ, duplum est parallelogrammum ε γ, ipsius autem α γ δ, trianguli duplum est (per eandem) parallelogrammum ζ γ, partes autem eodem modo multiplicium (per 15 quinti) eandem habent rationem: est igitur sicut triangulũ α β γ, ad triangulum α γ δ, sic parallelogrammũ ε γ, ad parallelogrammũ γ ζ. Quoniã igitur patuit sicut quidem basis β γ, ad basin γ δ, sic triangulum α β γ ad triangulum α γ δ, sicutque triangulum α β γ, ad triangulum α γ δ, sic parallelogrammum ε γ ad parallelogrammum ζ γ, et sicut igitur (per 11 quinti) basis β γ, ad basin γ δ, sic parallelogrammum ε γ, ad parallelogrammũ ζ γ. Trianguli igitur & parallelogramma sub eadem altitudine existentia, ad se inuicem sunt sicut bases: quod demonstrare oportebat.*

Euclid. ex Camp. *Propositio 2.*

SI linea recta duo trianguli latera secans, reliquo fuerit æquidistans, eam duo illa latera proportionaliter secare. Si uerò proportionaliter secet, eam reliquo lateri æquidistare necesse est.

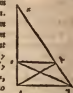
CAMPANVS. Sit triangulus a b c, cuius duo latera a b & a c secet linea d e, æquidistanter tertio lateri quod est b c, dico quòd erit proportio a d ad d b sicut a e ad e c, & ecõuerso, si fuerit proportio a d ad d b sicut a e ad e c, linea d e erit æquè distãs lineæ b c, protraham enim duas lineas e b & d c, eritque per 37 primi, triãgulus e d b, æqualis triãgulo d e c, propter id quod ipsi sunt ambo super lineã d e, inter lineas æquidistantes, itaque per secundam partẽ 7 quinti, proportio trianguli a d e ad utrunque illorũ, erit una, sed proportio eius, per præmissam ad triangulũ e d b, est sicut lineæ a d ad lineã d b, & ad triãgulũ d e c, sicut lineæ a e ad lineã e c. Nã ipse cũ utroque illorũ est æqualis altitudinis, quare erit proportio a d ad d b, sicut a e ad e c, quod est primũ. Et si hoc fuerit, erit per præmissã ipsius a d e ad utrũque illorũ proportio una, quare per secundã partẽ 9 quinti, ipsi sunt adinuicẽ æquales, & quia ipsi sunt super eandẽ basin, uidelicet lineã d e, & ex eadem parte: erit per 39 primi,

linea d e æquidistans lineæ b c:quod est secundum.

Euclid.ex Zamb. *Theorema 2.* *Propositio 2.*

Si trianguli ad unum laterũ ducta fuerit aliqua recta linea, parallelus proportionaliter secat ipsius trianguli latera:& si triãguli latera proportionaliter secta fuerint, ipsas sectiones connectens recta linea, parallelus ad reliquum erit ipsius trianguli latus.

THEON ex Zamb. *Trianguli enim α β γ, parallelus ad latus β γ, agatur δ ε. Dico quòd est sicut β δ, ad δ α, sic est γ ε, ad ε α. Connectantur enim β ε, et γ δ, æquale igitur est (per 37 primi) triangulũ β δ ε, triangulo γ δ ε: in eadẽ enim sunt basi δ ε, & in eisdem parallelis δ ε, & β γ. Aliud autem quoddã triangulũ α δ ε, æqualia autẽ (per 7 quinti) ad idem eandẽ habẽt rationem. Est igitur sicut triangulũ β δ ε, ad triangulũ α δ ε, sic triangulũ γ δ ε, ad triangulum α δ ε. Sed sicut quidẽ triangulũ β δ ε, ad triangulũ α δ ε, sic est β δ, ad δ α, sub eadem namq; altitudine perpendiculari, scilicet ab ε in α β, ducta cum sint, ad se inuicẽ sunt sicut bases (per 1 sexti.) Ac propterea sicut triangulũ γ δ ε, ad triangulũ α δ ε, sic γ ε, ad ε α, & sicut igitur (per 11 quinti) β δ, ad δ α, sic γ ε, ad ε α. Sed iam ipsius α β γ trianguli, latera α β, & α γ, proportionaliter secentur, sicut β δ, ad δ α, sic γ ε, ad ε α, & connectatur δ ε. Dico quòd parallelus est δ ε, ipsi β γ. Eisdẽ namq; dispositis, quoniã est sicut β δ, ad δ α, sic γ ε, ad ε α, sed sicut quidẽ β δ, ad δ α, sic triangulũ β δ ε, ad triãgulũ α δ ε, (per 1 sexti) sicut autẽ γ ε, ad ε α, sic triangulũ γ δ ε, ad triangulũ α δ ε, (per eandẽ) & sicut igitur (per 11 quinti) triangulũ β δ ε, ad triangulũ α δ ε, sic triangulum γ δ ε, ad triangulũ α δ ε. Vtrũq; igitur ipsorũ β δ ε, & γ δ ε, triangulorũ, ad α δ ε, eandem habet rationem (per 9 quinti.) Aequale igitur (per eandem) est triangulũ β δ ε, triangulo γ δ ε, & in eadem sunt basi δ ε, æqualia autem triãgula & in eadem basi existentia, etiam in eisdem sunt parallelis (per 39 primi) parallelus igitur est δ ε, ipsi β γ. Si trianguli ad unum latus igitur acta fuerit parallelus aliqua recta linea, proportionaliter secat trianguli latera: & si trianguli latera proportionaliter secta fuerint, ipsas sectiones coniungens recta linea, parallelus erit ad reliquum trianguli latus: quod demonstrasse oportuit.*

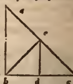


Euclid.ex Camp. *Propositio 3.*



SI ab aliquo angulorum triãguli linea recta ad basin ducta, angulum illum per æqualia secet, duas partes ipsius basis reliquis eiusdem trianguli lateribus proportionales esse. Si uerò duæ partes basis quas linea ab angulo ducta distinguit, reliquis trianguli lateribus proportionales fuerint, lineam illam angulum per æqualia diuidere necessariò comprobatur.

CAMP. Sit trigonus a b c, cuius angulum a diuidat linea a d per æqualia, dico quòd proportio b d ad d c, est sicut b a ad a c, & econuerso: protrahã enim b e, æquidistantem a d, & producam c a, quousq; concurrat cum b e, in puncto e, eritq; per primam partem 29 primi, angulus e b c, æqualis angulo b a d: & per secũdam partem eiusdem, angulus c, angulo d a c: quare angulus e, est æqualis angulo e b a, ergo per sextam primi, e a est æqualis a b: & ideo per primam partem septimi quinti, proportio e a ad a c, est sicut b a ad a c: sed per præmissam, e a, ad a c, est sicut b d ad d c. ergo b a ad a c, sicut b d ad d c, quod est primum. Secunda pars quæ est conuersa primæ partis, probabitur conuerso modo. Manente enim eadem dispositione, si fuerit proportio b a ad a c, sicut b d ad d c, quia per præmissam e a ad a c est sicut b d ad d c, erit eadem proportio e a ad a c, quæ est b a ad a c, ergo primam partem 9 quinti e a & a b sunt æquales. quare per 5 primi duo anguli e & e b a, sunt æquales: igitur per primam & secũdam partem 29 primi, angulus b a d, est æqualis angulo d a c: quod est secundum.



Euclid.ex Zamb. *Theorema 3.* *Propositio 3.*

Si trianguli angulus bifariàm secetur, dispescens autem angulum recta linea secuerit & basin basis segmenta, eandem habebunt rationẽ reliquis ipsius trianguli lateribus: & si basis segmenta eandem habuerint rationem reliquis ipsius triãguli lateribus, à uertice ad sectionẽ coniuncta

iuncta recta linea bifariàm dispescit ipsius trianguli angulum.

THEON ex Zāb. *Sit triangulū αβγ, seceturq́; (per 9 primi) angulus βαγ, bifariàm per rectam lineam αδ. Dico quòd est sicut βδ, ad γδ, sic est βα, ad αγ. Excitetur enim (per 31 primi) per γ, ipsi δα, parallelus γε, & extensa βα, ei concurrat in ε, & quoniam in parallelos αδ & εγ, recta linea αγ, cecidit, angulus igitur αγε, (per 29 primi,) æqualis est angulo γαδ. Sed angulo γαδ, is qui est sub βαδ, supponitur æqualis, & angulus igitur βαδ, ei qui sub αγε, est angulo, est æqualis. Rursus quoniam in parallelos αδ, & εγ, recta linea cecidit βαε (per 28 primi) angulus exterior βαδ, æqualis est angulo interiori αεγ: ostensum autē est quòd angulus αγε, angulo βαδ, est æqualis, & angulus αγε igitur, angulo αεγ, est æqualis, quare & latus αε, lateri αγ, (per 6 primi) est æquale. Et quoniam trianguli βγε, ad unum latus εγ, parallelus acta est αδ, proportionalis igitur est (per 2 sexti,) & (per 11 quinti) sicut βδ, ad δγ, sic βα, ad αε. Aequalis autem est, αε, ipsi αγ. est igitur sicut βδ, ad δγ, sic βα ad αγ. Sed esto sicut βδ, ad δγ. sic βα, ad αγ, & connectatur αδ. Dico quòd bifariàm secatur angulus βαγ, per rectam lineam αδ. Eisdem nanq; dispositis, quoniam est sicut βδ, ad δγ, sic est βα, ad αε, sed sicut βδ, ad δγ, sic βα, ad αε, (per secundā sexti,) trianguli enim βγε, ad unum latus εγ, acta est parallelus αδ, & sicut igitur βα, ad αγ, sic βα, ad αε, (per 9 quinti,) æqualis igitur est αγ, ipsi αε, quare & angulus qui sub αεγ, (per quintam primi,) ei qui est sub αγε, est æqualis. Sed qui est sub αεγ, (per 29 primi) exteriori qui est sub βαδ, est æqualis, angulus autem αγε, ei qui uicißim est sub γαδ, angulo est æqualis: igitur βαδ, æqualis est angulo γαδ. Angulus igitur βαγ, bifariàm discinditur sub αδ, recta linea. Si trianguli angulus igitur bifariàm secetur, cum autē dispescens recta linea secuerit & basin: basis segmenta eandem habebunt rationem reliquis trianguli lateribus, & si basis segmenta eandem habuerint rationem reliquis trianguli lateribus, à uertice ad basin cōiuncta recta linea bifariàm secat ipsius trianguli angulum: quod erat demonstrandum.*

Euclid. ex Camp. *Propositio 4.*

4 OMnium duorum triangulorū, quorū anguli unius angulis alterius sunt æquales, latera æquos angulos continentia sunt proportionalia.

CAMPANVS. Sint duo trianguli a b c, d e f æquianguli: sitq́; angulus a æqualis angulo d: & angulus b, angulo e: & angulus c angulo f: dico quòd proportio d e ad a b, & d f ad a c: est sicut e f ad b c: ponam enim ambos triangulos super lineam unam quæ sit e c, ita quòd duo anguli unius qui erunt super hanc lineam, sint æquales duobus alterius, qui erunt super eandem: non quidem medius medio aut extremus extremo: sed medius unius, extremo alterius: & ponam duos eorum medios angulos in eodem puncto coire, sitq́; a f c, ipse idem triangulus qui erat a b c: & quia angulus a f c est æqualis angulo e, & angulus d f e angulo c per hypothesin: erit per primā partem 28 primi, linea a f æquidistans d e, & d f æquidistans a c: complebo igitur superficiem æquidistantium laterum, quæ sit g f: eritq́; per 34 primi, g a æqualis d f, & g d æqualis a f. Quia ergo per secundam huius g a ad a c, sicut e f ad f c, & per eandem e f ad f c sicut e d ad d g: erit per 7 quinti d f ad a c: & per eandem e d ad f a, sicut e f ad f c: quod est propositum.

Euclid. ex Zamb. *Theorema 3.* *Propositio 4.*

4 Aequiangulorum triangulorum proportionalia sunt latera, quæ circum æquales angulos, & similis sunt rationis quæ æqualibus angulis latera subtenduntur.

THEON ex Zamb. *Sint triangula æquiangula αβγ, & δγε, æquum habentia angulum qui sub αβγ ei qui sub δγε est angulo, & angulum qui sub βαγ ei qui sub γδε, & insuper angulum qui sub αγβ ei qui sub δεγ. Dico quòd triangulorum αβγ & δγε latera sunt proportionalia, quæ circum æquales sunt angulos: eiusdemq́; rationis, quæ æqualibus angulis latera subtenduntur. Ducatur enim in rectam lineam βγ, ipsi γε. Et quoniam anguli αβγ & αγβ duobus rectis sunt minores (per decimamseptimam primi)*

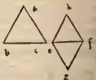
æqualis

æqualis autem est angulus αγβ, ei qui est sub δεγ angulo: anguli igitur αβγ & δεγ, duobus rectis sunt minores. Igitur βα & εδ productæ, in congressum ueniunt. Congrediātur, conueniantq; in ζ: & quoniā per hypothesin angulus δγε, angulo αβγ est æqualis: parallelus est (per 28 primi) βζ ipsi γδ. Rursus quoniā per hypothesin, angulus αγβ æqualis est angulo δεγ: parallelus est, per 28 primi, αγ ipsi ζε. Parallelogrāmum igitur est ζαδγ. Aequalis igitur est ζα, ipsi δγ, & αγ ipsi ζδ. Et quoniā per 2 sexti, triāguli βζε ad latus unū ζε parallelus acta est αγ: est igitur sicut βα ad αζ, sic βγ ad γε. Aequalis autē est αζ ipsi γδ. Sicut igitur, per 11 quinti, βα ad γδ, sic βγ ad γε: & uicißim, per 16 quinti, sicut αβ ad βγ, sic δγ ad γε. Rursus quoniam parallelus est γδ ipsi βζ: est igitur, per 2 sexti, sicut βγ ad γε, sic ζδ ad δε. Aequalis autem est ζδ ipsi αγ. Sicut igitur βγ ad γε, sic αγ ad δε: uicißim igitur, per 16 quinti, sicut βγ ad γα, sic γε ad εδ. Quoniam igitur demonstratum est, quòd sicut αβ ad βγ, sic δγ ad γε: sicut autem βγ ad γα: sic γε ad εδ: ex æquali igitur, per 22 quinti, sicut βα ad αγ, sic γδ ad δε. Proinde æquiangulorum triangulorū proportionalia sunt, quæ circum æquales angulos sunt latera, eiusdemq; rationis, quæ æqualibus angulis latera subtenduntur: quod fuit demonstrandum.

Euclid. ex Camp. Propositio 5.


Mnium duorum triangulorū, quorum cūctorum laterum sese respicientium est proportio una, anguli lateribus proportionalibus contenti, æqui sibijnuicem esse probantur.

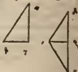
CAMPANVS. Hæc est conuersa prioris. Nec fecit ex ea & præmissa unam conclusionem, sicut fecit in 2 & 3 huius: quia nec eadem figuratione, nec eisdem medijs demonstratur, quibus præcedens. Sint itaq; duo trianguli a b c, d e f, sitq; proportio a b ad d e, & a c ad d f, sicut b c ad e f. dico quòd angulus a, est æqualis āgulo d, & angulus b angulo e, & angulus c angulo f. Constituā super lineam e f, in opposita parte trianguli d e f, angulum f e g æqualem angulo b, & angulum e f g æqualē angulo c, eritq; per 32 primi, angulus g, æqualis angulo a: ergo per præmissam, proportio a b ad e g, & a c ad f g, sicut b c ad e f, quare a b ad d e, sicut ad e g, & a c ad d f, sicut ad f g, igitur per secūdam partem 9 quinti, d e, est æqualis e g. & per eandem d f, æqualis f g, quare per 8 primi, duo trianguli d e f, & g e f, sunt æquianguli, quia ergo triangulus g e f, est etiam æquiangulus triangulo a b c, constat propositum.



Euclid. ex Zamb. Theorema 5. Propositio 5.

Si duo triangula, latera proportionalia habuerint, æquiangula erunt triangula, & æquales habebunt angulos, sub quibus eiusdem rationis latera subtenduntur.

THEON ex Zamb. *Sint bina triangula αβγ & δεζ, latera proportionalia habentia: sicut αβ ad βγ, sic δε ad εζ: sicutq; βγ ad γα, sic εζ ad ζδ. Et præterea sicut βα ad αγ, sic εδ ad δζ. Dico quòd æquiangulū est αβγ triangulum, triangulo δεζ: æqualesq; habebūt angulos, sub quibus eiusdem rationis latera subtenduntur: hoc est, angulum αβγ angulo δεζ: & angulum βγα angulo εζδ, & insuper angulum βαγ, angulo εδζ. Constituatur per 23 primi, enim ad rectam lineam εζ, ad signaq; in ea εζ, angulo quidem αβγ æqualis angulus ζεη, angulo autē αγβ æqualis qui est sub εζη. Reliquus igitur angulus qui sub βαγ, reliquo quē sub εηζ est æqualis: æquiangulum igitur est triangulum αβγ, triangulo ζεη. Triangulorū igitur αβγ & εηζ proportionalia sunt latera, quæ circum æquales sunt angulos, per 4 sexti, eiusdemq; triangulis latera subtenduntur. Est igitur sicut αβ ad βγ, sic ηε ad εζ. Sed sicut αβ, ad βγ, sic supponitur δε ad εζ. Igitur sicut δε ad εζ, sic ηε ad εζ, utrūq; igitur ipsorū δε & ηε, ad εζ eandē habet rationē. Aequalis igitur, p 9 quinti, est δε, ipsi εη. Id propterea & δζ, ipsi ζη est æqualis. Quoniā igitur æqualis est δε ipsi εη, cōmunis autē εζ, duæ igitur δε & εζ duabus ηε & εζ sunt æquales, & basis δζ basi ζη est æqualis. Angulus igitur δεζ, p 8 primi, angulo ηεζ est æqualis, & triangulum δεζ (per 4 primi) triangulo ηεζ est æquale, & reliqui anguli reliquis angulis æquales erunt, sub quibus æqualia latera subtenduntur. Aequalis igitur est angulus δζε angulo ηζε, & angulus εδζ angulo εηζ. Et quoniam angulus ζεδ angulo ηζε est æqualis, sed angulus ηεζ angulo αβγ: & angulus αβγ igitur ei qui sub ζεδ angulo est æqualis. Id propterea & angulus αβγ angulo δζε est æqualis: & insuper angulus qui ad α & qui ad δ. Aequiangulum igitur est triangulum αγβ, triangulo δεζ. Si bina triangula igitur, latera proportionalia habuerint, æquiangula erunt triangula, & æquales habebunt angulos, sub quibus eiusdē rationis latera subtēduntur: quod erat demonstrandum.*

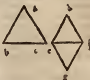


Euclid. ex Camp. *Propositio 6.*



6 Mnes duo triãguli, quorum unus angulus unius uni angulo alterius æqualis, lateraq; illos duos æquos angulos continentia proportionalia, sunt inter se inuicem æquianguli.

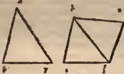
CAMPANVS. Maneat prior dispositio, & sit solũ angulus b, æqualis angulo d e f, & proportio a b ad d e, sicut b c ad e f: dico adhuc duos triangulos a b c, d e f esse æquiangulos. Cùm sit prima per 4 huius propter hypotheses præmissæ conclusionis, a b ad e g, sicut b c ad e f: erit a b ad d e, sicut a b ad e g: quare per secundam partem nonæ quinti d e, est æqualis e g. Quia ergo duo latera d e & e f trigoni d e f sunt æqualia duobus lateribus e g & e f trigoni g e f, & angulus e unius angulo e alterius, quia uterq; est æqualis angulo b: ipsi erunt per quartam primi, æquianguli: & quia e g f est etiam æquiangulus a b c, patet propositum.



Euclid. ex Zamb. Theorema 6. Propositio 6.

6 Si bina triangula unum angulũ uni angulo æqualem habuerint, & circũ æquales angulos latera proportionalia, æquiangula erũt triãgula, & æquales habebũt angulos, sub quibus eiusdẽ rationis latera subtẽdũtur.

THEON ex Zamb. *Sint bina triangula αβγ, δεζ, unum angulum qui sub βαγ, uni angulo qui sub εδζ, æqualem habentia, & quæ circum æquales angulos latera proportionalia, sicut βα, ad αγ, sic εδ, ad δζ. Dico quod triangulum αβγ, æquiangulũ est ipsi triangulo δεζ, & æqualem habebit angulum αβγ, angulo δεζ, & angulum αγβ, angulo δζε. Constituatur enim (per 23 primi,) ad rectã lineam δζ, ad signaq; in ea δζ, utriq; ipsorum βαγ & εδζ, æqualis angulus ζδη, angulo autem αγβ, æqualis angulus δζη, reliquus igitur angulus qui ad β, reliquo angulo qui ad η est æqualis. Aequiangulum igitur est triangulum αβγ, triangulo δηζ. Proportionaliter igitur est, sicut βα, ad αγ, sic ηδ, ad δζ, (per 4 sexti.) Receptum autem est, quòd sicut βα, ad αγ, sic εδ, ad δζ, & sicut igitur (per 11 quinti) εδ, ad δζ, sic ηδ, ad δζ. Aequalis igitur est (per 9 quinti) εδ, ipsi δη. Et communis δζ. Duæ iam εδ, & δζ, duabus ηδ, & δζ, sunt æquales, & angulus εδζ, (per hypothesin) angulo ηδζ, est æqualis. Basis igitur εζ, (per 4 primi) basi ηζ est æqualis, & triangulum δεζ, (per eandem) triangulo ηδζ est æquale, & reliqui anguli reliquis angulis æquales erunt alter alteri, sub quibus æqualia latera subtenduntur. Aequalis igitur est angulus δζη, angulo δζε, & qui ad η, ei qui ad ε. Sed angulus qui sub δζη, ei qui sub αγβ, est æqualis, & angulus αγβ, igitur ei qui sub δζε, est æqualis. Receptum autem est, quòd angulus βαγ, ei qui sub εδζ est, angulo æqualis est, & reliquus igitur qui ad β, reliquo qui ad ε, est æqualis, æquiãgulum igitur est triangulum αβγ, triangulo δεζ. Si bina triangula igitur unum angulũ uni angulo æqualem habuerint, circum uerò æquales angulos latera proportionalia: æquiangula erunt ipsa triãgula, & æquales habebunt angulos, sub quibus eiusdem rationis latera subtenduntur: quod demonstrasse oportuit.*

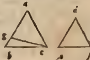


Euclid. ex Camp. *Propositio 7.*



7 I fuerint duo triãguli, quorum unus angulus unius uni angulo alterius æqualis, duoq; suorũ reliquorũ angulorum lateribus proportionalibus cõtenti, duorũ uerò demum reliquorũ uterq; aut neuter recto ãgulo minor, necesse est illos duos triangulos omnibus suis angulis inter se inuicem æquiangulos esse.

CAMPANVS. Sint duo triãguli a b c, d e f, sitq; angulus a, æqualis angulo d, & proportio a c ad d f, sicut c b ad f e, & uterq; duorum angulorum b & e, aut neuter, sit minor recto, dico eos esse æquiãgulos. Si enim angulus c unius, est æqualis angulo f alterius, patet propositũ per præmissam. Sin autẽ, sit c maior, fiatq; angulus a c g, æqualis eidẽ, eritq; per 32 primi, triangulus a g c, æquiangulus triangulo d e f, quare per quartã huius, proportio a c, ad f d sicut



ficut g c, ad d f, fed fic fuit b c ad e f, ergo per nonam quinti, g c & b c, funt æquales, ergo per quintam primi angulus b, eft æqualis angulo b g c. Si ergo neuter duorum angulorum b & e fuerit minor recto: accidet duos angulos unius trianguli non effe minores duobus rectis. quod effe non poteft per 17 primi. Quòd fi uterque fuerit minor recto, erit angulus a g c maior recto per 11 primi: quare & angulus e fibi çqualis, eft etiam recto maior, quod eft contra hypothefin: quare deftructo oppofito remanet propofitum. Oportet autem utrūq; angulorum reliquorum, aut neutrum, effe minorem recto: poffibile enim eft in eodem triangulo, ut in triangulo a b c, lineam g c effe æqualem b c: & ideo erit a c ad utramq; earum una proportio per 7 quinti. Nec tamen erunt trianguli a g c & a b c æquianguli, quamuis unus angulus unius fit æqualis uni angulo alterius, imò idem ut angulus a: & proportio lineæ a c prout eft latus magni ad a c prout eft latus parui: ficut b c latus magni ad g c latus parui: utraq; enim æqualis, & hoc eft, propter hoc quod angulus g minoris, eft maior recto: & angulus b minoris minor. Nam in omni triãgulo duum æqualium laterum uterq; angulorum qui funt ad bafin, eft minor recto.

Euclid. ex Camp. *Theorema 7.* *Propofitio 7.*

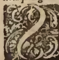
Si bina triangula unum angulum uni angulo æqualem habuerint, 7
circum autem alios angulos latera proportionalia, reliquorum uerò utrunque fimul aut minorem aut non minorem recto, æquiangula erunt triangula, & çquales habebunt angulos, circum quos proportionalia funt latera.

THEON ex Zamb. *Sint bina triangula αβγ & δεζ, unum angulum uni angulo æqualem habentia, eum fcilicet qui fub βαγ ei qui eft fub εδζ. Circum autem alios angulos αβγ & δεζ, latera proportionalia ficut αβ ad βγ, fic δε ad εζ.* Reliquorum uerò qui ad γ, ζ, primo utrunq; fimul maiorem recto. Dico *quòd æquiangulum eft αβγ triangulum, ipfi δεζ triangulo: & æqualis erit angulus αβγ, angulo δεζ: & reliquus qui ad γ, reliquo qui ad ζ. Si enim inæqualis eft angulus αβγ, ei qui fub δεζ eft angulo, alter eorũ maior eft: fit maior angulus αβγ, & conftituatur (per 23 primi) ad αβ rectam lineam, ad fignumq; in ea β, ipfi δεζ angulo æqualis angulus αβη. Et quoniam æqualis eft angulus qui ad α ei qui eft ad δ, & angulus αβη ei qui fub δεζ: reliquus igitur angulus αηβ reliquo angulo δζε eft æqualis. Aequiangulum igitur eft triangulum αβη, triangulo δεζ. Eft igitur (per 4 fexti) ficut αβ ad βη, fic δε ad εζ. Sicutq; δε ad εζ * recipitur, fic*

ὑποκεῖται *αβ ad βγ. Et ficut igitur (per 11 quinti) αβ ad βγ, fic αβ ad βη. Igitur (per 9 quinti) γβ, ad utrunq; ipforũ βγ & βη, eandem habet rationem, æqualis igitur eft βγ ipfi βη. Quare per quintam primi, & angulus qui ad βηγ, angulo qui fub βγη eft æqualis: fed minor recto fubijciatur angulus qui ad γ: minor igitur recto eft angulus qui fub βηγ. Quare (per 13 primi) & * altrinfecus ipfi angulus αηβ, maior eft recto: & oftẽfum*

ἐφεξῆς *eft quòd æqualis eft ei qui ad ζ: & qui ad ζ igitur, maior eft recto. Subijcitur autem minor recto, quod eft abfurdum. Igitur inæqualis minimè eft angulus αβγ, angulo δεζ. Aequalis autem eft & qui ad α fignũ ei qui ad δ: & reliquus qui ad γ igitur, reliquo qui ad ζ eft æqualis. Aequiangulum igitur eft triangulũ αβγ, triangulo δεζ. Sed rurfus fupponatur uterq; eorum qui ad γ ζ, non minor recto. Dico rurfus quòd & fic eft æquiangulum triangulum αβγ, triangulo δεζ. Eifdem nempè difpofitis, fimiliter demonftrabimus quòd æqualis eft βγ, ipfi βη: quare & angulis qui ad γ, ei qui fub βηγ eft æqualis. At non minor recto eft angulus qui ad γ: neq; igitur minor recto eft angulus qui eft fub βηγ. Trianguli igitur βηγ (per 17 primi) duo anguli duobus rectis non funt minores, quod eft impoßibile. Non igitur rurfus inæqualis eft angulus αβγ, angulo δεζ, æqualis igitur: eft autem angulus qui ad α, ei qui ad δ æqualis. Reliquus igitur qui ad γ, reliquo qui ad ζ eft æqualis. Aequiangulum igitur eft triangulum αβγ, triangulo δεζ. Si bina igitur triangula unum angulum uni angulo æqualem habuerint, circum autem alios angulos latera proportionalia, reliquorũ uerò utrunq; fimul uel minorem uel non minorem recto: æquiangula erunt triangula, & æquales habebunt angulos, circum quos proportionalia funt latera: quod oportuit demonftraffe.*

Euclid. ex Camp. *Propofitio 8.*



I ab orthogonij angulo recto, ad bafin linea perpendicularis ducatur, fient duo trianguli partiales toti triangulo & fibijnuicem fimiles. 8

CORRE-

CORRELARIVM.

Vndeetiam manifestum est,quia in omni triangulo rectangulo,si ab eius angulo recto ad basin perpendicularis ducatur,erit ipsa perpẽdicularis inter duas sectiones ipsius basis proportionalis:itemq; utrũq; latus inter totam basin atq; sibi conterminalem basis portionem.

CAMPANVS. Sit trigonus a b c,orthogonus,eiusq; angulus a,rectus,à quo ducatur a d perpendicularis ad basin,dico quòd uterque duorum triangulorum partium,qui sunt a b d,a d c,similis est totali triangulo a b c,& unus eorum alteri:est enim uterque ipsorum æquiangulus totali per 32 primi,eo quòd uterque est orthogonius & in uno angulo communicat cum totali, quare & sibi inuicem sunt æquianguli,ita quòd angulus b est ęqualis angulo d a c, & angulus b a d angulo c,& duo anguli qui sunt ad d,sibi inuicem,& angulo a totali æquales, quare per 4 huius,latera æquos eorum angulos respicientia,sunt proportionalia:ergo per diffinitionem sunt similes,quod est propositum. Vtrunq; correlarium ex his euidenter apparet.



Euclid.ex Zamb. *Theorema 8.* *Propositio 8.*

Si in triangulo rectangulo ab angulo recto in basin perpendicularis agatur,quę ad perpendicularẽ triangula,similia sunt toti & adinuicem.

THEON *ex Zamb. Sit triangulũ rectangulũ α β γ, rectum habens eum qui sub β α γ, angulũ, & excitetur (per 12 primi) ab α in β γ, perpendicularis α δ. Dico quòd simile est utrunq; ipsorum α β δ, & α δ γ triangulorũ, toti α β γ, & insuper adinuicẽ. Quoniã enim (per 4 postulatũ) equalis est angulus β α γ, angulo α δ β, rectus enim uterque est, cõmunis autẽ est ipsorũ duorũ triangulorũ α β γ, & α β δ, angulus qui ad β, reliquus igitur angulus α γ β, reliquo β α δ, est equalis (per 32 primi.) Aequiangulũ igitur est triangulum α β γ, triangulo α β δ. Est igitur (per 4 sexti) sicut γ β, subtendens angulũ rectum α β γ, triãguli ad β α, subtendentem rectum angulũ ipsius α β δ trianguli: sic eadem α β, subtendens angulũ qui ad γ, trianguli α β γ, ad β δ, subtendentem equalem angulũ β α δ, ipsius α β δ, trianguli, & insuper α γ, ad α δ, subtendentẽ angulũ qui ad β, communẽ duorum triangulorũ. Triangulũ igitur α β γ, triãgulo α β δ, equiangulũ est (per 7 sexti) & quæ circum equales angulos sunt, latera proportionalia habet. Simile igitur est triangulũ α β γ, triangulo α β δ, (per 1 diffinitionẽ sexti.) Similiter iam ostẽdemus quòd & triangulo α δ γ, simile est triangulũ α β γ, utrunque igitur ipsorũ α β δ, & α δ γ, triangulorũ simile est toti α β γ. Dico etiam quòd & adinuicem sunt similia triangula α β δ, & α δ γ, Quoniam enim rectus angulus β δ α, recto angulo α δ γ, est equalis (per 4 postulatum) sed et angulus β α δ, ei qui ad γ ostensum est, quod est æqualis: reliquus igitur qui ad β, reliquo qui sub δ α γ, est æqualis. Aequiangulũ igitur est triangulũ α β δ, triangulo α δ γ, est igitur sicut β δ, ipsius α β δ, trianguli subtendens angulũ qui sub β α δ, ad δ α ipsius α δ γ, trianguli subtendentẽ angulum qui ad γ, equalem ei qui sub β α δ, sic ipsa α δ, trianguli α β δ, subtendens angulum qui ad β, ad δ γ, subtendentem angulum qui sub δ α γ, ipsius trianguli α δ γ, equalem ei qui ad β, & insuper β α ad α γ, subtendens rectos angulos. Simile igitur est triangulum α β δ, triangulo α δ γ. Si in rectangulo triangulo igitur ab angulo recto in basim perpendicularis agatur, triangula quæ circum perpendicularem similia sunt toti & adinuicem: quod demonstrasse oportuit.*



CORRELARIVM. *Ex hoc manifestum est, quòd si in rectangulo triangulo ab angulo recto in basin perpendicularis agatur: acta, ipsius basis segmẽtis media proportionalis. Et insuper ipsius basis & uniuscuiusq; segmentorũ, latus quod ad segmentum, medium proportionale est: quod erat demonstrãdum.*

Euclid.ex Camp. *Propositio 9.*



Vabus lineis propositis tertiam inter eas sub proportionalitate continua collocare.

CAMPANVS. Sint duæ lineæ propositæ a b & c, inter quas uolo unam lineam in proportionalitate cõtinua collocare. Adiungã unam earum alteri,sitq; tota ex eis cõposita a d,ita quòd b d, sit æqualis c,& super totam describo semicirculum a e d,& produco b e usque ad circunferentiam perpendicularem ad lineam a d, dico lineam b e, esse quam quærimus: produco enim li-



ficut g c, ad d f, fed fic fuit b c ad e f, ergo per nonam quinti, g c & b c, funt æquales, ergo per quintam primi angulus b, eft æqualis angulo b g c. Si ergo neuter duorum angulorum b & e fuerit minor recto: accidet duos angulos unius trianguli non effe minores duobus rectis. quod effe non poteft per 17 primi. Quòd fi uterque fuerit minor recto, erit angulus a g c maior recto per 11 primi: quare & angulus e fibi æqualis, eft etiam recto maior, quod eft contra hypothefin: quare deftructo oppofito remanet propofitum. Oportet autem utrũq; angulorum reliquorum, aut neutrum, effe minorem recto: poffibile enim eft in eodem triangulo, ut in triangulo a b c, lineam g c effe æqualem b c: & ideo erit a c ad utramq; earum una proportio per 7 quinti. Nec tamen erunt trianguli a g c & a b c æquianguli, quamuis unus angulus unius fit æqualis uni angulo alterius, imò idem ut angulus a: & proportio lineæ a c prout eft latus magni ad a c prout eft latus parui: ficut b c latus magni ad g c latus parui: utraq; enim æqualis, & hoc eft, propter hoc quod angulus g minoris, eft maior recto: & angulus b minoris minor. Nam in omni triãgulo duum æqualium laterum uterq; angulorum qui funt ad bafin, eft minor recto.

Euclid. ex Camp. *Theorema 7.* *Propofitio 7.*

Si bina triangula unum angulum uni angulo æqualem habuerint, circum autem alios angulos latera proportionalia, reliquorum uerò utrunque fimul aut minorem aut non minorem recto, æquiangula erunt triangula, & ęquales habebunt angulos, circum quos proportionalia funt latera. 7

THEON ex Zamb. *Sint bina triangula αβγ & δεζ, unum angulum uni angulo æqualem habentia, eum fcilicet qui fub βαγ ei qui eft fub εδζ. Circum autem alios angulos αβγ & δεζ, latera proportionalia ficut αβ ad βγ, fic δε ad εζ. Reliquorum uerò qui ad γ, ζ, primo utrunq; fimul maiorem recto. Dico quòd æquiangulum eft αβγ triangulum, ipfi δεζ triangulo: & æqualis erit angulus αβγ, angulo δεζ: & reliquus qui ad γ, reliquo qui ad ζ. Si enim inæqualis eft angulus αβγ, ei qui fub δεζ eft angulo, alter eorũ maior eft: fit maior angulus αβγ, & conftituatur (per 23 primi) ad αβ rectam lineam, ad fignumq; in ea β, ipfi δεζ angulo æqualis angulus αβη. Et quoniam æqualis eft angulus qui ad α ei qui eft ad δ, & angulus αβη ei qui fub δεζ: reliquus igitur angulus αηβ reliquo angulo δζε eft æqualis. Aequiangulum igitur eft triangulum αβη, triangulo δεζ. Eft igitur (per 4 fexti) ficut αβ ad βη, fic δε ad εζ. Sicutq; δε ad εζ* recipitur, fic αβ ad βγ. Et ficut igitur (per 11 quinti) αβ ad βγ, fic αβ ad βη. Igitur (per 9 quinti) αβ, ad utrunq; ipforũ βγ & βη, eandem habet rationem, æqualis igitur eft βγ ipfi βη. Quare per quintam primi, & angulus qui ad βηγ, angulo qui fub βγη eft æqualis: fed minor recto fubijciatur angulus qui ad γ: minor igitur recto eft angulus qui fub βηγ. Quare (per 13 primi) & * altrinfecus ipfi angulus αηβ, maior eft recto: & oftẽfum eft quòd æqualis eft ei qui ad ζ: & qui ad ζ igitur, maior eft recto Subijcitur autem minor recto, quod eft abfurdum. Igitur inæqualis minimè eft angulus αβγ, angulo δεζ. Aequalis autem eft & qui ad α fignũ ei qui ad δ: & reliquus qui ad γ igitur, reliquo qui ad ζ eft æqualis. Aequiangulum igitur eft triangulũ αβγ, triangulo δεζ. Sed rurfus fupponatur uterq; eorum qui ad γ ζ, non minor recto. Dico rurfus quòd & fic eft æquiangulum triangulum αβγ, triangulo δεζ. Eifdem nempè difpofitis, fimiliter demonftrabimus quòd æqualis eft βγ, ipfi βη: quare & angulis qui ad γ, ei qui fub βηγ eft æqualis.*

ὑποκειται

ἐφεξῆς

At non minor recto eft angulus qui ad γ: neq; igitur minor recto eft angulus qui eft fub βηγ. Trianguli igitur βηγ (per 17 primi) duo anguli duobus rectis non funt minores, quod eft impoßibile. Non igitur rurfus inæqualis eft angulus αβγ, angulo δεζ, æqualis igitur: eft autem angulus qui ad α, ei qui ad δ æqualis. Reliquus igitur qui ad γ, reliquo qui ad ζ eft æqualis. Aequiangulum igitur eft triangulum αβγ, triangulo δεζ. Si bina igitur triangula unum angulum uni angulo æqualem habuerint, circum autem alios angulos latera proportionalia, reliquorũ uerò utrunq; fimul uel minorem uel non minorem recto: æquiangula erunt triangula, & æquales habebunt angulos, circum quos proportionalia funt latera: quod oportuit demonftraffe.

Euclid. ex Camp. *Propofitio 8.*



Si ab orthogonij angulo recto, ad bafin linea perpendicularis ducatur, fient duo trianguli partiales toti triangulo & fibijnuicem fimiles. 8

CORRE-

CORRELARIVM.

Vnde etiam manifestum est, quia in omni triangulo rectangulo, si ab eius angulo recto ad basin perpendicularis ducatur, erit ipsa perpẽdicularis inter duas sectiones ipsius basis proportionalis: itemq; utrũq; latus inter totam basin atq; sibi conterminalem basis portionem.

CAMPANVS. Sit trigonus a b c, orthogonus, eiusq; angulus a, rectus, à quo ducatur a d perpendicularis ad basin, dico quòd uterque duorum triangulorum partium, qui sunt a b d, a d c, similis est totali triangulo a b c, & unus eorum alteri: est enim uterque ipsorum æquiangulus totali per 32 primi, eo quòd uterque est orthogonius & in uno angulo communicat cum totali, quare & sibi inuicem sunt æquianguli, ita quòd angulus b est æqualis angulo d a c, & angulus b a d angulo c, & duo anguli qui sunt ad d, sibiinuicem, & angulo a totali æquales, quare per 4 huius, latera æquos eorum angulos respicientia, sunt proportionalia: ergo per diffinitionem sunt similes, quod est propositum. Vtrunq; correlarium ex his euidenter apparet.

Euclid. ex Zamb. *Theorema 8.* *Propositio 8.*

Si in triangulo rectangulo ab angulo recto in basin perpendicularis agatur, quæ ad perpendicularẽ triangula, similia sunt toti & adinuicem.

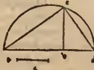
THEON *ex Zamb. Sit triangulũ rectangulũ α β γ, rectum habens eum qui sub β α γ, angulũ, & excitetur (per 12 primi) ab α in β γ, perpendicularis α δ. Dico quòd simile est utrunq; ipsorum α β δ, & α δ γ triangulorũ, toti α β γ, & insuper adinuicẽ. Quoniã enim (per 4 postulatũ) æqualis est angulus β α γ, angulo α δ β, rectus enim uterque est, cõmunis autẽ est ipsorũ duorũ triangulorũ α β γ, & α β δ, angulus qui ad β, reliquus igitur angulus α γ β, reliquo β α δ, est æqualis (per 32 primi.) Aequiangulũ igitur est triangulum α β γ, triangulo α β δ. Est igitur (per 4 sexti) sicut γ β, subtendens angulũ rectum α β γ, trãguli ad β α, subtendentem rectum angulũ ipsius α β δ trianguli: sic eadem α β, subtendens angulũ qui ad γ, trianguli α β γ, ad β δ, subtendentem æqualem angulũ β α δ, ipsius α β δ, trianguli, & insuper α γ, ad α δ, subtendentẽ angulũ qui ad β, communẽ duorum triangulorũ. Triangulũ igitur α β γ, triãgulo α β δ, æquiangulũ est (per 7 sexti) & quæ circum æquales angulos sunt, latera proportionalia habet. Simile igitur est triangulũ α β γ, triangulo α β δ, (per 1 diffinitionẽ sexti.) Similiter iam ostẽdemus quòd & triangulo α δ γ, simile est triangulũ α β γ, utrunque igitur ipsorũ α β δ, & α δ γ, triangulorũ simile est toti α β γ. Dico etiam quòd & adinuicem sunt similia triangula α β δ, & α δ γ, Quoniam enim rectus angulus β δ α, recto angulo α δ γ, est æqualis (per 4 postulatum) sed et angulus β α δ, ei qui ad γ ostensum est, quod est æqualis: reliquus igitur qui ad β, reliquo qui sub δ α γ, est æqualis. Aequiangulũ igitur est triangulũ α β δ, triangulo α δ γ, est igitur sicut β δ, ipsius α β δ, trianguli subtendens angulũ qui sub β α δ, ad δ α ipsius α δ γ, trianguli subtendentẽ angulum qui ad γ, æqualem ei qui sub β α δ, sic ipsa α δ, trianguli α β δ, subtendens angulum qui ad β, ad δ γ, subtendentem angulum qui sub δ α γ, ipsius trianguli α δ γ, æqualem ei qui ad β, & insuper β α ad α γ, subtendens rectos angulos. Simile igitur est triangulum α β δ, triangulo α δ γ. Si in rectangulo triangulo igitur ab angulo recto in basim perpendicularis agatur, triangula quæ circum perpendicularem similia sunt toti & adinuicem: quod demonstrasse oportuit.*

CORRELARIVM. *Ex hoc manifestum est, quòd si in rectangulo triangulo ab angulo recto in basin perpendicularis agatur: acta, ipsius basis segmẽtis media proportionalis. Et insuper ipsius basis & uniuscuiusq; segmentorũ, latus quod ad segmentum, medium proportionale est: quod erat demonstrãdum.*

Euclid. ex Camp. *Propositio 9.*



Vabus lineis propositis tertiam inter eas sub proportionalitate continua collocare.

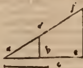


CAMPANVS. Sint duæ lineæ propositæ a b & c, inter quas uolo unam lineam in proportionalitate cõtinua collocare. Adiungã unam earum alteri, sitq; tota ex eis cõposita a d, ita quòd b d, sit æqualis c, & super totam describo semicirculum a e d, & produco b e usque ad circunferentiam perpendicularem ad lineam a d, dico lineam b e, esse quam quærimus: produco enim li-

neas e a & e d, eritq; per 30 tertij, angulus e totalis, rectus: quare per primam partē correlarij præmissæ, proportio a b ad b e, sicut b e ad b d: quod est propositum.

Euclid. ex Camp. *Propositio 10.* 10

Duabus lineis datis, tertiam eis in continua proportionalitate subiungere.



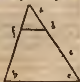
CAMPANUS. Sint duæ lineæ propositæ a b & c: quibus uolo tertiam in continua proportionalitate subiungere. Coniungo lineam c angulariter ut contingit, cum linea a b sitq; a d, ei æqualis. & produco lineā a b usq; ad e, donec fiat b e æqualis a d: & protracta linea b d, à puncto e duco lineam sibi æquidistantem, quam & lineam a d: produco quousq; concurrant in puncto f, dico igitur lineam d f, esse quam quærimus: est enim per secundam huius, proportio a b ad b e, sicut a d ad d f: sed a b ad b e, est sicut a b ad a d, per 2 partem 7 quinti. quare a b ad a d, sicut a d ad d f: quod est propositum.

CAMPANI *additio.* Quòd si propositis tribus lineis uelimus inuenire quartam, ad quam sit proportio tertiæ sicut primæ ad secundam: ex prima & secunda fiat linea una, & toti compositæ tertia angulariter adiungatur, & à communi termino primæ & secundæ, ducatur linea ad extremitatem tertiæ. & ab altero termino secundæ ducatur huic lineæ æquidistans: quousq; concurrat cum tertia in continuum rectumq; protracta. eritq; per secundam huius, linea quam hæc æquidistans abscindet: quæ quæritur, quemadmodum si in hac figura fuerit prima a b, secunda b e, tertia a d, erit quarta d f.

Euclid. ex Camp. *Propositio 11.* 11



B assignata linea, quotamcūq; iubearis, partem abscindere.

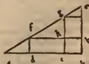


CAMPANUS. Sit a b linea assignata, ab ea uolo aliquotam partem utpote tertiam abscindere, coniungo ei angulariter ut contingit lineam indefinitę quantitatis, quę sit a c: à qua reseco tres æquas portiones, quæ sunt a d, d e, & e c, & produco lineas c b & d f, sibi æquidistantes: dico a f esse tertiam a b: est enim per secundam huius, proportio c d ad d a, sicut b f ad f a, quare coniūctim c a ad d a, sicut b a ad f a. Cùm igitur c a sit tripla ad d a, patet a f esse tertiam a b: quod est propositum.

Euclid. ex Camp. *Propositio 12.* 12



Vabus lineis propositis, altera indiuisa, altera per partes diuisa, indiuisam quidem admodum diuisæ diuidere.



CAMPANUS. Sint duæ lineæ quas angulariter ut, continget coniungam a b & a c, sitq; a b diuisa in tres uel qualescunque portiones: signatis in ea punctis d & e, uolo secundum easdem portiones diuidere lineam a c: cùm igitur ipsas angulariter coniunxero, protraham lineam b c & æquidistantes ei d f & e g, dico istas æquidistantes diuidere lineam a c in partes proportionales partibus a b, protraham enim f a æquidistantem a b, quæ secet e g in puncto k, eritq; per secundam huius, proportio g f ad f a: sicut e d ad d a, & c g ad g f: sicut h k ad k f, quare & sicut b e ad e d, per 34 primi & secundam partem 7 quinti, quod est propositum. Oportet autem secundam huius toties repetere: quot erunt partes lineæ a b, minus una. At uerò 34 primi & septimam quinti, minus duabus.

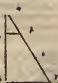
Quinque sequentes, ex Zamberto Euclidis propositiones, præpostero ordine, quatuor ex Campano præcedentibus respondent, nona undecimæ, decima duodecimæ, undecima & duodecima decimæ cū additione, decimatertia nonæ.

Euclid.

Euclid. ex Zamb. Problema 1. Propositio 9.

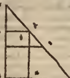
9 Data recta linea, imperatam partem abscindere.

THEON ex Zamb. *Sit data recta linea αβ, oportet iam ex ipsa αβ, imperatā partem abscindere. Imperetur tertia, & ducatur ab α recta linea αγ, faciens angulum cum αβ, & sumatur contingens signum super αγ, sitq; illud δ, & ponatur ipsi αδ, (per 2 primi) æqualis δε, & εγ, & connectatur βγ, & per δ, ipsi βγ, (per 31 primi) parallelus excitetur δζ. Quoniam igitur trianguli αβγ, ad unum latus βγ, acta est ζδ, parallelus, proportionalis igitur est (per 2 sexti) sicut γδ, ad δα, sic βζ ad ζα, dupla autem est γδ, ipsius δα, dupla est igitur & βζ, ipsius ζα. Tripla enim est βα, ipsius αζ. Data igitur recta linea αβ, imperata tertia pars ablata est αζ: quod demonstrasse oportuit.*



Euclid. ex Zamb. Problema 2. Propositio 10.

10 Datā rectam lineam non sectam, datę rectæ lineę sectæ similiter secare.

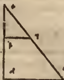


THEON ex Zamb. *Sit quidem data recta linea non secta αβ, secta verò sit αγ, oportet iam lineam αβ, nō sectam, secare similiter lineæ αγ, sectæ. Sit linea αγ, secta in signis quidem δε, & sitæ sint, ut angulum contingentem comprehendant, & connectatur βγ, et per δε, ipsi βγ, paralleli excitentur δζ, & εη, (per 31 primi) & per δ, ipsi αβ, parallelus excitetur δθκ, (per eandem) parallelogrammū igitur est utrunq; ipsorum ζθ, & θβ, æqualis igitur est quidē δθ, ipsi ζη, & θκ ipsi ηβ, & quoniā trianguli δκγ, ad unum laterū κγ, recta linea acta est θε, proportionaliter igitur parallelus (per 2 sexti) sicut γε, ad εδ, sic κθ, ad θδ, æqualis autem est κθ, ipsi βη, & θδ, ipsi ηζ. Est igitur (per 2 quinti) sicut γε, ad εδ, sic βη, ad ηζ. Rursus quoniam trianguli αηε, ad unū latus ηε, parallelus acta est ζδ, proportionaliter igitur est (per 2 sexti) sicut εδ, ad δα, sic ηζ, ad ζα. patuit autem quod sicut γε, ad εδ, sic βη, ad ηζ. Est igitur sicut quidem γε, ad εδ, sic βη, ad ηζ, sicut autem εδ, ad δα, sic ηζ, ad ζα. Data igitur recta linea non secta αβ, datæ rectæ lineæ sectæ αγ, similiter secta est: quod facere oportebat.*

Euclid. ex Zamb. Problema 3. Propositio 11.

11 Duabus datis rectis lineis, tertiam proportionalem inuenire.

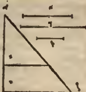
THEON ex Zamb. *Sint duæ datæ rectæ lineæ, βα, & αγ, & sitæ sint angulum comprehendentes contingentem, oportet ipsis βα, & αγ, tertiam proportionalem inuenire. Producantur enim αβ & αγ, ad signa δε, & ponatur (per 2 primi) ipsi αγ, æqualis βδ, & connectatur βγ, & per δ (per 31 primi) ipsi βγ, parallelus excitetur δε. Quoniā igitur triāguli αδε, ad unū latus δε, acta est, parallelus βγ, proportionaliter est (per 2 sexti) sicut αβ, ad βδ, sic αγ ad γε, æqualis autem est βδ, ipsi αγ, est igitur sicut αβ, ad αγ, sic αγ, ad γε. Duabus igitur datis rectis lineis αβ, & αγ, tertia proportionalis eis inuenta est γε: quod oportebat facere.*



Euclid. ex Zamb. Problema 4. Propositio 12.

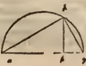
12 Tribus datis rectis lineis, quartam proportionalem inuenire.

THEON ex Zāb. *Sint datæ tres rectæ lineæ αβγ, oportet ipsis αβγ quartam proportionalem inuenire. Ponātur duæ rectæ lineæ δε, & δζ: angulum contingentem comprehendentes eum qui est sub εδζ, & ponatur (per 2 primi) ipsi quidē α, æqualis δη, ipsi autem β, æqualis ηε, & insuper ipsi γ, æqualis δθ, & coniuncta ηθ, parallelus ei excitetur (per 31 primi) per ε, sitq; εζ. Quoniam igitur trianguli δεζ, ad unum latus εζ, acta est parallelus ηθ, igitur (per 2 sexti) est sicut δη, ad ηε, sic δθ, ad θζ, æqualis autem est δη, ipsi α, & ηε, ipsi β, & δθ, ipsi γ: est igitur sicut α ad β, sic γ ad θζ. Tribus igitur datis rectis lineis αβγ, quarta proportionalis inuēta est θζ: quod oportebat facere.*



Euclid. ex Zamb. Problema 5. Propositio 13.

13 Duabus datis rectis lineis, mediam proportionalem inuenire.



THEON ex Zamb. *Sint duæ rectæ lineæ αβ et βγ, oportet iam ipsarū*

ηζ, & βγ, mediā proportionalē inuenire. Disponatur (per 14 primi) in rectas lineas, describaturq́; super αγ semicirculus αδγ, & excitetur (per 11 primi) à signo β, ipsi αγ, ad angulos rectos βδ, et connectantur αδ, & δγ. Quoniam (per 31 tertij) in semicirculo angulus, qui est sub αδγ, rectus est, & quoniam in rectangulo triangulo αδγ, à recto angulo in basin perpendicularis deducta est δβ, igitur per correlarium octauæ sexti) δβ, ipsius basis segmentis αβ, & βγ, media proportionalis est. Duabus igitur datis rectis lineis αβ & βγ, media proportionalis inuenta est δβ: quod fecisse oportuit.

Euclid. ex Camp. *Propositio 13.*

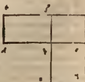


SI duæ ſuperficies æquidiſtantiū laterum, quarū unus angulus unius uni angulo alterius æqualis, æquales fuerint latera duos æquos angulos continentia mutekeſia eſſe. Si uerò latera duos æquos angulos cōtinentia, mutekeſia fuerint, duas ſuperficies æquales eſſe neceſſe eſt. 15

CAMPANVS. Sint duæ ſuperficies a b c d & c e f g, æquidiſtantium laterum & æquales, ſitq; angulus c unius, æqualis angulo c alterius, dico proportionem b c ad e g, eſſe ſicut e c ad c d, & ſi proportio b c ad c g fuerit ſicut e c ad c d, & prædicti anguli fuerint adhuc æquales, dico illas duas ſuperficies æquidiſtātiū laterum, eſſe æquales. Coniungam enim eas angulariter, uidelicet angulū c unius, cū angulo c alterius, ita quòd duo latera eacū quæ ſunt b c & c g fiant linea una erūtq; ſimiliter duo reliqua latera d c & c e linea una, alioqui ſequeretur per præſentē hypotheſin, quæ eſt angulū c unius eſſe æqualē angulo c alterius, & per 15 primi, partem eſſe æqualē toti, complebo itaq; ſuperficiē æquidiſtantiū laterum, productis lineis a d & f g, quouſq; concurrant in h, eritq; per primam partem 7 quinti, utriuſq; ſuperficiei a d c & c f ad ſuperficiem c h proportio una, et quia per primam huius proportio ſuperficiei a c ad ſuperficiem c h, ſicut lineæ b c ad lineam c g, & ſuperficiei c f ad eandem ſuperficiem c h, ſicut e c ad c d, manifeſta eſt prima pars propoſitæ concluſionis. Secūda pars ſic patet, per primam enim huius, eſt proportio b c ad c g, ſicut a c ad c h, & e c ad c d, ſicut c f ad eandē c h, & quia poſitum eſt quòd proportio b c eſt ad c g ſicut e c ad d: erit utriuſq; duarum ſuperficierum a c & e g ad ſuperficiem c h una proportio, ergo per primam partem 9 quinti, a c, eſt æqualis c f: ſicq; patet ſecunda pars.

Euclid. ex Zamb. *Theorema 8.* *Propoſitio 13.*

Aequalium, & unum uni æqualem habentium angulum parallelogrammorum reciproca ſunt latera, quæ circū æquales angulos & quorum parallelogrammorum unum uni angulo æqualem habentium reciproca ſunt latera, quæ circum æquales angulos, ea quoque ſunt æqualia. 15



THEON ex Zamb. *Sint æqualia parallelogramma αβ, & βγ, æquales habentia angulos qui ad β, & conſtituātur (per decimamquartam primi) in rectas lineas δβ & βε, in rectas lineas igitur ſunt ζβ, & βη. Dico quòd ipſorum αβ, & βγ, reciproca ſunt latera, quæ circum æquales angulos, hoc eſt quod ſicut eſt δβ, ad βε, ſic eſt ηβ, ad βζ. Compleatur nanq; parallelogrammum ζε. Quoniam igitur (per hypotheſin) æquum eſt αβ, parallelogrammum ipſi βγ, parallelogrāmo, aliud autem quoddam ζε, eſt igitur (per ſeptimam quinti) ſicut αβ, ad ζε, ſic βγ, ad ζε. Sed ſicut quidem αβ, ad ζε, ſic δβ, ad βε, ſicutq; βγ, ad ζε, ſic ηβ, ad βζ, & ſicut igitur (per 11 quinti) δβ, ad βε, ſic ηβ, ad βζ. Ipſorum igitur αβ, & βγ, parallelogrammum reciproca ſunt latera, quæ circum æquales angulos.*

Verùm ſint latera reciproca quæ circū æquales ſunt angulos, eſtoq; ſicut δβ ad βε, ſic ηβ ad βζ. Dico quòd æquale eſt parallelogrammum αβ ipſi βγ, parallelogrammo. Quoniam enim eſt ſicut δβ, ad βε, ſic ηβ, ad βζ, ſed ſicut quidem δβ, ad βε, ſic (per 1 ſexti) αβ, parallelogrammum ad ζε, parallelogrammū, ſicut autem ηβ, ad βζ, ſic βγ parallelogrammum ad ζε, & ut igitur (per 11 quinti) αβ, ad ζε, ſic βγ ad ζε, æquum igitur

igitur est α β, parallelogrammum, ipsi β γ, parallelogrammo. Aequalium igitur & æquiangulorum parallelogrammorum reciproca sunt latera: quæ circum æquales angulos: & quorum æquiangulorum parallelogrammorum reciproca sunt latera, quæ circum æquales angulos, ea quoq; sunt æqualia: quod demonstrasse oportuit.

Euclid. ex Camp. *Propositio* 14.

14 I duo trianguli quorum unus angulus unius uni angulo alterius æqualis, æquales fuerint, latera duos angulos æquos continentia erunt mutekesia. Si uerò latera duos ęquos angulos continentia fuerint mutekesia, duo trianguli æquales esse comprobantur.

CAMPANVS. Sint duo trianguli a b c, c d e, æquales, sitq; angulus c unius, æqualis angulo c alterius, dico proportionem a c ad c e, esse sicut d c ad c b: & si fuerit proportio a c ad c e, sicut d c ad c b, & prædictū anguli fuerint adhuc æquales, dico illos duos triangulos esse æquales. Coniungam enim eos angulariter ita quòd latera a c & c e, fiant linea una, eruntq; similiter b c & c d, linea una, aliter sequeretur partem esse æqualem toti per 15 primi, & protraham lineam b e, eritq; per primam partem 7 quinti, utriusq; dictorum triangulorū ad triangulum c b e, proportio una, & quia per primam huius, primi eorum ad ipsum est, sicut a c ad c e, & secundi eorum ad eundem sicut d c ad c b, manifesta est prima pars propositę conclusionis. Secunda pars econuerso probatur, quia a c ad c e est sicut primi trianguli ad triangulum b c e & d c ad c b, sicut secūdi ad eundem, per primam huius, & quia positum est ut sit a c ad c e, sicut d c ad c b, erit utriusq; dictorum triangulorum ad triangulū b c e una proportio, quare per primam partem 9 quinti, ipsi sunt æquales, sicq; patet secunda pars.

Euclid. ex Zamb. *Theorema* 10. *Propositio* 15.

15 Aequalium & unum uni ęqualem habentiū angulum triangulorum reciproca sunt latera, quæ circum æquales angulos, & quorun unū uni angulum æqualem habentium triāgulorum reciproca sunt latera, quæ circum æquales angulos, ea quoque sunt æqualia.

THEON *ex Zamb. Sint æqualia triangula α β γ, & α δ ε, unum uni æqualem habentia angulū, eum scilicet qui sub β α γ: ei qui sub δ α ε. Dico quòd ipsorum α β γ, & α δ ε, triangulorum reciproca sunt latera: quæ circum æquales angulos, hoc est sicut γ α, ad α δ, sic ε α, ad α β. Constituantur enim (per 14 primi) in rectas lineas γ α, ipsi α δ. In directum igitur est ε α, ipsi α β, & connectatur β δ. Quoniam igitur (per hypothesin) æquum est triangulum α β γ, triangulo α δ ε, aliud autem quoddam β α δ, est igitur (per 7 quinti) sicut triangulū β α γ, ad ipsum β α δ triangulum, sic triangulum ε α δ, ad triangulum β α δ. Sed sicut quidem α β, ad β α δ, sic γ α, ad α δ, sicut autem (per primā sexti) ε α δ, ad β α δ, sic ε α, ad α β, & sicut igitur (per 11 quinti) γ α ad α δ, sic ε α, ad α β. Triangulorum igitur α β γ, & α δ ε, reciproca sunt latera: quæ circum æquales angulos. Verùm reciproca sint latera ipsorum α β γ, & α δ ε, triangulorū, estoq; sicut γ α, ad α δ, sic ε α, ad α β. Dico quòd æquum est triangulum α β γ, triangulo α δ ε. Connexa enim rursus β δ, quoniam est sicut γ α, ad α δ, sic ε α, ad α β, sed sicut quidem γ α, ad α δ, sic triangulum α β γ, ad triangulum β α δ: sicut autem ε α, ad α β, sic triangulum ε α δ, ad triangulum β α δ: sicut igitur triangulum α β γ, ad triangulum β α δ, sic triangulum ε α δ, ad triangulum β α δ. Vtrunq; igitur ipsorum α β γ, & ε α δ, ad β α δ, eandem habet rationem. Aequum igitur est (per nonam quinti) triangulum α β γ triangulo ε α δ. Aequalium igitur & unum uni æqualem habentium angulum triangulorum reciproca sunt latera, quæ circum æquales angulos. Et quorum unum uni æqualem habentium angulum triangulorū reciproca sunt latera, quæ circum æquales angulos: ea quoq; sunt æqualia, quod demonstrasse oportuit.*

Euclid. ex Camp. *Propositio* 15.

15 I fuerint quatuor lineæ ꝓportionales, quod sub prima & ultima rectangulū cōtinetur, æquum erit ei quod sub duabus reliquis. Si uerò quod sub prima & ultima cōtinetur, ęquū fue-

rit ei quod duabus reliquis continetur rectangulũ, quatuor lineas proportionales esse conuenit.

CAMPANVS. Sint quatuor lineæ a b c d proportionales, sitq; proportio a ad b, sicut c ad d, dico quòd superficies coontenta sub a & d, æqualis est superficiei contentæ sub b & c, & superficies cõtenta sub a & d, est æqualis superficiei coontentæ sub b & c. Et superficies contenta sub a & d est æqualis soperficiei contentæ sub b & c, dico quòd proportio a ad b est sicut c ad d. Fiaot enim superficies contenta sub a & d, & superficies contenta sub b & c. Si ergo est proportio a ad b sicut c ad d, latera illarum superficierum erunt mutekesia, sed & anguli ab eis contenti æquales: quia utraq; est rectorum angulorum, quare per secundam partem 13 huius, ipsi sunt æquales: quod est primum. Secundũ patet per primam partem eiusdem, si enim ipsæ sunt æquales, quia omnes anguli earum sunt recti, latera earum erunt mutekesia, quare proportio a ad b, sicut c ad d, quod est secundum.

Euclid. ex Zamb. *Theorema 11.* *Propositio 16.*

Si quatuor rectæ lineæ proportionales fuerint, quod sub extremis comprehensum rectangulum, æquum est ei quod sub medijs continetur rectangulo. Et si sub extremis comprehensum rectangulũ æquum fuerit ei quod sub medijs continetur rectangulo, quatuor rectæ lineæ proportionales erunt.

THEON ex Zamb. *Sint quatuor rectæ lineæ proportionales αβ γδ ε ζ, sicut αβ ad γδ, sic ε ad ζ. Dico quòd sub ipsis αβ, & ζ, comprehensum rectangulum, æquum est ei quod sub γδ, & ε, continetur rectangulo. Excitetur enim (per 11 primi) ab α γ, signis, ipsis αβ, et γδ, rectis lineis, ad angulos rectos αη, & γθ, ponatur (per secundam primi) ipsi ζ, æqualis αη, ipsi autem ε, æqualis γθ, compleanturq; ηβ, & θδ, parallelogramma. Et quoniam est sicut αβ ad γδ, sic est ε, ad ζ, æqualis autem est ε, ipsi γθ, & ζ, ipsi αη, est igitur sicut αβ, ad γδ, sic γθ, ad αη. Igitur (per 14 sexti) βη, & δθ, parallelogrammorum reciproca sunt latera, quæ circum æquales angulos. Quorum autem parallelogrãmorum æquiangulorum reciproca sunt latera quæ circum æquales angulos, ea quoq; sunt æqualia. Aequum igitur est parallelogrammum βη, ipsi δθ, parallelogrammo, & est βη, id quod sub αβ, & ζ, æqualis enim est αη, ipsi ζ. At δθ, id est quod sub γδ, & ε, æqualis enim est γθ, ipsi ε. Igitur quod sub αβ, & ζ, cõtinetur rectangulũ: æquum est ei quod sub γδ, & ε, continetur rectangulo. Sed iam quod sub αβ, & ζ, comprehenditur rectangulum, æquum esto ei quod sub γδ, & ε, continetur rectangulo. Dico quòd quatuor rectæ lineæ proportionales erunt, sicut αβ, ad γδ, sic ε, ad ζ. Eisdem nanq; constructis quoniam quod sub αβ, & ζ, æquũ est ei quod sub γδ, & ε, et est quidem quod sub αβ & ζ, ipsius βη, æqualis enim est αη, ipsi ζ, quod autem sub γδ, & ε, est ipsum δθ, æqualis enim est γθ, ipsi ε, igitur βη, æquum est ipsi δθ, & æquiangula sunt. Aequalium autem & æquiangulorum parallelogrammorum (per 14 sexti) reciproca sunt latera, quæ circum æquales angulos. Est igitur (per 10 quinti) sicut αβ, ad γδ, sic γθ, ad αη, æqualis autem est γθ, ipsi ε, & αη, ipsi ζ: est igitur sicut αβ, ad γδ, sic ε, ad ζ. Si quatuor igitur rectæ lineæ proportionales fuerint, quod sub extremis comprehensum rectangulum, æquum est ei quod sub medijs comprehenditur rectangulo, & si quod sub extremis comprehenditur rectangulum, æquum fuerit ei quod sub medijs continetur rectangulo, ipsæ quatuor rectæ lineæ proportionales erunt: quod oportebat demonstrare.*

Euclid. ex Camp. *Propositio 16.*



I fuerint tres lineæ proportionales, quod sub prima & tertia rectangulum continetur, æquum erit ei quod à secũda quadrato describitur. Si uerò quod sub prima et tertia cõtinetur, æquum ei quadrato quod à secunda producitur, ipsæ tres lineæ proportionales erunt. 16

CAMPA-

CAMPANVS. Sit proportio lineæ a ad lineam b, ficut lineę b ad lineam c, dico quòd fuperficies contenta fub a & c, æqualis eft quadrato b, & fi fuperficies contenta fub a & c eft ęqualis quadrato b, dico quòd proportio a ad b eft ficut b ad c, hoc autem eft euidens per præcedentem, pofita alia linea quæ fit æqualis b, ita quòd b fit in ratione fecundæ & tertiæ.

Euclid. ex Zamb. *Problema 12.* *Propofitio 17.*

17 Si tres rectæ lineæ proportionales fuerint, quòd fub extremis comprehēfum rectangulū, æquū eft ei quod à media quadrato. Et fi quòd fub extremis continetur rectangulum, æquum fuerit ei quod à media quadrato, ipfæ tres rectæ lineæ proportionales erunt.

THEON *ex Zamb. Sint tres rectæ lineæ proportionales* α β γ, *ficut* α *ad* β, *fic* β *ad* γ. Dico quòd *fub* α γ, *comprehenfum rectangulum, æquum eft ei quod ex* β *quadrato.* Ponatur (per 2 primi) *ipfi* β, *æqualis* δ. *Et quoniam eft (per hypothefin) ficut* α *ad* β, *fic* β *ad* γ, *æqualis autē eft* β, *ipfi* δ, *eft igitur (per 7 quinti) ficut* α *ad* β, *fic* δ *ad* γ. *Si quatuor autem rectæ lineæ proportionales fuerint, quod fub extremis comprehenfum rectangulum, æquum eft ei quod fub medijs continetur rectangulo (per 16 fexti.) Igitur quod fub* α γ, *æquum eft ei quod fub* β δ. *Sed quod fub* β δ, *id eft quod fit ex* β, *æqualis enim eft* β, *ipfi* δ. *Igitur quod fub* α γ, *comprehenditur rectangulum, æquum eft ei quod ex* β, *quadrato. Sed iam quod fub* α γ, *efto æquale ei quod ex* β. Dico quòd *eft ficut* α, *ad* β, *fic* β, *ad* γ. *Eifdem nanq; conftructis, quoniam quod fub* α γ, *æquum eft ei quod ex* β, *fed quod ex* β, *id eft quod fub* β δ, *æqualis enim eft* β, *ipfi* δ, *igitur quod fub* α γ, *æquū eft ei quod fub* β δ. *Si autē quod fub extremis æquū fuerit ei quod fub medijs, quatuor rectæ lineæ proportionales funt (per 16 fexti.) Eft igitur ficut* α, *ad* β, *fic* δ, *ad* γ. *Aequalis autem eft* β, *ipfi* δ, *ficut igitur* α *ad* β, *fic* β, *ad* γ. *Si tres igitur rectæ lineæ proportionales fuerint, quod fub extremis cōprehenditur rectangulū, æquum eft ei quod à media quadrato. Et fi quod fub extremis comprehenditur rectangulū, æquū fuerit ei quod à media quadrato, tres rectæ lineæ proportionales erunt: quod oportebat demonftrare.*

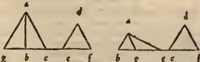
Euclid. ex Camp. *Propofitio 17.*

17 SI fuerint duo triāguli fimiles, proportio alterius ad alterū eft tanquā proportio cuiuslibet fui lateris ad fuum relatiuum latus alterius duplicata.

CORRELARIVM.

Manifeftum etiam ex hoc, quia omnium trium linearum continuè proportionalium quanta eft prima ad tertiam, tanta erit fuperficies conftituta fuper primam ad fuperficiem cōftitutam fuper fecundam, cùm fuerit ei fimilis in lineatione & creatione.

CAMPANVS. Sint duo trianguli a b c & d e f fimiles, eruntq; per primam diffinitionem, æquianguli, & laterū proportionaliū. Sit ergo angulus a, æqualis angulo d, & angulus b angulo e, & angulus c, angulo f, eritq; proportio a b ad d e, & a c ad d f, ficut b c ad e f, dico quòd proportio triāguli a b c ad triāgulum d e f, eft ficut proportio b c ad e f duplicata. Subiūgatur enim fecundum doctrinam 10 huius, duabus lineis b c & e f, tertia in cōtinua proportionalitate: quæ fit c g, protracta aut refecata c b, fi c g fuerit ea maior aut minor: & producatur linea g a, eritq; per fecundam partem 14 huius, triangulus a g c, æqualis triangulo d e f, propter id quod



angulo d g f, & angulum b K l ducta linea K l, ęqualem angulo d f e, eritq; perfectus pentagonus qui constituendus erat super lineam a b, est enim ęquiangulus dato pentagono propter ęqualitatem angulorum triangulorum, in quos est uterq; diuisus, sed & laterum proportionalium, propter proportionalitatem laterum ipsorum triangulorum, quæ ex 4 huius euidenter apparet, quare per diffinitionem similium superficierum, pentagonus constitutus super lineam a b, est similis pẽtagono dato: quod est propositum.

Tres ex Zamberto sequentes propositiones, tribus præcedentibus ex Campano, conuerso ordine respondent prima ultimæ, media primę, & ultima mediæ.

Euclid. ex Zamb. Problema 6. Propositio 18.

18 A data recta linea, dato rectilineo simile similitérque positum rectilineum describere.

THEON *ex Zamb. Sit data quidem recta linea αβ, datum uerò rectilineum γε, oportet iam à data αβ recta linea, ipsi γε rectilineo simile similiterq; positum rectilineum describere. Connectatur δζ, & constituatur (per 23 primi) ad αβ, rectam lineam, ad signaq; in ea α β, ei qui ad γ, est angulo æqualis angulus ηαβ ei autem qui est sub γδζ, æqualis angulus αβη: reliquus igitur qui sub γζδ, ei qui sub αηβ, est æqualis, æquiangulum igitur est ζγδ triangulum, ipsi ηαβ, triangulo (per 4 sexti,) proportionaliter igitur est sicut ζδ, ad ηβ, sic ζγ, ad ηα, & γδ, ad αβ. Rursus constituatur (per 23 primi) ad βη, rectam lineam, ad signaq; in ea βη, ei qui sub δζε, est angulo æqualis angulus βηθ, ipsi autem ζδε, qui est sub ηβθ. Reliquus igitur qui ad ε, reliquo qui ad θ est æqualis, æquiangulũ igitur est triangulũ ζδε, triangulo ηβθ, proportionaliter igitur est (per 4 sexti) sicut ζδ, ad ηβ, sic ζε, ad ηθ, & εδ, ad θβ: ostensum autem est quòd sicut ζδ, ad ηβ, sic ζγ, ad ηα, & γδ, ad αβ, & sicut igitur (per 11 quinti) γζ, ad αη, sic γδ ad αβ, & ζε ad ηθ, & insuper εδ ad θβ. Et quoniam æqualis est angulus γζδ, angulo αηβ, & angulus δζε, angulo βηθ, totus igitur qui sub γζε, toti qui sub αηθ, est æqualis. Propterea & qui sub γδε, ei qui sub αβθ æqualis. Est autem & qui ad γ, ei qui ad α æqualis, & qui ad ε, ei qui ad θ, æquiangulum igitur est αθ, ipsi γε, & ea quæ circum æquales angulos sunt latera, ei proportionalia habet. Simile igitur est (per primam diffinitionem sexti) αθ rectilineum, ipsi γε rectilineo. A data igitur recta linea αβ, dato rectilineo γε, simile similiterq; positum rectilineum descriptum est αθ: quod facere oportebat.*

Euclid. ex Zamb. Theorema 13. Propositio 19.

19 Similia triangula, adinuicem in dupla sunt ratione laterum similis rationis.

THEON *ex Zamb. Sint similia triangula αβγ, & δεζ, æqualem habentia eum qui ad β angulum, ei qui ad ε, sicutq; αβ, ad βγ, sic δε ad εζ, ita ut βγ, & εζ, similis rationis sint. Dico quòd triangulum αβγ, ad triangulum δεζ, duplicem habet rationem, quàm βγ, ad εζ. Sumatur nanq; (per 10 sexti,) ipsorum βγ, & εζ, tertia proportionalis βη, ut sit sicut βγ, ad εζ, sic εζ, ad βη connectaturq; αη. Quoniam igitur est sicut αβ ad βγ, sic δε ad εζ, uicissim igitur (per 16 quinti) sicut αβ ad δε, sic βγ, ad εζ. Sed sicut βγ ad εζ, sic est εζ, ad βη, & sicut igitur (per 11 quinti) αβ ad δε, sic εζ ad βη. Igitur (per 15 sexti) αβη, & δεζ, triangulorũ reciproca latera, quæ circum æquales angulos. Quorũ autem unũ uni æqualem habentium angulum triangulorum reciproca sunt latera quæ circum æquales angulos ea quoq; sunt æqualia (per eandem) Aequale igitur est triangulum αβη, triangulo δεζ: & quoniam est sicut βγ, ad εζ, sic εζ, ad βη: si autem tres rectæ lineæ proportionales fuerint, prima ad tertiam duplicem habebit rationem, quàm ad secundam, igitur βγ, ad βη, duplicem rationem habet, quàm ad εζ, (per 10 diffinitionem quinti. Sicut autem γβ, ad βη sic (per 1 sexti) αβγ triangulum ad αβη triangulum. Triangulum igitur αβγ ad αβη (per eandem diffinitionem) duplicem rationem habet, quàm βγ ad εζ. Aequale autem est triangulum αβη, triangulo δεζ. Igitur & triangulum αβγ, ad triangulum δεζ duplicem rationẽ habet, quàm βγ ad εζ. Similia igitur triangula, adinuicem in duplici ratione sunt similis rationis laterum: quod oportebat demonstrare.*

CORRE-

CORRELARIVM. Ex hoc utiq; manifestum est, quòd si tres rectæ lineæ proportionales fuerint, sicut prima ad tertiam, sic quòd à prima triangulum ad id quod est à secunda simile similiterq; descriptum: quoniam ostensum est quòd sicut γβ ad βη, sic triangulum αβγ ad triangulum δεζ: quod oportebat demonstrare.

Euclid. ex Zamb. Theorema 14. Propositio 20.

Similia polygona, in similia triangula diuiduntur, & in æqualia numero, & * æqua ratione totis, & polygonum ad polygonum duplicẽ rationem habet, quàm similis rationis latus ad similis rationis latus.

ὁμόλογα

THEON ex Zamb. Sint similia polygona, αβγδε & ζηθκλ: similis autem rationis, esto αβ ipsi ζη. Dico quòd αβγδε & ζηθκλ polygona, in similia triangula diuiduntur, & in æqualia numero, & * æqua ratione totis: & polygonum αβγδε ad polygonum ζηθκλ, duplam rationem habet, quàm αβ ad ζη. Connectantur βε, εγ, ηλ, & λθ: & quoniam polygonum αβγδε (per hypothesin) simile est polygono ζηθκλ: æqualis est angulus βαε ei qui sub ηζλ est angulo, & est sicut βα ad αε, sic ηζ ad ζλ. Quoniam igitur duo triangula sunt αβε & ζηλ unum angulum uni angulo æqualem habentia: circum autem æquales angulos latera proportionalia, æquiangulum igitur est (per sextam sexti) triangulum αβε triangulo ζηλ: quare et simile. Aequalis autem est & angulus αβε, angulo ζηλ: est autem & totus αβγ, toti ζηθ æqualis, propter similitudinem polygonorum. Reliquus igitur angulus εβγ, reliquo angulo ληθ est æqualis: & quoniã ob similitudinem ipsorum αβε & ζηλ triangulorum, est sicut εβ ad βα, sic λη ad ηζ, sed & propter similitudinem polygonorum est sicut αβ ad βγ, sic ζη ad ηθ: ex æquali igitur (per 22 quinti) est sicut εβ ad βγ, sic λη ad ηθ: & circum æquales angulos εβγ & ληθ, latera proportionalia sunt: æquiangulum igitur est (per 6 sexti) triangulum εβγ, triangulo ληθ. Quare & triangulum εβγ, ipsi triangulo ληθ est simile. Id propterea etiam (per 1 sexti diffinitionem) triangulum εγδ, simile est triangulo λθκ. Polygona igitur αβγδε & ζηθκλ, in similia triangula diuisa sunt, & æqualia numero. Dico insuper quòd similis rationis sunt totis, hoc est, quod sunt proportionalia, & quidem antecedentia αβε, εβγ & εγδ: sequentia autem illorum ζηλ, ληθ & λθκ, & quòd polygonum αβγδε, ad polygonum ζηθκλ, duplam rationem habet, quàm similis rationis latus, ad similis rationis latus, hoc est, αβ ad ζη. Connectantur enim αγ & ζθ: & quoniam propter similitudinem polygonorum, æqualis est angulus αβγ angulo ζηθ, & est sicut αβ ad βγ, sic ζη ad ηθ: æquiangulum est igitur (per sextam sexti) triangulum αβγ triangulo ζηθ: æqualis igitur est angulus βαγ, angulo ηζθ, & qui sub βγα, ei qui sub ηθζ: & quoniam æqualis est angulus βαμ angulo ηζν: patuit autem quòd angulus αβμ angulo ζην est æqualis: & reliquus igitur angulus αμβ, reliquo ζνη est æqualis. Aequiangulum igitur est (per 6 sexti) triangulum αβμ, triangulo ζην. Similiter quoq; ostẽdemus quòd & triangulum βμγ, æquiangulũ est triangulo ηνθ, proportionaliter igitur est (per 4 sexti) sicut quidem αμ ad μβ, sicut ζν ad νη. Sicut autẽ βμ ad μγ, sic ην ad νθ. Quare ex æquo (per 22 quinti) sicut αμ ad μγ, sic ζν ad νθ. Sed sicut αμ ad μγ, sic triangulum αβμ ad triangulũ μβγ, & αμε ad εμγ, ad seinuicẽ enim sunt, sicut bases (per 1 sexti) Et sicut unũ antecedentiũ ad unum sequentiũ (per 12 quinti) sic omnia antecedẽtia ad omnia sequẽtia. Sicut igitur (per cõuersionẽ primæ diffinitionis sexti) triãgulũ αμβ ad triãgulũ βμγ, sic αβε ad γβε. Sed sicut αμβ ad βμγ, sic αμ ad μγ: & sicut igitur (per 11 quinti) αμ ad μγ: sic triangulũ αβε ad triangulũ εβγ. Propterea & sicut ζν ad νθ, sic triãgulũ ζηλ ad triãgulũ ληθ. Estq; sicut αμ ad μγ, sic ζν ad νθ, & sicut igitur (per 11 quinti) triangulũ αβε ad triangulũ βεγ, sic triãgulũ ζηλ ad triangulũ ηλθ & uicißim (per 16 quinti) sicut triangulum αβε ad triangulũ ζηλ: sic triangulũ βεγ ad triangulum ηλθ. Similiter quoq; ostendemus connexis βδ & ηκ, quòd & sicut triangulum εβγ ad triangulum ληθ, sic triangulum εγδ ad triangulũ λθκ. Et quoniam est sicut triangulum αβε ad triangulũ ζηλ sic triangulũ εβγ ad triangulum ληθ, & etiam triangulũ εγδ ad triangulum λθκ, & sicut igitur (per 12 quinti) unũ antecedentium ad unũ sequentium: sic omnia antecedentia ad omnia sequentia. Est igitur sicut triangulum αβε ad triangulum ζηλ, sic polygonum αβγδε ad polygonum ζηθκλ. Sed triãgulũ αβε ad triangulũ ζηλ, duplã rationem habet, quàm αβ similis rationis latus ad ζη similis rationis latus. Similia enim triãgula in duplici ratiõe sunt similis rationis laterũ (per 19 sexti) & polygonũ igitur αβγδε ad polygonũ ζηθκλ, duplã habet rationẽ, quã αβ similis rationis lat⁹ ad ζη similis rationis latus. Similia igitur polygona

lygona in similia triangula diuiduntur, & * inæqualia numero, & æqua ratione totis, & polygonum ad polygonum duplam rationem habet, quam similis rationis latus ad similis rationis latus: quod demonstrare oportebat. ὁμόλογα

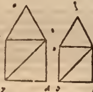
PRIMVM CORRELARIVM. Proinde in uniuersum manifestum est, quòd similes rectilineæ figuræ adinuicem in dupla sunt ratione similis rationis laterum, & si ipsarũ α β & ζ η proportionalem accipiamus ξ, ipsa α β ad ξ duplam habet rationẽ, quam α β ad ζ η: habet autẽ et polygonũ siue quadrilaterũ ad quadrilaterũ duplã rationẽ, quàm similis rationis latus ad similis rationis latus, hoc est α ζ ad ζ η: patuit autẽ hoc in triãgulis. Similiter autẽ & in similibus quadratis ostẽdetur, quod in duplici ratione sunt similis rationis laterũ, patuit autem & in triãgulis.





II CORR. Proinde etiã in uniuersum est manifestũ, quòd si tres rectæ lineæ proportionales fuerint, erit sicut prima ad tertiam: sic quæ à prima specie ad eam quæ à secunda similis & similiter descripta est.

ALITER. Demonstrabimus aliter & expeditius, similis rationis esse triangula. Instituãtur enim rursus α ζ γ δ ε, & ζ η θ κ λ polygona: & cõnectãtur β ε, β γ, ε γ, η λ, & λ θ. Dico quòd est sicut triangulum α β ε ad ζ η λ: sic ε β γ ad λ θ η, & γ δ ε ad θ κ λ. Quoniam enim simile est triangulum α β ε triangulo ζ η λ: igitur (per 19 sexti) triangulum α ζ ε ad ζ η λ duplam habet rationẽ quàm β ε ad η λ. Id propterea & triangulũ ε β γ, ad triangulum η λ θ duplam habet rationẽ, quàm β ε ad η λ. Est igitur sicut triangulum α β ε ad triangulũ ζ η λ, sic triangulum ε β γ, ad η λ θ. Rursus quoniam triangulum ε β γ, simile est triãgulo λ η θ: igitur ε β γ ad λ η θ duplam habet rationem quàm γ ε recta linea ad θ λ. Id propterea & triangulum ε γ δ duplam rationẽ habet ad triangulum λ θ κ, quàm γ ε ad θ λ. Est igitur sicut triangulum β ε γ ad λ η θ, sic γ δ ε ad λ θ κ. Patuit autem & sicut ε ζ γ ad λ η θ: sic α ζ ε ad ζ η λ & sicut igitur (per 12 quinti) α β ε ad ζ η λ, sic β ε γ ad η λ θ, & ε γ δ ad λ θ κ & sicut igitur (per 12 quinti) unum antecedentium ad unum consequentium: sic omnia antecedentia ad omnia consequentia: & reliqua ut in priore demonstratione: quod oportebat demonstrare.



Euclid. ex Camp. Propositio 20.

20 
I fuerint uni superficiei similes, quaslibet superficies sibijnuicẽ similes esse est.

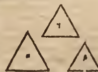
CAMPANVS. Sit uterq; pentagonorum a b c d e f, similis pentagono g h K: dico eos esse similes sibijnuicem. Est enim uterq; eorum æquiangulus pentagono g h K. per conuersionem diffinitionis similium superficierum: quare sunt æquianguli adinuicem. Similiter quoque per conuersionem eiusdem diffininonis, proportio a b ad g h, sicut a c ad g k, & g h ad d e, sicut g K ad d f: ergo per æquam proportionalitatem, a b ad d e, sicut a c ad d f. Eodem modo probabis reliqua latera pentagonorum a b c & d e f, connnentia æquos angu'os, esse proportionalia. Per diffinitionem itaq; similium superficierum, ipsi sunt similes adinuicem: quod est propositum.



Euclid. ex Zamb. Theorema 15. Propositio 21.

21 Quæ eidem rectilineo sunt similia, & adinuicem sunt similia.

THEON ex Zamb. Sit utrunq; ipsorum α β rectilineorum, simile ipsi γ. Dico quòd & α ipsi β est simile. Quoniam enim simile est α ipsi γ, æquiangulum est & ei (per conuersionem primæ diffinitionis sexti) et quæ circũ æquales angulos sunt latera, proportionalia habet. Rursus quoniam β simile est ipsi γ: æquiangulum igitur est & ei per eãdem & quæ circũ æquales sunt angulos latera proportionalia habet: utrunque igitur ipsorum α ζ, ipsi γ æquiangulum est (per 6 sexti) & quæ circa æquales sunt angulos latera habet proportionalia, quare per eãdem & α ipsi β æquiangulum est, & quæ circum æquales sunt angulos latera habet proportionalia. Simile igitur est ζ ipsi α: quod oportebat demonstrare.



Euclid.

Euclid. ex Camp. *Propositio 21.*

SI fuerint quotlibet lineę proportionales, atque super binas & binas similes superficies designentur, ipsæ quoque superficies erunt proportionales. Si uerò super binas & binas, similes superficies constitutæ fuerint proportionales, ipsas quoque lineas proportionales esse necesse est. 22

CAMPANVS. Sint quatuor lineæ proportionales, a, b, c, d, sitque proportio a ad b, sicut c ad d: dico quòd si superficies similes constituantur super a & b, utpote duo pentagoni similes, & aliæ similes constituantur super c & d, utpote duo anguli similes, erit proportio pẽtagonorum sicut triãgulorum. Quòd si fuerint pentagoni similes & similiter trianguli similes, fueritque proportio pentagoni ad pentagonũ sicut trianguli ad triangulum: dico quòd erit proportio a ad b sicut c ad d. Subiungantur enim lineis a & b, e, & lineis c & d, f, in cõtinua proportionalitate, sicut docet 10 huius: eritque per 22 quinti, & per æquam proportionalitatẽ a ad e, sicut c ad f: quia ergo per correlariũ 17 huius, proportio pentagonorum est sicut a ad e, & triangulorum sicut c ad f: erit proportio pentagonorum sicut triangulorum: & hoc est primum. Secũdum sic patet. Sint duo pentagoni similes, & duo trianguli similes, sitque proportio pentagonorum, sicut triangulorum: dico quòd proportio a ad b, est sicut c ad d. Sit enim c ad g, sicut a ad b: hoc enim qualiter fiat, dictum est supra 10 huius, & super g fiat sicut docet 19 huius, superficies similis illi quæ est constituta super lineam c: eritque per præmissam, similis ei quæ constituta est super lineam d: eritque etiam per primam partem huius 21, quæ proportio pentagoni a ad pentagonum b: eadem trianguli c ad triangulum g: sed eadem erat etiam trianguli c ad triangulum d: ergo per secundam partem 9 quinti, triangulus d, est æqualis triangulo g. Et quia sunt similes, erit linea g æqualis lineæ d, per primam partem 17 huius, cùm super lineas c d & g sint trianguli: uel secundum partem 18: cùm fuerint quælibet aliæ figuræ multiangulæ: æqualitas enim non producitur ex aliqua proportione duplicata uel triplicata uel quotieslibet sumpta, nisi ex æquali: erit itaque c ad d sicut a ad b: quod est propositum.

Euclid. ex Zamb. *Theorema 15.* *Propositio 22.*

Si quatuor rectæ lineæ proportionales fuerint, etiam quæ ab eis rectilinea similia similitérque descripta, proportionalia erunt. Et si ab ipsis rectilinea, proportionalia fuerint: ipsę quoque rectæ lineæ proportionales erunt. 22

THEON ex Zamb. *Sint quatuor rectæ lineæ αβ, γδ, εζ, & ηθ, sicut αβ ad γδ, sic εζ ad ηθ. Describanturque (per 18 sexti) ab ipsis αβ & γδ, similia similiterque posita rectilinea καβ & λγδ. Ab ipsis autem εζ & ηθ, per eandem similia similiterque posita rectilinea μζ & νθ. Dico quòd est sicut καβ ad λγδ, sic est μζ ad νθ. Sumatur enim inquã (per 11 sexti) ipsarum αβ & γδ, tertia proportionalis ξ: ipsarũ autẽ εζ & ηθ, tertia proportionalis ο, & quoniã est sicut αβ ad γδ, sic εζ ad ηθ, sicut autem γδ ad ξ, sic ηθ ad ο: ex æquali igitur (per 22 quinti) sicut αβ ad ξ, sic εζ ad ο. Sed sicut quidẽ αβ ad ξ, sic & καβ ad λγδ (per correlarium secundum 20 sexti.) Sicut autem εζ ad ο, sic μζ ad νθ. Sed iam esto, sicut καβ ad λγδ, sic μζ ad νθ. Dico quòd est sicut αβ ad γδ, sic εζ ad ηθ. Fiat enim (per 12 sexti) sicut αβ ad γδ, sic εζ ad πρ, & describatur (per 18 sexti) ex πρ, utrique ipsorum μζ et νθ simile, similiterque positum σρ. Quoniam igitur est sicut αβ ad γδ, sic εζ ad πρ, & descripta*

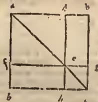
scripta sunt, ab ipsis quidem αβ, et γδ, similia similiterq; posita καβ, & λγδ, ab ipsis autē εζ, & ηθ, similia similiterq; posita μζ, et νθ, est igitur sicut καβ, ad λγδ, sic μζ, ad νθ, & sicut igitur (p 11 qnti) μζ, ad σρ, sic μζ, ad νθ. Igitur (per 9 quinti) ad utrunq; ζμ ipsorum νθ, & σρ, eadem habet rationem, æquale igitur est νθ, ipsi σρ. Est autem ei & simile similiter positum: æqualis igitur est ηθ, ipsi πρ. Et quoniam est sicut αβ, ad γδ, sic εζ, ad πρ, æqualis autem est πρ, ipsi ηθ, est igitur sicut αβ, ad γδ, sic εζ, ad ηθ. Si quatuor igitur rectæ lineæ proportionales fuerint, & quæ ab ipsis rectilinea similia similiterq; descripta, proportionalia erunt, & si ab ipsis rectilinea similia similiterq; descripta proportionalia fuerint, & ipsæ rectæ lineæ proportionales erunt: quod demonstrasse oportuit.

LEMMA. *Quod autem si rectilinea æqualia & similia fuerint similis rationis latera ipsorum æqualia inuicem sunt, sic demonstrabimus, sint æqualia & similia rectilinea νθ, & σρ, sitq; sicut θη, ad γσ, sic ρπ ad πσ. Dico quòd æqualis est ρπ, ipsi ηθ. Si autem inæquales sunt, earum altera maior est, sit maior ρπ, quàm θη, & quoniam est sicut ρπ, ad πσ, sic θη, ad ην, & uicißim quoq; (per 16 quinti) sicut ρπ, ad θη, sic πσ, ad ην, maior autem est ρπ, ipsa θη, maior igitur & πσ, quàm ην. Quare & ρσ, maius est ipso θν, sed & æquale (per hypothesin) quod est impoßibile, inæqualis igitur minimè est πρ, ipsi θη, æqualis igitur: quod demonstrasse oportuit.*

Euclid. ex Camp. **Propositio 22.**

22 VNctæ superficies æquidistantium laterum, quæ circa diametrum consistunt, toti parallelogrammo atque sibi inuicem sunt similes.

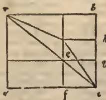
CAMPANVS. Sit ut in parallelogrammo b d cuius diameter a c, consistant superficies g h & f k æquidistantium laterum circa diametrum, dico eas esse similes toti parallelogrammo & sibi inuicem, est enim per secundam huius, b g ad g c, & d h ad h c, sicut a e ad e c, ergo coniunctim b c ad c g, & d c ad c h, sicut a c ad c e, quare per 11 quinti, b c ad c g: sicut d c ad c h. sed etiam sicut a b ad e g, cùm a b sit æqualis d c, & e g, ad h c, eodē modo erit a d ad e h, sicut a b ad e g, & d c ad h c: quia ergo ista parallelogramma sunt æquiangula, constat per diffinitionem similium superficierum g h esse simile b d. Simili quoq; modo probatur f k esse simile eidem, propter hoc quod b a ad a k & d a ad a f, est sicut c a ad a e per secundam huius & coniunctam proportionalitatem, quare per 20 huius, f k est etiam simile d h: sicq; patet totum.



Euclid. ex Camp. **Propositio 23.**

23 Si in suo spatio parallelogrammum partiale distinctū toti parallelogrammo simile atque secundum suum illius esse fuerit, circa eiusdem diametrum consistit.

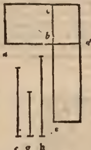
CAMPANVS. Sit ut in parallelogrammo b d sit distinctum parallelogrammum f g, quod sit ei simile, & secundū suum esse id est participans cum eo in angulo c, dico quòd parallelogrammum f g cōsistit circa diametrum parallelogrammi b d, & est hæc conuersa præcedentis: producam enim a e c, quæ si fuerit diameter parallelogrāmi b d, constat propositum. Sin autem sit a h c diameter eius, & ducatur h k: æquidistans f c, eritq; per præmissam parallelogrammū f k, simile parallelogrāmo b d, ergo per conuersionē diffinitionis similiū superficierū proportio b c ad k c, est sicut d c ad f c: sed per eandem conuersionē dictæ diffinitionis, proportio b c ad g c est sicut d c ad f c: propter id quod parallelogrammum f g, positum est simile parallelogrammo b d,



ergo per 11 quinti, proportio b c ad g c, est ficut b c ad k c, utraq; enim est ficut d c ad f e, quare per fecundam partem nonæ quinti, g c est æqualis K c pars uidelicet toti quod est impossibile. Erit igitur a e c diameter parallelogrammi b d, quod est propositum.

Euclid. ex Campano *Propofitio 24.*

Omnium duarum fuperficierum æquidiftantium laterum, quarum unus angulus unius uni angulo alterius, æqualis proportio alterius ad alteram, eft quæ producitur ex duabus proportionibus fuorũ laterum duos æquos angulos continentium. 24

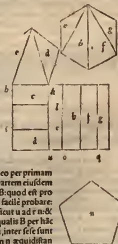


CAMPANVS. Sint duæ fuperficies æquidiftantiũ laterum a c & e d, fitq; angulus b unius, æqualis angulo b alterius, dico quòd proportio unius ad alteram producta eft ex proportione a b ad b d, & c b ad b e, difponã enim has duas fuperficies penitus ficut difpofui eas in 3 huius, adiuncto ad utranque parallelogrammo c d, & ponam ut proportio lineæ f ad lineam g, fit ficut a b ad b d, & g ad h ficut c b ad b e: qualiter enim hoc fiat, dictum eft fuprà 10 huius, eritq; per per primam huius & 11 quinti, a c ad c d, ficut f ad g, & c d ad d e, ficut g ad h, quare per 22 quinti, erit in æqua proportionalitate a c ad d e ficut f ad h: & quia f ad h producitur ex f ad g & g ad h, ut dictum eft in fine expofitionis 11 diffinitionis quinti: erit ut a c ad d e producatur ex eifdem: quare conftat propofitum.

Euclid. ex Camp. *Propofitio 25.*

Datæ fuperficiei fimilem, alij́q; propofitæ æqualem defignare. 25

CAMPANVS. Sint propofitæ duæ fuperficies rectilineæ: A pentagona, B hexagona: uolo facere unam fuperficiem fimilem A, & æqualem B, utranq; propofitarũ fupeficierum refoluo in triangulos. A quidem in triangulos a c d. B uerò in triangulos e b f g, & fuper bafin trianguli a, quæ fit h k: conftituo fecundum doctrinam 44 primi, fuperficiẽ æquidiftantiũ laterũ rectangulã æqualẽ c: quæ fit h l, & l m æqualẽ a, & m n æqualẽ d, ut fit tota fuperficies: æquidiftantiũ laterũ h n, conftituta fuper bafin k: æqualis pentagono h. Eodem modo fuper lineam k n quæ eft fecundum latus huius fuperficiei h n, conftituo aliam fuperficiem rectãgulam æqualem hexagono b: quia facio k o æqualem e, & o p æqualem l b, & p q æqualem f, & q r o æqualẽ g: ut fit tota rectãgula fuperficies n r æqualis hexagono B, & pono per 9 huius, lineam f t, proportionalem inter lineam h k & lineam k r, & fuper eam fecundũ doctrinam 19 huius, conftituo fuperficiem u fimilem fuperficiei A, dico ipfam effe quam quærimus, & æqualem fuperficiei B. Cùm enim tres lineæ h k f t & k r fint continuè proportionales, & fuper primam & fecundam fint conftitutæ fuperficies fimiles, uidelicet a & u, erit per correlarium 17 huius, A ad u, ficut h K ad k r: quare (per primam huius) ficut h n ad n r, & ideo per primam partem 7 quinti, ficut A ad n r, & propter hoc per fecundam partem eiufdem ficut A ad B: itaq; per fecundã partem 9 quinti, u eft æqualis B: quod eft propofitũ. Hoc etiam poffumus ex permutata proportionalitate facilè probare: quia cùm fit A ad n ficut h n ad n r, & permutatim a ad h n, ficut u ad r n: & quia A eft æqualis h n, erit u æqualis n r: quare u eft etiam æqualis B per hãc communem fcientiam: quæcunq; uini & eidem funt æqualia, inter fefe funt æqualia. Non eft autẽ neceffarium ut fuperficies h l, l m, & m n æquidiftantium laterũ æquales triangulis c a d, aut fuperficies k o, o p, p q, q r, æquales triangulis e b f h, fint rectangulæ: fed ut angulus extrinfecus fuperficiei l m, fit æqualis angulo intrinfeco fuperficiei l h, & extrinfecus m n intrinfeco m l. Similiter quoque ut extrinfecus fuperficiei



ficiei K o, sit æqualis intrinseco superficiei h n, & extrinsecus o p intrinseco k o, sicq; de cęteris. Cū enim sic fuerit, erit unaquaq; linearum K n & sibi opposita h m, itemq; h r, & sibi opposita n q, linea una per ultimam partem 29 primi, & per 14 eiusdem, quoties oportuerit æqualiter repertas propter id quod omnes superficies h l, l m, & m n, itemq; K o, o p, p q, & q r, sunt æquidistantium laterum, & angulus extrinsecus cuiusque sequentis est æqualis intrinseco eam præcedentis: quare duæ superficies h n & n r, erunt æquidistantium laterum & inter lineas æquidistantes & æqualis altitudinis. Cætera ergo argue ut prius.

Qnatuor ex Zamberto sequentes propositiones, pręcedentibus quatuor ex Cpāno ordine peruerso respondent, prima tertiæ, secunda primæ, tertia quartæ, quarta secundæ.

Euclid. ex Zamb. *Theorema 17.* *Propositio 23.*

Aequiangula parallelogramma rationem adinuicem habent composi-
23 tam ex lateribus.

THEON ex Zamb. *Sint æquiangula parallelogramma αγ & γζ, æqualem habentia angulum βγδ, angulo εγη. Dico quòd parallelogrammū αγ, ad parallelogrammū γζ, rationē habet compositā ex lateribus, hoc est, ex ea, quam habet βγ ad γη, & ex ea quam habet δγ ad γε. Ponatur enim (per 14 primi) ut sit in rectas lineas βγ, ipsi γη, in rectas lineas igitur est (per eandē) δγ ipsi γε. Compleaturq́; parallelogrammum δη, & ponatur quædā recta linea κ, & fiat (per 12 sexti) sicut quidem βγ ad γη, sic κ ad λ: sicutq́; δγ ad γε, sic λ ad μ: proportiones igitur ipsius κ ad λ, & ipsius λ ad μ, eędē sunt ipsis rationibus laterū βγ ad γη, & ipsius δγ ad γε. Sed ipsius κ ad μ ratio, componitur ex ratione ipsius κ ad λ, & ipsius λ ad μ. Quare & κ ad μ rationem habet cōpositam ex lateribus. Et quintā est sicut βγ ad γη, sic αγ parallelogrāmum ad γθ (per 1 sexti) sed sicut βγ ad γη, sic κ ad λ: & sicut igitur (per 11 quinti) κ ad λ, sic αγ ad γθ. Rursus quoniā est sicut δγ ad γε, sic γθ parallelogrāmū ad γζ parallelogrāmū: sed sicut δγ ad γε, sic λ ad μ: & sicut igitur (per eandem) λ ad μ, sic γθ parallelogrāmū, ad γζ parallelogrāmū. Quoniā igitur ostensum est quòd sicut quidem κ ad λ, sic αγ parallelogrammū ad γθ parallelogrammū, sicut autē λ ad μ, sic γθ parallelogrammū ad γζ parallelogrammum: ex æquo igitur (per 22 quinti) sicut κ ad μ, sic αγ parallelogrammū ad γζ parallelogrammū, At κ ad μ rationē habet cōpositam ex lateribus, & αγ parallelogrammū igitur ad γζ rationē habet confectam ex lateribus. Aequiangula igitur parallelogramma adinuicem rationē habent compositam ex lateribus: quod demonstrasse oportebat.*

Euclid. ex Zamb. *Theorema 18.* *Propositio 24.*

Omnis parallelogrammi, quæ circa dimetientem parallelogramma
24 similia sunt toti & inuicem.

THEON ex Zamb. *Sit parallelogrammum αβγ, dimetiens uerò illius αγ, circum autem αγ, parallelogramma sint εκ & θκ. Dico quòd utrunq; ipsorum εα & θα parallelogrammorum simile est toti αβγδ & adinuicem. Quoniam enim trianguli αβγ, ad unum latus βγ, acta est parallelus εζ, proportionaliter est (per 2 sexti) sicut βε ad εα, sic γζ ad ζα. Rursus per eandem, quoniam trianguli αδγ ad unum latus γδ acta est parallelus ζκ: proportionale est per 2 sexti, sicut γζ ad ζα, sic δκ ad κα. Sed sicut γζ ad ζα, sic ostensa est & βε ad εα. Et sicut igitur (per 11 quinti) βε ad εα, sic δκ ad κα: et cōpondēo igitur (per 18 quinti) sicut βα ad αε, sic δα ad ακ: & permutatim (per 16 quinti) sicut βα ad αδ, sic εα ad ακ: parallelogrāmorū igitur αβγδ, & εκ, proportionalia sunt latera quæ circu cōmunē angulū βαδ sunt: & quoniā parallelus est κζ ipsi δγ æqualis est (per 19 primi) angulus ακζ, angulo αδγ, & qui sub κζα, ei qui sub δγα, & communis duorum triangulorum αδγ & αζκ, angulus qui sub δαγ. Aequiangulū igitur est triangulū δαγ triangulo ακζ. Idq́; propterea & triangulū αβγ æquiangulum est triangulo αεζ, & totum αβγδ parallelogrammum ipsi εκ parallelogrāmo æquiāgulū est: proportionaliter igitur est (per 4 sexti) sicut αδ ad αγ, sic ακ ad κζ, sicutq́; δγ ad γα, sic κζ ad ζα. Sicut aūt αγ ad γβ, sic αζ ad ζε, & insuper sicut γβ ad βα, sic ζε ad εα. Et quoniā ostensum est sicut quidē δγ ad γα, sic ζα ad ζκ: sicut uerò αγ ad γβ, sic αζ ad ζε: ex quo igitur est (per 22 quinti) sicut δγ ad γβ, sic κζ ad ζε. Parallelogrāmorū igitur αβγδ, & εκ, proportionalia sunt*

latera: quæ circũ æquales angulos. Simile igitur est (per primã diffinitionẽ sexti) parallelogrãmum α β γ δ, parallelogrãmo ι κ. Id propterea & parallelogrammũ α ζ γ δ, parallelogrammo κ θ est simile: utrunq; igitur ipsorum ι κ & θ κ parallelogrammorũ, ipsi α ζ γ δ parallelogrammo simile est. Quæ autẽ eidem rectilineo similia, & sibi inuicem sunt similia (per 21 sexti) igitur & ι κ parallelogrammũ ipsi θ κ parallelogrammo simile est. Omnia igitur parallelogrãmi, quæ circa dimetientẽ parallelogramma, similia sunt toti & ad inuicẽ: quod erat demonstrandũ. Euclid. ex Zãb. Probl. 7. Proposit. 25.

Dato rectilineo simile, & alij dato æquale idem constituere. 25

THEON ex Zamb. Sit quidẽ datum rectilineũ cui oportet simile constituere α β γ, cui autẽ oportet æquale δ oportet iam ipsi α β γ simile, ipsi autẽ δ æquale, idẽ cõstituere, prætendatur (per 44 primi) igitur ad β γ ipsi triangulo α β γ æquale: parallelogrammũ β ε & ad γ ε ipsi δ æquale parallelogrammũ γ μ in angulo qui sub ζ γ ε, qui æqualis est ei qui sub γ β δ. In rectam lineã igitur est (per 14 primi) β γ ipsi γ ζ: & λ ε ipsi ε μ. Sumatur q; (per 13 sexti) ipsarũ β γ & γ ζ media proportionalis η θ, describaturq; (per 18 sexti) ex η θ ipsi α β γ simile, similiterq; positũ κ η θ. Et quoniã est sicut β γ ad η θ, sic η θ ad γ ζ, si autẽ tres fuerint rectæ lineæ proportionales sicut prima ad tertiã, si quæ à prima est species ad eã quæ à secũda similis similiterq; descripta est. igitur (per correlariũ secundum 20 sexti) sicut β γ ad γ ζ, sic triangulũ α β γ ad triangulũ κ η θ. Sed sicut β γ ad γ ζ, sic β ε parallelogrãmum ad ε ζ parallelogrãmum. Et sicut igitur (per 1 sexti) triangulũ α β γ ad κ η θ, sic β ε parallelogrammũ ad ε ζ parallelogrammum, uicißim quoq; igitur (per 16 quinti) sicut triangulũ α β γ ad β ε parallelogrãmũ, sic triangulũ κ η θ ad parallelogrãmum ε ζ: æquale autẽ est triangulũ α β γ parallelogrammo β ε: æquale igitur est triangulum κ η θ ipsi ε ζ parallelogrammo: sed parallelogrammũ ε ζ ipsi δ est æquale, & κ η θ igitur ipsi δ est æquale, est autẽ κ η θ ipsi α β γ simile. Dato igitur rectilineo α β γ simile & alij duo δ æquale. Idẽ κ η θ constitutum est, quod facere oportebat. Euclid. ex Zamb. Theor. 19. Prop. 26

Si à parallelogrãmo parallelogrãmũ auferatur, simile toti & similiter positũ cõmunem angulũ habens ei, circum eundẽ dimetientẽ est toti. 26

THEON ex Zamb. A parallelogrãmo enim α β γ δ, parallelogrãmum auferatur α ζ, simile ipsi α β γ δ, & similiter positũ, cõmunẽ angulũ habens ei qui sub δ α β. Dico quòd circum eandẽ diametrũ est α β γ δ ipsi α ζ. Nõ enim, at si poßibile est, sit eorũ dimetiens α θ γ, & excidetur (per 31 primi) ab θ utriq; ipsarũ α δ & β γ parallelus θ κ. Quoniã igitur circa eandẽ dimetientẽ est α β γ δ ipsi α κ simile est (per 24 sexti) α β γ δ ipsi α κ: est igitur sicut δ α ad α β, sic η α ad α κ (per conuersionẽ 1 diffinitionis sexti.) Est autẽ propter similitudinẽ ipsorum γ β δ & ι ε, sicut δ α ad α β, sic η α ad α ε. Igitur (per 9 quinti) η α ad utrũq; ipsarũ α κ, & α ε eandem habet rationẽ: æqualis igitur est α κ ipsi α ε, minor maiori, quod absurdũ est. Igitur α β γ δ non est circa eandẽ dimetientẽ ipsi α ε. Circa eundẽ igitur dimetientẽ est α γ β δ, parallelogrãmum ipsi α ζ parallelogrãmo. Si à parallelogrãmo igitur parallelogrammũ auferatur, simile toti & similiter positum cõmunem angulũ habens ei, circa eandẽ dimetientẽ est toti: quod ostendere oportebat.

Euclid. ex Camp. Propositio 26.

SVper dimidium datæ lineæ parallelogrammũ designatum maius est eo parallelogrãmo cui datæ lineæ applicatio, deest ad cõpletionem lineæ simile & super diametrum consistens super dimidium collocati. 26

CAMPANVS. Sit data linea a b. super cuius dimidium c b, constituatur parallelogrammum c d, cuius diameter b e. & ad lineam a b applicetur parallelogrammũ a f, cuius unum latus secet e c in puncto g, ita quòd ad complementum totius lineæ a b desit superficies f b, quæ sit similis superficiei e d, & consistens circa diametrum eius: dico tunc quòd parallelogrammum c d est maius parallelogrammo a f. Est enim, per primã huius, a g: æquale g b, & per quadragesimã tertiã primi c f æquale f d, ergo per hanc communem scientiã si æqualibus æqualia addas, tota quoq; fient æqua-

æqualiã, erit gnomo constans ex tribus parallelogrammis quæ sunt c t, f b, et f d, æqualis parallelogrammo a f, quare parallelogrammũ c d, est maius parallelogrammo a f, in parallelogrammo e f, quod est propositum. Idem etiam esset si superficies a f fieret altior superficie c d: ut uidere potes in secũda figura, in qua etiam per primam huius a g: est æquale g b: demptis itaque utrinq; duobus supplemẽtis superficiei f b: excedet parallelogrammum c d, parallelogrammum a f in parallelogrammo f e.

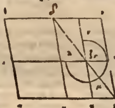


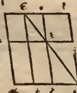
Euclid. ex Zamb. *Theorema 20.* *Propositio 27.*

27 Omnium parallelogrammorũ ad eandẽ rectam lineam * proiectorũ deficientiumq; * specie parallelogrammis, similibus similiterq; positis ei quòd à dimidia descriptum est, maximum est quod à dimidia proiectũ parallelogrammum simile existens * sumpto.

παραβαλλομένων applicatorũ. *εἰδῶν, id est figuris.* *ἐλλείμματι, id est defectui.*

THEON *ex Zamb. Sit recta linea αβ, & secetur (per 10 primi) bifariàm in γ, prætendatur quoque (per 28 sexti) ad αβ, rectam lineam, parallelogrammum αδ deficiens specie parallelogrammo δβ, simili, similiterq; descripto ei quod à dimidia ipsius αβ, hoc est γβ. Dico quòd omnium ad αβ comparatorum parallelogrammorum & deficientium specie parallelogrammis similibus similiterq; positis ipsi δβ, maximũ est αδ. Prætendatur enim ad αβ, rectam lineam parallelogrammũ αζ deficiens specie parallelogrãmo ζβ, simili similiterq; posito ipsi δβ. Dico quòd maius est αδ ipso αζ. Quoniam enim simile est δβ, parallelogrammum ipsi ζβ, parallelogrammo: circum eandẽ igitur sunt demetientem (per 26 sexti) excitetur eorum dimetiens δβ, & describatur figura. Quoniam igitur (per 43 primi) æquũ est ζγ, ipsi ζι, commune apponatur ζβ, totum igitur γθ toti κι, est æquale. Sed γθ, ipsi γε, est æquale (per 36 primi) quoniam et recta αγ, rectæ γβ æqualis. Igitur εγ, ipsi & ικ, est æquale. Commune apponatur γζ totum igitur αζ, toti λμν, gnomoni est æquale. Quare parallelogrammũ δβ, hoc est αδ, ipso αζ, parallelogrammo maius est, omnium igitur ad eandem lineam consistentium parallelogrammorũ & deficientiũ specie parallelogrãmis, similibus similiterq; positis ei quod à dimidia describitur: maximum est quod dimidia comparatum est: quod oportebat demonstrare.* ALITER *Sit enim rursus αβ, dißecta bifariàm in γ, & comparatum αλ deficiens specie ipso λβ. Comparetur q; rursus ad αβ, parallelogrammum αι, deficiens ipso ιβ, simili similiterq; posito ipsi λβ, quod à dimidia fit ipsius αβ. Dico quòd à dimidia comparatũ, αλ maius est ipso αι. Quoniam enim simile est ιβ, ipsi λβ, circum eandẽ dimetiẽtem sunt (per 26 sexti) Sit eorum dimetiens ιβ describaturq; figura, & quoniam æquũ est λζ, ipsi λθ, quoniam & rectæ ζε, rectæ εβ, est æqualis: maius igitur est λζ, ipso αι, æquum autẽ est λζ ipsi δλ, maius igitur est et δλ ipso αι, cõmune esto ιδ totũ igitur αλ, toto αι, maius est: quod demonstrare oportebat.*

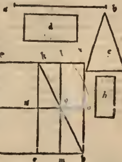




Euclid. ex Camp. *Propositio 27.*

27 TRilatera superficie proposita æquũ ei super quãlibet assignatã lineã parallelogrãmũ designare cui desit ad complẽdã lineã aliij superficiei propositæ simile parallelogrãmũ quod secundum eiusdẽ suum esse parallelogrammo super dimidiam datæ lineæ collocato minime maius existat.

CAMPANVS. Sit assignata linea a b, & propositus triangulus c, propositumq; parallelogrammum d, uolo super lineam a b, designare parallelogrammum æquale triangulo c, ita quòd desit ad complen-



dam lineam a b parallelogrammum simile d: & sit ita conditionatum quòd triangulus c nõ sit maior parallelogrãmo simili d, collato super dimidiũ lineæ a b, alioquin ad impossibile laboraretur, per præmissam. Diuido igitur lineã a b per æqualia in pũcto e & secundũ doctrinã 19 huius super eius medietatem b e constituo parallelogrammũ c f simile d, & cõplebo super totã lineã a b: parallelogrammũ b g. Quia igitur c nõ est maior parallelogrãmo e f, sed ęqualis ei aut minor sicut positũ est, si fuerit ei æqualis, erit parallelogrammũ e g quale intenditur per 36 primi coadiuuante prima parte 9, & per diffinitionẽ similiũ superficierũ & 20 huius. Si autẽ minor, sit minor in superficie aliqua, cui æqualis & similis d fiat secundum doctrinã 23 huius quæ sit h, eritq; h similis e f per 30 huius, quare per cõuersionẽ diffinitionis, æquiangula sibi & proportionaliũ laterũ, protraham igitur in parallelogrãmo e f diametrũ b K, & resecabo latera k f, & e K superficiei e f, ad mensurã laterũ superficiei h, protractis lineis l m & n o æquidistantibus lateribus superficiei e f, secantibus se in pũcto p, ut superficies k p sit æqualis & similis superficiei h, eritq; per 25, huius punctũ p, in diametro K b: protracta itaq; o n usq; ad a g, dico parallelogrammũ a p esse quale proponitur. Deest enim sibi ad complementũ lineę a b parallelogrammũ p b, quod per 22 & 20 huius est simile parallelogrãmo d. Sed ipsum etiã parallelogrammũ a p est æquale triangulo c. Est enim per primã huius, a n æquale n b, ergo per 43 primi, & hanc cõmunẽ scientiam si æqualibus æqualia addas, tota quoq; fient æqualia, parallelogrammũ a p, est æquale gnomoni n b l, & quia iste gnomo est æqualis triangulo c propter id quod parallelogrammũ e f positum fuit esse maius triangulo c in parallelogrammo h, quod est æquale parallelogrammum k p: patet propositum.

Euclid. ex Zamb. *Problema 28.* *Propositio 28.*

Ad datã rectã lineã dato rectilineo æquale parallelogrammum comparare, deficiens specie parallelogrammo simili dato. Oportet iam datũ rectilineum cui*expedit æquum comparare, nõ maius esse eo quod à dimidia comparatum similibus existentibus sumptis, & eius quod à dimidia & cui expedit simile deficere. 28

ᾧ δεῖ
δεῖ, oportet.
δεῖ

THEON ex Zamb. *Sit quidem data recta linea α β, datum uerò rectilineũ cui oportet æquum prætendere ad α β, sitq; illud γ, nõ maius existẽs, eo quòd à dimidia cõparatũ est similibus existẽtibus sumptis, cui autẽ expedit simile deficere δ, oportet iã ad datã rectã lineã α β, dato rectilineo γ æquale parallelogrãmũ prætẽdere deficiẽs specie parallelogrãmo simili existẽte ipsi δ. Secetur (per 10 primi) α β bifariã in signo ε. Describaturq; (per 18 sexti) ab ε β ipsi δ, simile similiterq; positũ ε η ζ β. Cõpleaturq; α η, parallelogrãmũ iã α η, aut æquũ est ipsi γ, aut eo maius per determinationẽ. Si quidẽ igitur æquũ est α η, ipsi γ, q. quærimus factũ iã est. Cõparatũ siquidẽ esset ad datã rectã lineã α β dato rectilineo γ æquũ parallelogrãmũ α η deficiẽs specie parallelogrammo η β, simili ipsi δ. Si autẽ non, est maius θ ε, quàm γ, æquale autẽ θ ε, ipsi η β, maius igitur & η β, quã γ. Quo autẽ maius est η β, quã γ, tali excessui (per 25 sexti) æquale, ipsi δ, simile similiterq; positũ idẽ cõstituatur κ λ μ ν. Sed ipsi η β ipsum δ est simile, & κ μ, igitur ipsi η β, est simile. Esto igitur similis rationis κ λ, ipsi η ε, & λ μ, ipsi η ζ. Et quoniã æquũ est η β ipsis γ κ μ, maius igitur est η β, quàm κ μ. Maior igitur η ε, quàm κ λ, & η ζ, quàm λ μ, ponatur (per 3 primi) ipsi quidẽ κ λ æqualis η ξ, ipsi autẽ λ μ, æqualis η ο, & cõpleatur parallelogrãmũ ξ η ο π. Aequũ igitur est & simile η π ipsi κ μ. Sed κ μ, ipsi η β est simile, & η π igitur ipsi η β, est simile. Circa eundẽ dimetientẽ (per 26 sexti) igitur, est η π, ipsi η β. Sit eorũ dimetiẽs η π β, & describatur figura. Quoniã igitur æquũ est β η, ipsis γ & κ μ quorũ η π ipsi κ μ, est æqualis reliquus igitur υ φ χ, gnomõ reliquo γ est æqualis et quoniã æquũ est ο ρ, ipsi ξ σ, cõmune apponatur π β. Totũ igitur ο β, toti ξ β, est æquale. Sed ξ β ipsi τ ε, est æquale: quoniã & latus α ε, lateri ε β, est æquale, & τ ε, igitur ipsi ο β, est æquale, Cõmune applicetur ξ ς, totũ igitur τ σ toti φ χ υ, gnomoni æquũ est. Sed φ χ υ gnomõ ipsi γ, ostẽsum est quòd est æqualis, et τ σ igitur: ipsi γ æquũ est. Ad datã rectã lineã igitur α β, dato rectilineo γ æquũ parallelogrãmũ cõparatũ est τ σ deficiẽs specie parallelogrãmo π β, simili existẽti ipsi δ, quoniã η β, ipsi η π, simile est: quod erat propositũ.*

Euclid. ex Camp. Propositio 28.



Vper datã lineã datę superficiei trilaterę æquũ parallelogrãmũ cõstituere, quod addat super cõpletionẽ datę lineę superficiem æquidi- 30

æquidiſtantium laterũ, datę ſuperficiei ęquidiſtantiũ laterum ſimilem.

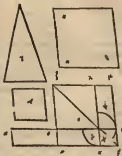
CAMPANVS. Sit ut prius data linea a b, & datus triangulus c; datumq́ parallelogrammum d, uolo ſuper lineam a b conſtituere parallelogrammum æquale triangulo c, quod addat ſuper totam lineam a b, parallelogrammũ ſimile d. Diuido lineam a b per æqualia in puncto e, & ſuper eius medietatem e b, facio e f ſimilem d, ſecundum quod docet 19 huius, & ſecundum doctrinam 25 huius, facio k l, cuius diameter g h, ſimilem d & ęqualem duabus ſuperficiebus e f & c, eritq́ per 20 huius k l ſimilis e f. Superpoſita igitur ſuperficie k l ſuperficiei e f, ita quòd ambæ communicent in angulo g, erit per 25 huius ſuperficies e f, conſiſtens circa diametrũ ſuperficiei k l: quare punctum b eſt in diametro g h, complebo igitur parallelogrammum a h: quod dico eſſe quale proponitur, quod conſtat protractis linea f b uſq; ad m, & linea e b, uſq; ad n. Eſt enim per primā partē huius, a k æquale k b, & ideo per 43 primi eſt etiam æquale n f, addito ergo utriq; e h, erit per communem ſcientiam a h æquale gnomoni e h f, ſed iſte gnomo eſt æqualis triangulo c, quia parallelogrammum K l poſitum fuit æquale duabus ſuperficiebus c & e f, ergo parallelogrammũ a h eſt æquale c, & addit ad complementum lineæ a b parallelogrammũ m n, quod per 22 & 20 huius eſt eſt ſimile parallelogrammo d, quare conſtat perfectum eſſe quod uolumus.

CAMPANI *additio*. Poſſumus autē ad lineā datā adiungere parallelogrammum æquale, non ſolum trilateræ ſuperficiei poſitæ, ſed & cuiuslibet rectilineę figurę propoſitæ quæcũq; ipſa fuerit: cui deſit ad cōplendā lineā datā ſuperficies ſimilis ſuperficiei ęquidiſtantiũ laterũ propoſitæ ſicut docet præmiſſa, obſeruata conditione eius ne laboretur ad impoſſibile per antē præmiſſam, uel quod addat ſuper completionē lineæ ſuperficiē æquidiſtantium laterũ ſimilem ſuperficiei propoſitæ, ſicut proponit concluſio præſens. Propoſitam enim ſuperficiē cui æquale parallelogrammum debet ad lineam datam adiungi quod addat aut diminuat ad complentionē lineæ parallelogrammũ ſimile parallelogrammo dato reſoluemus in triangulos; & ipſis mediantibus deſcribemus ſuperficiē æquidiſtantium laterum, totali ſuperficiei propoſitæ æqualem, hoc autem qualiter fiat & ſi ſcire uolueris, require 25 huius. Dehinc ſuper duplum baſis eius ęqualis altitudinis triangulũ conſtituemus, quem (ſi 44 primi diligenter inſpexeris) parallelogrammo prius deſignato inuenies eſſe æqualem, quare & ſuperficiei propoſitę, huic ergo triangulo ſi æquale parallelogrammum ad lineam datam adiunxeris, quod addat ad complementũ lineæ aut minuat parallelogrammũ ſimile parallelogrammo dato, ſecundum quod docet hæc & præmiſſa: quod propoſitum erat, te perfeciſſe non dubites.

Euclid. ex Zamb. *Theorema 9.* *Propoſitio 29.*

29. **Ad datā rectā lineā, dato rectilineo æquale parallelogrāmmũ prætendere excedēs ſpecie parallelogrāmo ſimili dato.**

THEON ex Zamb. *Sit quidē data recta linea αβ, datũ uerò rectilineũ cui expedit ad αβ, æquale parallelogrammũ pretēdere γ. Cui autē oportet ſimile prætendere δ, oportet iam ad αβ, rectā lineam ipſi γ, rectilineo æquũ parallelogrammũ pretēdere, excedens ſpecie parallelogrāmo ſimili ipſi δ. Secetur (per 10 primi) αβ, biſariam in ε, & deſcribatur (per 16 ſexti) ex εβ ipſi δ ſimile ſimiliterq́; poſitum parallelogrammũ βζ, & ambobus quidē βζ γ æquale, ipſi, autē δ, ſimile ſimiliterq́; poſitũ, idem cōſtituatur ηθ. Simile igitur eſt ηθ, ipſi βζ. Similis autē rationis eſto κθ, ipſi ζλ, et ηκ, ipſi ζε. Et quoniam maius eſt ηθ, ipſo ζβ, maius igitur eſt quidē κθ, ipſa ζλ, & ηκ, ipſa ζε. Extēdantur ζλ, & ζε, & ipſi quidem κθ, æqualis eſto ζλμ, ipſi autem κη, æqualis eſto ζεν. Cōpleaturq́; μν. Igitur μν, ipſi ηθ, æquũ & ſimile, ſed ηθ, ipſi ελ, eſt ſimile. Igitur (per 26 ſexti) μν ipſi ελ, eſt ſimile, circũ igitur eandē diametrum conſiſtunt ελ & μν. Excitetur eorum dimetiens ζξ, & deſcribatur figura, quoniam igitur æquum eſt ζθ ipſis ελ & γ, ſed ηθ, ipſi μν, eſt æquale, & μν igitur ipſis ελ γ, eſt æquale. Commune auferatur ελ, reliquus igitur ψχφ gnomon ipſi γ eſt æqualis. Et quoniam αε ipſi εβ, eſt æqualis, æquũ eſt (p 39 primi) et αν ipſi νε, hoc eſt (p 43 primi) ipſi λο commune ap-*



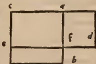
ponatur ι ζ, totum igitur α ζ, æquum est ipsi φ χ ψ, gnomoni. Sed φ χ ψ gnomon æqualis est ipsi γ. Igitur α ζ ipsi γ est æquale. Ad datam igitur rectam lineam α β, dato rectilineo γ, æquale parallelogrammum comparatum est α ζ, excedens specie parallelogrammo π θ simili existente ipsi δ. Igitur δ, simile est ipsi β ζ, & β ζ, ipsi θ π, est simile, circum enim eandem dimetientem consistunt: quod fecisse oportuit.

Euclid. ex Camp. Propositio 29.



Vamlibet lineam propositam, secundum proportionem habentem medium duoque extrema secare. 29

CAMPANVS. Sit proposita linea a b: quam uolo diuidere secundum proportionem habentem medium & duo extrema. Ex ipsa describo quadratum b c: & ad eius latus a c adiungo secundum quod docet præmissa, parallelogrammum c d æquale quadrato b c: quod sit simile b c, sitque latus parallelogrammi c d, quod æquidistat a c: d e, & secet lineam a b in puncto f. Dico, lineam a b esse diuisam in puncto f sicut proponitur. Est enim ad quadratum, propter id quod est simile b c, quare a f, est æquale f d, sed & f e est æqualis a b: propter id quod est æqualis a c per 34 primi, & quia c d æquale b c: dempto ab utroque c f: erit a d æquale e b, & angulus f unius angulo alterius. ergo per 15 huius latera sunt mutekefia: ergo e f ad f d sicut a f ad f b: & quia e f est æqualis a b, & f d a f, erit a b ad a f sicut a f ad f b: ergo per diffinitionem est diuisa ut proponitur. Idem etiam potest demonstrari ex 11 secundi. Diuidatur enim a b in puncto f: secundum quod docet 11 secundi, sitque e b quod continetur sub tota a b & eius parte f b: ita quod f e sit æqualis a b & a d sit quadratum a f: est itaque per prædicta 11 secundi e b, æquale a d. Quod restat arguere ut prius per 15 huius, uel sic: cum a b sit diuisa in puncto f secundum quod docet 11 secundi: quod fit ex a b prima in f b tertiam est æquale quadrato a f secundæ: ergo per secundam partem 16 huius proportio a b primæ ad a f, secundam est sicut a f secundæ ad f b tertiam: per diffinitionem itaque diuisa est a b ut proponitur.

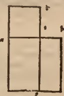


Euclid. ex Zamb. Theorema 10. Propositio 20.

τμᾶν secare. τμᾶν.

Data rectam lineam terminatã, extrema ac media ratione * dispescere. 10

THEON ex Zamb. *Sit data recta linea terminata α β, oportet iam ipsam α β, rectam lineam extrema et media ratione * dispescere. Describatur enim (per 46 primi) ex α β, quadratum β γ. Comparetur que (per 29 sexti) ad α γ, ipsi β γ, æquum parallelogrammum γ δ excedens specie α δ, simili ipsi β γ. Quadratum autem est ζ γ, quadratum igitur est & α δ, & quoniam æquum est β γ, ipsi γ δ, commune auferatur γ ε, reliquum igitur ζ ε, reliquo α δ est æquale, est autem & æquiangulum. Igitur (per diffinitionem 2 tertij, & per 14 sexti) ipsorum β ζ, & δ α, reciproca sunt latera: quæ circum æquales angulos. Est igitur sicut ζ ε, ad ε δ, sic α ε, ad ε β. Aequalis autem est ζ ε, ipsi α β, hoc est ipsi α ζ. Ipsa autem ε δ, ipsi α ε. Est igitur sicut ζ α, ad α ε, sic α ε, ad ε β, maior autem est (per 34 primi) α β, quàm α ε: maior igitur est & α ε, quàm ε β. Igitur α β, recta linea extrema & media ratione secta est, in ε, & maius segmentum ipsius est α γ: quod fecisse oportuit.*



ALITER. *Sit data recta linea α β, oportet ipsam iam α β, extrema, & media ratione secare, secetur enim α β, in γ, (per 11 secundi) ut quod sub α β, & β γ, æquum sit ei quod ex γ α, quadrato. Quoniam igitur quod sub α β & β γ, æquum est ei quod ex γ α, est igitur (per 17 huius) sicut β α, ad α γ sic α γ, ad γ β. Igitur α β, media & extrema diuisa est ratione in γ: quod oportebat facere.*

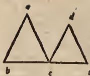
Euclid. ex Camp. Propositio 30.



I fuerint duo anguli super unum angulum constituti quorum duo latera angulum illum continentia duobus alijs eorum lateribus æquidistẽt, fuerintque illa quatuor latera secundum æquidistãtiam relata, proportionalia, illos duos triangulos super unam lineam rectam constitutos esse, necesse est. 30

CAMPANVS. Sint duo auguli a b c, d c e constituti super angulum a c d. sitque a c æquidistans d e & d c: a b, & sit proportio a c ad d e, sicut a b ad d c, dico quòd duæ bases eorum b c & c e, sunt linea una. Est enim angulus a æqualis angulo d: quia uterque eorum est æqualis angulo c a d per primam partem 29 primi, igitur per præsentem hypothesin

sin & 6 huius: ipsi trianguli sunt æquianguli, & angulus b est æqualis angulo d c e, & angulus a c b angulo e, quare per 31 primi, tres ãguli qui sunt ad c sunt æquales duobus rectis, ipsi enim æquantur tribus angulis utriuslibet duobus triangulorum, ergo per 14 primi b c, est linea una, quod est propositum.

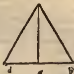


Euclid. ex Camp. *Propositio 31.*

31 IN omni triangulo rectãgulo superficies lateris quod subtenditur angulo recto, æqualis est superficiebus duorũ laterum, angulum rectum continẽtium pariter acceptis, cùm fuerint similes ei in lineatione & creatione.

CAMPANVS. Quod proponit penultima primi de superficiebus quadratis, proponit hic penultima sexti de omnibus superficiebus similibus, unde hæc est illa tanto uniuersalior, quanto superficies laterata quadrato. Sit itaque triangulus rectangulus a b c, cuius angulus a sit rectus. Dico quòd superficies constituta super latus c b, est æqualis duabus superficiebus constitutis super a b & a b, cùm omnes tres superficies fuerint similes in figura & situ. Ducam perpendicularem a d ad lineam b c, eritq; per secũdam partem correlarij 8 huius, proportio b c ad c a, sicut c a ad d c, & c b ad b a, sicut b a ad d b. Si itaque super quamlibet trium linearum b c, c a & a b fiat superficies similis alijs in figura & situ, erit per correllarium 17 huius, proportio superficiei constitutæ super b c primam ad constitutã super c a secundam, sicut b c primæ ad d c tertiam: & item eiusdem superficiei constitutæ super b c primam ad constitutam super a b secundam, sicut b c primæ ad d b tertiam per idem correlarium. Quare per conuersam proportionalitatem superficiei a c ad superficiẽ c b, sicut c d ad c b, & similiter superficiei a b ad superficiem b c, sicut b d ad superficiem b c, & ponatur a c prima, & c b secunda & quarta: & c d superficies tertia, & a b superficies quinta, & b d superficies sexta, & arguatur per 24 quinti, quod proportio superficiei constitutæ super b c ad duas superficies cõstitutas super c a & c b simul: est sicut b c ad c d & d b simul, quia igitur b c est æqualis duabus lineis c d & d b simul sumptis, erit superficies constituta super b c æqualis duabus superficiebus constitutis super c a & a b simul sumptis: quod est propositum.





CAMPANI *additio.* Conuersam quoque huius possumus facilè demonstrare per modum demonstrationis ultimæ primi: sit enim triangulus a b c, sitq; superficies constituta b c æqualis duabus superficiebus constitutis super duas lineas a b & a c sibi similibus. Dico quòd angulus a est rectus, ponã enim angulum c a d rectum & lineam a d æqualem a b, & claudo superficiem ducta linea d c, eritq; per hanc 31 superficies constituta super c d æqualis duabus constitutis super duas lineas c a & a d sibi similibus, quare etiam constitutæ super b c sibi simili, hæc enim posita est æqualis duabus constitutis super a b & a c sibi similibus: erit ergo linea b c æqualis c d, quare per 8 primi, angulus a est rectus: quod est propositum.

Sequentes duæ ex Zamberto propositiones, duabus præcedentibus ex Campano præpostero ordine respondent. *Euclid. ex Zamb.* *Thorema 21.* *Propositio 32.*

31 In rectangulis triangulis quæ ab rectum angulum subtendente latere species, æqualis est eis quæ ab rectum angulum cõprehendentibus lateribus speciebus similibus similiterq; descriptis.

THEON ex Zamb. *Sit triangulum α β γ, rectum habens angulum qui sub β α γ. Dico quòd quæ ex β γ species, æqualis est eis quæ ex β α et α γ speciebus similibus similiterq; descriptis. Excitetur (per 12 primi) perpẽdicularis α δ. Quoniã igitur in triãgulo rectãgulo α β γ, ab α recto angulo β γ, in basin perpẽdicularis acta est α δ triãgula α β δ & α δ γ, quæ ad perpẽdicularẽ, similia sunt toti α β γ, & sibi inuicẽ (p 8 sexti) quoniã simile est α β γ ipsi α β δ: est igitur sicut γ β ad β α, sic α β ad β δ. At quoniã tres rectæ lineæ proportiõales sunt, est igitur (p correlariũ secũdũ 20 sexti) sicut prima ad tertiã, sic quæ à prima species ad eã quæ à secũda similis similiterq; descripta est. Sicut igitur γ β ad β δ, sic species quæ ex β γ ad eã quæ ex β α, similis similiterq; descripta est. Id propterea et sicut β γ ad γ δ sic species quæ ex β ad eã quæ ex γ α.*

Quare

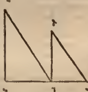
Quare sicut βγ ad βδ & δγ, sic quæ ex βγ species ad eas quæ sub ζα et αγ, similes similiterq; descriptæ sunt. Aequalis aūt est βγ ipsi βδ et δγ: æqualis igitur est species quæ ex βγ eis quæ ex βα & αγ sunt speciebus similibus similiterq; descriptis. In rectāgulis igitur triangulis, quæ ad rectū āgulum subtendentē species, æqualis est eis quæ ad rectum angulū cōprehendentibus speciebus similibus similiterq; descriptis: quod demonstrasse oportuit.

ALITER. *Quoniā (per correlarium primū 20 sexti) similes figuræ in dupla sunt ratione similis rationis laterum, igitur quæ ex βγ, est species ad eam quæ ex βα, duplā rationē habet quā γβ ad βα: habet aūt et quod ex βγ quadratū ad id quod ex βα quadratū duplā rationē quàm γβ ad βα: & sicut igitur quæ ex γβ species ad eam quæ ex βα speciē, sic quadratum quod ex γβ ad quadratū quod ex βα. Id propterea & sicut species quæ ex βγ ad speciē quæ ex γα, sic quadratum quod ex βγ ad quadratum quod ex γα. Quare & sicut species quæ ex βγ ad species quæ ex βα & αγ, sic quadratū quod ex βγ ad quadrata quæ ex βα & αγ. Quadratū aūt quod ex βγ, æquū est eis quæ ex βα & αγ, quadratis (per 47 primi) æqualis igitur est species quæ ex βγ eis quæ ex βα & αγ speciebus similibus similiterq; descriptis.*

Euclid. ex Zamb. Theorema 22. Propositio 32.

Si duo triāgula cōponantur ad unum angulū, duo latera duobus lateribus proportionalia habentia, ut quæ eiusdē rationis eorū latera sint etiā parallela, reliqua ipsorū triangulorū latera in rectam lineam erunt. 32

THEON ex Zamb. *Sint bina triangula αβγ & δγε, duo latera βα & αγ duobus lateribus δγ et δε, proportionalia habentia, sicut quidem αβ ad αγ, sic δγ ad δε: parallelū autē αβ ipsi δγ, & αγ ipsi δε. Dico quòd in rectam lineam est βγ ipsi γε. Quoniam enim parallelus est αβ ipsi δγ, & in eas incidit recta linea αγ, anguli igitur (per 29 primi) * utrobiq; qui sub βαγ & αγδ sibi inuicem sunt æquales.* ἐναλλάξ *Id propterea & angulus γδε angulo αγδ est æqualis. Quare angulus βαγ angulo γδε est æqualis: & quoniā duo triāgula sunt αβγ, et δγε, unum angulū qui ad α, uni angulo qui ad δ æqualē habentia, circum autē æquales angulos latera proportionalia, sicut quidē βα ad αγ, sic γδ ad δε: æquiangulum igitur est (per 6 sexti) triangulum αβγ triangulo δγε. Aequalis igitur est angulus αβγ āgulo δγε. Patuit autē quòd angulus αγδ æquus (per 29 primi) angulo βαγ. Totus igitur angulus αγε duobus αβγ & βαγ est æqualis. Cōmunis apponatur angulus αγβ. Igitur anguli αγε & αγβ eis qui sunt sub γαβ, αγβ & γβα sunt æquales. Sed āguli βαγ, γβα, & αγβ (per 32 primi duobus rectis sunt æquales, & anguli igitur αγε, & αγβ duobus rectis sunt æquales. Ad aliquam autē rectam lineā αγ, ad signumq; in ea γ, duæ rectæ lineæ βγ & γε, nō ad easdem partes ductæ,* ἐφεξῆς *æquos * utrobiq; sub αγε, & αγβ, duobus rectis æquales efficiunt angulos (per 14 primi) in rectā lineā igitur est βγ ipsi γε. Si bina igitur triangula componantur ad unum angulum, duo latera duabus lateribus proportionalia habētia, ut eorum similis rationis latera etiam parallela sint, reliqua ipsorū triangulorum latera in rectam lineam erunt: quod demonstrasse oportuit.*



Euclid. ex Camp. Propositio 32.



I in circulis æqualibus supra centrum siue supra circunferentiam anguli consistant, erit angulorum proportio tanquam proportio arcuum illos angulos suscipientium. 32

CAMPANVS. Sint circuli a b c, cuius centrū d, & e f g cuius centrum h: æquales, super quorū cētra fiant duo anguli b d c & f h g, & super eorū circunferentias alij duo qui sint b a c, & f e g, dico quòd proportio angulorum tam eorū qui sunt super centra, quàm eorum qui super circunferentias, est sicut arcus b c ad arcum f g. Continuabo enim illis duobus arcubus alios arcus æquales: siue secundum eundē numerum siue secundum diuersos, sitq; arcus k b æqualis b c, & uterq; duorum arcuum l m & f l, æqualis f g: & producam lineas K d, K a, m h, l h, m e, & l e: eruntq;, per 26 tertij, anguli qui sunt ad d adinuicem æquales: similiter quoq; & qui sunt ad h, adinuicē æquales. Idē etiam de ijs qui sunt ad a, & de ijs qui sunt ad e: sicut igitur arcus K c est multiplex arcus b c: ita āgulus K d c āguli b d c, & āgulus k a c āguli b a c: similiter

similiter sicut arcus m g est multiplex arcus f g, ita angulus m h g anguli f h g, & angulus m e g anguli f e g, sed si arcus k c est æqualis arcui m g, angulus K d c est æqualis angulo m h g, & angulus K a c angulo m e g, & si maior, maiores, & si minor, minores per 26 tertij: per diffinitionem itaque incontinuæ proportionalitatis, proportio arcus b c ad arcũ f g, est sicut anguli b d c ad angulum f h g, & sicut anguli b a c ad angulũ f e g, quod est propositum. Idem intellige in eodem circulo.

Euclid. ex Zamb. Theor. 23 Proposit. 33.

33 In æqualibus circulis anguli eandẽ habent rationẽ ipsis circunferentijs in quibus consistũt, & si ad centra & si ad circũferentias fuerint constituti, tum etiam sectores, utpute ad centra constituti.

THEON ex Zamb. *Sint æquales circuli αβγ, & δεζ, ad eorũq; cẽtra η θ, anguli sint βηγ & εθζ: ad eorũ circũferentias uerò anguli qui sub βαγ, et εδζ. Dico q. est sicut circũferẽtia βγ, ad circũferentiã εζ, sic est angulus βηγ, ad angulũ εθζ, & ãgulus βαγ ad ãgulũ εδζ, & insuper ηβγ sector ad θεζ sectorẽ. Ponatur (per 28 tertij) ipsi quidẽ βγ, circũferentiæ æquales quotcunq; ordine hoc est γκ, & κλ, ipsi aũt εζ, quotcunq; æquales circũferentiæ ζμ & μν. Cõnectanturq; ηκ, ηλ, θμ, & θν. Quoniã igitur æquales sunt βγ, γκ, & κλ, circũferentiæ adinuicẽ, æquales (per 27 tertij) quoq; sunt anguli βηγ, γηκ, & κηλ. Quotuplex igitur est βλ, circũferentia ipsius βγ circũferentiæ, totuplex est ãgulus βηλ, ãguli βηγ. Id propterea etiã quotuplex est εν, circũferentia ipsius εζ circunferẽtiæ, totuplex est angulus εθν, ipsius εθζ. Si igitur æqualis est circũferentia βλ, ipsi circũferẽtiæ εν, æqualis est & angulus βηλ angulo εθν, & si maior est βλ circunferentia quã εν circunferentia, maior est & angulus βηλ, angulo εθν, et si minor, minor. Quatuor iam existentibus magnitudinibus, duabus, inquã circũferentijs βγ & εζ, binisq; angulis hoc est βηγ, & εθζ, suscipiuntur quidẽ ipsius βγ circunferentiæ atq; ipsius anguli βηγ, æquè multiplices hoc est βλ circũferẽtia & angulus βηλ, ipsius aũt εζ circũferentiæ et anguli εθζ, circũferẽtia εν, & ãgulus εθν. Ostensum aũt est quòd si circunferentia βλ excedit circunferentiam εν, angulus quoq; βηλ excedit angulũ εθν, & si æqualis, æqualis. et si minor, minor. Est igitur (per 6 diffinitionẽ quinti) sicut βγ circũferentia ad εζ, circũferentiã: sic angulus βηγ ad angulũ εθζ. Sed sicut angulus βηγ, ad angulũ εθζ sic angulus βαγ ad angulũ εδζ, duplus enim est (per 20 tertij) uterq; utriusq;. Et sicut igitur βγ, circunferentia ad εζ circunferentiã, sic angulus βηγ, ad angulũ εθζ, & angulus βαγ ad angulũ εδζ. In æqualibus igitur circulis anguli eandẽ habẽt rationem ipsis circunferentijs, & si ad centra & si ad circũferentias cõstituti fuerint: quod demonstrasse oportuit. Dico etiã quòd & sicut βγ circunferentia ad εζ circũferentiã, sic ηβγ sector ad θεζ sectorẽ. Cõnectantur βγ & γκ, & assumptis super βγ, & γκ, circũferentijs ξ ο signis, cõnectãtur βξ, ξγ, γο, & οκ. Et quoniã (per 15 diffinitionẽ primi) duæ βη, & ηγ, duab. γη et ηκ, sunt æquales, æqualesq; angulos cõprehendũt, et basis βγ ipsi γκ est æqualis: triangulũ igitur ηβγ (per 4 primi) triangulo ηγκ est æquale. Et quoniã æqualis est βγ circũferentia γκ circũferẽtiæ, et reliqua igitur quæ in totũ circulũ αβγ circũferẽtia reliquæ quæ in eũdẽ totũ αβγ, circulũ circũferẽtiæ est æqualis. Quare et ãgulus βξγ ipsi γοκ est æqualis. Simile igitur (p 10 diffinitionẽ tertij) est βξγ segmentum, ipsi γοκ, est segmento, & in æqualibus sunt rectis lineis βγ & κγ. Quæ autem super æqualibus rectis lineis similia circulorum segmenta consistunt, ea ad inuicem sunt æqualia (per 24 tertij) segmentum igitur βξγ ipsi γοκ segmento est æquale, est autẽ & triangulum ηβγ triangulo ηγκ æquale. Totus igitur sector ηβγ, toti ηγκ sectori est æqualis. Id propterea & ηκλ, sector, utrique ipsorum ηβγ, & ηγκ, est æqualis. Tres igitur sectores ηβγ, ηγκ, & ηκλ sibi inuicem sunt æquales. Id propterea*

pterea & δ ι ζ, δ ζ μ, & θ μ ν, sectores, sibi inuicem sunt æquales. Quotuplex igitur est β λ, circunferētia ipsius β γ circunferentiæ, totuplex est & λ α β, sector ipsius α β γ, sectoris. Id propterea & quotuplex est ν ι, circunferentia ipsius ι ζ, circunferētiæ, totuplex est & δ ι ν sector ipsius δ ι ζ, sectoris. Si igitur æqualis est β λ, circunferentia ipsi ι ν circunferentiæ, æqualis est & α β λ, sector ipsi ι δ ν, sectori. Et si excedit β λ, circunferentia ipsam ι ν circunferentiam, excedit quoq; & β α λ, sector ipsum δ ι ν, sectorem, & si deficit, deficit. Quatuor iam existentibus magnitudinibus, duabus inquam β γ, & ι ζ, circunferentijs, duobusq; α β γ, & ι δ ζ, sectoribus, suscipiuntur æque multiplices ipsius quidem β γ circunferentiæ & ipsius α β γ sectoris, hoc est β λ, circunferentiæ & α β λ, sector ipsius autem ι ζ: circunferentiæ & ipsius δ ι ζ, sectoris, circunferentia nempe ι ν, & sector δ ι ν. Et ostensum est quòd si circunferentia β λ excedit ipsam circunferentiam ι ν, excedit quoq; & β α λ, sector ipsum ι θ ν, sectorē, & si æqualis, æqualis: & si deficit, deficit. Est igitur (per conuersionē 1 diffinitionis sexti) sicut circunferentia β γ, ad ι ζ, sic α β γ, sector ad δ ι ζ, sectorem.

CORRELARIVM. *Et manifestum est quòd sicut sector ad sectorem, sic angulus ad angulum.*

SEXTI LIBRI FINIS.

EVCLIDIS MEGARENSIS
GRAECI PHILOSOPHI, GEOMETRICORVM
elementorum, Liber septimus.

Ex Campano triplex principiorum genus. Primum. Diffinitiones.

VNitas, est qua unaquæq; res una dicitur. 2 Numerus, est multitudo ex unitatibus cōposita 3 Naturalis series numerorū dicitur, in qua secundum unitatis additionem fit ipsorum cōputatio. 4 Differentia numerorū, appellatur numerus quo maior abūdat à minore. 5 Numerus primus dicitur, qui sola unitate metitur. 6 Numerus cōpositus dicitur, quem alius numerus metitur. 7 Numeri cōtra se primi dicuntur, qui nullo numero excepta sola unitate numerantur. 8 Numeri adinuicem cōpositi siue communicantes dicuntur, quos alius numerus quàm unitas metitur, nullusq; eorum est ad alium primus. 9 Numerus per aliū multiplicari dicitur, qui toties sibi coaceruatur, quoties in multiplicante est unitas. 10 Productus uerò dicitur, qui ex eorū multiplicatione crescit. 11 Numerus aliū numerare dicitur, qui secundū aliquem multiplicatus illum producit. 12 Pars, est numerus numeri minor maioris, cùm minor maiorē numerat. Et qui numeratur, numerātis multiplex appellatur. 13 Denominās, est numerus secundū quē pars sumitur in suo toto. 14 Similes dicuntur partes, quæ ab eodē numero denominantur.

Prima

15 Prima ſimpla numeri pars, eſt unitas. 16 Quando duo numeri partem habuerint communē, tot partes maioris dicetur eſſe minor, quoties eadem pars fuerit in minore: totæ uerò, quoties ipſa fuerit in maiore.

17 Numeri ad numerum dicitur proportio minoris quidem ad maiorem, in eo quod eſt maioris pars uel partes. Maioris uerò ad minorē, ſecundum quòd eum continet & eius partem uel partes. 18 Cùm fuerint quotlibet numeri continuè proportionales, dicetur proportio primi ad tertium ſicut primi ad ſecundum duplicata, ad quartū uerò triplicata. 19 Cùm continuatæ fuerint eædem uel diuerſæ proportiones, dicetur proportio primi ad ultimum, ex omnibus compoſita. 20 Denominatio dicitur proportionis minoris quidem numeri ad maiorem, pars uel partes ipſius minoris quæ in maiore ſunt. Maioris autem ad minorem, totū uel totū & pars uel partes, prout maior ſuperfluit. 21 Similes ſiue una alīj eadem dicuntur proportiones, quę eandem denominationem recipiunt. Maior uerò, quæ maiorem. Minor autem, quæ minorem. 22 Numeri uerò quorum proportio una, proportionales appellantur. 23 Termini ſiue radices dicuntur, quibus in eadem proportione minores ſumi impoſſibile eſt.

Petitiones.

1 Cuiuslibet numero, quotlibet poſſe ſumi æquales prout libet, uel multiplices. 2 Quolibet numero, aliquem quantumlibet ſumere poſſe maiorem. 3 Seriem numerorum, in infinitum poſſe procedere.

4 Nullum numerum in infinitum poſſe diminui.

Communes animi conceptiones.

1 Omnis pars, minor eſt ſuo toto. 2 Quicunque eiuſdē ſiue æqualium fuerint æquè multiplices, ipſi quoq; erunt æquales. 3 Quibus idem numerus æquè multiplex fuerit, ſiue quorū æquè multiplices fuerint æquales, & ipſi etiam erunt æquales. 4 Omnis numeri pars, eſt unitas ab ipſo denominata. 5 Omnis pars eſt minor, quæ maiorem habet denominationem, maior uerò quæ minorem. 6 Quilibet numerus totus eſt ab unitate, quota pars ipſius eſt unitas. 7 Quicunq; numerus in unitatē ducitur, ſeipſum producit, & in ſeipſum numerat. Vnitas quoq; in quemcunq; ducta, producit eundem. 8 Quicunque numerus numerat duos, numerat quoq; compoſitum ex illis. 9 Quicunq; numerus numerat aliquem, numerat omnem numeratū ab illo.

10 Quicūq; numerus numerat totū & detractū, numerat reſiduum.

FINIS.

EVCLIDIS MEGARENSIS GRAECI PHILOSOPHI, ARITMETICORVM ELEmentorum, Liber septimus.

Euclid.ex Zamberto. Diffinitiones.



Nitas est, qua unumquodq; eorum quæ sunt, unum dicitur. 2 Numerus autem, ex unitatibus cõposita multitudo. 3 Pars, est numerus numeri minor maioris, quando dimetitur maiorem. 4 Partes autem, quando nõ metitur. 5 Multiplex uerò, maior minoris, quãdo eum metitur minor. 6 Par numerus est, qui bifariàm diuiditur. 7 Impar uerò, qui bifariàm non diuiditur, uel qui unitate differt à pari. 8 Pariter par numerus est, quem par numerus metitur per numerum parem. 9 Pariter autem impar est, quem par numerus metitur per imparem numerum. 10 Impariter uerò par est, quem impar numerus dimetitur per numerum parem. 11 Impariter uerò impar numerus est, quem impar numerus metitur per imparem numerum. 12 Primus numerus est, quem unitas sola metitur. 13 Primi adinuicem sunt numeri, quos unitas sola dimetitur communi mensura. 14 Cõpositus numerus est, quem numerus aliquis metitur. 15 Cõpositi autem adinuicem numeri, sunt, quos numerus aliquis communi dimensione metitur. 16 Numerus numerũ multiplicare dicitur, quãdo quotæ sunt in ipso unitates, toties componitur multiplicatus, & gignitur aliquis. 17 Quando autem bini numeri sese adinuicem multiplicantes, aliquem fecerint, factus, planus appellatur. Latera uerò illius, multiplicantes sese inuicem numeri. 18 Quando uerò tres numeri sese multiplicantes adinuicem fecerint aliquem, factus, solidus appellatur: latera uerò illius, multiplicantes sese inuicem numeri. 19 Quadratus numerus est, qui æquè æqualis, uel qui sub duobus æqualibus numeris cõtinetur. 20 Cubus uerò, qui ęquè æqualis æquè, uel qui sub tribus æqualibus numeris continetur. 21 Numeri proportionales sunt, quã do primus secundi, & tertius quarti æquè fuerit multiplex, uel eadẽ pars uel eædem partes. 22 Similes plani & solidi numeri sunt, qui proportionalia habẽt latera. 23 Perfectus numerus est, qui suijpsius partibus est æqualis.

Euclid. ex Camp. Propositio 1.



I à maiore duorum numerorum minor detrahatur donec minus eo superfit, ac deinde de minore ipsum reliquum donec minus eo relinquatur, itemq; à reliquo primo reliquũ secũdũ quousq; minus eo superfit, atq; in huiuscemodi cõtinua detractione nullus fuerit reliquus qui ante relictũ numeret usq; ad unitatem, eos duos numeros contra se primos esse necesse est.

Campanus

CAMPANVS. Sint duo numeri a b & c d, c d, minor: detrahaturq́ c d ex a b quoties potest, & sit residuum e b, qui erit minor c d, alioqui posset ex ipso adhuc detrahi c d, detrahatur et ipse e b ex c d, quoties potest, sitq́ residuum f d, sed & f d detrahatur ex e b quoties potest, & sit residuū g b, quod sit unitas, dico tunc numeros a b & c d, esse cōtra se primos. Si enim sunt compositi, numerabit eos communiter per diffinitionem aliquis numerus præter unitatem, qui sit h, & quia h numerat c d, numerabit a e per penultimam conceptionē, & quia idem numerat a b, numerabit etiam e b per ultimam conceptionem: ergo & e f per penultimam, quare & f d per ultimam, ergo & g e per penultimam, igitur & g b per ultimam, & quia g b est unitas, sequitur numerum esse partē unitatis uel sibi æqualem, quod est impossibile. Erunt igitur a b & c d, contra se primi, quod est propositum.

a . . . . e . . . g . b
c . . . . . f . . . d
h . .

CAMPANI *additio.* Quòd si duo numeri a b & c d sint contra se primi, non erit in hac mutua detractione status antequàm ad unitatē perueniatur. Et est istud conuersum eius quod autor proponit. Si autem in hac mutua detractione fuerit status antequàm perueniatur ad unitatem, sit ut g b sit numerus qui detrahatur ab f d, & nihil sit residuum: igitur g b numerat f d, ergo per penultimam conceptionē, numerat & e g, et quia etiam numerat seipsum, numerabit per antepenultimam conceptionem totum e b, ergo per penultimam numerat c f. Sed ostensum est prius quòd numerat f d, ergo per antepenultimā numerat totum c d, quare per penultimam numerat a e, & quia ostensum est prius quòd etiam numerat e b, sequitur per antepenultimam ut etiam numerat a b: quia igitur numerus g b numerat utrūq; duorum a b & c d, numeri a b & c d sunt compositi: non igitur contra se primi, quod est contra hypothesin. Per hanc ergo uiam, propositis quibusq; duobus numeris, inuestigamus utrum ipsi sint contra se primi, si enim tali facta mutua detractione perueniatur ad unitatem, ipsi sunt contra se primi. Si autem sit status antequàm perueniatur ad unitatem, ipsi sunt compositi.

a . . . . e . . . g . b
c . . . . f . . . d

Euclid. ex Zamb. *Theorema 1.* *Propositio 1.*

Si duobus numeris inæqualibus expositis, sublato semper minore, à maiore reliquus minimè metiatur præcedentem quoad assumpta fuerit unitas, qui à principio numeri, primi adinuicem erunt.

THEON ex Zamb. *Duobus namq; inæqualibus numeris propositis αβ & γδ, sublato semper minore à maiore, reliquus minimè metiatur præcedentem, quoad sumpta fuerit unitas. Dico quòd ipsi αβ & γδ primi adinuicem sunt, hoc est quod ipsos αβ & γδ unitas sola dimetitur. Si autem αβ & γδ non sunt primi adinuicem, eos aliquis numerus metietur: metiatur, estóq; ε, & γδ ipsum βζ metiens, relinquat se minorem ζα: at αζ ipsum δη metiens, relinquat se minorem ηγ: & ηγ ipsum ζθ metiens, relinquat unitatem θα. Quoniam igitur ε ipsum δγ metitur, & γδ ipsum βζ metitur, igitur & ε ipsum βζ metitur: metitur autem & totum βα, & reliquum igitur αζ metietur. At αζ ipsum δη metitur, & ε igitur ipsum δη metitur: metitur autem & totum δγ, & reliquum igitur γη metietur. At ε ipsum ζθ metitur, & ε igitur ipsum ζθ metietur, metitur autem & totum ζα, & reliquam igitur αθ metietur unitatē, numerus existens, quod est impoßibile. Igitur ipsos αβ & γδ, nullus numerus metietur. Igitur αβ & γδ, primi adinuicem sunt: quod demonstrare oportebat.*

ε . .
δ . . . η . . γ
β . . . . . ζ . . θ . α

Euclid. ex Camp. *Propositio 2.*



Ropositis duobus numeris adinuicem compositis, maximū numerum communem eos numerantem inuenire.

CORRELARIVM.

Vnde manifestum est, quia omnis numerus duos numeros numerans, numerat numerum maximum ambos numerantem.

CAMPANVS. Sint duo numeri compositi a b & c d, minor c d, quia ergo numerat eos communiter aliquis numerus per diffinitionem, uolo inuenire maximum numerum eos communiter numerantem. Secundum modum & similitudinem prioris, minuo minorem de maiori, quoad possum, uidelicet c d de a b, & sit residuum e b: itemq́ e b de c d quoad possum, & sit residuum f d, & quia huius diminutio non po

a . . . . e . . . . . . b
c . . . . . . f . . . d
g . . . .

test fieri infinities per ultimam petitionem, nec potest etiam ad unitatem peruenire in proposito per præcedentem, quia tunc essent numeri propositi contra se primi, quod est contra hypothesin: sit ut cùm detraxero f d ex e b quoad potero, quod nihil sit residuum: dico tunc f d esse maximum numerum numerantem a b & c d. Quòd enim numeret eos, patet per penultimam & antepenultimam conceptionem, alternatim quoties oportuerit repetitas, sicut in demonstratione conuersę pręcedentis. Numerat enim f d, e b, quia cùm ab ipso detrahitur quoad potest, nihil fit residuum, ergo & c f per penultimam cōceptionem, igitur & c d per antepenultimam, quare & a e per penultimam, igitur & a b per antepenultimam. Quòd autem nullus maior f d, numeret a b, & c d, sic patet. Si enim fieri potest, sit numerus g maior f d, numerans utrunq; duorum numerorum a b & c d: quia igitur g numerat c d, numerabit per penultimam conceptionem a e, & quia numerat a b, numerabit per ultimam f d, maior uidelicet, minorem: quod est impossibile. Ex hoc secundo processu liquet correlarium.

a.........e......b
c.......f...d
g....

Euclid. ex Zamb. *Problema 1.* *Propositio 2.*

Duobus numeris datis non primis adinuicem, maximā eorum communem dimensionem inuenire.

THEON ex Zamb. *Sint dati bini numeri non primi adinuicem, αβ & γδ: oportet iam ipsorum αβ & γδ, maximam dimensionem inuenire. Si quidem γδ ipsum αβ metitur, metitur autem & seipsum. Igitur γδ, ipsorum γδ & αβ communis dimensio est, & manifestum est quòd maxima, nullus enim maior ipso γδ, ipsum γδ metietur. Si autem γδ non metitur ipsum αβ, ipsorum αβ & γδ sublato (per primā septimi) semper minore à maiore, sumetur numerus aliquis qui metietur præcedentem, unitas quidem non sumetur. Si autem non, erunt αβ & γδ primi adinuicem, quod non supponitur. Sumetur aliquis numerus igitur qui metietur præcedentem, & γδ quidem ipsum αβ metiens, (per primam septimi) relinquat se minorem αε: αε autem ipsum γδ metiēs, relinquat se minorem γζ, & γζ ipsum αε metiatur. Quoniam igitur γζ ipsum αε metitur, & αε ipsum δζ metitur: igitur γζ ipsum δζ metietur, metitur & seipsum, & totū igitur γδ metietur. At γδ ipsum βε metitur, & γζ igitur ipsum βε metitur: metitur autem & εα, igitur & totum βα metietur, metietur quoque ipsum γδ, igitur γζ ipsos αβ & γδ metitur. Igitur γζ ipsorum αβ & γδ communis dimensio est. Dico enim quòd & maxima, si γζ ipsorum αβ & γδ non est maxima communis mensura, metietur ipsos αβ & γδ numeros aliquis numerus maior existens, ipso γζ metiatur, estoq; η. Et quoniam η ipsum γδ, & γδ ipsum βε metitur, & η igitur ipsum βε metitur. Metitur autem & totum αβ, & reliquum igitur αε metietur: at αε ipsum δζ metitur, & η igitur ipsum δζ metietur: metietur autem & totum γδ, & reliquū igitur γζ metietur, maior minorem, quod est impoßibile. Igitur ipsos αβ & γδ numeros numerus non metietur, maior existens ipso γζ. Igitur γζ ipsorum αβ & γδ maxima est communis mensura: quod oportebat facere.*

β........α
δ....γ
β......ε....α
δ....ζ..γ

β.......ε....α
η...
δ....ζ..γ

CORRELARIVM. *Ex hoc manifestum est, quòd si numerus binos numeros metitur, & maximam communem eorum dimensionem metietur.*

Euclid. ex Camp. *Propositio 3.*



Ropositis tribus numeris adinuicem compositis, maximum numerorum eos communiter numerantium inuenire.

CAMPANVS. Priusquam hanc tertiam conclusionem demonstremus, demonstrandum arbitramur ipsius antecedens, uidelicet propositis tribus numeris, qualiter poterimus certificare an ipsi sint adinuicem compositi. Sint itaque tres numeri a b c, de quibus uolo uidere utrum ipsi sint adinuicem compositi: per primam igitur inquiro, an duo primi qui sunt a & b sint adinuicem primi, quòd si sic, non erunt a, b, c, adinuicem compositi per diffinitionem. Si autem a & b sunt adinuicem compositi, sit per præcedentem d maximus numerus eos numerans, qui si numerat c, erunt per diffinitionem, a, b, c, adinuicem compositi. Si autem non numerat ipsum, sed ipsi c & d quidem sunt contra se primi, non erunt a, b, c, adinuicem compositi: nam quicunque numeraret eos, numeraret etiam d per correlarium pręcedentis, sicq; essent d & c compositi, quod est

a.........
b.......
c...

a .... d ....
b .... e..
c ....
e ....
e ......

contra

contra hypothesin. Si autem e & d sunt compositi, erũt etiam a, b, c, adinuicem compositi. Sit enim per præmissam e, maximus numerans c & d, qui etiam per penultimam conceptionem numerabit a & b, quare per diffinitionem a b c, sunt adinuicem compositi. Simili quoq; modo scietur, propositis quotlibet pluribus quàm tribus, an omnes sint adinuicem compositi. Propositis itaq; tribus qui sunt adinuicem cõpositi, qui etiam sint a, b, c, uolo inuenire maximum numerum numerãtem omnes. Sumo secundum doctrinam præmissæ, d maximũ numerãtem a & b, qui si numerat c, ipse est quem quærimus: alioqui per correlarium præcedentis sequeretur maiorem numerare minorem. Si autem non numerat c, erũt tamen c & d adinuicem compositi per hypothesin & correlarium præcedẽtis & diffinitionem: sit igitur maximus eos numerãs e, dico e esse maximum numerantem a, b, c. Quod enim eos numeret, patet per hanc ultimam hypothesin, quæ est ipsum esse maximum numerantem c & d, & per penultimam conceptionem. Et quòd nullus eo maior numeret eos, sic patet: sit enim si potest fieri, f maior e, qui numeret a b c, qui cùm numeret a & b, numerabit per correlarium præmissæ d, & quia etiam numerat c, numerabit per idem correlarium e, maior uidelicet minorem, quod est impossibile. Non erit igitur numerus aliquis maior e, numerans a b c: quod est propositum.

a ....
b ....
c ...

a .... d ....
b .... e ..
c ....
c ....
c ......

a .... d ....
b .... e ..
c .... f ...
e ......

CAMPANI *additio.*

Simili quoque modo inuenietur maximus numerus, numerans quotlibet plures tribus adinuicem compositos. Vnde non oportuit Euclidem de pluribus tribus hoc docere, quia idem est modus & ars in tribus & pluribus.

Ex ultimo autem huius demonstrationis processu, possumus etiam istud correlarium huic tertiæ conclusioni adijcere.

CORRELARIVM.

Vnde manifestum est quòd omnis numerus numerans quotlibet adinuicem cõpositos, numerat maximum numerantem eos omnes, & etiam maximos numerantes binos & binos eorum.

Euclid. ex Zamb. *Problema 2.* *Propositio 3.*

3 Tribus numeris datis non primis adinuicem, maximam eorum communem mensuram inuenire.

THEON *ex Zamb. Sint dati tres numeri non primi adinuicem* α β γ, *oportet iam ipsorũ* α β γ, *maximam communem dimensionẽ inuenire. Sumatur ipsorum* α β, *maxima cõmunis mensura* δ, *(per 2 septimi.) Iam ipse* δ, *ipsum* γ *aut metitur aut nõ metitur, metiatur primum: metitur autem ipsos & α β. Igitur δ metitur ipsos α β γ. Igitur δ, ipsorũ α β γ, communis dimensio est. Dico iam quòd & maxima. Si autem δ ipsorum α β γ non est maxima communis mẽsura, metietur ipsos α β γ, numeros aliquis numerus maior ipso δ. Metiatur, & esto ε. Quoniam enim ε metitur ipsos α β γ, metietur igitur & ipsos α β. Igitur & ipsorum α β, maximam communem mensuram metietur, (per correlarium secundæ septimi.) Ipsorum autem α β, maxima communis mensura est δ. Igitur ε ipsum δ metietur, maior minorem, quod est impoßibile (per constructionem.) Ipsos igitur α β γ numeros, numerus aliquis non metietur, maior existens ipso δ. Igitur δ ipsorum α β γ, maxima communis dimensio est. Non metiatur iam δ ipsum γ. Dico quòd primum δ & γ, non sunt primi adinuicem. Quoniam enim α β γ, (per hypothesin) nõ sunt primi adinuicem, metietur eos aliquis numerus. At ipsos α β γ metiens, metietur & ipsos α β, & ipsorum α β maximam mensuram δ metietur (per correlarium secundæ septimi.) Metitur autem & γ. Ipsos igitur δ γ numeros, numerus aliquis metietur: igitur δ & γ, non sunt primi adinuicem. Sumatur (per 2 septimi) igitur ipsorum δ γ, maxima cõmunis mensura ε, & quoniam ε ipsum δ metitur, at δ ipsos α β, metitur, & ε igitur ipsos α β, metitur: metitur autem & γ. Igitur ε ipsos α β γ, metitur. Igitur ε ipsorum α β γ, communis dimensio est. Dico autem quòd & maxima. Si autem ε ipsorum α β γ, non est maxima mensura, ipsos α β γ numeros metietur, aliquis numerus maior existens ipso ε, metiatur, & esto ζ. Et quoniam ζ ipsos α β γ metitur, & ipsos α β metitur, & ipsorum α β, igitur communem maximam*

α ....
β ......
γ ....
δ ..
ε ...

α ....
β ....
γ ....
δ ....
ε ..
ζ ...

mensuram metietur (per correlarium secundæ septimi.) Ipsorum autem α β, maxima communis mensura est δ. Igitur & ipsum δ metitur: metitur autem & γ. Igitur & ipsos δ γ, metitur & ipsorum δ γ, maximam communem mensuram metietur (per idem.) At ipsorum δ γ, maxima communis mensura est ε. Igitur & ipsum ε metitur, maior minorem, quod est impossibile. Ipsos igitur α β γ, numeros numerus aliquis non metitur maior existens ipso ε. Igitur ε ipsorum α β γ, maxima communis dimensio est: quod fecisse oportuit.

α . . . .
β . . . .
γ . . . .
δ . . . . . .
ε . .
ζ . . .

CORRELARIVM.

Proinde manifestum est, quòd si numerus aliquis tres numeros metitur, & maximam eorum communem dimensionem metietur. Similiter autem & pluribus numeris datis non primis adinuicem, maxima communis dimensio inuenietur & correlarium succedet.

Euclid. ex Camp. Propositio 4.



Omnium duorum numerorum inæqualium, minor maioris aut pars, aut partes. 4

CAMPANVS. Sint duo numeri a & b, b minor, dico quòd b est pars uel partes a. Aut enim b numerat a, aut non: si numerat, pars eius est per diffinitionem. Si non numerat ipsum, aut ergo sunt adinuicem primi, aut non: si non sunt adinuicem primi, habebunt per diffinitionem partem communem, quæ quoties fuerit in b tot partes a dicetur esse b per diffinitionem: si autem sint adinuicem primi, quia tamen omnis numeri pars est unitas ab ipso denominata, patet idem per unitates.

a . . . .
b . . . .
b . . . . . .
b . . . .

Euclid ex Zamb. Theorema 2. Propositio 4.

Omnis numerus, omnis numeri minor maioris aut pars est, aut partes. 4

THEON ex Zamb. Sint bini numeri α ζ, & γ sit minor β γ. Dico quòd β γ ipsius α, aut pars est aut partes. Ipsi enim α β γ, aut primi adinuicem sunt, aut non: sint primum α β γ, primi adinuicem. Diuiso etenim β γ in eas quæ in ipso sunt unitates, erit unaquæque unitas earũ quæ in β γ, pars aliqua ipsius α: proinde partes sunt β γ, ipsius α. Non sint autem ipsi α β γ, primi adinuicem. Iam β γ ipsum α aut metitur, aut non metitur. Si quidem igitur β γ ipsum α metitur pars est β γ ipsius α. Si autem non, sumatur (per secundam septimi) ipsorum α ζ γ, maxima communis mensura, sitq; δ. Diuidatur β γ in æquales ipsi δ, hoc est β ε, ε ζ, ζ γ. Et quoniam δ ipsum α metitur, pars est δ ipsius α: æqualis autem est δ unicuiq; ipsorum β ε, ε ζ, ζ γ: & unusquisq; igitur ipsorum β ε, ε ζ, ζ γ, ipsius α est pars. Quare partes est β γ ipsius α. Omnis igitur numerus, omnis numeri minor maioris aut pars est aut partes: quod demonstrare oportebat.

α . . . .
β . . . . γ
β . . . ε . . . ζ . . . γ
δ . . .

Euclid. ex Camp. Propositio 5.



Si fuerint quatuor numeri, quorũ primus tota pars secũdi quota tertius quarti, erunt primus & tertius pariter accepti tota pars secundi & quarti pariter acceptorum, quota primus secundi. 5

CAMPANVS. Volẽs Euclides hos libros de numeris aliquo præcedẽtium non indigere, sed per seipsos stare, partem eius quod proposuit per primã quintæ de quantitatibus in genere, proponit per hanc quintam huius septimi de numeris. Sint igitur quatuor numeri a b c d, sitq; b tota pars a, quota d, c: dico quòd b & d pariter accepti sunt tota pars a & c pariter acceptorũ, quota b est a: diuisis enim a & c secundum quantitatem b & d, argumentare sicut in prima quinti: erit enim ut totidẽ sint partes a, quot c per positionem, & ut aggregatum ex prima parte a & prima c, sit æquale aggregato ex b & d: similiter quoq; & aggregatum ex secunda parte a & secũda c, & quia hæc aggregatio toties potest fieri quoties continetur b in a, sequitur ut numerus æqualis aggregato ex b & d, toties contineatur in aggregato ex a & c, quoties b continetur in a: quare constat propositum.

a . . . . c . . . . . .
b . . . . d . . .

Euclid. ex Zamb. Theorema 3. Propositio 5.

Si numerus numeri pars fuerit, & alter alterius eadem pars, & uterque utriusque eadem pars erit, quæ unus unius. 5

THEON ex Zamb. Numerus enim α, numeri β γ esto pars, & alter δ alterius ε ζ eadem pars, quæ est α ipsius β γ. Dico quòd uterque α δ, utriusq; β γ & ε ζ eadem pars est, quæ & α ipsius

β . . . .

α, ipsius ζ γ. Quoniam enim α pars est ipsius β γ, eadḗq; pars est δ ipsius ε ζ. quot igitur sunt in ipso β γ numeri æquales ipsius α, tot sunt & in ipso ε ζ numeri æquales ipsi δ. Diuidatur, inquam, β γ in æquales ipsi α, hoc est β η & η γ, & ε ζ in æquales ipsi δ, hoc est ε θ, & θ ζ, erit iam æqualis multitudo ipsorum β η & η γ, multitudini ipsorum ε θ & θ ζ. Et quoniam æqualis est β η ipsi α, & ε θ ipsi δ, igitur β η & ε θ, α δ sunt æquales. Id propterea enim η γ ipsi α est æqualis, & θ ζ ipsi δ: ipsi igitur η γ θ ζ ipsis α δ æquales sunt. Quot igitur sunt ipso β γ numeri æquales ipsi α, tot sunt & in β γ & ε ζ æquales ipsi α, δ. Quotuplex igitur est β γ ipsius α, totuplex est & uterque β γ & ε ζ, utriusq; α, δ. Quæ igitur pars est α ipsius β γ, eadem pars est, & uterq; α, δ, utriusq; β γ & ε ζ: quod oportebat demonstrare.

β...... η.......γ
δ....
ε....θ....ζ

Euclid. ex Camp. *Propositio 6.*

6 SI fuerint quatuor numeri, quorū primus totæ partes secundi quotæ tertius quarti, erunt primus & tertius pariter accepti totę partes secundi & quarti pariter acceptorū, quotę primus secundi.

CAMPANVS. Quod proposuit præmissa de parte, proponit ista de partibus. Sint itaq; ut prius quatuor numeri a, b, c, d, sitq; ut b sit tot & totæ partes a, quot & quotæ d est c: dico quód b & d pariter accepti erunt tot & totæ partes a & c pariter acceptorum, quot & quotæ b est a. Dico autem tot & totas, quia partium pluralitas duobus numeris diffinitur, quorum alter numerator dicitur, alter denominator: ut cùm dicimus tres quintæ, ternarius numerat, quinarius denominat. Quia igitur b est partes a, sit ut sint partes eius numeratæ ab h & denominatæ à k, eritq; similiter per positionem, d partes c numeratæ ab h & denominatæ a k. Vna itaq; partium b sit e, & una partium d sit f, eritq; per hypothesin, e pars b denominata ab h. & pars a denominata a k. Similiter quoq; & f erit pars d secundū h, & pars c secundum k. Compositus igitur ex e & f sit g, eritq; per præmissam, g pars b & d pariter acceptorum, secundum h, itemq; per eandem erit pars a & c pariter acceptorum, secundum K: quare per 16 diffinitionem, erunt b & d pariter accepti partes a & c pariter acceptorum numeratæ ab h & denominatæ à k, eo quod eorum communis pars est g minoris secundum h & maioris secundum K, & quia sic erat b, a, constat propositum.

a...... c............
b.... d........
g
e..f....
h.. k...

CAMPANI *annotatio.* Potes autē & per hanc & præmissam, quod proponit de quatuor numeris, ad quotlibet numeros ampliare, quód si quotlibet numeri minores ad totidem maiores comparentur, fuerintq; singuli singulorū tota pars aut partes, quota uel quotæ primus secundi, erunt quoq; omnes pariter accepti tota pars aut partes omnium pariter acceptorum, quota uel quotæ primus secundi, quod facilè probatur per hanc & præmissam, quoties oportuerit repetitas. Et si crederemus esse intentionem Euclidis assumere ex prius demonstratis, aliqua ad demonstrationem eorum quę hic proponit, ex 13 quinti facilè demonstrassemus hanc sextam. Nunc autē quia uidetur oppositum (aliter enim superuacuè proposuisset multa de numeris, quæ demonstrata sunt in quinto de quantitatibus in genere) necesse habuimus proprijs uti demonstrationibus tanquam ex prioribus nihil sumentes, solis huius septimi contenti principijs: propter quod & petitiones & communes animi conceptiones, proposito proprias non inconuenienter huius septimi principio apposuimus.

Euclid. ex Zamb. *Problema 4.* *Propositio 6.*

6 Si numerus numeri partes fuerit, & alter alterius eædem partes, & uterq; utriusq; eædem partes erunt, quæ unus unius.

THEON *ex Zamb. Numerus enim α β, numeri γ esto partes, & alter δ ε, alterius ζ eædem partes, quæ α β ipsius γ. Dico quód & uterq; α β & δ ε, utriusq; γ, ζ, eædem partes sunt, quæ α β ipsius γ. Quoniā enim quales partes est α β ipsius γ, eædem partes est & δ ε ipsius ζ: quot igitur partes sunt in ipso α β ipsius γ, tot partes & in δ ε, ipsius ζ. Diuidatur quidem α β in partes ipsius γ, hoc est α η & η β, necnō δ ε in partes ipsius ζ, hoc est δ θ, & θ ε. Erit multitudo ipsorū α η, η β æqualis multitudini ipsorū δ θ, θ ε: & quoniam qualis pars est α η ipsius γ, talis pars est & δ θ ipsius ζ: qualis igitur pars est α η ipsius γ, talis pars est et uterq; α η & δ θ utriusq; γ, ζ. Id propterea & qualis pars η β ipsius γ, talis pars est & uterque η β & θ ε, utriusq; γ ζ. Quales igitur partes sunt α β ipsius γ, tales partes sunt et uterq; α β & δ ε, utriusque γ, ζ: quod oportebat demonstrare.*

α...η...β
γ.........
δ....θ....ε
ζ...........

Euclid. ex Camp. *Propositio 7.*



SI fuerint duo numeri quorum unus alterius pars, detrahatur'que ab ambobus ipsa pars, erit reliquus tota pars reliqui, quota totus totius. 7

CAMPANVS. Quod proponit hic Euclides de numeris, proposuit superius in quinta quinti de quantitatibus in genere. Sit ita ut quota pars est totus a totius b, totus sit c detractus ab a, d detracti a b: dico quòd tota erit e residuus a f residui b, quota est totus a totius b, & hæc est quasi conuersa quintæ. Sit enim per petitionem, e tota pars g, quota c est d, eritq́ per 5, tota pars a compositi ex g & d, quota c, d: quare & quota est a, b: igitur per secundam conceptionem compositus ex g & d est æqualis b: dempto itaq́ ab utroq́ numero, d, erit g æqualis f, quare erit e tota pars f, quota est a, b, tota enim erat c, g: quod est propositum.

g . . . . b .
f . . . . d . . . .
a
e . . . . c . .

Euclid. ex Zamb. *Theorema 5.* *Propositio 7.*

Si numerus numeri pars fuerit qualis ablatus ablati, & reliquus reliqui pars erit qualis totus totius. 7

THEON ex Zamb. *Numerus enim αβ numeri γδ pars esto, qualis ablatus αε ablati γζ. Dico quòd & reliquus εβ reliqui ζδ eadem est pars, qualis est totius αβ totius γδ. Qualis enim pars est αε ipsius γζ, talis pars esto & εβ ipsius γη. Et quoniam qualis pars est αε ipsius γζ, talis pars est & αβ ipsius ηζ, qualis igitur pars est αε ipsius γζ, talis est (per 5 septimi) & αβ ipsius ζη. Qualis autem pars est αε ipsius γζ, talis pars supponitur αβ ipsius γδ. Qualis pars igitur est αβ ipsius ζη, talis pars est αβ ipsius γδ: igitur αβ, utriusq; ipsorum ηζ & γδ eadem pars est: æqualis igitur est ζη ipsi γδ. Communis auferatur γζ. Reliquus igitur ηγ, reliquo ζδ est æqualis. Et quoniam qualis pars est αε ipsius γζ, talis pars est εβ ipsius ηγ, æqualis autem est ηγ ipsi ζδ, qualis igitur pars est αε ipsius γζ, talis pars est & εβ ipsius ζδ. Sed qualis pars est αε ipsius γζ, talis pars est & αβ ipsius γδ: qualis igitur pars est εβ ipsius ζδ, talis pars est & αβ ipsius γδ. Et reliquus igitur εβ, reliqui ζδ talis est pars, qualis totus αβ totius γδ: quod oportebat demonstrare.*

η . . . . γ . . . . ζ . . . . δ
α . . . . ε . . β

Euclid. ex Camp. *Propositio 8.*



SI à duobus numeris (quorum alter alterius partes) propositis partes illæ subtrahantur, erit reliquus reliqui eædem partes quæ est totus totius. 8

CAMPANVS. Hæc est quasi conuersa sextæ, ut si sit quot & quotæ partes est totus a totius b, tot & totæ c detractus a, b, ad detracti a b, erit e residuus a, tot & totæ partes f residui b, quot & quotæ est a b. Sit enim g una partium a, & h una partium c, eritq́ propter hypothesin, g tota pars a, quota h, c, & tota b, quota h, d: detrahatur h d g, & remaneat k, eritq́ k per præmissam, tota pars e, quota g, a, & tota f per eandem, quota g, b: quia igitur e & f habent partem communem quæ est k, erit per 16 diffinitionem, e partes f tot quidem quota pars est K, e, & totæ, quota est K, f. & quia tot & totæ erat a, b patet propositum.

b
f . . . d . . . . . .
a
c . . e . . . .
g . . k.
h . .

Euclid. ex Zamb. *Theorema 6.* *Propositio 8.*

Si numerus numeri partes fuerit quæ ablatus ablati, & reliquus reliqui, eædem partes erit, quæ totus totius. 8

THEON ex Zamb. *Numerus enim αβ, numeri γδ partes esto, quæ ablatus αε, ablati γζ. Dico quòd reliquus εβ, reliqui ζδ eædem partes est, quæ totus αβ totius γδ. Ponatur enim ipsi αβ æqualis ηθ, quæ igitur partes est ηθ ipsius γδ, eædẽ partes est & αε ipsius γζ. Diuidatur quidẽ ηθ in ipsius γδ partes, hoc est ηκ & κθ & αε in ipsius γζ partes, hoc est αλ & λε, erit autem æqualis multitudo ipsorum ηκ & κθ multitudini ipsorũ αλ & λε, & quoniã qualis pars est ηκ ipsius γδ, talis pars est & αλ ipsius γζ: maior autem est γδ ipso γζ, maior igitur est et ηκ ipso αλ, ponatur ipsi αλ æqualis ημ. Igitur qualis pars est ηκ ipsius γδ, talis pars est*

α . . . λ . . . ε . . β
γ . . . . ζ . . . δ
η . . . μ . κ . . . . ν . θ

pars est & θ μ ipsius γ ζ: & reliquus igitur μ κ (per 7 septimi) reliqui ζ δ eadem pars est sicut totus θ κ totius γ δ. Rursus quoniam qualis pars est κ θ ipsius γ δ talis pars est & ι λ ipsius γ ζ, maior autē est γ δ ipso γ ζ. maior igitur est & θ κ ipso ι λ, ponatur ipsi ι λ aequalis κ ν. Qualis igitur pars est κ θ ipsius γ δ, talis pars est & κ ν ipsius γ ζ, & reliquus igitur ν θ (per 7 septimi) reliqui ζ δ eadē pars est, quae totus κ θ totius γ δ: patuit autem quòd & reliquus μ κ reliqui ζ δ eadem pars est, qualis totus θ κ totius δ γ: & uterq; igitur μ κ & ν θ (per 5 septimi) ipsius δ ζ eaedem partes est, quae totus θ κ totius γ δ. Aequalis autem est uterq; simul μ κ & ν θ ipsi ι λ. At θ η ipsi β α, & reliquus igitur ι ε, reliqui ζ δ eaedem partes est, quae totus α β totius γ δ: quod oportebat demonstrare.

α . . . . . . λ . . . ι . . β
η . . . μ . κ . . . ν . θ
γ . . . . ζ . . . δ

Euclid. ex Camp. *Propositio 9.*

9 I fuerint quatuor numeri, quorum primus secūdi tota pars quota tertius quarti, erit permutatim tota pars aut partes primus tertij, quota pars aut partes secundus quarti.

CAMPANVS. Sit a primus tota pars b secundi, quota c tertius d quarti: sintq; a & b minores c & d: aliter enim esset econuerso ei quod proponit: dico quòd quota pars uel partes est a, c, tota uel totae est b, d: diuidantur enim, b quidem secundum quantitatem a, d uerò secūdum c, eruntq; per praesentem hypothesin, tot partes b, quot d: & quia unaquaeq; partium b est aequalis a, & unaquaeq; d, c, est autem a, c, pars aut partes per praesentem hypothesin, & per quartam huius, erit unaquaeq; partium b suae comparis ex partibus d ut prima primae secundae, sicq; de caeteris tota pars aut partes quota uel quotae est a, c, per 5 igitur uel 6 sub disiunctione quoties oportuerit repetitas, erit tota pars aut partes b, d, quota uel quotae est a, c: quod est propositum.

b . . . . . . d . . . .
a . . . c . . . .

Euclid. ex Zamb. *Theorema 7.* *Propositio 9.*

9 Si numerus numeri pars fuerit, & alter alterius eadem pars, & uicissim qualis pars est uel partes primus tertij, eadem pars erit uel partes secundus quarti.

THEON ex Zamb. *Numerus enim α numeri β γ esto pars, & alter δ alterius ε ζ eadem pars, qualis est α ipsius β γ: minorem esto α ipso δ. Dico quòd & uicissim qualis pars est α ipsius δ uel partes, eadem pars est uel partes β γ ipsius ε ζ. Quoniā enim qualis pars est α ipsius β γ, talis pars est & δ ipsius ε ζ, quot igitur sunt in β γ numeri aequales ipsi α, tot sunt & in ε ζ aequales ipsi δ. Dirimatur quidem β γ in ipsi α aequales, hoc est β η & η γ, & ε ζ in ipsi δ aequales, hoc est ε θ & θ ζ, erit iam aequalis multitudo ipsorum β η & η γ, multitudini ipsorum ε θ et θ ζ: & quoniam aequales sunt β η & η γ numeri adinuicem, & ε θ & θ ζ numeri, sibijnuicem sunt aequales, & aequalis est multitudo ipsorum β η & η γ multitudini ipsorum ε θ & θ ζ: aequalis igitur pars est β η ipsius ε θ uel partes, eadem pars est η γ ipsius θ ζ uel eaedem partes. Itaq; qualis pars est β η ipsius ε θ uel partes, talis pars est (per 2 quinti & 5 septimi) & uterq; β γ utriusq; ε ζ uel eaedem partes, tequalis autem est η β ipsi α, & ε θ ipsi δ. Qualis igitur pars est α ipsius δ uel partes, eadem pars est & β γ ipsius ε ζ uel eaedem partes: quod oportebat demonstrare.*

α . . . .
β . . . . η . . . . γ
δ . . . . .
ε . . . . . θ . . . . . ζ

Euclid. ex Camp. *Propositio 10.*

10 I fuerint quatuor numeri, quorū primus totae partes secundi quotae tertius quarti, erit permutatim primus tota pars aut partes tertij quota uel quotae secundus quarti.

CAMPANVS. Sint quatuor numeri ut prius, quorum similiter minores sint a & b, sitq; a totae partes b, quotae c est d: dico quòd quota pars aut partes est a, c, tota uel totae est b, d. Diuidantur enim minores in partes illas qui sunt a & c: eruntq; per praesentē hypothesin tot partes a, quot c, & quia unaquaeq; ex partibus a est tota pars b, quota quaelibet ex partibus c est d (hoc enim habemus ex nostra hypothesi) erit permutatim per praemissam, ut quota pars aut partes est b, d, tota uel totae sit unaquaeq; ex partibus a suae comparis ex partibus c: per quintam igitur uel 6 sub disiūctione quoties oportuerit repetitas, erit tota pars aut partes b, d, quota uel quotae est a, c: quod est propositum.

a . . . . b . . . . . .
c . . . . d . . . .

Euclid. ex Zamb. *Theorema 8.* *Propositio 10.*

10 Si numerus numeri partes fuerit, & alter alterius eaedem partes, & uicissim

cissim quæ partes est primus tertij uel pars, eædem partes erit & secundus quarti uel eadem pars.

THEON ex Zamb. *Numerus enim αβ, numeri γ partes esto, & alter δε, alterius ζ eædem esto partes, sit autem αβ, ipso γδ minor. Dico quòd & uicißim quales partes est αβ ipsius δε, uel pars eadē partes est & γ ipsius ζ uel eadem pars. Quoniam enim quales partes est αβ ipsius γ, eædem partes est & δε ipsius ζ, quot igitur sunt in ipso αβ partes ipsius γ, tot & in δε sunt partes ipsius ζ. Diuidatur quidē αβ in ipsius γ partes (æquales) hoc est αη & ηβ. Itidemq; δε in ipsius ζ partes (æquales) hoc est δθ & θε, erit iam æqualis multitudo ipsorum αη & ηβ, multitudini ipsorū δθ & θε. Et quoniam qualis pars est αη ipsius γ, eadem pars est & δθ ipsius ζ, uicißim quoq; (per præcedentem) qualis pars est αη ipsius δθ uel partes, eadem pars est & γ ipsius ζ uel eædem partes. Id propterea qualis pars est ηβ ipsius θε uel partes, talis pars est & γ ipsius ζ uel partes. Quare qualis pars est αη ipsius δθ uel partes, eadem pars est & αβ ipsius δε uel eædem partes (per diffinitionem) Sed (per 6 septimi) qualis pars est αη ipsius δθ uel partes, talis pars ostensus est & γ ipsius ζ, uel eædem partes, & (per 11 quinti) quales igitur partes est & αβ ipsius δε, uel pars, eædem partes est & γ ipsius ζ uel eadem pars: quod oportebat demonstrare.*

ζ...............
δ.....θ.....ε
γ......
α..η..β

Euclid. ex Camp. *Propositio 11.*


SI fuerint quatuor numeri proportionales, quorum primus secundo & tertius quarto sit maior, erit secundus tota pars aut partes primi, quota uel quotæ quartus tertij. Quòd si secundus fuerit tota pars aut partes primi quota uel quotæ quartus tertij, quatuor numeros proportionales esse conueniet. 11

CAMPANVS. Sit proportio a ad b, sicut c ad d, sintq; a & c maiores. Dico quòd quota pars aut partes est b a, tota uel totæ est d, c, & econuerso. Erit enim per conuersionem diffinitionis similium proportionum, ut quoties b in a, toties sit d in c, & si qua pars aut partes b superfluunt in a, tota pars aut partes d superfluant in c, si itaq; cōtineatur b in a sine superfluitate partis, quia toties sine superfluitate continetur d in c, erit per diffinitionem similium partium quota pars b a, tot ad c. Quod si quotieslibet continetur b a cum superfluitate partis, toties cōtinetur d in c cum superfluitate similis partis, distincto a secundum b ut superfluitate, atq; c secūdum d ut superfluat f, erit tota pars e b quota f, d. At quia toties continetur b in differentia a ad e, quoties d in differentia c ad f, erit per communē scientiam toties e in a quoties f in c: cum igitur a & b habeant e partem communem, similiter c & d, f, sit itaq; e in b quoties f in d, itemq; e in a quoties f in c, erit per 16 diffininonem, b tot & totæ partes a, quot & quotæ d c. Si autem quotieslibet b continetur in a cum superfluitate quotlibet partium, toties continetur d in c cum superfluitate tandem & similium partium, distincto a secundum b ut superfluat e, similiter c secūdum d ut superfluat f, erit e tot & totæ partes b, quot & quotæ f, d. Sumpta itaq; una ex ipsis, argumentandum ut prius, sicq; patet primum. Secundum sic. Sit b, a, tota pars aut partes, quota uel quotæ d, c, dico quòd erit proportio a ad b, sicut c ad d: si enim est tota pars, constat propositum. Si autem totæ partes, diuisis eis secundum partes illas, patebit toties esse b in a, quoties d in c, & totam partem aut partes b, superfluere in a, quota an quotæ d superfluunt in c, per diffinitionem itaq; est proportio a ad b, sicut c ad d, sicq; liquet totum.

a ...... c ....
b ... d ....

a c
....e.. ....f....
b d
....

a c
......e.... ...f..
b d
....

Hæc undecima, in Zamberto nullam habet respondentem.

Euclid. ex Camp. *Propositio 12.*


SI à duobus numeris secūdum suas proportiones duo numeri detrahantur, erit proportio reliqui ad reliquū tanquam proportio totius ad totum. 12

CAMPANVS. Quod proposuit Euclides in 19 quinti de quantitatibus in genere, proponit hic de numeris. Vt si sit proportio totius a ad totum b sicut c detracti ab a ad d detractum a b, erit e residui a ad f residuum b, sicut a ad b. Si enim a sit minor b, erit per præsentem hypothesin & per conuersionem diffinitionis

b
d ... f .....
a
c ... e ...

nitionis, c tota pars aut partes d, quota uel quotæ est a, b: per 7 igitur uel 8, erit e tota pars aut partes f, quota uel quotæ est a, b: per diffinitionem igitur erit proportio una, quod est propositum. Quod si a sit maior b, erit per primam partem præmissæ quota pars aut partes b, a, tota uel totæ d, c, quare per 7 uel 8, tota uel totæ erit f, e, itaque per secundam partem præmissæ erit e ad f, sicut a ad b, quare constat propositum.

b
d . . . f . . .
a
c . . . . . e . . . .

Campani *annotatio*. Cedunt autẽ huic, 7 & 8, hæc enim sola quod ambæ illæ, continet. Volunt autem quidam secundam partem huius probare per 19 quinti, sed si hoc intẽderet Euclides, cùm ista proponat particulariter quod illa uniuersaliter, uanè (illa demõstrata in quinto) proposuisset hanc hic in septimo, & quia iterum non demõstrant eam simpliciter per 19 quinti. At uerò nec modum demonstrationis illius possunt affirmare ad demonstrationẽ huius, cùm illa demonstretur in quantitatibus in genere per proportionalitatem permutatam, quæ infrà demonstratur in numeris. Existimo autem, & rationabiliter conuinci uidetur Euclidem (quem uultum demonstratoris arithmetici, gratia decimi, in quo sine numerorũ aliqua præcognitione transire non poterat, constat assumere) idcirco plurima eorum quæ in quinto de quantitatibus in genere demonstrauit, hic repetere demonstranda de numeris, quoniam per alia principia propria uidelicet numerorum, quæ magis nota sunt intellectui quàm ea per quæ processit in quinto, ipsa demonstrare intendit, principia enim quinti propter maliciam quãtitatum incommunicantiũ difficilia sunt, principia uerò numerorum, magis ultrò se intellectui applicant faciliusq; quàm illa. Egent enim illa intellectu magis disposito.

Hæc sequens undecima Euclidis ex Zamberto propositio, duodecimæ præcedenti ex Campano respondet.

Euclid. ex Zamb. *Theorema 9.* *Propositio 11.*

11 Si fuerit sicut totus ad totum, sic ablatus ad ablatum, & reliquus ad reliquum erit, sicut totus ad totum.

THEON *ex Zamb. Esto sicut totus αβ ad totũ γδ, sic ablatus αε ad ablatum γζ. Dico quòd & reliquus εβ ad reliquum ζδ, est sicut totus αβ ad totum γδ. Quoniam enim est sicut αβ ad γδ sic αε ad γζ, qualis igitur pars est αβ ipsius γδ uel partes, eadẽ pars est & αε ipsius γζ uel eadem partes, & reliquus igitur εβ (per 8 septimi) reliqui ζδ eadem pars est uel partes, quæ αβ ipsius γδ: est igitur (per 11 quinti) sicut εβ ad ζδ, sic αβ ad γδ: quod oportebat demonstrare.*

d
b
f
e
a e

Euclid. ex Camp. *Propositio 13.*

13 I fuerint quotlibet numeri proportionales, quantus erit unus antecedens ad suum consequentẽ, tanti erunt omnes antecedentes pariter accepti ad omnes cõsequẽtes pariter acceptos.

Campanvs. Quod proponit Euclides per 13 quinti de quantitatibus in genere, proponit per hanc de numeris. Ut si sint a, b, & c, d, & e, f, proportionales, dico quòd quæ est proportio a ad b ea est quæ a, c, e, pariter acceptorum ad b, d, f pariter acceptos. Si enim a, c, e sint minores b, d, f, erit per conuersionẽ diffinitionis quota pars aut partes a b, tota uel totæ c, d, & e, f: per 5 ergo uel per 6 quoties oportuerit repetitas, erit quota pars uel partes a, b, tota uel totæ a, c, e pariter accepti b, d, f pariter acceptorũ, quare per diffinitionem, proportio una. Si autem a, c, e, sunt maiores b, d, f, erit per primam partem 11, quota pars uel partes b, a, tota uel totæ d, c & f, e, per 5 ergo uel 6 quoties oportuerit repetitas, erit quota pars uel partes b, a, tota uel totæ b, d, f, pariter accepti a, c, e pariter acceptorum: itaq; per secundam partem 11, proportio a ad b sicut a, c, e pariter acceptorum, ad b, d, f pariter acceptos: quod est propositum.

a . . . . c . . . . e . . b . . . . d . . . . . . f . . . .
a . . . . c . . . . . .
b . . . . d . . . f . . .

Euclid. ex Zamb. *Theorema 10.* *Propositio 12.*

12 Si fuerint quotcunq; numeri proportionales, erit sicut unus antecedentium ad unũ sequentiũ, sic omnes antecedẽtes ad omnes consequẽtes.

THEON *ex Zãb. Sint quotcũq; numeri proportionales α, β, γ, δ, sicut α ad β sic γ ad δ. Dico quòd est sicut α ad β, sic sunt α & γ ad β & δ. Quoniã enim (per hypothesin) est sicut α ad β sic γ ad δ, qualis igitur pars est α ipsius β uel partes, eadẽ pars est & γ ipsius δ uel partes, & (per 5 septimi) uterq; igitur α, γ, utriusq; β, δ, eadẽ pars est uel eadem partes, quæ α ipsius β: est igitur (per 11 quinti) sicut α ad β, sic α γ ad β δ: quod erat demonstrandum.*

. . d
. . . c
. . . . . . b
. . . . a

Euclid.

Euclid. ex Camp. *Propositio 14.*



I fuerint quatuor numeri proportionales, permutatim quoque proportionales erunt. 14

CAMPANVS. Modum arguendi qui dicitur proportionalitas permutata, quam demonstrauit Euclides per 16 quinti in genere, proponit hic demonstrandum in numeris. Vt si sit proportio a ad b sicut c ad d, erit permutatim a ad c sicut b ad d, erit enim a maior b aut minor, similiter quoque & maior c aut minor.

Sit itaque primò minor utroque, erit ergo per præsentem hypothesin & conuersionem diffinitionis a tota pars aut partes b,

a . . b . . . . c . . . d . . . . . .

quota uel quotæ c, d, per 9 itaque uel 10, erit permutatim a tota pars aut partes c, quota uel quotæ b, d, quare per diffinitionem proportio una. Sit secundò a maior utroque, erit per primã partem 11, ut quota pars aut partes est b, a,

a . . . . . . b . . . c . . . . d . .

tota uel totæ sit d, c, quare per 9 uel 10 tota pars aut partes erit b, d, quota uel quotæ c, a. Igitur per secundam partem 11 erit a ad c, sicut b ad d. Sit tertio a maior b, & minor c, eritque per primam partem 11 tota pars aut partes b, a,

a . . . . b . . c . . . . . . d . . .

quota uel quotæ est d c, quare per 9 uel 10 quota uel quotæ est a c, tota uel totæ erit b d, per diffinitionem itaque proportio una. Vltimò quoque sit a minor b, maiorque c: eritque ut tota pars aut partes sit c, d, quota uel quotæ est a, b,

a . . . b . . . . . . c . . d . . . .

per 9 itaque uel 10 erit tota uel totæ d, b, quota uel quotæ c, a, quare per secundam partem undecimæ, b ad d, sicut a ad c, sicque constat propositum. Huic autem cedunt 9 uel 10, quia hæc sola quod ambæ illæ proponit.

Euclid. ex Zamb. *Problema 11.* *Propositio 14.*

Si quatuor numeri proportionales fuerint, & uicissim proportionales erunt. 14

THEON ex Zamb. *Sint quatuor numeri proportionales α, β, γ, δ, sicut α ad β, sic γ ad δ.* Dico quòd *& uicissim proportionales erunt, sicut α ad γ, sic β ad δ.*

α . . . . β . . . .

Quoniam etim (per hypothesin) est sicut α ad β sic γ ad δ, qualis igitur pars est

γ . . . . δ . . .

α ipsius β uel partes, eadẽ pars est & γ ipsius δ uel partes (per 6 septimi.) Vicissim igitur qualis pars est α ipsius γ uel partes, eadẽ pars est & β ipsius δ uel partes (per 9 septimi & 10 eiusdẽ.) Sicut igitur α ad γ, sic β ad δ (per 11 quinti) quod erat demonstrandum.

Euclid. ex Camp. *Propositio 15.*



I fuerint quotlibet numeri aliique secũdum eorum numerum, omnesque duo ex prioribus secundũ proportionem omnium duorum ex posterioribus, in proportione ęqualitatis proportionales erunt. 15

CAMPANVS. Modum arguendi qui dicitur æqua proportionalitas, quam demõstrauit Euclides per 22 quinti de quantitatibus in genere, proponit hic demonstrandum in numeris directæ proportionalitatis: æquam autẽ proportionalitatẽ quam demonstrauit per 23 quinti de quantitatibus indirectę proportionalitatis, non proponit demonstrandũ in numeris, sed eam demonstrabimus infrà super 19 huius: nec est necessariũ, ut prædemonstremus in numeris, quod demonstratũ est per 11 quinti de quantitatibus in genere, uidelicet si quotlibet proportiones in numeris fuerint uni æquales uel eædem, ipsas esse sibi æquales uel easdem, hoc enim manifestum est per diffinitionem. Vt si a ad c & e ad f,

a . . . . c . . . . . . e . . . . b . . . . d . . . f . .

fit sicut b ad d, erit tam a c, quàm e f, tota pars aut partes, quota uel quotæ b, d, aut toties continebit a, c, & f, quoties b, d, & tota pars aut partes superfluent e in a, & f in e, quota uel quotæ d in b, quia ergo quota pars aut partes est a c, tota uel totæ est e f, aut quoties a continet c toties e, f, & quota pars aut partes c superfluunt in a tota uel totæ f in e, erit per diffinitionẽ a ad e sicut e ad f. Sint igitur uti proponitur, numeri a b e, & alij totidem c, d, f, sitque a ad b,

a . . . . e . . . . b . . . . . . d . . . c . . . . f . .

sicut c ad d, & b ad e, sicut d ad f: dico quòd erit in æqua proportionalitate a ad e, sicut e ad f, erit enim per pręmissam a ad c, sicut b ad d, sed & b ad d, sicut e ad f: quare a ad c, sicut e ad f: igitur per eandem a ad e, sicut c ad f, idem erit sumptis pluribus, sicque constat propositum.

CAMPANI *additio.* Quoniam autem Euclides cæteras quatuor species proportionalitatis quæ sunt conuersa, coniuncta, disiuncta, euersa, proponit demonstrandas in numeris, conueniens arbitramur eas quas non autor tanquam facilè demonstrabiles prætermisit, demonstrare.

Primùm

Primum itaque demonstrabimus conuersam, ut si sit a ad b, sicut c ad d: dico quòd erit ecõuerso b ad a, sicut d ad c: si enim fuerit a minor b, tunc quoque erit c minor d, & tota pars aut partes a, b, quota uel quotæ c, d, quare per secundam partem 11, erit b ad a, sicut d ad c: si autem fuerit a maior b, erit quoque & c maior d, & per primam partem 11 b tota pars aut partes a, quota uel quotæ d, c, per diffinitionem igitur, b ad a, sicut d ad c.

a . . . . c . . . . . . b . . . . d . . .

Disiunctam proportionalitatem ostendere.

Vt si sit a b ad d, sicut c d ad d, erit a ad b, sicut c ad d, erit enim permutatim a b ad c d, sicut b ad d & per 12 sicut a ad c, quia ergo a ad c, sicut b ad d, erit permutatim a ad b, sicut c ad d.

a . . . . b . . . c . . . . . . d . .

Coniunctæ proportionalitati demonstrationem afferre.

Vt si sit a ad b, sicut c ad d, erit a b ad b, sicut c d ad d: erit enim permutatim a ad c, sicut b ad d: quare per 13 a b ad c d, sicut b ad d, permutatim igitur erit a b ad b, sicut c d ad d.

a . . . . . . b . . . c . . . . d . .

Euersam proportionalitatem restat in numeris stabilire.

Vt si sit a b ad b, sicut c d ad d, erit a b ad a, sicut c d ad c, erit enim permutatum a b ad c d, sicut b ad d, quare per 12 sicut a ad c, permutatim igitur erit a b ad a, sicut c d ad c, patet itaque totum. Ex his quoque leuè est demonstrare in numeris, quod Euclides proponit per penultimam quinti de quantitatibus in genere, uidelicet

a . . . . . . b . . . c . . . . d . .

Si proportio primi ad secundum fuerit sicut tertij ad quartum, quinti quoque ad secundum sicut sexti ad quartum, erit proportio primi & quinti pariter acceptorum ad secundum, sicut tertij & sexti pariter acceptorum ad quartum.

Vt si sit a ad b, sicut c ad d, itemque e ad b, sicut f ad d, erunt a & e pariter accepti ad b, sicut c & f pariter accepti ad d: erit enim per conuersam proportionalitatem b ad e, sicut d ad f: quare per æquam proportionalitatem a ad e, sicut c ad f, ergo coniunctim a & e ad e, sicut c & f ad f, itaque per æquam proportionalitatem a & e ad b, sicut c & f ad d: quod est propositum. Eodemque modo probabis econuerso, si sit b ad a, sicut d ad c, itemque b ad e, sicut d ad f, erit b ad a & e, sicut d ad c & f, erit enim per conuersam proportionalitatem a ad b, sicut c ad d: quare per æquam a ad e, sicut c ad f, & coniunctim a & e ad e, sicut c & f ad f: igitur econuerso e ad a & e, sicut f ad c & f, per æquam itaque proportionalitatẽ erit b ad a & e, sicut d ad c & f, quod erat propositum. Ex hoc quoque manifestũ est, quòd si fuerit proportio quotlibet numerorum ad primum sicut totidem aliorum ad secundum, erit aggregati ex omnibus antecedentibus ad primum, ad primum, sicut aggregati ex omnibus antecedentibus ad secundum, ad secundum. Itemque econuerso si fuerit proportio primi ad quotlibet numeros sicut secundi ad totidem alios, erit primi ad aggregatum ex omnibus consequentibus ad ipsum, sicut secundi ad aggregatum ex omnibus consequentibus ad ipsum.

a . . . . e . . . . c . . . . . . f . . . b . . . . d . . .

Euclid. ex Zamb. *Theorema 12.* *Propositio 14.*

14 Si fuerint quotcunque numeri, & alij eisdem æquales numero cum duobus sumptis et in eadẽ ratione, & ex æquali in eadem ratione erunt. *bini, duo & duo.*

THEON *ex Zamb. Sint quotcunque numeri α, β, γ & alij eisdem æquales numero cum duobus sumptis in eadem ratione δ, ε, ζ, sicut quidem α ad β, sic δ ad ε, sicutque β ad γ, sic ε ad ζ. Dico quòd & ex æquali est sicut α ad γ, sic δ ad ζ. Quoniam enim (per hypothesin) est sicut α ad β, sic δ ad ε, & uicißim igitur (per 13 sextimi) est sicut α ad δ, sic β ad ε. Rursus quoniam est sicut β ad γ, sic est ε ad ζ, uicißim igitur (per eandem) est sicut β ad ε, sic γ ad ζ, sicut autem β ad ε, sic α ad δ, & sicut igitur (per 11 quinti) α ad δ, sic γ ad ζ. Vicißim igitur (per 13 septimi) est sicut α ad γ, sic δ ad ζ: quod oportuit demonstrasse.*

ζ ε δ γ β α

Euclid. ex Camp. *Propositio 16.*



SI numeret unitas aliquem numerũ quoties quilibet tertius aliquem quartum, erit quoq; permutatim, ut quoties unitas numerat tertium, toties secundus numeret quartum. 16

CAMPANVS. Vt si sit unitas ad a, sicut b ad c, erit permutatim unitas ad b, sicut a ad c. Non superfluit autem hæc, demonstrata permutata proportione, non enim ex illa potest concludi quod hic proponitur. Nam illa demonstrata est de quatuor numeris proportionalibus, unitas uerò non est numerus per diffinitionem. Hoc ergo modo pateat propositum. Diuidatur a per unitates, & c, secundum quantitatem b, eruntq; per præsentem hypothesin tot partes a, quot c, & quia unaquæq; partium a est unitas, & unaquæq; partium c est æqualis b, erit ut quoties unitas in b, toties unaquæq; partium a in sua compari ex partibus c, per modum itaq; demonstrationis quintę, sequetur toties esse a in c, quoties unitas in b: quod est propositum.

Euclid. ex Zamb. *Theorema 13.* *Propositio 15.*

Si unitas numerum aliquem metiatur, pariter autem alter numerus alium quempiam numerum metiatur, et uicissim pariter unitas tertium numerum metietur, & secundus quartum. 15

THEON ex Zamb. *Vnitas, inquam, α numerum aliquem βγ metiatur, pariter autem alius numerus δ, alium quempiam numerum εζ metiatur. Dico quòd & uicissim pariter α ipsum δ numerũ metietur, & βγ ipsum εζ. Quoniam enim æquè α unitas ipsum βγ numerum metietur, & δ ipsum εζ: quot igitur sunt in βγ unitates, tot sunt in εζ numeri æquales ipsi δ. Diuidatur, inquam, βγ in eas quæ in eo sunt unitates, hoc est βη, ηθ & θγ. Ipse uerò εζ in ipsi δ æquales, hoc est εκ, κλ & λζ, est iam æqualis multitudo ipsorum βη, ηθ et θγ, multitudini ipsorũ εκ, κλ & λζ, & quoniã βη, ηθ & θγ unitates sibi inuicẽ sunt æquales, & εκ, κλ & λζ numeri sibi inuicem sunt æquales, & est æqualis multitudo ipsarum βη, ηθ & θγ unitatem multitudini ipsorum εκ, κλ & λζ numerorum, est igitur sicut βη unitas ad εκ numerũ, sic est ηθ unitas ad κλ numerũ, & θγ unitas ad λζ numerum: erit igitur (per 12 septimi) & sicut unus antecedentium ad unum consequentium, sic omnes antecedentes ad omnes consequẽtes. Est igitur sicut βη unitas ad εκ numerum, sic βγ ad εζ: æqualis autem est βη unitas ipsi α unitati, & εκ numerus ipsi δ numero: est igitur (per 11 quinti) sicut α unitas ad δ numerum, sic βγ ad εζ: pariter igitur α unitas ipsum δ numerum metitur, & βγ ipsum εζ: quod oportuit demonstrasse.*

Euclid. ex Camp. *Propositio 17.*



SI duorum numerorum uterq; ducatur in alterum, qui inde producentur erunt æquales. 17

CAMPANVS. Sicut si ex a in b proueniat c, & ex b in a proueniat d, erunt c & d æquales. Cùm enim b multiplicatus per a producat c, erit per conuersionem diffinitionis b in c, quoties unitas in a, ergo per præmissam, erit a in c, quoties unitas in b. Et quia toties est a etiam in d, quia ex b in a fit d, sequitur ut toties sit a in c quoties in d, per conceptionem igitur c & d sunt æquales.

CAMPANI annotatio. Possumus quoq; hanc conclusionem alio modo proponere. Si duorum numerorum uterq; ducatur in alterum, idem numerus utrobiq; proueniet, ut si ex a in b proueniat c, idẽ etiam ex b in a proueniet. Quia enim ex a in b fit c, erit prius per conuersionem diffinitionis b in c, quoties unitas in a. Et permutatim per præmissam a in c, quoties unitas in b. quia igitur a toties sibi coaceruatur in c, quoties in b est unitas, sequitur per diffinitionem quod ex b in a fit c.

Euclid. ex Zamb. *Problema 14.* *Propositio 16.*

Si bini numeri multiplicantes se adinuicem, fecerint aliquos, geniti ex eis æquales adinuicem erunt. 16

THEON

THEON ex Zamb. *Sint bini numeri α, β, & α quidem ipsum β multiplicans, efficiat γ, & β ipsum α multiplicans, efficiat δ. Dico quòd æqualis est γ ipsi δ. Quoniam enim α ipsum β multiplicans, γ fecit, & β igitur ipsum γ, metitur per eas quæ in α sunt maiores: metitur autem & ε unitas ipsum α numerũ per eas quæ in eo sunt unitates: pariter igitur (per 11 quinti) ε unitas ipsorum α numerum metitur & β ipsum γ. Vicißim igitur (per 15 septimi) pariter ε unitas ipsum β numerum metitur, & α ipsum γ. Rursus quoniã β ipsum α multiplicans, fecit ipsum δ, igitur α ipsum δ metitur per eas in ipso β sunt unitates. Metitur autẽ & ε unitas, ipsum β per eas quæ in eo sunt unitates: pariter igitur (per 11 quinti) ε unitas ipsum β numerum metitur, & α ipsum δ: pariter autem ε unitas ipsum β numerũ metitur, & α ipsum γ. Pariter igitur α, utrunque γ δ, metitur: æqualis igitur est γ ipsi δ: quod erat demonstrandum.*

ε.
α..
β....
γ........
δ........

Euclid. ex Camp. *Propositio 18.*

18 I unus numerus in duos ducatur, tantus erit duorum inde productorum alter ad alterum, quantus duorum multiplicatorum alter ad alterum.

CAMPANVS. Multiplicet a utrunque duorum numerorum b & c, & proueniant d & e. Dico quòd erit proportio d ad e, sicut b ad c: sequitur enim per conuersionem diffinitionis eius quod est multiplicari, ut b in d, & c in e fit, quoties unitas in a: quare per diffinitionem, proportio d ad b, est sicut e ad c: æqualiter enim eos cõtinẽt, quia quoties a unitatem, ergo permutatim d ad e, sicut b ad c: quod est propositum.

d...... e........
b... c....
a..
.
Vnitas

Euclid. ex Zamb. *Theorema 15.* *Propositio 18.*

18 Si numerus duos numeros multiplicans, fecerit aliquos, geniti ex eis eandem rationem habebunt quam multiplicati.

THEON ex Zamb. *Numerus enim α duos numeros β, γ, multiplicãs, efficiat ipsos δ, ε. Dico quòd est sicut β ad γ, sic est δ ad ε. Quoniam enim α ipsum β multiplicans, ipsum δ fecit, & β igitur ipsum δ metitur per eas quæ in α sunt unitates. Metitur autem & ζ unitas, ipsum α numerum, per eas quæ in eo sunt unitates. Pariter igitur ζ unitas ipsum α numerum metitur, & β ipsum δ: est igitur sicut ζ unitas ad α numerum, sic est β ad δ. Propterea iam & sicut ζ unitas ad α numerum, sic γ ad ε: & sicut igitur (per 11 quinti) β ad δ, sic γ ad ε. Vicißim igitur (per 15 septimi) est sicut β ad γ, sic est δ ad ε. Si igitur numerus duos, & reliqua quæ sequuntur: quod oportebat demonstrare.*

ζ.
α...
β....
γ.....
δ............
ε............

Euclid. ex Camp. *Propositio 19.*

19 I duo numeri unum multiplicent, erit proportio duorum inde productorum tanquam duorum multiplicantium.

CAMPANVS. Ex conuersione antecedentis præmissæ, concluditur hæc eadem passio quæ in præmissa, ut si uterque duorum numerorum b & c multiplicet a, & proueniant d & e, erit d ad e, sicut b ad c: erit enim per ante præmissam ut ex a in b & c fiant d & e: quare per præmissam d ad e, sicut b ad c, quod est propositum.

d...... e........
a..
.
b... c....

CAMPANI *annotatio.* Potes autem quod proponis per hanc & præmissam de duobus numeris, ad quotlibet numeros ampliare, quod si unus multiplicet quotlibet erit productorũ & multiplicatorũ una proportio. Similiter quoque si quotlibet multiplicẽt unum, erit productorum & multiplicantium una proportio, quod per hanc & præmissam quoties oportuerit repetitas, facilè probabis. Hic autem (ut suprà polliciti sumus) demonstrare uolumus æquam proportionalitatem in quotlibet numerus duorum ordinum indirectæ proportionalitatis, quam demonstrat Euclides per 23 quinti, in quantitatibus in genere. Dicimus igitur

Si quotlibet numeri totidem alijs fuerint indirectè proportionales, extremi quoque in eadem proportione proportionales erunt.

Vt si sit a ad b, sicut d ad f, & b ad e, sicut c ad d, erit a ad e, sicut c ad f: ducatur enim c in d & f, & proueniant g & h, eritque per præmissam g ad h, sicut d ad f, quare & sicut a ad b, ducatur item f in d, & proueniat K: eritque per hanc 19 g ad K, sicut c ad f, & quia ex f in d fit k, fiet idem econ uerso per 10 ex d in f, quia igitur ex c & d in f fiunt h & k, erit per hanc 19, h ad k, sicut c ad d, quare sicut b ad c, & quia iam ostensum est quòd est g ad h sicut a ad b, erit per 15, a ad e, sicut g ad K, sed sic erat etiam c ad f: est igitur a ad e, sicut c ad f, quod est propositum. Idem probabis si fuerint in utroque ordine numeri plures tribus, quemadmodum probatur in 23 quinti, de quantitatibus pluribus tribus.

g............
h........
a.......... c....
b...... d...
c.... f..
k......

Euclid. ex Zamb. *Theorema 16.* *Propositio 18.*

Si duo numeri numerum aliquem multiplicantes, fecerint aliquos, 19
geniti ex eis eadem habebunt rationem quam multiplicantes.

THEON ex Zamb. *Duo enim α, β, numerum aliquem γ multiplicantes, efficiant ipsos δ, ε. Dico quòd est sicut α ad β, sic est δ ad ε. Quoniam α enim multiplicans ipsum γ, fecit ipsum δ, & γ igitur ipsum α multiplicans, fecit ipsum δ. Id propterea γ ipsum β multiplicans, ipsum ε fecit. Numerus id γ duos numeros α, β, multiplicans, fecit ipsos δ, ε. Est igitur (per 17 septimi) sicut α ad β, sic est δ ad ε: quod oportuit demonstrasse.*

α....
β.....
γ...
δ............
ε...............

Euclid. ex Camp. *Propositio 20.*



SI fuerint quatuor numeri proportionales, quod ex ductu primi in ultimum producetur, æquum erit ei quod ex ductu secũdi in tertium. Si uerò quod ex primo in ultimum producetur, æquum est ei quod ex secundo in tertium, illi quatuor numeri sunt proportionales. 20

CAMPANVS. Quod proposuit Euclides per 15 sexti, de quatuor lineis proportionalibus, proponit hic de quatuor numeris proportionalibus, uerbi gratia. Sit proportio a ad b, sicut c ad d, fiatque ex a in d, e, & b in c, f: dico quòd e & f sunt æquales, & ecõuerso. Ducatur enim a in b, & fiat g, eritque per 18 g ad e, sicut b ad d, & quia per 17 ex b in a fit g, & ex eodẽ b in c, f, erit per 18 g ad f, sicut a ad c: æquales igitur sunt f & e, quod est primum. Nec oportet prædemonstrare si unius numeri ad duos sit una proportio, quod sunt æquales, aut si ipsi sunt æqoales, quod unius ad ipsos sit una proportio. Si enim est una proportio g ad e & ad f, aut ipse erit tota pars uel partes e, quota uel quotæ idem est f, & tunc per conceptionem patet e & f esse æquales, aut toties g continebit e quoties f, & superfluent in eo tota pars uel partes e, quota uel quotæ in eodem superfluent f, & tunc etiam per conceptionem patet eos esse æquales. Quòd si ipsi fuerint æquales patet per conceptionem, quod aut g erit tota pars uel partes e quota uel quotæ f, & tunc per diffinitionem erit ipsius g ad utrunque eorum proportio una, aut æqualiter continebit utrunque cum superfluitate similium & tot numero partium, & tunc etiam per diffinitionem erit eius ad utrunque proportio una.

e............
g....................
f............
a...... c....
b... d..

Secundum sic patet. Sit e productus ex a in d, æqualis f prodocto ex b in c: dico proportio a ad b est, sicut c ad d, & est hæc conuersa primæ partis. Sit enim ut prius g, qui fit ex a in b, & quia e & f sunt æquales, erit g ad utrunque eorum proportio una, & quia ut prius per 18, g ad f sicut a ad c, & ad e sicut b ad e, erit a ad c, sicut b ad c, quare permutatim a ad b, sicut c ad d.

CAMPANI annotatio. Non proponit autem Euclides de tribus nomeris continuè proportionalibus, quòd ille qui ex ductu primi in tertium producitur, fit æqualis quadrato medij, & si ille qui ex primo in tertium producitur, fuerit æqualis quadrato medij, quod illi tres numeri sint continuè proportionales, sicut proponit in 16 sexti, de tribus lineis: hoc enim facilè demonstratur per hanc 20, medio illorum trium numerorum, æquali assumpto, quemadmodum in sexto de tribus lineis probatur per quatuor, assumpta quarta æquali mediæ.

Euclid.

Euclid. ex Zamb. Theorema 17. Propositio 19.

19 Si quatuor numeri proportionales fuerint, qui ex primo & quarto fit, æquus est ei qui ex secundo & tertio. Et si qui ex primo & quarto fit numerus æqualis, fuerit ei qui ex secundo & tertio, ipsi quatuor numeri proportionales erunt.

THEON ex Zamb. Sint quatuor numeri proportionales α, β, γ, δ, sicut α ad β, sic γ ad δ: & α quidem ipsum δ multiplicans, efficiat ipsum ε, & β ipsum γ multiplicãs, efficiat ipsum ζ. Dico quòd æqualis est ε ipsi ζ. Ipse autem α ipsum γ multiplicans, efficiat ipsum. Quoniam igitur α ipsum γ multiplicans, ipsum η fecit, multiplicans autẽ ipsum δ, ipsum ε fecit, numerus iam α duos numeros γ, δ, multiplicans, ipsos η, ε, fecit, & igitur (per 17 septimi) sicut γ ad δ, sic est η ad ε. Sicut autem γ ad δ, sic α ad β: & sicut igitur (per 11 quinti) α ad β, sic η ad ε. Rursus quoniã α ipsum γ multiplicans, ipsum η fecit, sed β ipsum γ multiplicans, ipsum ζ fecit, duo iam numeri α, β, numerum aliquem γ multiplicantes ipsos fecerunt η, ζ: est igitur (per 18 septimi) sicut α ad β, sic η ad ζ, sed sicut α ad β, sic η ad ε, & sicut igitur (per 11 quinti) η ad ε, sic η ad ζ. Igitur η ad utrunque ipsorum ε, ζ, eandem habet rationem: æqualis igitur est ε ipsi ζ (per 7 quinti.) Sit verò rursus æqualis ε ipsi ζ. Dico quòd est sicut α ad β, sic est γ ad δ. Eisdem namque dispositis, quoniam α ipsos γ, δ, multiplicans, ipsos η, ε, fecit, est igitur (per 17 septimi) sicut γ ad δ, sic η ad ε: æqualis autem est ε ipsi ζ: est igitur sicut η ad ε, sic η ad ζ (per secundã partem septimæ quinti.) Sed sicut quidem η ad ε, sic γ ad δ: sicut igitur γ ad δ, sic η ad ζ: sicut autem η ad ad ζ, sic α ad β, (per 13 septimi) sicut igitur (per 11 quinti) α ad β, sic γ ad δ: quod oportebat demonstrare.

ε ζ δ γ β α

Euclid. ex Zamb. Theorema 18. Propositio 20.

20 Si tres numeri proportionales fuerint, qui sub extremis æqualibus est ei qui à medio. Et si qui sub extremis æqualibus fuerit ei qui à medio, ipsi tres numeri proportionales erunt.

THEON ex Zamb. Sint tres numeri proportionales α, β, γ, sicut α ad β, sic β ad γ. Dico quòd qui ex ipsis α, γ, æquus est ei qui ex β. Ponatur enim ipsi β æqualis δ: est igitur sicut α ad β, sic δ ad γ. Igitur qui ex ipsis α, γ, æquus est ei qui ex β, δ, atqui ex β, δ, æquus est ei qui ex β: æqualis enim est β ipsi δ. Qui igitur ex α, γ, æquus est ei qui β.

Sed qui ex α, γ, æquus esto ei qui ex β. Dico quòd sicut α ad β, sic est β ad γ. Quoniam enim qui ex α, γ, æquus est ei qui ex β, qui verò ex β, æquus est ei qui ex β, δ, est igitur (per 11 quinti) sicut α ad β, sic δ ad γ, æquus autem est β ipsi δ: est igitur sicut α ad β, sic β ad γ: quod erat demonstrandum.

δ γ β α

Euclid. ex Camp. Propositio 21.



21 NVmeri secundum quamlibet proportionem minimi, numerãt quoslibet in eadem proportione, minor minorem & maior maiorem æqualiter.

CAMPANVS. Sint a & b, minimi numeri in sua proportione, sitque c ad d, sicut a ad b: dico quòd a numerat c, & b, d, æqualiter. Cùm sit enim a ad b, sicut c ad d, erit permutatim a ad c, sicut b ad d: erit igitur a, c tota pars uel partes, quota uel quotę b, d: si itaque fuerit pars, constat propositum. At si partes, sit e una partium a, & f una partium b, & quia tota pars est e, c per hypothesin quota f, d, erit per diffinitionem proportio e ad c, sicut f ad d, quare permutatim e ad f, sicut c ad d, quare etiam sicut a ad b: non sunt itaque a & b, minimi suæ proportionis, quod est contrarium positis.

c.... d..
a.. b.

c...... d...
a.... b..
e.. f.

Similiter quoq;

Quotlibet numeri, siue in eadem proportione siue in diuersis minimi, numerant omnes in eadem proportione quisq; suum correlarium æqualiter.

Vt si sint a,b,c, minimi in eadem proportione uel in diuersis, sintq; in eadem uel eisdem d,e,f, ita quòd sit d ad e, ut a ad b, & e ad f, ut b ad c: dico quòd a numerat d, & b,e, & c,f, æqualiter: quia enim est a ad b, ut d ad e, erit permutatim a ad d, ut b ad e: & quia b ad c, ut e ad f, erit etiam permutatim b ad e, ut c ad f, quare b ad e, & c ad f, sicut a ad d, & quia a,b,c, sunt minores d,e,f, erit b,e, & c,f, tota pars aut partes, quota est a,d. Si itaq; pars, constat propositum. At si partes, sit g una partium a, & h una partium b, & k una c, eritq; per præsentem hypothesin tota pars h,e, & K, f, quota g,d: quare per diffinitionem h ad e, & k ad f, sicut g ad d, permutatim igitur erit g ad h, ut d ad e, & h ad k, ut e ad f: quare g ad h, ut a ad b, & h ad K, ut b ad c, quia ergo g,h,k, sunt minores a,b,c, & in eadem proportione, sequitur contrarium positi.

d........e....... f....
a.... b... c..

d........ e....... f....
a.... b... c..
g... h.. k.

Euclid. ex Zamb. *Problema 19.* *Propositio 21.*

Minimi numeri eandem rationem habentium eis, metiuntur eandem rationem habentes æqualiter, maior maiorem minor minorem. 22

THEON *ex Zamb. Sint enim minimi numeri eandem rationem habentium ipsis α,β, ipsi γδ & εζ. Dico quòd æqualiter γδ ipsum α metitur, & εζ ipsum β. Ipse enim γδ, ipsius α non est partes. Si enim possibile esto γδ ipsius α partes: & εζ igitur ipsius β eædem partes est, quæ & γδ ipsius α. Igitur quot sunt in γδ, partes ipsius α, tot sunt & in εζ, partes ipsius β. Diuidatur quidē γδ in ipsius α partes, hoc est γη & ηδ. Sicq; εζ in ipsius β partes, hoc est εθ & θζ, erit iam æqualis multitudo ipsorum γη & ηδ, multitudini ipsorum εθ & θζ: & quoniam æquales sunt γη & ηδ numeri adinuicem, sunt autem & εθ, θζ numeri inuicem æquales, estq; multitudo ipsorum γη & ηδ æqualis multitudini ipsorum εθ & θζ: est igitur (per 7 quinti) sicut γη ad εθ, sic ηδ ad θζ. Erit igitur (per 12 septimi) & sicut unus antecedentium ad unum sequentium, sic omnes antecedentes ad omnes sequentes. Est igitur sicut γη ad εθ, sic γδ ad εζ. Igitur γη & εθ, ipsis γδ & εζ in eadem ratione sunt, minores existentes eis, quod est impoßibile. Supponuntur enim ipsi γδ & εζ minimi, eandem rationem habentium eis. Igitur γδ minimè partes est ipsius α, pars igitur, & εζ ipsius β eadem pars est quæ & γδ ipsius α, pariter igitur γδ ipsum α metitur, & εζ ipsum β: quod oportebat demonstrare.*

γ..η..δ
ε..θ.ζ
α........
β......

Huic ex Zamberto propositioni respondet id quod suprà, ad 19 addidit Campanus.

Euclid. ex Zamb. *Theorema 20.* *Propositio 22.*

ἀνὰ δύο bini Si fuerint tres numeri, & alij eisdem æquales numero, *cum duobus sumpti & in eadem ratione, fuerit autem perturbata eorum proportio, & ex æquali in eadem ratione erunt. 23

THEON *ex Zamb. Sint numeri α,β,γ, & alij eisdē æquales numero δ,ε,ζ, cum duobus sumpti, & in eadem ratione: sit autem perturbata eorum proportio: sicut quidem α ad β, sic ε ad ζ, & sicut β ad γ, sic δ ad ε. Dico quòd & ex æquali est sicut α ad γ, sic est δ ad ζ. Quoniam enim est sicut α ad β, sic ε ad ζ, qui igitur ex α,ζ, (per 20 septimi) æqualis est ei qui ex β,ε. Rursus quoniam est sicut β ad γ, sic est δ ad ε, qui igitur ex δ,γ, æqualis est ei qui ex β,ε: ostensum autem est quòd qui ex α ζ, æquus est ei qui ex β, ε, & qui ex α, ζ igitur (per 20 septimi) æquus est ei qui ex δ, γ. Est igitur (per 12 quinti) sicut α ad γ, sic δ ad γ, sic δ ad ζ: quod oportebat demonstrare.*

α......
β....
γ..
δ...........
ε.........
ζ......

Euclid. ex Camp. *Propositio 22.*



I fuerint duo numeri secūdum suam proportionem minimi, ipsi erunt adinuicem primi. 22

CAMPANVS.

CAMPANVS. Sint duo numeri a & b, secundum suam proportionem minimi: dico quòd ipsi sunt contra se primi. Si enim nõ, numeret eos c secundum d & e: eritq; per 18 d ad e, sicut a ad b, & quia d & e sunt minores a & b, sequitur a & b non esse suæ proportionis minimos, quod est contrarium positioni.

a ...... b .....
c ..
d .... e ...

Similiter quoque.

Si fuerint quotlibet numeri in continuatione suarum proportionum (siue eadem siue diuersæ fuerint) minimi, nullus numerus numerabit omnes.

Vt si sint a b c, minimi in continuatione suarum proportionum: dico quòd nullus numerabit omnes. Sin autẽ numeret eos d, a quidem secũdum e, b uerò secundum f, & c secundum g: eritq; per 18 e ad f, sicut a ad b, & f ad g, sicut b ad c, quia ergo e f g, sunt minores a b c, & secundum proportionem eorum, non erunt a b c, quales positi sunt, quod est inconueniens. Quanquam autem nullus numeret a b c, si fuerint minimi, potest tamen esse ut quoslibet duos ex eis numeret unus, ducto etenim quolibet numero in aliquem ad se primum, ac utroq; eorum in aliquem tertium ad utrunq; primum, prouenient tres numeri quorum quiq; duo erunt compositi, nullus tamen numerabit omnes. Sint enim a b c, tres numeri quorũ quisq; sit primus ad alios, ducaturq; a in b & c, & proueniat d & e, itemq; b in c: & proueniat f, dico quosq; duos ex d e f, esse adinuicem compositos, tamen nullus numerabit omnes. Duos quosque patet esse compositos: a enim numerat d & e, b uerò d, & f & c, e & f, quod autem nullus numeret omnes, patebit prius demonstrato quòd a est maximus numerans d & e, b quoq; maximus numerans d & f, & c maximus numerans e & f. Hoc autem sic constat, si enim a non est maximus numerans d & e, sit itaque g, numeretq; d secundum h, & e secundum K, erit per secundam partem 20 a ad g, sicut h ad b, itemq; per eandem a ad g, sicut k ad c. Quia ergo a est minor g, erit b minor h, & k minor c, & quia h ad K, sicut b ad c, utraque enim est sicut d ad e per 18 bis assumptam, sunt autem h & k minores b & c, erit per immediatè sequentem, & per hãc hypothesin, quòd b & c sunt contra se primi, reperire minimis minores, quod quia est impossibile, erit a maximus numerans d & e. Eodemq; modo probabitur quòd b sit maximus numerans d & f, & c maximus numerans e & f, si quis ergo numerat d e f, per correlarium secundæ tet assumptum ipse numerabit a b c, sed quisque eorum primus erat ad reliquos: accidit igitur impossibile.

a .... b .... c ......
d ..
e ..... f .... g ...

g ..... h .... K...
a ....b ...c..
d............e.........f......

Similiter quoque.

Quotlibet numeri quos unus non numerat, secundum continuationem suarum proportionum sunt minimi.

Vt sit sint a b c, quilibet numeri quos omnes nullus numerat: dico quòd ipsi sunt in continuatione suarum proportionum minimi. Alioquin sint minimi d e f, qui per 21 numerabunt a b c, quisq; suum relatiuum æqualiter: sit ergo ut secundum g, eritq; per 17 ut uiceuersa g numeret a b c, secundum d e f, quare accidit contrarium positioni.

a .... b .... c ......
d ..... e .... f ...
g ..

Euclid. ex Zamb. *Theorema 21.* *Propositio 23.*

23 ## Primi numeri adinuicem, minimi sunt eadem rationem habentium eis.

THEON *ex Zamb. Sint primi numeri adinuicem α β.. Dico quòd ipsi α β, minimi sunt eandẽ rationem habentiũ eis: si autem α & β non sunt minimi eandẽ habentiũ rationẽ eis, erũt aliqui numeri ipsis α β.*

minores in eadem ratione existentes ipsis α β, sint autem γ δ. Quoniam igitur minimi numeri eandem rationem habentium, eis metiuntur eadem rationem habentes pariter, maior maiorem, minor minorem (per 21 septimi) hoc est antecedens ipsum antecedentem, & consequens ipsum consequentē, aequaliter igitur γ ipsum α metitur, & δ ipsum β. Quoties iam γ ipsum α metitur, tot unitates sint in ε, & δ igitur ipsum β metitur, per eas quae in ipso ε sunt unitates, & quoniā γ ipsum α metitur per eas quae in ipso ε sunt unitates, igitur & ε ipsum α metitur per eas quae in ipso γ sunt unitates. Id propterea & ε ipsum β metitur, per eas quae in ipso δ sunt unitates. Igitur & ε ipsos α β, metitur primos existētes adinuicem. Quod est impoßibile (per 13 diffinitionem septimi) Non erunt igitur aliqui numeri ipsis α β, minores in eadem ratione existētes ipsis α β. Minimi igitur sunt α β, & eandem rationem habentium eis: quod oportuit demonstrasse.

α .....
β ......
ε ..
γ ....
δ ...

Sequens ex Campano 23, præcedenti 23 ex Zamberto respondet: præcedens autem ex Campano 22, sequenti ex Zamberto 24.

Euclid. ex Camp. *Propositio 23.*



Vilibet numeri contra se primi, sunt secūdum suam proportionem minimi. 23

CAMPANVS. Hæc est conuersa præmissæ, ut si duo numeri sint a & b contra se primi, ipsi erunt secundum suam proportionem minimi, sin autem, sint minimi in eadem proportione (si possibile est) c & d, cōstat itaq; per 21 quod c numerat a, et d b æqualiter: sit igitur ut secundum e, erit per 17 ut uiceuersa e numeret a & b, a quidem secundum c, & b secundum d: non sunt igitur a & b contra se primi, quod est contra hypothesin.

a ...... b .....
e ..
c .... d ...

Euclid. ex Zamb. *Theorema 22.* *Propositio 24.* *Conuersa præcedentis.*

Minimi numeri eandem rationem habentium eis, primi adinuicem sunt. 24

THEON ex Zamb. *Sint minimi numeri eandem rationem habentium eis α β. Dico quòd α β, primi adinuicem sunt. Si autem α β, adinuicem nō sunt primi, metietur aliquis numerus ipsos α β, metiatur, et esto γ: & quoties quidē γ ipsum α metitur, tot unitates sint in δ: quoties autem γ ipsum β metitur, tot unitates sint in ε. Et quoniam γ ipsum α metitur per eas quae in δ unitates existunt, igitur & γ ipsum δ multiplicans ipsum α fecit: id propterea & γ ipsum ε multiplicans, ipsum β fecit: numerus igitur γ duos numeros δ ε, multiplicans ipsos α β fecit. Est (per 17 septimi, & per 11 quinti) igitur sicut δ ad ε, sic est α ad β: ipsi igitur δ ε ipsis α β in eadem sunt ratione minores existentes, quod est impoßibile. Ipsos igitur α β numeros numerus aliquis non metietur. Igitur ipsi α β, primi inuicem sunt: quod demonstrasse oportuit.*

α ....
β ....
γ ....
δ ...
ε ..

Euclid. ex Camp. *Propositio 24.*



I fuerint duo numeri contra se primi, si quis unum corū numeret, ad alterum esse primus necessariò comprobatur. 24

CAMPANVS. Sint a & b contra se primi, c uerò numeret a. Dico quòd c primus est ad b, alioquin, numeret eos d, qui per penultimam conceptionem numerabit etiā a, non sunt ergo a & b contra se primi, d enim numerat ambos.

a .... b .....
c .. d ...

Euclid. ex Zamb. *Theorema 23.* *Propositio 25.*

Si bini numeri, primi adinuicem fuerint, unum eorum metiens ad reliquum primus erit. 25

THEON ex Zamb. *Sint bini numeri primi adinuicem α β. Ipsum autem α metiatur aliquis numerus γ. Dico quòd & γ β, primi adinuicē sunt. Si autem γ β, nō sunt adinuicem primi, metietur ipsos γ β, aliquis numerus: metiatur & esto δ. Et quoniā δ ipsum γ metitur, & γ ipsum α metitur, & δ igitur ipsum α metitur: metitur autē et β. Igitur δ ipsos α β metitur, primos adinuicē existētes, quod est impoßibile (per 13 diffinitionem*

α ......
β ....
γ ...
δ ....

nitionem septimi.) Ipsos igitur β γ numeros, numerus aliquis non metietur. Ipsi igitur γ β primi adinuicem sunt: quod erat demonstrandum.

Euclid. ex Camp. *Propositio 25.*

25 
I fuerint duo numeri ad alium quelibet primi, qui ex ductu unius in alterum producetur, ad eundē erit primus.

CAMPANVS. Sit uterque duorum numerorum a & b, primus ad c, & ex a in b fit d. Dico quòd d est primus ad c, aliter enim numeret eos e d, quidē secundum f eritq; per secundam partem 20 a ad e, sicut f ad b, & quia a & c sunt primi, & e numerat c, ipse erit per 24 prim⁹ ad a, quare per 23 a & e, sunt secundum suam proportionem minimi: sequitur ergo per 21, ut e numeret b, & quia positum est quòd ipse numeret c, non erunt b & c contra se primi: quod est contra hypothesin.

a . . . b . . . .
c . . . . .
d . . . .
e . . . f . . . . . .

Euclid. ex Zamb. *Theorema 29.* *Propositio 26.*

26 Si bini numeri ad aliquem numerum primi fuerint, & ex eis genitus ad eundem primus erit.

THEON ex Zamb. *Bini enim numeri α β, ad aliquem numerum γ primi sint, & α ipsum β multiplicans, ipsum δ efficiat. Dico quòd ipsi γ δ, primi sunt adinuicem. Si autem γ δ, non sunt primi adinuicem, metietur eos aliquis numerus, metiatur, et esto ε. Et quoniam ε α, primi adinuicem sunt, ipsum autē γ metitur aliquis numerus ε, igitur ε α (per 25 septimi) primi sunt adinuicē. Quoties iam ε metitur ipsum δ, tot unitates sint in ζ: & ζ igitur ipsum δ metitur, per eas quæ in ε sunt unitates. Igitur ε ipsum ζ multiplicās ipsum δ fecit. Sed & α ipsum β multiplicās ipsum δ fecit: æqualis igitur est qui ex ε ζ, ei qui ex α β. Si autem qui sub extremis æquus fuerit ei qui sub medijs, quatuor numeri proportionales sunt (per 19 septimi) Est igitur (per 11 quinti) sicut ε ad α sic est β ad ζ. Ipsi autem α ε, primi: ipsi autē primi, & minimi: minimi autem numeri (per 21 septimi) eandem rationem habentium eis, metiuntur eandem rationem habentes pariter, maior maiorem, minor minorem, hoc est antecedens antecedentem, & consequens consequentem. Igitur ε ipsum β metitur: metitur autem & γ, igitur ε ipsos γ β, metitur primos existētes adinuicem, quod est impoßibile (per 13 diffinitionem septimi) Ipsos igitur γ δ, numeros numerus aliquis non metietur. Ipsi igitur γ δ primi adinuicem sunt: quod oportebat demonstrare.*

α . . β . . .
γ . . . . .
δ . . . . .
ε . . .
ζ . .

Euclid. ex Camp. *Propositio 26.*

26 
I fuerint duo numeri contra se primi, qui ex uno eorum in seipsum producitur, ad reliquum est primus.

CAMPANVS. Sint contra se primi a & b, & ex a in se fiat c. Dico quòd c primus est ad b: sit enim d, æqualis a, eritq; d primus ad b, & ex a in d, fiet c, per præmissam: igitur patet c primum esse ad b: quod proposuimus.

a . . . b . . . .
c . . . .
d . . .

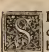
Euclid. ex Zamb. *Theorema 25.* *Propositio 27.*

27 Si duo numeri primi adinuicem fuerint, qui ex uno eorum fit, ad reliquum primus erit.

THEON ex Zamb. *Sint bini numeri primi adinuicē α β, & α seipsum multiplicans, ipsum γ efficiat. Dico quòd ipsi β γ, primi adinuicē sunt. Ponatur enim ipsi α æqualis δ. Et quoniam α β, primi adinuicem sunt, æqualis autem est α ipsi δ & δ β: igitur primi adinuicem sunt: uterq; igitur ipsorum δ α, ad β primus est, & qui ex δ α, igitur fit ad β primus est (per 26 septimi) Qui autem ex δ α, fit numerus, est γ, igitur γ β, primi adinuicem sunt: quod erat demonstrandum.*

α . . . β . . . .
γ . . . . . .
δ . . .

Euclid. ex Camp. *Propositio 27.*

27 
I duobus numeris ad alios duos comparatis, uterque ad utrū que fuerit primus, qui ex duobus prioribus ad eū qui ex duobus posterioribus producetur, erit primus.

Campanus

CAMPANVS. Sint a & b priores, c & d posteriores: sitq; uterq; duorum a et b, primus ad utrunq; duorum c et d, & ex a in b fit e, & ex c in d f: dico quòd e primus est ad f. Hoc autem 25 ter assumpta euidenter concludit. Cùm enim fiat e ex a in b, quorum uterq; primus est a ad c & ad d, erit per ipsam e primus ad c, & item per ipsam primus ad d. Quia itē f fit ex c in d, quorum uterq; primus est ad e, erit rursus per ipsam f primus ad e: quod est propositum.

a .. b .....
e ....
c ... c ....
f ....

Euclid. ex Zamb. *Theorema 26.* *Propositio 28.*

Si bini numeri ad binos numeros uterq; ad utrunq; primi fuerint, & qui ex eis fient, primi adinuicem erunt. 28

THEON ex Zamb. *Bini enim numeri α β, ad binos numeros γ δ uterq; ad utrunq; primi sint: & α quidem ipsum β multiplicans, efficiat ipsum ε, & γ ipsum δ multiplicãs, efficiat ipsum ζ. Dico quòd ε ζ, primi sunt adinuicē. Quoniã enim uterq; ipsorum α β, ad ipsum γ primus est, & qui ex α β, igitur fit (per 26 septimi) ad γ primus est: qui autem fit ex α β, est ε, igitur ε γ primi sunt adinuicem. Id propterea et ipsi ε δ, primi sunt adinuicem: & uterq; igitur ipsorum γ δ, ad ε primus est, & qui ex γ δ, igitur ad ε primus est, (per eandem.) Qui autem fit ex γ δ, est ζ. Igitur ε ζ, primi sunt adinuicem: quod erat demonstrandum.*

α ...
β ....
ε ....
γ ..
δ ....
ζ ....

Euclid. ex Camp. *Propositio 28.*



SI fuerint duo numeri cōtra se primi, ducaturq; eorū uterque in seipsum, erunt inde producti cōtra se primi. Itēq; si in utrunq; productorum suum ducatur principium, erunt quoq; producti contra se primi. 28

CAMPANVS. Sint a & b, contra se primi, ducaturq; uterq; in se, & proueniant ex a quidem c, ex b uerò d, itemq; ducatur a in c, & proueniat e, & b in d, & proueniat f: dico c et d esse contra se primos, itemq; e et f, contra se primos. Est enim per 26 c primus ad b: per eandē igitur erit d primus ad a & ad c, sicq; constat primum, quod est c & d esse contra se primos. Reliquum sic, est enim uterque duorum numerorum a & c, primus ad utrunque duorum b & d, itaq; per 27 erit e primus ad f, quod est reliquum. Non solum autem erit e primus ad f, sed etiam per 25, ad b & ad d, itemq; per eandem f ad a & c. Sicq; si infinities duceretur utrunq; productorum in suum principium, essent omnes producti contra se primi, & non solum, sed quilibet eductus ab a, ad quemlibet eductum a b.

a ..
c ....
e ....
b ...
d ....
f ....

Euclid. ex Zamb. *Theorema 27.* *Propositio 29.*

Si bini numeri primi adinuicē fuerint, & multiplicans uterq; seipsum fecerit aliquos, qui ex eis fiunt, primi adinuicē erūt. Et si qui in principio genitos multiplicātes fecerint aliquos, & illi quoq; primi adinuicē erunt, & semper circa extremos hoc continget. 29

THEON ex Zamb. *Sint bini numeri primi adinuicem α β, & α seipsum multiplicans, efficiat γ, ipsum uerò γ multiplicans, efficiat ε. At β seipsum multiplicans efficiat δ, ipsum autem δ multiplicans efficiat ζ. Dico quòd γ δ & ε ζ, primi sunt adinuicem. Quoniam enim α β, primi adinuicem sunt, & α seipsum multiplicans fecit ipsum γ, igitur γ β, primi sunt adinuicem (per 27 septimi.) Quoniam igitur γ β primi sunt adinuicem, & β seipsum multiplicans ipsum δ fecit, igitur γ δ primi sunt adinuicem. Rursus quoniam α β primi adinuicem (per eandem) & β seipsum multiplicãs, ipsum δ fecit. Igitur α δ, primi sunt adinuicem (per eandē.) Quoniam igitur bini numeri α γ ad binos numeros β δ, uterq; ad utrũq; primi (per 27 septimi) & qui ex α γ, igitur fit ad eum qui ex β δ, primus est, qui autem ex α γ, est ε, qui ex δ β, uerò est ζ: igitur ε ζ, primi sunt adinuicem: quod oportuit demonstrasse.*

α ...
γ ....
ε ....
β ...
δ ....
ζ ....

Euclid. ex

Euclid. ex Camp. *Propositio 29.*

29 I fuerint duo numeri cōtra se primi, qui ex ambobus coaceruatur, ad utrunque eorum erit primus. Si uerò ex ambobus coaceruatus ad utrunque eorū fuerit primus, duo quoque numeri adinuicem erunt primi.

CAMPANVS. Sint a & b, contra se primi, dico quòd ex eis compositus a b, ad utrunque eorum erit primus, & econuerso: nam si d numerat totum a b & alterum eorum numerabit per communem scientiam & reliquum: quare non erunt contra se primi, sed hoc positum fuerat, patet ergo primum. Secundum sic. Sit a b primus ad utrunque suorum componentium qui sunt a & b, dico quòd a & b, sunt contra se primi. Posito enim quòd d numeret utrunque duorum numerorum a & b, sequitur per communem scientiam, quod etiam numeret a b ex eis compositum, quare ad neutrum duorum numerorū a & b, erit a b primus, sed positum erat quod esset ad utrunque, accidit igitur impossibile.

a ... b. ....
d ..

CAMPANI annotatio. Eodem quoque modo si coaceruatus ex duobus, primus fuerit ad alterum, primus quoque erit ad reliquum: ideoque & coaceruati inter se. Sit enim compositus ex a b, primus ad a, dico quòd erit etiam primus ad b, alioqui numeret eos d, qui per conceptionem numerabit & a, cùm numeret totum & detractum: hoc autem inconueniens, erat enim compositus ex a & b, primus ad a.

Euclid. ex Zamb. *Theorema 28.* *Propositio 30.*

30 Si bini numeri, primi adinuicem fuerint, & uterque simul ad alterū ipsorum primus erit. Et si uterque simul ad unum aliquem eorum primus fuerit, & qui in principio numeri, primi adinuicem erunt.

THEON *ex Zamb. Componantur enim bini numeri primi adinuicem, αβ & βγ. Dico quòd & uterque αβγ, simul ad alterum ipsorum αβ, βγ, primus est. Si autem γα & αβ primi adinuicem non sunt, metietur eos aliquis numerus: metiatur, & esto δ. Quoniam igitur δ ipsos γα & αβ metitur, & reliquum igitur βγ metietur. Metitur autem & βα. Igitur δ ipsos αβ & βγ metitur, primos existentes adinuicē, quod est impoßibile (per 13 diffinitionem 7.) ipsos igitur γα & αβ numeros, numerus aliquis non metietur. Igitur γα & αβ, primi adinuicem sunt. Id propterea iam & ipsi γα & βγ, primi sunt adinuicem. Igitur αγ, ad utrunque ipsorum αβ & βγ primus est. Sint rursus γα & αβ, primi adinuicem. Dico quòd ipsi αβ & βγ primi adinuicem sunt. Si enim ipsi αβ, βγ, primi non sunt adinuicem, metietur ipsos αβ & βγ, numerus aliquis, metiatur & esto δ, & quoniam δ utrunque ipsorum αβ & βγ metitur: & totum igitur γα, metietur: metitur autem & ipsum αβ. Igitur δ, ipsos γα, & αβ primos adinuicē existētes metietur, quod (per 13 diffinitionem septimi) est impoßibile. Ipsos igitur αβ & βγ numeros, numerus aliquis non metietur. Ipsi igitur αβ & βγ, primi adinuicem sunt: quod oportuit demonstrasse.*

α........β.....γ
δ....

Euclid. ex Camp. *Propositio 30.*

30 Mnis numerus compositus, ab alio primo numeratur. *Zamb. 33*

CAMPANVS. Sit a, quilibet numerus compositus. Dico quòd aliquis primus numerat ipsum, quia enim est cōpositus, numerabitur ab aliquo numero qui sit b: qui si fuerit primus, uerum erit quod dicitur: si autem compositus, sit c qui numerat eum, qui etiam per communem scientiam numerabit a: si ergo ipse fuerit primus, cōstat quod dicitur. At si compositus, necessariò numerabit eum alius qui sit d, qui etiam per communem scientiā numerabit a, de quo ratiocinare ut prius. Quia ergo quoties occurrit compositus, necesse est minorem assumere, qui compositum occurrentē numeret, sequitur ut tandem deueniatur ad aliquem primū, alioquin accidet impossibile & contrarium petitioni, numerum in infinitum decrescere.

a ....
b ....
c ......
d ...

Euclid. ex Camp. *Propositio 31.*

31 Omnis numerus, aut est primus, aut à primo numeratur. *Zamb. 34*

CAMPANVS. Sit a quilibet numerus, dico ipsum esse primum, uel numerari à primo, quia si non est primus, erit compositus, quilibet autem talis, ab aliquo primo numeratur per præmissam: a igitur uel primus est, uel à primo numeratur: quod proponitur.

a .....
a ....
...

Euclid. ex

Euclid. ex Camp. Propositio 32.

Zamb. 31 **Omnis numerus primus, ad omnẽ quem non numerat, est primus.** 32

CAMPANVS. Sit a numerus primus non numerans b, dico quòd a & b, sunt contra se primi: si enim c numerat eos, non est uerum quòd a sit primus.

a ..... b ....
c ..

Euclid. ex Camp. Propositio 33.

Zamb. 32 **Si numerus ex duobus productus, ab aliquo primo numeretur, necesse est eundem primum alterum, illorum duorum numerare.** 33

CAMPANVS. Sit c productus ex a in b, & sit d numerus primus qui ponatur numerare c: dico quòd d numerat a uel b, numeret enim c, secundum e: si ergo non numerat a, erit primus ad ipsum per præmissam, & ideo erunt secundum suam proportionem minimi per 23, & quia a ad d, sicut e ad b, per secundam partem 20, sequitur ut d numeret b per uigesimam primam: quod est propositum.

a .... b ......
c ....
d ... e ....

CORRELARIVM.

Vnde manifestum est, quòd si aliquis numerus numerat productum ex duobus, uel si eidem fuerit commensurabilis, commensurabilis quoq; erit alteri eorum.

Campanus 30 31 32 33 Quatuor præcedentes ex Campano, Euclidis propositiones, quatuor sequentibus ex Zamberto propositionibus hoc præpostero ordine respondent.

Euclid. ex Zamb. Theorema 29. Propositio 31.

31 34 31 32 Zambertus **Omnis primus numerus, ad omnem numerum quem non metitur primus est.** 31

THEON ex Zamb. *Sit primus numerus α, & ipsum β non metiatur. Dico quòd ipsi β α, primi adinuicem sunt. Si autem ipsi α β, non sunt adinuicẽ primi, aliquis numerus eos metietur, metiatur γ ipse γ, non est unitas. Quoniam igitur γ ipsum β metitur, & α non metitur ipsum β, igitur γ ipsi α non est idem. Et quoniam γ ipsos α β, metitur & α igitur metitur primum existentem, non existens ei idem, quod est impoßibile (per 13 diffinitionem septimi.) Ipsos igitur α β, numerus aliquis non metietur. Igitur ipsi α β, primi adinuicem sunt: quod oportuit demonstrasse.*

α ...., β ....
γ .....

Euclid. ex Zamb. Theorema 30. Propositio 32.

Si bini numeri multiplicantes se adinuicem fecerint aliquem, factum autem ex eis metitur aliquis primus numerus, & unum eorum qui in principio metietur. 32

THEON ex Zamb. *Bini enim numeri α β, multiplicantes se adinuicem, ipsum efficiant γ, ipsum autem γ metiatur aliquis numerus primus δ. Dico quòd δ, unum ipsorum α β, metitur. Ipsum α nõ metiatur, estq; primus δ. Igitur α δ, primi adinuicem sunt (per præcedentem) Et quoties δ ipsum γ metitur, tot unitates sint in ε. Quoniam igitur δ ipsum γ metitur per eas quæ in ε sint unitates: igitur δ ipsum ε multiplicans, ipsum γ efficit. Atqui & α ipsum β multiplicãs, ipsum efficit γ: æqualis igitur est qui ex δ ε, ei qui ex α β. Est igitur (per 19 septimi) sicut α ad δ, sic β ad ε. Ipsi autem δ α primi sunt, primi autem et minimi: minimi uerò metiuntur eandem rationem habentes æqualiter, maior maiorem, & minor minorem (per 21 septimi) hoc est antecedens antecedentem, sequens sequentem. Igitur δ ipsum β metitur. Similiter quoq; ostendemus quòd & si δ ipsum β non metiatur, metietur & α. Igitur δ, unum ipsorum α β metitur: quod erat demonstrandum.*

ε ....
δ ...
γ ....
β ......
α ..

Euclid. ex Zamb. Theorema 31. Propositio 33.

Oĩs cõpositus numerus, sub alicuius primi numeri dimẽsionẽ cadit. 33

THEON ex Zamb. *Sit compositus numerus α. Dico quòd α sub alicuius primi numeri dimẽsionem cadit. Quoniam enim α cõpositus est, metietur eũ aliquis numerus (per 14 diffinitionẽ septimi) metiatur, & esto β, & si β primus est, manifestum iã est quòd quærimus (per eãdẽ.) Si autẽ cõpositus, metietur eũ aliquis numerus (per eandẽ) metiatur, & esto γ. Et quoniã γ ipsum β metitur & β ipsum α metitur, & γ igitur ipsum α metitur, & si quidẽ γ primus est manifestũ iã est id quod quæritur. Si autẽ cõpositus, eũ aliquis numerus metietur: tali uerò facta cõsideratiõe, sumetur aliquis numerus primus qui metietur præcedẽtem, qui & ipsum α metietur. Si autẽ non sumetur, metiẽtur ipsum α numerũ infiniti numeri, quorum alter altero minor est, quod est impoßibile in numeris. Sumetur igitur aliquis primus numerus qui*

γ ...
β ....
α ....

rus qui metietur praecedentem, qui & ipsum α metietur. Omnem igitur compositum numerum, primus aliquis numerus dimetitur: quod oportuit demonstrasse.

ALITER *Sit compositus numerus α. Dico quòd eum aliquis primus numerus metitur. Quoniam cõpositus est ipse α, metietur eum aliquis numerus (per 14 diffinitionem septimi) & sit minimus metientiũ eum β. Dico quòd β primus est. Si autem β, primus non est, metietur igitur eum aliquis numerus. Cadat sub dimensionem ipsius γ. Igitur γ ipso β minor est, & quoniam γ ipsum β metitur, & β ipsum α metitur, & γ igitur ipsum α metitur minor existens ipso β ipsum α metientium minimo, quod absurdum est. Igitur β non est compositus, sed primus.*

α ....
β ...
γ ..

Euclid. ex Zamb. *Theorema 32.* *Propositio 34.*

34 Omnis numerus, aut primus est, aut eum aliquis primus metitur.

THEON *ex Zamb. Sit numerus α. Dico quòd α, aut est primus, aut eum aliquis numerus primus metitur. Si quidem primus est α, factum iam est id quod quaeritur. Si autem compositus, eum aliquis numerus primus metietur (per 33 septimi) Omnis igitur numerus, aut primus est, aut eum aliquis primus numerus metitur: quod oportuit demonstrasse.*

α ...
α ......

Euclid. ex Camp. *Propositio 34.*

34 NVmeros secundum proportionem numerorum assignatorum minimos inuenire.

CORRELARIVM.

33 Vnde manifestum est, maximum numerum duos cõmuniter numerantem, secundum minimos illius proportionis eos numerare.

CAMPANVS. Sint a et b numeri propositi, secundum quorum proportionem uolumus inuenire minimos, si ergo fuerint contra se primi, sunt quales inquirimus: per 23. si autem compositi: sumatur (ut docet secunda) maximus eos cõmuniter numerans qui sit c, numeretq; eos secundum d & e, eruntq; in eadem proportione per 18, quos dico esse quales quęrimus. Sin autem, sint f & g, qui per 21 numerabunt a & b aequaliter, sit igitur ut secũdum h, eritq; per secundam partem 20 c ad h sicut f ad d, uel sicut g ad e: quare c est minor h, itaq; cùm h numeret a & b, non fuit c maxima eos numerans, sed erat positum quod sic: ergo contra hypothesin.

a ...... b ....
c ..
d ... e ....
f .. g ...
h .....

CAMPANI *additio.*

Numeros secundum continuitatẽ proportionum numerorum assignatorum minimos reperire.

32 CORRELARIVM.

Vnde etiam manifestum est, maximum numerum quotlibet cõmuniter numerantem, secundum minimos proportionum eorum eos numerare.

Vt si sint a b c, secundum quorum proportiones uolumus minimos inuenire, siue fuerint in eadem proportione, siue in diuersis, si nullus numerus numerat eos omnes, ipsi sunt quos quęrimus, per 23. hoc enim ibi demõstratum est. Si autem unus numerat omnes, sumatur ut docet tertia, maximus eos cõmuniter numerans qui sit d, numeretq; eos secũdum e f g, qui erunt in eadem proportione per 18, dico eos esse quos quaerimus, alioqui sint h K l, qui per 21 numerabunt a b c, aequaliter, sit ut secundum m, eritq; per secundam partem 20 d ad m, ut h ad e, uel K ad f, uel l ad g. Minor est igitur d quàm m, quare cùm m numeret a b c, non fuit d maximus eos numerans, quare sequitur impossibile: fuit enim d, maximus numerans a b c.

a...... b........ c............
d ..
e ... f.... g......
h .. k ... l .....

Euclid. ex Zamb. *Problema 3.* *Propositio 35.*

35 Numeris datis quotcunque, inuenire minimos easdem rationes habentium eis.

THEON ex Zamb. *Sint dati quotcunq; numeri α β γ.* Oportet iam inuenire minimos easdem rationes habentium eisdem α β γ. Ipsi enim α β γ, aut primi adinuicem sunt, aut non. Siquidem ipsi α β γ, primi sunt adinuicem, minimi sunt eandem rationem habentium eis (per 23 septimi) Si autem non sumatur (per 3 septimi) ipsorum α β γ, maxima communis dimensio δ, & quoties δ unumquenq; ipsorum α β γ metitur, tot unitates sint in unoquoq; ipsorum ε ζ η, & unusquisq; igitur ipsorum ε ζ η, unumquenq; ipsorum α β γ, metitur per eas quae in ipso δ sunt unitates. Igitur ipsi ε ζ η, ipsos α β γ: aeque metiuntur. Igitur (per 18 septimi) ipsi ε ζ η, ipsis α β γ, in eadẽ sunt ratione. Dico id quòd et minimi. Si enim ipsi ε ζ η, non sunt minimi eandem rationem habentium eisdem α β γ: erũt aliqui numeri ipsis ε ζ η, minores in eadem ratione existentes ipsis α β γ. Sint θ κ λ, aeque igitur θ metitur ipsum α, et uterq; ipsorum κ λ, utrunq; ipsorum β γ. Quoties autem θ ipsum α metitur, tot unitates sint in ipso μ, & uterq; igitur (per 21 septimi) ipsorum κ λ, utrunq; ipsorum β γ, metitur per eas quae in μ sunt unitates. Et quoniã μ ipsum α metitur per eas quae in κ λ sunt unitates, et μ igitur ipsum α metitur per eas quae in θ sunt unitates. Id propterea μ utrunq; ipsorum β γ, metitur per eas quae in utrunq; ipsorũ κ λ, sunt unitates. Igitur μ, ipsos α β γ, metitur. Et quoniam θ ipsum α metitur per eas quae in μ sunt unitates, igitur θ ipsum μ multiplicãs, ipsum α fecit. Id propterea et ε, ipsum δ multiplicãs, ipsum effecit α. Aequalis igitur est qui ε δ, ei qui ex θ μ (per 17 septimi) Est igitur (per 19 septimi) sicut ε ad θ, sic est μ, ad δ, maior autẽ ε, ipso θ: maior igitur est & μ ipso δ, & metitur ipsos α β γ, quod est impoßibile. Supponitur nanq; δ, ipsorum α β γ, maxima cõmunis dimensio. Igitur nõ erunt aliqui numeri, minores ipsis ε ζ η, in eadem existentes ratione ipsis α β γ. Igitur ε ζ η, minimi sunt eandem rationem habentium ipsis α β γ: quod fecisse oportuit.

α ......
β ....
γ ....
δ ..
ε ...
ζ ....
η ......
θ ..
κ ...
λ ....
μ ...

Euclid. ex Camp. Propositio 35.



Vilibet duo numeri minimos numeros, suae proportionis maior minorem & minor maiorem multiplicãtes minimum ab ipsis numeratum producunt. 35

CORRELARIVM.

Vnde manifestum est minimum, quem duo numerant, quemlibet ab eis numeratum numerare.

CAMPANVS. Sint duo numeri a & b, minimiq; in eorum proportione c & d, eritq; per primã partẽ 20, ut ex a in d, & b in c: fiat idem numerus qui sit e, quem dico esse minimũ numeratum ab a & b, aliter enim, sit f, quem numerent a & b secũdũ g & h, eritq; per secũdam partem 20, h ad g sicut a ad b, & sicut c ad d, & per 18 erit c ad h, sicut e ad f, cũm itaq; per 21 c numeret h, e numerabit f, maior minorem, quia ergo hoc est impossibile constat uerum esse quod dicitur.

a .... b ......
c .. d ...
e ....
f ....
g ... h .....

Euclid. ex Camp. Propositio 36.



Ropositis quotlibet numeris minimum ab eis numeratum reperire. 36

CORRELARIVM.

Manifestum etiam ex hoc est, minimũ numerum quem quotlibet numerant, quemlibet ab eis numeratum numerare.

CAMPANVS. Sint propositi numeri a b c d. Volo inuenire minimum numerũ numeratum ab eis. Inuenio itaq; primo minimum numeratum ab a & b: quod si a numerat b, nõ erit alius quàm b: si autẽ non numerat eum nec econuerso, si ipsi sunt cõtra se primi, ex uno in alterũ prouenit, erit minimus per 23, & pręmissam.

a ....
b ......
c ..
d ...
e ....
f ....
g ....
h ....

Quòd si sunt communicantes, sumantur minimi eorum proportione, ut docet 34 & maiore in minorem eorum multiplicato, proueniat e, qui erit minimus numeratus ab eis per praemissam. Simili quoq; modo inueniatur minimus numeratus ab e et c, qui sit f, eritq; f minimus numeratus ab a b c, sed & minimus quem numerant f & d, sit g eritq; g minimus: quem numerant numeri propositi, quod enim omnes ipsum numerent patet per conceptionem: sed si non est minimus, ponatur

ergo

ergo h, quem quia numerant a & b, numerabit etiam ipsum c, per correlarium præmissæ per idem quoq; correlariũ, numerabit ipsum f, sed & g maior itaq; numerat minorem: quod est impossibile.

CAMPANI additio.

Hæc & præmissa proponuntur in alio loco sub tribus conclusionibus, quarum prima æquiualet præmissæ, secunda componitur ex correlarijs ambobus, tertia proponit de tribus quod hæc de quotlibet numeris. Est itaq; prima.

Datis duobus numeris, minimum ab eis numeratum inuenire. Zamb. 36

Dati numeri sint a & b, quorum minor si numerat maiorem, est maior quẽ quærimus, alioqui maior eorum numeraret minorẽ se. Si autem neuter neutrũ numeret, si ipsi sunt contra se primi, erit qui ex a in b prouenit (qui sit c) minimus omnium quem numerant a & b. Nam si minorem eo numerauerint, esto d, quem numerent secundum e & f, eritq; per secundam partem 20 a ad b, sicut f ad e, & quia a et b sunt suæ proportionis minimi per 23, numerabit a f, per 21, & quia per 18 est c ad d sicut a ad f, nam ex b in a & f fiunt c & d, sequitur c numerare d, sed erat d minor c, quare impossibile. Si autem a & b sint communicantes, negociare propositum ut in 35.

a... b....
c..........
d.........
e.. f.....

Secunda trium conclusionum ex ambobus correlarijs est confecta.

Si plures numeri numerum unum numerent, necesse est ut minimus quem numerant, eundem numerum numeret. Zamb. 37

Vt si sit quilibet numerus quem numerat a & b, d: minimusq; ab eisdem numeratus c, erit ut c numeret d, cùm enim sit d maior c, si c non numerat ipsum, numerabit tamẽ aliquid eius, sitq; plurimum quod numerat e, & residuum sit f, eritq; f minus c, quia igitur a & b numerant c: numerabunt per communem scientiam et e, sed numerabunt d, itaq; per aliam communem scientiam numerabunt f: inconueniens ergo sequitur quòd c non fuit minimus quẽ numerant a & b. Idem quod conuinces & eodem modo de quolibet numerato à quotlibet plurimis, scilicet quod minimus ab illis quotlibet pluribus numeratus eundẽ numeret. Vltimá triũ conclusionũ.

a.. b...
d
e.......... f...
c......

Propositis tribus numeris, minimum numerorum ab eis numeratorum inuenire. Zamb. 38

Tres numeri propositi sint a b c, minimusq; quem numerant a & b sit d, qui sumetur ut prima trium conclusionum docet. Si igitur c numerat d, scito d esse quem quærimus. Si enim a b c, minorem eo numerant, sit e, quem per præmissam conclusionem numerabit d, quod est impossibile. Si autem c non numerat d, sumatur e minimus numeratus ab eis. Quòd autem e numeretur ab a b c, patet, quia c numerat ipsum, & d similiter, ergo & a b, qui numerant d, quare e numerabitur ab a b c. Eritq; e minimus quem numerant a b c. Sin autem, sit f, quem per præmissam conclusionem numerabit d, sed c numerat f, quia a b c, numerat eum: quare c d numerabunt eum: ideo per præmissam e numerabit eum, maior minorem: quod esse non potest. Idem inuenies & eodem modo, quotlibet propositis.

a... b.... c......
d............
e..........

a... b.... c.......
d............
e......................
f...............

Duæ præcedentes ex Campano propositiones, 35 scilicet & 36, tribus ex Zamberto sequentibus Euclidis propositionibus sic respondent, ut correlarium 35 ex Campano, 37 ex Zamberto respondeat: 36 autem ex Campano, sit ad 36 & 38 ex Zamberto propositiones uniuersales.

Euclid. ex Zamb. *Problema 4.* *Propositio 36.*

36 Duobus numeris datis, inuenire quem minimum metiuntur numerum.

THEON ex Zamb. *Sint dati bini numeri α β, oportet iam inuenire quem minimum numerum metiuntur. Ipsi α β certe aut primi sunt adinuicem, aut non. Sint primi α β, primi adinuicem, & α, ipsum β multiplicãs, efficiat ipsum γ, & β igitur ipsum α multiplicans, ipsum effecit γ (per 16 septimi) Igitur ipsi α β ipsum γ metiuntur. Dico iam quod & minimum. Si autem non, ipsi numeri α β, metiuntur aliquem numerum minorem existentem γ, metiantur & esto δ, & quoties α, ipsum δ metitur, tot unitates sint in ε, quoties autem β, ipsum γ, metitur tot unitates sunt in ζ. Igitur α, ipsum ε multiplicans, effecit ipsum δ, & β multiplicans, ipsum γ, effecit ipsum δ, æqualis igitur est qui ex α ε, ei qui ex β ζ: est igitur (per 18 septimi) sicut α ad*

β, sic est ζ ad ι, ipsi autē α ζ, sunt primi, primi autē (per 23 septimi) et minimi, minimi uero metiuntur eandē rationē habētes æqualiter: maior maiorē, & minor minorem. Igitur (per 21 septimi) ζ metitur ipsum α, sequens uidelicet sequentē. Et quoniam α, ipsos β ι, multiplicans ipsos γ δ, fecit: est igitur (per 17 septimi) sicut β ad ι sic γ ad δ. At β, ipsum ι metitur, metitur ergo & γ, ipsum δ, maior minorē, quod est impoßibile. Igitur ipsi α ζ, non metiuntur aliquem numerum minorem existentem ipso γ, quando ipsi α β, primi adinuicem fuerint. Igitur γ, minimus est, qui sub ipsorum α β, dimensionem cadit. Non sint primi ipsi α β adinuicem, & sumantur (per 33 septimi) minimi numeri eandem rationē habentium ipsi α β, sintq; ζ ι, æqualis igitur est qui ex α ζ, ei qui ex β ι (per 19 septimi) & α ipsum ι multiplicans: efficiat ipsum γ, & β, igitur ipsum α multiplicans effecit ipsum γ. Igitur α β, ipsum γ, metiuntur. Dico iam quòd & minimum, si non, metiuntur ipsi numeri α β, aliquem numerum minorem existentem ipso γ, metiantur & esto δ, & quoties quidem α, ipsum δ, metitur: tot unitates sint in ε. Quoties autem β, ipsum δ, metitur, tot unitates sint in θ. α, igitur ε multiplicans, effecit ipsum δ, ipse β uerò ipsum θ, multiplicans, effecit ipsum δ, æqualis igitur est qui ex α ε, ei qui ex β θ. Est igitur (per 19 septimi) sicut α, ad β, sic est θ, ad ε. Sicut autem α, ad β, sic ζ ad ι, & (per 11 quinti) igitur sicut ζ, ad ι, sic θ ad ε, ipsi autem ζ ι: minimi uerò eandem rationem habentes æquè metiuntur: maior maiorem & minor minorē (per 21 septimi) Igitur ι, ipsum ε metitur, & quoniam α, ipsos ι ε multiplicans, ipsos fecit γ δ, est igitur (per 17 septimi) sicut ι ad ε, sic est γ, ad δ. At ι, ipsum ε metitur, & γ igitur ipsum δ metitur maior minorem, quod est impoßibile. Ipsi igitur α β, non metientur aliquem numerum minorem existentem ipso γ. Igitur γ, minimus existens: sub ipsorum α β, dimensionem cadit: quod oportuit facere.

α . . . β . . . .
γ . . . .
δ . . . .
ι . . . .
ζ . . . . .

ζ . . α . . . .
ι . . . β . . . . . .
ε . . . .
δ . . . .
α . .
θ . . .

Euclid. ex Zamb. Theorema 33. Propositio 37.

Si bini numeri numerum aliquem mensi fuerint, & minimus qui sub eorum dimensionem cadit, eundem metietur. 37

THEON ex Zamb. Bini enim numeri α β, numerum aliquem γ δ metiantur, minimus uerò sit ε. Dico quòd ε quoq; ipsum γ δ, metitur. Si autem ε, ipsum γ δ, non metitur ipsum δ ζ, metiens ipse ε, relinquat seipso minorem, hoc est γ ζ, & quoniam ipsi α β, ipsum ε metiuntur, at ε, ipsum δ ζ, & ipsi α β, igitur ipsum δ ζ, metientur, metiuntur autem & totum γ δ, & reliquum igitur γ ζ, metientur minorem existentem ipso ε, quod est impoßibile. Haud igitur non metitur ε, ipsum γ δ, metitur ergo: quod erat demonstrandum.

α . .
β . . .
ε . . . . . .
γ . . . . ζ . . . . δ

Euclid. ex Zamb. Problema 5. Propositio 38.

Tribus numeris datis, inuenire quem minimum numerū metiuntur. 38

THEON ex Zamb. Sint dati numeri α β γ, oportet iam inuenire, quem minimum numerū metiūtur. Suscipiatur enim (per 36 septimi) minimus numerus δ, qui sub ipsorum α β, dimensionem cadat. Iam γ, ipsum δ, aut metitur, aut non metitur, metiatur prius, metiuntur autem & ipsi α β, ipsum γ. Igitur ipsi α β γ, ipsum δ, metiuntur. Dico quòd & minimum. Si autem non: ipsi α β γ, numeri metientur numerum minorem ipso δ, metiantur ε. Quoniam ipsi α β γ, ipsum ε metiūtur, igitur & α β, ipsum ε metiuntur, & minimus igitur quē ipsi α β metiuntur, metietur ipsum ε, per 37 septimi. At minimus quem ipsi α β metiuntur, est δ. Igitur δ, ipsum ε metietur, maior minorem, quod est impoßibile. Ipsi α β γ, igitur non metiētur numerum aliquem minorem existentem ipso δ. Igitur ipsi α β γ, minimum δ, metiuntur. Non metiatur rursus γ, ipsum δ, & suscipiatur (per 36 septimi) minimus numerus ε, quem metiantur ipsi γ δ. Quoniā α β, ipsum δ, metiuntur, at δ ipsum ε metitur, & α β ipsum ε, igitur metiuntur, metitur autem & γ, ipsum ε, igitur ipsi α β γ, ipsum ε, metiuntur. Dico quòd & minimum, si autem non ipsi α β γ, metiuntur aliquē numerum minorem existentem ipso ε, metiantur ζ. Quoniam ipsi α β γ, ipsum ζ, metiuntur, et ipsi α β igitur ipsum ζ metiuntur, & minimus igitur quem α β, metiuntur, ipsum ζ, metietur (per 37 septimi) minimus autem quem ipsi α β metiuntur est δ. Igitur δ ipsum ζ, metitur autem & γ, ipsum ζ. Igitur ipsi δ γ ipsum ζ metiuntur, quare (per eandē) & minimus quē ipsi γ δ, metiuntur: ipsum ζ, metietur. At minimus quem ipsi γ δ, metiūtur est ε. Igitur ε ipsum ζ metitur, maior minorem, quod est impoßibile. Ipsi α β γ, igitur non metiuntur aliquem numerum minorem existentem ipso ε. Igitur ε minimus est, quem ipsi α β γ, metiuntur: quod oportebat facere.

α . . .
β . . . .
γ . . . . . .
δ . . . .
ε . . . .

α . . .
β . . . . .
γ . . . .
δ . . . .
ε . . . .
ζ . . . .



Euclid. ex Camp. *Propositio 37.*

37 SI numerus aliquis alium numerum numerat, erit in numerato pars à numerante denominata.

CAMPANVS. Huius sensus est quòd omnis numerus numeratus à ternario, habet tertiã, et numeratus à quinario habet quintã: sicq; de cæteris, ut si b numeret a, erit in a pars denominata a b: numeret enim ipsum, quoties unitas in c, eritq; per 16 ut c quoq; toties numeret a, quoties unitas in b, quare tota pars est c a, quota unitas b: & quia unitas est pars omnis numeri ab ipso denominata per communem scientiam, erit c pars a, denominata a b: quod est propositum.

unitas .
c ... c.:
a ......

Euclid. ex Zamb. *Theorema 34.* *Propositio 39.*

38 Si numerum aliquis numerus metiatur, mensus cognominatam partem habebit metienti.

THEON ex Zamb. *Numerum enim α, numerus aliquis β, metiatur. Dico quòd α, cognominatã partem habet ipsi β. Quoties enim β, ipsum α metitur, tot unitates sunt in γ. Quoniam β, ipsum α, metitur per eas quæ in γ sunt unitates, metitur autem et δ, unitas ipsum γ, per eas quæ in eo sunt unitates, æquè igitur (per 15 septimi) δ unitas ipsum γ, numerum metitur, & β, ipsum α. Vicißim igitur (per eandẽ) æquè δ unitas ipsum β metitur numerum, metitur uerò & γ, ipsum α. Qualitatis igitur pars est δ, unitas ipsius β numeri, talis pars est & γ, ipsius α. At δ unitas, pars est ipsius β ei cognominata, & γ igitur ipsius α, pars est cognominata ipsi β. Quare α, partẽ habet γ cognominatam ipsi β: quod erat demonstrandum.*

α ....
β ...
γ ...
δ .

Euclid. ex Camp. *Propositio 38.*



38 SI numerus aliquis partem quotamcunq; habeat, numerabit ipsum numerus ad illam partem dictus.

CAMPANVS. Hæc est conuersa præmissæ: cuius est intentio, quòd omnis numerus habens tertiam numeratur à ternario, & habens quintam, à quinario, sicque de cæteris, ut si b sit pars a denominata a c, sequitur ut c numeret a, quia enim b est pars a denominata a c sed & unitas est pars c denominata ab ipso c per cõceptionem, sequitur ut quoties unitas numerat c toties b numeret a, itaq; per 16 quoties unitas b, toties c numerat a, quare constat propositum. Aliter idem. Cùm sit b pars a, sit tota unitas c, eritq; per hanc communem scientiam, unitatem esse partem omnis numeri ab ipso denominatam c, denominans b in a: & quia est b in a quoties unitas in c, euidenter sequitur propositum per 16.

unitas .
b .. c ...
a ......

Euclid. ex Zamb. *Theorema 35.* *Propositio 40.*

40 Si numerus partem habuerit quamlibet, eum numerus cognominatus parti, metietur.

THEON ex Zamb. *Numerus inquam α, partem habeat quamlibet β, & ipsi β, parti cognominatus sit numerus γ. Dico quòd γ, ipsum α metitur. Quoniam enim β, ipsius α pars est cognominata ipsi γ, est autem & δ unitas ipsius γ, pars cognominata ei: qualis igitur pars est δ, unitas ipsius γ, numeri: talis pars est & β ipsius α, æquè igitur δ unitas ipsum γ numerum metitur: & β, ipsum α. Vicißim igitur (per 15 septimi) æquè δ, unitas ipsum β numerũ metitur & γ ipsum α, et γ igitur ipsum α metitur: quod erat demonstrandum.*

α ....
β ....
γ ..
δ .

Euclid. ex Camp. *Propositio 39.*



39 NVmerorum minimum, propositarum denominationũ habentium partes inuenire.

CORRELARIVM.

Ex quo manifestum est quòd minimus numerus numeratus à quotlibet, est minimus habens partes denominatas ipsis.

CAMPANVS. Sint a b c d, denominantes partes propositas, & e minimus numeratus ab eis sum

pius secundum 36. Ipsum e dico esse quem quęrimus. Sint enim secundum quos numerant ipsum f g h K, eritq; per 16 & hanc communem scientiam, unitas est pars omnis numeri ab ipso dicta, ut uiceuersa f g h k, numerent e secundum a b c d, quare sunt partes eius ab illis dictæ: est igitur e habens partes propositarum denominationum. Minimus etiam, quoniam si alter fuerit ut l, sint partes l dictæ ab eis m n p q, eruntq; per 16 & prædictam communem scientiam a b c d, uiceuersa partes l dictæ ab m n p q, quare non erat e minimus quem numerant, a b c d: quod est inconueniens.

e ....
a .. f ......
b ... g ....
c .... h ...
d ...... k ..

Campani annotatio. Habito minimo, si cura est habere secundū, aut quotūcūq; libet, si secūdū quidem, sume duplum minimi, si tertium, triplū, & ad hunc modū in alijs. Cūm enim omnis multiplex ipsius e numeretur ab a b c d, per hanc communem scientiam omnis numerus numerans alium, numerat omnem numeratum ab illo: necesse est per 37 ut omnis multiplex e habeat partes denominatas ab a b c d, si itaq; duplus e, non fuerit secundus habēs partes propositarum denominationum, erit alius, quem sicut sequitur esse maiorem e, sic sequitur esse minorem duplo, & quia illum numerant a b c d, per 38, sequitur per correlarium 36 quod e numeret eūdem, quod est impossibile: cūm enim numeret se, numeraret per hanc communem scientiam, omnis numerus numerans totū & detractū, numerat residuū, differentiam illius ad se, quæ cūm sit minor eo, maior numerus numeraret minorem, quod esse non potest. Sequitur itaq; duplum e, esse secundum numerū habentem propositarum denominationum partes. Similiter quoq; argues triplum e esse tertium, probato duplo esse secundum, alioqui quia esset triplo minor & duplo maior, sequeretur e numerare aliquem inter ipsius duplum & triplum, quod ut prius patet, est impossibile. probato autē triplo esse tertium: ad huius similitudinem probabis quadruplum esse quartum: & sic in cæteris.

l ....
m ....
n ....
p .....
q ...

Campan. additiones.

.Minimum numerum habentem partes propositarum denominationum sumptarum continuè, reperire.

Vt minimum numerum habentem secundam, quæ secunda habeat tertiam, quæ etiam tertia habeat quartam, aut qualitercunq; contingat eas ab eisdem uel diuersis denominari. Multiplicare oportet denominatorem primæ partis in denominatorē secundę, & ex eis productū in denominatorē tertiæ, productum quoq; in denominatorē quartæ, sicq; de cæteris usq; ad ultimam à prima, uel usq; ad primam ab ultima: & qui prouenerit, erit qui inquiritur, ut propositio 60 uel 84. Hoc autem ita esse demonstrariuè sic habeto. Sint numeri partes propositas denominantes a b c, uolumus inuenire minimum numerum qui habeat partem denominatam ab a, ita quòd illa pars habeat partem denominatam a b, sed & hęc aliam dictam a c. Ducatur itaq; c in b, & proueniat e, & e in a, proueniat f, eum dico esse quē quærimus. Cūm enim f proueniat ex a in e, erit e pars f dicta ab a, sed & propter hoc erit c pars e dicta a b, & quia unitas est pars c dicta ab ipso c, patet f habere partes ut proponitur. Si ergo f non fuerit minimus, sit g, sitq; h pars eius dicta ab a, et K pars h dicta a b, l quoq; pars K dicta a c, eritq; per 18, f ad g, ut e ad h. & e ad h, ut c ad K, itemq; c ad k, ut unitas ad l, quare permutatim f ad e, ut g ad h, & e ad c, ut h ad k, & c ad unitatem ut K ad l, ergo per 15, erit in proportione ęqualitatis f ad unitatem, ut g ad l, ergo permutatim erit f ad g: ut unitas ad l, quare cūm g sit minor f, erit l minor unitate, sequitur igitur impossibile partē numeri, minorem esse unitate: erit itaq; f minimus, habens partes ut proponitur. Quo inuento si cura fuerit habere secundum aut quotūcunq; libet, per minimi multiplices (ut prius dictum est) sumendi erunt, hoc autem 39 proponitur in alio secundum hunc modum.

f ....
e ....
c .... b ... a ..
unitas
.
g ....
h ....
K .....
l ..

Propositis partibus quotiscunquelibet, minimū numerum eas continentium inuenire.

Vt si partes propositæ sint a b c, sintq; eas denominantes d e f, & sumatur minimus quē numerant d e f, qui sit g, hunc dico esse quem quærimus, erūt enim in eo propositæ partes per 37, qui si non fuerit minimus eas continens: sit ergo h, quem numerabunt d e f, per 38, igitur non erit g minimus numeratus ab eis, quod est inconueniens, quia minimus erat.

a tertia d ...
b quinta e .....
c sexta f ......
g ....
h ....

Campani annotatio. Intelligo uerò partes a b c, indeterminatè poni, non sub quantitate certa: aliter enim non esset necessarium, ut minimus numerus, quem numerant d e f, esset

esset minimus continens partes propositas, plurimas enim contingit partes reperire, quas numerus numeratus ab eorum denominatoribus non continet: uerbi gratia, Tres numeri qui sunt 120, 90, & 712, sunt eiusdem numeri partes, primus quidem tertia, secũdus uerò quarta, & tertius quinta, nec tamen minimus quem numerant denominatores eorum qui est 60: partes istas continet. Instandum igitur est (si partes sub certa quantitate ponantur) primæ consequẽtiæ huius demonstrationis. Non enim sequitur ut arguit per 37 si ternarius hunc numerat, ergo hic numerus positus est eius tertia, sed ergo habet tertiã, quapropter idem est quod proponitur secundũ utrunque modum, sed secundũ primum, conuenientius uidetur quod intenditur proponi. Attendere autem oportet cùm omnis pars habeat quantitatem, quod in eo contingit ponere quotlibet & quaslibet partes secundũ quantitatem, & inquirere quis minimus eas continet, & sub quibus denominationibus. Minimum autem eas continentẽ constat esse minimũ numeratum ab eis, secundum quos uerò numerat: sunt qui illas in illo denominant. Contingit iterũ ponere quotlibet & quaslibet denominationes, & inquirere in quo minimo hę denominationes reperiuntur et secundum quas quantitates. Minimum quoq; constat esse minimum numeratũ ab illis, secundũ quos uerò numerant: sunt qui quantitates determinant, utrobiq; autem idcirco inquiritur minimus, quia infiniti sunt hinc quidem qui has partes continent: inde uerò in quibus hę denominationes reperiuntur. Contingit rursus ponere quotlibet parte: & totidem denominationes uel quotlibet denominationes & totidem partes, non autem quaslibet cum quibuslibet: sed certas cum certis. Si enim ponam partes tres, quatuor, quinque, & denominationes earum 6, 7, 8, & inquiram quis numerus cõtinet has partes sub istis denominationibus: similis ero inquisitori uano quærenti impossibile. Certas igitur conuenit ponere partes cum denominationibus certis & non ut cõtingit, & inquirere quis numerus positas partes sub positis denominationibus continet, non autem quos minimus, unicus enim est: nam siue proposita fuerit una pars & una denominatio, siue plures & plures, non erit sumere plures numeros quod propositum erit continentes. Solus enim est cuius ternarius est quinta: non plures. Solus quoque cuius ternarius octaua, & senarius quarta, non plures. Ideoq; proponẽtem partes & denominationes ipsarum in toto, non est quærere quis minimus continet has partes sub istis denominationibus: sed quis unus continet, proponentem autem partes tantum, contingit quærere quis minimas continet & à quibus in eo denominãtur: solas quoq; proponentem denominationes, conuenit quærere quæ partes ab illis dictæ & in quo minimo reperiuntur. Conuenientius autem uidetur partes per denominationes inquirere, quam denominationes per partes, diuersitatem quidem denominationum, non partium, comitatur proportionum diuersitas.

Euclid. ex Zamb. *Problema 17.* *Propositio 41.*

41 Numerum inuenire, qui minimus existens habeat datas partes.

THEON *ex Zamb. Sint datæ partes α,β,γ, oportet iam numerum inuenire, qui minimus existens habeat ipsas α,β,γ, partes. Sint (per 39 septimi) ipse α,β,γ, partes cognominatæ numeris δ, ε, ζ, & sumatur (per 38 septimi) η, minimus numerus, quem δ,ε,ζ, metiũtur. Quoniam igitur ipsi δ,ε,ζ, metiuntur η, cognominatam partem habet η, ipsis δ,ε,ζ, (per 39 septimi.) Ipsis autem δ,ε,ζ, cognominatæ partes sunt α,β,γ. Igitur η, habet partes α,β,γ. Dico quòd & minimus existens. Si autem η, non existat minimus habens ipsas α,β,γ, partes: erit aliquis numerus minor ipso η, qui habebit ipsas partes α,β,γ. Sit (per 40 septimi) θ, quoniam θ, habet ipsas partes α,β,γ, igitur numeri cognominati partibus α,β,γ, metientur ipsum θ, partibus autem α β γ, numeri δ,ε,ζ, cognominatæ sunt. Igitur ipsi δ,ε,ζ, ipsum θ metientur, qui minor est ipso η. Quod est impossibile. Non erit igitur aliquis numerus minor ipso η: qui habeat ipsas α,β,γ, partes: quod oportebat demonstrare.*

a secunda d . .
b tertia e . . .
c quarta f . . . .
g . . . .
h . . . .

SEPTIMI LIBRI FINIS.

EVCLIDIS MEGARENSIS GRAECI PHILOSOPHI, ARITHMETICORVM *elementorum, Liber octauus.*

Ex Campano. *Diffinitiones.*



Atera numerorum dicuntur, quorum multiplicatione numeri producuntur. 2 Superficialis appellatur numerus, qui sub duobus lateribus continetur. 3 Solidus uerò qui sub tribus, ex quorum continua multiplicatione habet procreari. 4 Quadratus, est numerus superficialis æqualibus lateribus consistens. 5 Cubus, est solidus æqualibus consistens lateribus. 6 Similes dicuntur numeri superficiales siue solidi, quorū latera sunt proportionalia.

Euclid. ex Camp. *Propositio 1.*



I numerorum quotlibet continuæ proportionalitatis duo extremi fuerint contra se primi, eos omnes secundum suam proportionem minimos esse necesse est.

CAMPANVS. Sint continuè proportionales a, b, c, duoq; extremi qui sunt a, c, sint contra se primi, dico quòd in eadem proportione, non reperientur totidē minores. Si autem contingit, sint d, e, f, eritq; per 15 septimi, a ad c, sicut d ad f, & quia a & c sunt minimi in sua proportione per 23 eiusdem, sequitur per 21 ut a numeret d, & c, f, maiores scilicet minores, quod esse non potest.

a.... b...... c.........

d... e..... f........

Euclid. ex Zamb. *Theorema 1.* *Propositio 1.*



I fuerint quotcunq; numeri continuè proportionales, extremi uerò ipsorum primi adinuicē fuerint, minimi sunt eandem rationem habentium eis.

THEON *ex Zamb. Sint quotcunq; numeri continuè proportionales α, β, γ, δ, extremi autem ipsorum hoc est α, δ, primi sunt adinuicem. Dico quòd ipsi α, β, γ, δ, minimi sunt eandem rationem habentium eis. Si autem non: sint minores ipsis α, β, γ, δ, ipsi ε, ζ, η, θ, in eadem ratione existentes eis. Et quoniam ipsi α, β, γ, δ, in eadē sunt ratione ipsis ε, ζ, η, θ, & æqualis est multitudo ipsorum ε, ζ, η, θ, at α, δ, multitudini ipsorum α, β, γ, δ, æque igitur est sicut α ad δ, sic ε, ad θ, primi sunt adinuicem, primi uerò & minimi (per 24 septimi) minimi autem numeri metiuntur eandem rationem habentes æqualiter, antecedens antecedentem, & sequens sequentem (per 21 septimi.) Metitur igitur α, ipsum ε, maior minorem, quod est impossibile. Igitur ipsi ε, ζ, η, θ, minores existentes ipsis α, β, γ, δ, in eadem non sunt ratione ipsis. Igitur α, β, γ, δ, minimi sunt eandem rationem habentium eis: quod oportebat demonstrare.*

α........

β............

γ.....................

δ..........................

ε......

ζ........

κ............

λ.................

Euclid. ex Camp. *Propositio 2.*



Vmeros quotlibet continuæ proportionalitatis, secundum proportionem datam, minimos inuenire.

Vnde

CORRELARIVM.

Vnde manifestũ erit, quòd si fuerint tres numeri continuæ proportionalitatis secundum eam minimi, duo extremi erunt quadrati, quod si fuerint quatuor, erunt extremi cubi.

CAMPANVS. Sint datæ proportionis minimi, a & b ducaturq; a in se, & fiat c, & in b, & fiat d, b, quoq; in se, & proueniat e, eruntq; c, d, e, cõtinuè proportionales in proportione a ad b per 18 & 19 septimi. Et quia c & e sunt contra se primi per 28 eiusdem, erunt c, d, e, secundum datam proportionem minimi, per præmissam. Ducatur iterum a in omnes illos, & proueniãt f, g, h, & b in e, & proueniat k, & erunt etiam f, g, h, K, continuè proportionales in proportione a, ad b, per 18 & 19 septimi: minimi quoq; per 28 eiusdem & præmissam. Hac uia & ratione inuenientur quinq;, uel sex, uel quotlibet.

a . .
b . . .
c . . . .
d . . . . . .
e . . . .
f . . . .
g . . . .
h . . . .
k . . . .

Euclid. ex Zamb. *Problema 1.* *Propositio 2.*

Numeros inuenire continuè proportionales minimos, quotcunq; imperauerit quispiam, in data ratione.

THEON *ex Zamb. Sit data ratio in minimis numeris, ipsius α ad β, oportet iam numeros inuenire continuè proportionales minimos quotcunq; imperauit quispiam in ipsius α ad β, ratione. Imperentur iam quatuor, & α, seipsum, multiplicans, efficiat γ, ipsum uerò β, multiplicans, efficiat ipsum δ: & insuper β, seipsum multiplicans, ipsum efficiat ε. Et insuper α, ipsos γ, δ, ε, multiplicans, ipsos ζ, η, θ, faciat, at β, ipsum ε, multiplicans efficiat ipsum κ. Et quoniam α seipsum multiplicans ipsum effecit γ, ipsum autem β, multiplicans fecit ipsum δ, numerus iam α, binos numeros α, β, multiplicans effecit γ, δ. Est igitur (per decimam septimam septimi) sicut α, ad β, sic est γ, ad δ. Rursus quoniã α, ipsum β, multiplicans ipsum δ, fecit, at β, seipsum multiplicans ipsum fecit ε, uterq; igitur ipsorum α, β, ipsum β, multiplicans effecit utrunq; ipsorum δ, ε. Est igitur (per 18 septimi) sicut α, ad β sic est δ ad ε. Sed sicut α, ad β, sic est γ, ad δ, & sicut igitur (per undecimam quinti) γ, ad δ, sic est δ, ad ε. Et quoniã α, ipsos γ, δ, multiplicans ipsos ζ, η, fecit, est igitur (per 17 septimi) sicut γ, ad δ, sic est ζ, ad η. Sicut autem γ, ad δ, sic erat α, ad β, & sicut igitur (per 11 quinti) α, ad β, sic est ζ, ad η. Rursus quoniam α, ipsos δ, ε, multiplicans, ipsos effecit η, θ, est igitur (per eandem 17) sicut δ ad ε, sic est η ad θ, sed sicut δ ad ε, sic est α, ad β, & sicut igitur (per 11 quinti) α, ad β, sic η, ad θ, & quoniam ipsi α, β, ipsum ε, multiplicantes: ipsos effecerunt θ, κ: est igitur (per 18 septimi) sicut α ad β, sic θ, ad κ: patuit autem quòd sicut α ad β, sic ζ, ad η, et η ad θ, & sicut igitur (per undecimã quinti) ζ ad η, & η ad θ, sic est θ ad κ. Igitur ipsi γ, δ, ε & ζ, η, θ, κ, proportionales sunt in ipsius α ad β ratione. Dico quod & minimi quoniã enim ipsi α, β, minimi sunt eandem rationem habentium eis, minimi autem eandem rationem habentium primi sunt adinuicem (per 21 septimi,) ipsi α, β, igitur primi sunt adinuicem, & uterq; ipsorum α, β, seipsum multiplicans, utrunq; ipsorum γ, ε, fecit: utrunq; autem ipsorum γ, ε, multiplicãs: utrunq; ipsorum ζ, κ, fecit. Igitur (per uigesimam nonam septimi) ipsi γ, ε, & ζ κ, primi sunt adinuicem. Si autem fuerint quotlibet numeri continuè proportionales, extremi autem ipsorum primi adinuicem fuerint: minimi sunt eandem rationem habentium eis, (per primam octaui.) Ipsi γ, δ, ε, igitur & ζ, η, θ, κ, minimi sunt eandem rationem habentium ipsis α, β: quod oportuit fecisse.*

α . . .
β . . . .
γ . . . .
δ . . . .
ε . . . .
ζ . . . .
η . . . .
θ . . . .
κ . . . .

PORISMA *siue correlarium. Proinde manifestum est quòd si tres numeri continuè proportionales minimi fuerint eandem rationem habentium eis, extremi eorum quadrati sunt: si autem quatuor, cubi.*

Euclid. ex Camp. Propositio 3.



I numeri quotlibet continuè proportionales secundum suam propor

proportionem fuerint minimi, duos eorum extremos contra se primos esse necessariò comprobatur.

Campanvs. Hæc tertia est conuersa primæ. Sint enim a, b, c, d, continuè proportionales, & secundum suam proportionem minimi, dico quòd a & d extremi, erunt ad inuicem primi, minimi enim in proportione a ad b, sint e & f, eruntq; per 22 septimi contra se primi, per hos ergo duos secundum doctrinam præmissæ inueniantur totidē continuè proportionales & minimi quot sunt numeri propositi, primo quidē tres qui sunt g h k, deinde quatuor qui sunt l, m, n, p, & ad hunc modū continuè per additionem unius, quousq; fiant tot quot sunt numeri propositi, ut sunt hic l, m, n, p: sequitur ergo l, m, n, p, æquales esse a, b, c, d, eo quòd in eadem proportione sunt utriq; minimi, & quia l & p sunt contra se primi per 28 septimi, erunt quoq; a & d illis æquales, contra se primi: quod est propositum.

a........
b............
c.................
d.............................
e..
f...
g....
h......
k........
l........
m...........
n.................
p...........................

Euclid. ex Zamb. *Theorema 2.* *Propositio 3.* *Conuersa primæ.*

Si fuerint quotcunq; numeri continuè proportionales, minimi eandem rationem habentium eis, eorum extremi primi adinuicem erunt. 3

Theon ex Zamb. Sint quotcunque numeri continuè proportionales, minimi eandem rationē habentiū eis, α, β, γ, δ. Dico quòd extremi eorū hoc est α, & δ, primi adinuicē sunt. Sumātur enim (per 2 octaui uel 35 septimi) bini numeri minimi in ipsorū α, β, γ, δ, ratione: hoc est ε ζ. Tres autē η θ κ, & semper deinceps uno plus, quoad assumpta multitudo æqua sit multitudini ipsorum α, β, γ, δ. Suscipiantur, sintq; λ μ ν ξ, Igitur (per 29 septimi) eorum extremi λ ξ, primi adinuicē sunt. Quoniam enim ε ζ, primi sunt, uterq; autem eorū se ipsum multiplicans utrunq; ipsorum η, κ, fecit utrunque autem ipsorū η, κ: multiplicās utrunq; ipsorum λ, ξ, fecit igitur (per 29 septimi) ipsi η, κ, primi sunt & λ ξ. Et quoniam ipsi α, β, γ, δ, minimi sunt eandem rationem habentium eis, sunt autem & λ, μ, ν, ξ, minimi in eadem ratione existens ipsis α, β, γ, δ, & æqualis multitudo ipsorum α, β, γ, δ, multitudini ipsorum λ, μ, ν, ξ, unusquisq; igitur ipsorum α, β, γ, δ, unicuiq; ipsorum λ, μ, ν, ξ, est æqualis, æqualis igitur est α, ipsi λ, & δ ipsi ξ, & quoniam ipsi λ, ξ, primi adinuicem sunt, æqualis autem est λ ipsi α, & ξ, ipsi δ, igitur & ipsi α, δ, primi sunt adinuicem: quod demonstrasse oportuit.

α..........................
β....................................
γ...
δ..
ε...
ζ....
η.........
θ..........
κ.................
λ...........................
μ....................................
ν...
ξ..

Euclid. ex Camp. *Propositio 4.*



Similitudinem assignatarum proportionū in minimis numeris, secundum ipsas proportiones continuatim ꝓportionalibus inuenire. 4

Campanvs. Assignatæ proportiones in minimis terminis inueniantur, ut docet 34 septimi, sintq; prima inter a & b, secunda inter c & d, tertia, inter e & f, sic quoq; de pluribus si fuerint plures, uolo has proportiones in quatuor minimis numeris continuare. Sumo ergo g minimum quem numerant b & c, & quoties b numerat ipsum g, toties a numeret h, d quoque toties numeret k, quoties c g. Itaq; si e numerat k, sit ut f numeret l, eruntq; h, g, K, l, quos quærimus: cōstat enim per 18 septimi, quòd sit h ad g, sicut a ad b, & g ad k, sicut c ad g, at k ad l, sicut

a......
b.....
c....
d...
e.....
f...
h.........................
g....................
K...............
l.........
m........................
n..................
p............
q.........

rit e ad f. Minimi quoque, nam si alij sint minimi ut m n p q, oportebit per 21 septimi, bis assumptam ut uterque duorum b & c numeret p, quare & g numerabit eundem per correlarium 35 septimi, quod est inconueniens. Sunt igitur h, g, k, l, minimi.

At uerò si e non numerat k, sit m minimus numeratus ab eis scilicet e & K, quem quoties numerat k, toties h numeret n, & g toties p, eruntque per 18 septimi, n p m, in proportione h g k, quare n ad p, ut a ad b, & p ad m, ut c ad d, sed quoties e numerat m, toties f numeret q, & erit per eandem m ad q, sicut e ad f. Manifestum igitur quòd assignatae proportiones, continuatae sunt in quatuor numeris qui sunt n p m q. Qui si non fuerint minimi, sint (si possibile est) alij qui sint r, s, t, x, quia itaque per 21 septimi, bis assumptã utrumque duorũ numerorũ b & c numerat s, sequitur per correlariũ 35 septimi, ut g numeret eundẽ, quare etiã k numerabit: at quia per 21 septimi, ut e numerat eundem, non erit m minimus quem numerant k & e. Hac ratione quartam illis & quotlibet alias sine omni offendiculo continuare poteris.

a... b..
c.... d...
e..... f....
g............
h.......
k......
n ....
p ....
m ....
q ....
r ....
s ....
t ....
x ....

Euclid. ex Zamb. *Problema 2.* *Propositio 4.*

4 Rationibus datis quibuscunque in minimis numeris, numeros inuenire continuè proportionales minimos in datis rationibus.

THEON *ex Zamb. Sint datae rationes in minimis numeris, ipsius α ad β, & ipsius γ ad δ, & ipsius ε ad ζ oportet iã numeros inuenire continuè proportionales minimos, in ipsius α ad β, & γ ad δ, & ε ad ζ, ratione. Sumatur enim η, minimus numerus, quẽ metiantur β γ, & quoties quidẽ β, ipsum η, metitur, toties α, ipsum θ metiatur, quoties autẽ γ ipsum η metitur, toties δ, ipsum κ, metiatur. At ε ipsum κ aut metitur aut nõ metitur. Metiatur primũ. Et quoties ε ipsũ κ metitur: toties ζ, ipsum λ metiatur, et quoniã α, ipsum θ, aequè metitur & β, ipsum η, est igitur (per 17 septimi) sicut α ad β, sic est θ, ad η. Id propterea & sicut γ ad δ, sic η ad κ, et insuper sicut ε ad ζ, sic κ ad λ, Igitur ipsi θ η κ λ, continuè sunt proportionales, & in ipsius α ad β, & ipsius γ, ad δ, & insuper ipsius ε ad ζ, ratione. Dico quòd & minimi. Si autẽ ipsi θ η κ λ, non sunt continuè proportionales minimi in ipsius α ad β, & γ ad δ, et ε ad ζ rationibus: erũt aliqui numeri minores ipsis θ η κ λ, in ipsius α ad β, et γ ad δ, & ε ad ζ rationibus: sint autem ν ξ μ ο. Et quoniã est sicut α ad β, sic ν ad ξ, ipsi autẽ α β, minimi, minimi autẽ (per 21 septimi) metiuntur eandem habentes aequè, maior maiorẽ & minor minorẽ, hoc est antecedẽs antecedẽtẽ, et sequẽs sequentẽ, igitur β, ipsum ξ metitur. Id propterea & γ, ipsum ξ metitur. Igitur γ β. ipsum ξ, metiuntur, & minimus igitur quẽ ipsi β γ, metiuntur (per 37 septimi) ipsum ξ metietur: minimus autẽ quem ipsi β γ metiuntur, est η. Igitur η ipsum ξ metietur maior minorem, quod est impoßibile. Non erũt igitur aliqui numeri minores (per 15 septimi) ipsis θ η κ λ, continuè proportionales in ipsius α, ad β, & γ ad δ: & ε ad ζ, ratione. Non metiatur iam ε, ipsum κ, et sumatur (p 36 septimi) minimus numerus quem metiantur ipsi ε κ, & sit μ, & quoties quidem κ, ipsum μ, metitur, toties uterque ipsorum θ η utrunque ipsorum ν ξ, metiatur. Quoties autem ε, ipsum μ, metitur, toties & ζ, ipsum ο, metiatur. Et quoniam θ ipsum ν, & η, ipsum ξ, aequè metitur: est igitur sicut θ ad η, sic est ν ad ξ. Sicut autẽ θ ad η, sic est α ad β, & sicut igitur (p 11 quinti) α ad β, sic ξ ad ν. Id propterea etiam sicut γ ad δ, sic est ξ ad μ. Rursus quoniam quoties ε, ipsum μ metitur, toties & ζ, ipsũ ο: est igitur sicut ε ad ζ, sic est μ ad ο. Igitur ipsi ν ξ, μ ο, cõtinuè proportionales sunt in ipsius α ad β, & γ ad δ, & ε ad ζ, rationibus. Dico quòd & minimi. Si autem ipsi ν ξ μ ο, nõ sunt cõtinuè proportionales*

α...
β....
γ..
δ...
ε....
ζ....
θ......
η........
κ..........
λ...............
ν....
ξ......
μ..........
ο............

α.... β......
γ.. δ...
ε.... ζ.....
θ........
η............
κ...................
ξ.................
ν..........................
μ....................................
ο..
π............
ρ...............
σ.....................
τ..........................

tionales minimi in ipsorum α β, γ δ, ε ζ rationibus, erunt aliqui numeri ipsis ξ ν, μ ο, minores, continuè proportionales in ipsorum α β, γ δ, ε ζ, rationibus. Sint π ρ σ τ. Et quoniā est sicut π ad ρ, sic est α, ad β, ipsi autem α β, minimi, minimi autem (per 21 septimi) metiuntur eandem rationem habentes eis æqualiter antecedēs antecedentem & sequens sequentem, igitur β, ipsum ρ metitur. Id propterea etiam γ, ipsum ρ, metitur. Igitur ipsi β, γ, ipsum ρ metiuntur, & minimus igitur (per 36 septimi) quem ipsi β γ, metiuntur, ipsum metietur ρ. minimus autem quem ipsi β γ metiuntur, est ν. Igitur ν ipsum ρ metitur, estq́; sicut ν, ad ρ. sic est μ, ad σ, & μ igitur ipsum σ metitur, metitur autem & ε, ipsum σ. Igitur ipsi ε μ, ipsum σ, metiuntur, & minimus quem ipsi ε μ, metiūtur, (per eandem) metietur ipsum σ. Minimus autem quem ipsi ε μ, metiuntur: est ο. Igitur ο, ipsum σ metitur maior minorē, quod est impoßibile. Igitur non erunt aliqui numeri minores ipsis ξ ν, μ ο, continuè proportionales in ipsius α ad β, & γ ad δ, & ε ad ζ, rationibus. Igitur ipsi ξ ν, μ ο, continuè proportionales minimi sunt in ipsorum α β, γ δ, ε ζ, rationibus: quod oportuit fecisse.

Euclid. ex Camp. Propositio 5.



OMnium duorū numerorū compositorū proportio unius ad alterum, est ex laterū suorum producta proportionibus. 5

CAMPANVS. Quod proponit 24 sexti de superficiebus æquidistantium laterum, proponit hæc de numeris compositis. Sint duo numeri compositi a b, latera a, sint c & g, latera b, sint e & f, dico itaque quòd proportio a ad b, constat ex ea quæ est c ad e & d ad f. Sit enim ut ex d in e, fiat g. Quia ergo ex d in c fit a, & ex f in e fit b, per conuersionem diffinitionis laterum: erit per 18 septimi, a ad g, sicut c ad e, & per 19 eiusdem g ad b, sicut d ad f: quare per diffinitionē, proportio a ad b, cōposita est ex ea quę est c ad e, & ea quæ est d ad f, quod est propositū.

a............
b....................
c..
d......
e....
f.....
g......................

CAMPANI *annotatio.* Nec est necessarium ut continuemus proportiones laterum (uidelicet eam quæ est c ad e & eam quæ est d ad f) in minimis numeris repertis, secundū doctrinam præcedentis, ut docent quidam, hoc enim est proposito præter necessarium. Arguunt enim posito quòd illi minimi sint h k l, ita quod sit h ad k sicut c ad e & k ad l, sicut d ad f, proportionem h ad l esse compositam ex propositorum laterum proportionibus. Sumptoq́; g fieri ex d in e, arguunt a ad g, ut h ad K, quia ut c ad e, & g ad b ut K ad l, quia ut d ad f, ideoq́; secundum æquam proportionalitatē, & a ad b: ut h ad l, concludunt igitur a ad b, cōponi ex quibus h & l, uerū quidem, sed non necessarium assumpto.

a............
g......................
b..................
c..
e....
d......
f....
h...........
k.......................
l...................

Euclid. ex Zamb. Theorema 3. Propositio 5.

Plani numeri, adinuicem rationem habent compositam ex lateribus. 5

THEON ex Zamb. *Sint plani numeri α β, ipsius quidē α, latera sint γ δ, ipsius autem β, sint ε ζ. Dico quòd α ad β, rationem habet ex lateribus compositam. Rationibus enim datis quas habent γ ad ε, & δ, ad ζ, suscipiantur (per 4 octaui) numeri continuè proportionales minimi in ipsorum γ ε, & δ ζ, rationibus sintq́; η θ κ. ut sit sicut γ ad ε, sic est η, ad θ sicutq́; δ, ad ζ, sic θ, ad κ. Ipsi igitur η θ κ habent laterum rationes. Sed ipsius η ad κ ratio composita est ex ea quā habet η ad θ, & ex ea quā habet θ, ad κ, ipsi igitur η ad κ, rationē habet ex lateribus compositā. Dico igitur quòd est sicut η ad θ, sic α ad β, ipse enim δ ipsum ε multiplicans: efficiat ipsum λ. Quoniam δ ipsum γ, multiplicans ipsum fecit α, multiplicans autem ipsum ε efficit λ, est igitur (per 17 septimi) sicut γ ad ε, sic est α, ad λ. Sicut autem γ ad ε, sic η ad θ, & sicut igitur (per 11 quinti) η, ad θ, sic α ad λ. Rursus quoniam ε ipsum δ, multiplicans ipsum fecit λ, sed & ipsum ζ, multiplicans ipsum fecit β. est igitur (per 17 septimi) sicut δ ad ζ, sic est λ, ad β. Sed sicut δ ad ζ, sic est θ, ad κ, & sicut igitur (per 11 quinti) θ, ad κ, sic λ, ad β, patuit autem quòd sicut η, ad θ, sic est α ad λ. Aequè igitur est (per 14 septimi) sicut η ad κ, sic est α, ad β, ipse autem η ad κ, rationem habet compositam ex lateribus: & α igitur ad β, rationem habet compositam ex lateribus*

α.................
λ.....................
β...........................
γ...
δ......
ε....
ζ........
η.........
θ............
κ...............

lateri b. qđ fecisse oportuit. *Euclid. ex Camp.* *Propositio 6.*

6 I numerorum quotlibet continuè proportionalium primus secundum non numeret, nullus eorum numerabit ultimum.

CAMPANVS. Sint a, b, c, d, e, continuè proportionales, dico quòd si a non numeret b, nullus eorum numerabit e. Nam estum autē est quod si ipsum numeret, omnes numerabunt e, & simpliciter quilibet præcedens quemlibet sequentem. Si autē non numerat ipsum, patet quòd d non numerabit e, nec simpliciter aliquis eorum proximè sequentem e, quia sunt positi cōtinuè proportionales. Sed quod nullus alius ut c numeret ipsum, sic constat. Sumantur secundum doctrinam 2 huius, totidem minimi continuè proportionales in proportione eadē, quot sunt ipse c & omnes sequentes, qui sunt f, g, h, eruntq; per 3 huius & f & h, contra se primi, & quia per æquam proportionem c ad e ut f ad h, cùm f non numeret h, nec c numerabit e, eodem modo nec aliquis aliorū, quare liquet: quod propositum est.

a ....
b ....
c ....
d ....
e ....
f ....
g ......
h ....

Euclid. ex Zamb. *Theorema 4.* *Propositio 6.*

6 Si fuerint quotcunq; numeri continuè proportionales, primus autem secundum non metiatur, & alius nullus nullum metietur.

THEON *ex Zamb. Sint numeri cōtinuè proportionales α, β, γ, δ, ε. Ipse autē α, ipsum β, non metiatur. Dico quòd & alius nullus, nullum metietur. Quod quidem ipsi α, β, γ, δ, ε, continuè adinuicē sese non metiuntur manifestum est: quia neq; α, ipsum β metitur, dico iam quòd neq; alius ullus, ullum alium metietur. Dico quòd neq; α, ipsum γ metietur, quod enim sunt ipsi α, β, γ, tot sumantur (per 35 septimi) minimi numeri eandem rationem habentium ipsis α, β, γ, sintq; ζ, ε, θ. Et quoniam ipsi ζ, ε, θ, in eadem ratione sunt ipsis, α, β, γ, & est æqualis multitudo ipsorum α, β, γ, multitudini ipsorum ζ, ε, θ, ex æquali igitur (per 14. septimi, est sicut α, ad γ, sic est ζ, ad θ. Et quoniam est sicut α, ad β, sic est ζ, ad ε, non metitur autem α, ipsum β, igitur neq; ζ ipsum ε, metitur. Igitur ζ, non est unitas. Si enim ζ, esset unitas, omnem numerum metiretur. Et ζ, θ, (per 3 octaui) primi sunt adinuicem. Igitur neq; ζ ipsum θ, metitur, & est sicut ζ, ad θ, sic α, ad γ, neque igitur α, ipsum γ metitur. Similiter quoq; ostendemus, quòd neque alius ullus ullum metietur: quod oportuit demonstrasse.*

Euclid. ex Camp. *Propositio 7.*

7 I numerorum continuè proportionaliū primus ultimum numeret, idem ipse & secundum uumerabit.

CAMPANVS. Sint qui prius, continuè proportionales, dico si a numerat e: ipse numerabit b, alioqui ex præmissa non numeraret e, quod est contrariū & impossibile. Non solum autē numerabit b: sed & omnes, & quisq; eorum quemlibet ipsum sequentem.

a ..
b ....
c ....
d ....
e ....

Euclid. ex Zamb. *Theorema 5.* *Propositio 7.*

7 Si fuerint quotcunq; numeri cōtinuè proportionales, primus autem extremum metiatur, & secundum quoq; metietur.

THEON *ex Zamb. Sint quotcunq; numeri proportionales α, β, γ, δ, at α, ipsum δ metiatur. Dico quòd & α, ipsum β metietur. Si autem non metitur α, ipsum β, neq; alius ullus (per 7 octaui) alium ullū metietur, quod (per hypothesin) est impoßibile, supponitur enim α, ipsum δ metiri, metitur autem α, ipsum δ, metitur igitur & α, ipsum β: quod oportuit demonstrasse.*

α ...
β ......
γ ....
δ ....

Euclid. ex Camp. *Propositio 8.*

8 I inter duos numeros numeri quotlibet in continua proportionalitate ceciderint, totidem inter omnes duos in eadē proportione relatos cadere necesse est.

CAMPANVS. Sint a & b, inter quos cadunt c & d in continua proportione habentes se in proportione e ad f, dico quòd totidem cadũt inter e & f & in eadem proportione, quot inter a & b. Sint enim g, h, k, l, totidẽ minimi: quot sunt a & b qui inter eos cadunt, sumpti quemadmodum docet 2 huius, continuè proportionales in eadem proportione, eruntq; per 3 g & l, contra se primi, & per æquam proportionalitatem erit g ad l, sicut a, ad b, ideoq;, & sicut e ad f, & quia ipsi sunt in sua proportione minimi per 23 septimi, sequitur per 21 eiusdẽ ut g numeret e, & l, f æqualiter, toties igitur numeret h, m, & k, n, positisq; m & n inter e & f, constat per 18 septimi, e, m, n, f esse continuè proportionales quemadmodum sunt h, k, l, & ideo quemadmodum a, c, d, b, quare patet quod dictum est.

a . .
c . . . .
d . . . .
b . . . .
e . . .
m . . . . . .
n . . . .
f . . . .
g .
h . .
K . . . .
l . . . .

CAMPANI annotatio. Ex hac constat nullam superparticularem posse per æqualia diuidi, si enim hoc esset, oporteret inter duos numeros sola unitate distãtes numerũ cadere medium, quod esse non potest: ideoq; tonus in musica quem sesquioctaua cõtinet proportio, in duo uera semitonia diuidi non potest, sed necessariò diuiditur in minus semitonium & maius.

Euclid. ex Zamb. *Theorema 6.* *Propositio 8.*

Si inter duos numeros continuè proportionales ceciderint numeri, quot in eos ceciderint numeri, tot & inter eandem rationem habentes eis continuè proportionales cadent.

THEON ex *Zãb. Inter binos enim numeros α, β, cõtinuè proportionales cadãt numeri γ, δ. Fiatq; sicut α, ad β, sic ε, ad ζ. Dico quòd quot inter ipsos α, β, cõtinuè proportionales numeri cadunt, tot quoq; inter ipsos ε, ζ, continuè proportionales cadent. Quot enim sunt multitudine ipsi α, β, γ, δ, tot sumãtur (per 35 septimi) minimi numeri eandem rationem habentium eisdẽ α, β, γ, δ, sintq; η, θ, κ, λ. Igitur extremi ipsorum, hoc est η, λ, primi sunt adinuicem (per 3 octaui.) Et quoniam ipsi α, γ, & δ, β, ipsis η, θ, & κ, λ, in eadem sunt ratione, & æqualis est multitudo ipsorum α, γ, & δ, β, multitudini ipsorum η, θ, & κ, λ, ex æquali igitur (per 14 septimi) est sicut α, ad β, sic est η, ad λ. Sicut autem α, ad β, sic ε, ad ζ, ut igitur η, ad λ, sic est ε, ad ζ. Ipsi autem η, λ, primi sunt, primi autem, & minimi, minimi uerò numeri, eandẽ rationem habentes eis æquè metiuntur maior maiorem & minor minorem (per 21 septimi) hoc est antecedens antecedentẽ & sequens sequentem. Aequè igitur η, ipsum ε metitur, & λ, ipsum ζ. Quoties autẽ η, ipsum ε metitur, toties & uterq; ipsorum θ, κ, utrunque ipsorum μ, ν, metiatur. Ipsi igitur η, θ, κ, λ, ipsos ε, μ, ν, ζ, æquè metiuntur. Igitur (per 18 septimi) ipsi η, θ, κ, λ, ipsis ε, μ, ν, ζ, in eadem sunt ratione. Sed ipsi, η, θ, κ, λ, ipsis α, γ, δ, β, in eadem sunt ratione, & ipsi α, γ, δ, β, igitur, ipsis ε, μ, ν, ζ, in eadem sunt ratione. Ipsi autem α, γ, δ, β, continuè sunt proportionales, & ipsi ε, μ, ν, ζ, igitur continuè proportionales sunt. Quod igitur inter ipsos α, β, continuè proportionales numeri ceciderunt, tot & inter ε, ζ, continuè proportionales cadunt: quod oportuit demonstrasse.*

α . . .
γ . . . .
δ . . . .
β . . . .
η .
θ . . .
κ . . . .
λ . . . .
ε . .
μ . . . .
ν . . . .
ζ . . . .

Euclid. ex Camp. *Propositio 9.*



I inter duos numeros contra se primos numeri quotlibet continua proportionalitate ceciderint, inter utrũq; eorum & unitatem totidem continua proportionalitate cadere necesse est.

CAMPANVS. Sint a & b contra se primi, inter duos cadant in continua proportionalitate c & d. Dico quòd totidem erunt continuè proportionales inter a & unitatem, itemq; totidem inter b & unitatem. Sint enim in illa proportione minimi e & f, sumpti, ut docet 34 septimi, ex quibus sumantur tres continuè proportionales & minimi in eorum proportione

prout

pront docet 2 huius, qui fint g, h, k, deinde quatuor, qui fint l, m, n, p, & hoc toties fiat, usquequò sic sumpti fiant tondem quot sunt numeri propositi, ut sunt hic l, m, n, p. Constat itaq; (cùm sint a, c, d, b, in sua proportione minimi per primam huius, sintq; l, m, n, p, totidem minimi in eadem, nō sit autem possibile esse aliquid minus minimo) quòd numeri l, m, n, p, æquales erunt numeris a, c, d, b, quisq; suo relatiuo, est igitur l, æqualis a, & p, b. Manifestum autem est ex secunda huius quòd ex f in se fit k, & ex eodem in k, p, per diffinitionem igitur eius quod est multiplicari erit f, in k, k quoque in p, quoties unitas est in f, itaq; unitas, f, K, p, sunt cōtinuè proportionales, similiter autem & unitas e, g, l. Sumptis ergo a & b loco l & p sibi æqualiū erūt inter a & unitatē g, & e, & inter b & unitatem k & f, continuè proportionales totidē, quot sunt inter a & b: quod est propositum.

a........
l........
g....
a............
m............ e..
h......
n.................. f...
d.................
k.........
p.........................
b........................

Euclid. ex Zamb. Theorema 7. Propositio 9.

Si bini numeri primi adinuicem fuerint, & inter eos cōtinuè proportionales ceciderint numeri, quot inter eos cōtinuè proportionales ceciderint numeri, tot quoq; inter utrunq; eorum & unitatē continuè proportionales cadent.

THEON ex Zamb. *Sint bini numeri primi adinuicem α, β, & inter eos continuè proportionales cadant γ, δ, & ponatur ε unitas. Dico quòd quot inter α, β, continuè proportionales ceciderint numeri, tot quoq; inter utrunq; ipsorum α, β, & ε, unitatem continuè proportionales numeri cadent. Sumantur (per 35 septimi) bini numeri minimi in ipsorum, α, γ, δ, β, ratione existentes, sintq; ζ, η, tres autem: sintq; θ, κ, λ, & semper ordinatim uno plus, quo ad æqualis fiat multitudo ipsorū, multitudini ipsorum α, γ, δ, β, sumantur, sintq; μ, ν, ξ, ο. Manifestum iam est quòd ζ, seipsum multiplicans, fecit ipsum θ, ipsum autem θ multiplicans, ipsum effecit μ, & η, seipsum multiplicans, ipsum λ, effecit: ipsum autem λ multiplicans, ipsum ο fecit. Et quoniam ipsi μ, ν, ξ, ο, (per hypothesin) minimi sunt eandem rationem habentium ipsis ζ, η, sunt autem (per 2 octaui) & ipsi α, γ, δ, β, minimi eandem rationem habentium ipsis ζ, η, & æqualis est multitudo ipsorum μ, ν, ξ, ο, multitudini ipsorum α, γ, δ, β: unusquisq; igitur ipsorum μ, ν, ξ, ο, unicuiq; ipsorum α, γ, δ, β, est æqualis. Aequalis igitur est μ ipsi α, & ο, ipsi β. Et quoniam ζ seipsum multiplicans, ipsum effecit θ, igitur (per 16 septimi) ζ, ipsum θ metitur per eas quæ in ζ, sunt unitates: metitur autē & ε, unitas ipsum ζ, per eas quæ in ipso sunt unitates, pariter igitur (per 15 septimi) ε unitas, ipsum ζ numerū metitur, & ζ, ipsum θ. Est igitur sicut ε, unitas ad ζ, numerum, sic est ζ ad θ. Rursus quoniam ζ ipsum θ multiplicans, ipsum effecit μ, igitur θ ipsum μ, metitur per eas quæ in ζ sunt unitates. Metitur autem ε, unitas ipsum ζ numerum, per eas quæ in ipso sunt unitates, æquè igitur (per eandem) ε, unitas ipsum ζ, metitur numerum, & θ ipsum μ. Est igitur sicut ε, unitas ad ζ numerum, sic est θ, ad μ. Ostensum autem est quòd & sicut ε, unitas ad ζ, numerum, sic est ζ, ad θ, & sicut igitur (per 11 quinti) ε, unitas ad ζ numerum: sic est ζ, ad θ, & θ ad μ. At μ, ipsi α, est æqualis, est igitur sicut ε unitas ad ζ numerum, sic est ζ, ad θ, & θ, ad α. Id propterea (per 7 & 11 quinti) & sicut ε, unitas ad η, numerum: sic η ad λ, & η ad β. Quot igitur inter ipsos α, β, continuè proportionales ceciderint numeri, tot & inter utrunque ipsorum α, β, & ipsum ε, unitatem continuè proportionales numeri cadunt: quod erat demonstrandum.*

α..............................
μ..............................
θ.........
γ.............................. ζ...
ν..............................
κ.............
ξ..............................
δ..............................
λ...................
ο..............................
β..............................

Euclid. ex Camp. Propositio 10.

10 I inter utrunq; eorum & unitatem quotlibet numeri continua proportionalitate ceciderint, ambobus numeris totidem continua proportionalitate interesse necesse est.

CAMPANVS. Sint duo numeri a & b, sintq; c & d, c d inter a & unitatē, e quoque & f inter b & unitatem, continuè proportionales. Dico tondem esse inter a & b continuè proportionales. Hæc est conuersa prioris, excepto quòd ad subiectum præmissæ, appositum erat a &

b esse contra se primos, quod non apponitur hic ad passionem, quapropter uniuersalior est passio huius, subiecto illius. Quia igitur quoties unitas in d, toties est d in c & toties c in a, constat quòd ex d in se fit c, & ex eodem d in c a. Similiter quoq; ex f in se & in e, fient e & b. Ducatur itaq; d in f, & productus sit g, itemq; idem d ducatur in g & e, & sint producti h & k. Constat igitur ex 18 septimi, quod c ad g, ut d ad f, & ex 19 quod g ad e, ut d ad f, quare c, g, e, sunt continuè proportionales in proportione d ad f. Item per 18 iterum sunt a ad h sicut c ad g, & h ad k sicut g ad e, & per 19 K ad b sicut d ad f, igitur sunt a, h, K, b, continuè proportionales. Quare constat propositum.

Euclid. ex Zamb. *Theorema 8. Propositio 10. Conuersa præcedentis.*

Si inter binos numeros & unitatē continuè proportionales numeri ceciderint, quot inter utrūq; ipsorum & unitatem cōtinuè proportionales ciderint numeri, tot & inter eos continuè proportionales cadent.

THEON *ex Zamberto. Inter binos enim numeros α, β, & unitatem γ, continuè proportionales cadant numeri δ ε, & ζ, η. Dico quòd quot inter utrunque ipsorum α, β, & ipsam γ unitatem, continuè proportionales ceciderint numeri: tot quoque inter α, β, continuè proportionales cadent. Igitur δ, ipsum ζ, multiplicans, ipsum efficiat θ, uterque autem ipsorum δ, ζ, ipsum θ multiplicans, efficiat ipsos κ, λ. Et quoniam est sicut γ, unitas ad δ numerum, sic est δ, ad ε: æque igitur γ, unitas ipsum δ, metitur numerū, et δ ipsum ε. Ipsa autem γ unitas, ipsum δ, numerum metitur, per eas quæ in ipso sunt δ unitates, & δ, igitur numerus ε metitur, per eas quæ in δ, sunt unitates. Igitur δ, seipsum multiplicans, ipsum ε, fecit. Rursus quoniam est sicut γ, unitas ad δ numerum, sic est ε ad α, æque igitur γ, unitas ipsum δ, numerum metitur, et ε, ipsum α. At γ unitas, ipsum δ, numerum metitur per eas quæ in ipso δ, sunt unitates, & ε, igitur ipsum α, metitur per eas quæ in ipso δ, sunt unitates. Igitur δ, ipsum ε multiplicans, ipsum α fecit. Id proptrea etiam ζ, seipsum multiplicans, ipsum η, fecit, ipsum autem η, multiplicans, ipsum β, fecit. Et quoniam δ, seipsum multiplicans ipsum ε, fecit ipsum autem ζ, multiplicans ipsum fecit θ, est igitur (per decimam septimi) sicut δ, ad ζ, sic est ε ad θ. Id propterea etiam sicut δ, ad ζ, sic θ, ad η, Et sicut igitur (per undecimā quinti) ε ad θ, sic θ ad η. Rursus quoniam δ utrunque, ipsorum ε, θ, multiplicans, utrūque ipsorum α, κ, fecit: est igitur (per 17 septimi) sicut ε ad θ, sic α, ad κ. Sed sicut ε, ad θ, sic est δ, ad ζ, & sicut igitur (per undecimam quinti) δ ad ζ, sic α, ad κ. Rursus quoniam uterque ipsorum δ, ζ, ipsum θ, multiplicans, utrunq; ipsorum κ, λ, fecit: est igitur (per decimam septimam septimi) sicut δ, ad ζ, sic κ ad λ. Sed sicut δ ad ζ, sic α, ad κ, & sicut igitur (per undecimam quinti) α, ad κ, sic κ ad λ. Insuper quoniam ζ, utrunq; ipsorum θ, η, multiplicās, utrunq; ipsorum λ, β, fecit: est igitur (per decimam septimam septimi) sicut θ ad η, sic λ, ad β. Sicut autem θ ad η, sic δ ad ζ: & sicut igitur (per 11 quinti) δ ad ζ, sic λ ad β. patuit autē quòd sicut δ ad ζ, sic α, ad κ, & κ ad λ, & λ ad β, igitur ipsi α, κ, λ, β: continuè sunt proportionales. Quot igitur inter utrunque ipsorum α, β, & γ, unitatem, continuè proportionales cadunt numeri: tot & inter α, β, continuè cadunt, quod demonstrasse oportuit.*

Hæc undecima ex Campano, duabus ex Zamberto sequentibus respondet.

Euclid.

Euclid. ex Camp. Propositio 11.



10 SI fuerint ambo quadrati, erit proportio unius ad alterū tam quam sui lateris ad latus illius proportio duplicata. Siuerò ambo fuerint cubi, erit proportio alterius ad alterum tanquam sui lateris ad latus alterius proportio triplicata.

CAMPANVS. Sint duo quadrati a & b, & duo cubi c & d, latera tam quadratorum quàm cuborum: sint e, quidem a & c, f uerò, b & d. Dico quòd proportio a ad b erit sicut e ad f duplicata, c uerò ad d sicut eadē triplicata. Manifestū enim est quòd ex e in se fit a, & ex ipso e in a, c, sic quoque ex f in se fit b, & ex ipso in b, d, ducatur igitur e in f, & proueniat g, & in g & b, & proueniant h & k, eritque per 18 septimi a ad g, sicut e ad f, & per 19 g ad b, sicut e ad f, igitur ex diffinitione, a ad b, sicut e ad f duplicata: quod est primum. Secundū eodem modo constat. Sunt enim per 18 iterum c ad h sicut a ad g, & h ad k, sicut g ad b, & per 19 K ad d, sicut e ad f, quare c, h, K, d, sunt enī continuè proportionales in proportione e ad f, per diffinitionem igitur erit c ad d, sicut e ad f, triplicata: quod est secundum.

c........
a....
e.. h............
g......
f... k...................
b.........
d............................

Euclid. ex Zamb. Theorema 9. Propositio 11.

31 Duorum numerorum quadratorum, unus medius proportionalis numerus. Et quadratus ad quartum duplam habet rationem, quàm latus ad latus.

THEON ex Zamb. *Sint quadrati numeri α, β, & ipsius quidem α, latus sit γ, ipsius uerò β, sit latus δ. Dico quòd ipsorum α, β, unus medius proportionalis est numerus, & α, ad β, duplam habet rationem quàm γ, ad δ. Ipse enim γ, ipsum δ, multiplicans, ipsum efficiat ε. Et quoniam α, quadratus est, latus autem eius est γ, igitur γ, seipsum multiplicans ipsum effecit α, id propterea & δ, seipsum multiplicans ipsum β fecit. Quoniam igitur γ, utrunque ipsorum γ, δ, multiplicans utrunque ipsorum α, ε, effecit: est igitur (per 17 septimi) sicut γ ad δ, sic est α, ad ε. Rursus quoniam γ, ipsum δ, multiplicans ipsum effecit ε, at δ, seipsum multiplicans ipsum effecit β, duo iam numeri γ, δ, unum & eundem multiplicantes δ, ipsos ε, β, effecerunt. Est igitur (per 18 septimi) sicut γ ad δ, sic est ε ad β. Sed sicut γ ad δ, sic est α ad ε) & sicut igitur (per 11 quinti) α ad ε, sic est ε ad β. Ipsorū igitur α, β, unus medius proportionalis est numerus ε. Dico iam quòd & α ad β, duplam rationem habet, quàm γ ad δ. Quoniam enim tres numeri proportionales sunt α, ε, β, igitur (per 10 diffinitionem quinti) α ad β, duplam rationem habet quàm α ad ε. Sicut autem α ad ε, sic γ ad δ, Igitur α ad β, duplam rationem habet, quàm γ latus ad δ latus: quod oportuit demonstrasse.*

α.........
γ...
ε............
δ....
β.................

Euclid. ex Zamb. Theorema 10. Propositio 12.

32 Duorum cuborum numerorū, bini medij proportionales sunt numeri. Et cubus ad cubum triplam rationē habet, quàm latus ad latus.

THEON ex Zamb. *Sint bini cubi numeri α, β, & ipsius quidem α, latus esto γ, ipsius autem β, latus esto δ. Dico quòd ipsorum α, β, bini medij proportionales sunt numeri, & α ad β, triplam rationem habet, quàm γ ad δ. Igitur γ, seipsum multiplicans, ipsum efficiat ε: ipsum autem δ, multiplicans, ipsum efficiat ζ, at δ seipsum multiplicans, ipsum η, faciat. Vterque autem ipsorum γ, δ, ipsum ζ multiplicans, utrunque ipsorum θ, κ, faciat. Et quoniā α cubus est, ipsius autem latus est γ, igitur γ seipsum multiplicans ipsum effecit ε, ipsum autem ε, multiplicans ipsum α confecit. Id propterea & δ seipsum multiplicans, ipsum η effecit: ipsum autem η, multiplicans, ipsum effecit β. Et quoniam γ utrunque ipsorū γ, δ, multiplicans, utrunque ipsorum ε, ζ, fecit: est igitur (per 17 septimi) sicut γ ad δ, sic est ε, ad ζ. Id propterea etiam (per eandem) sicut γ ad δ, sic ζ ad η. Rursus quoniam γ utrunque ipsorum ε, ζ, multiplicans, utrunque ipsorum α, θ, fecit: est igitur sicut ε ad ζ, sic α ad θ, sicut autem ε, ad ζ, sic γ ad δ. Et sicut igitur (per 11 quinti) γ, ad δ, sic est α, ad θ. Rursus quoniā uterque ipsorum γ, δ, ipsum ζ multiplicans, utrunque ipsorum θ, κ, fecit: est igitur (per 18 septimi) sicut γ ad δ, sic est θ ad κ.*

α..............................
θ...............................
κ..
β...
γ...
δ....
ε.........
ζ............
η................

Rursus quoniam δ utrunq; ipsorum ζ, η, multiplicans, utrunq; ipsorum α, ε, fecit: est igitur (per 17 septimi) sicut ζ ad η, sic est α ad β, sicut autem ζ ad η, sic est γ ad δ, & sicut igitur (per 11 quinti) γ ad δ, sic α, ad β. Patuit autem quod & sicut γ ad δ, sic est α ad ϑ, & θ, ad λ, & λ, ad β. Ipsorū igitur α, β, bini medij proportionales sunt, hoc est ϑ λ. Dico iam quòd & α ad β triplam rationem habet, quàm γ ad δ. Quoniam enim quatuor numeri proportionales sunt α, ϑ, λ, β. igitur (per 10 diffinitionem quinti) α ad β triplam habet ratione quàm α ad ϑ, sicut autem est α, ad ϑ, sic est γ ad δ. igitur α ad β triplam raationem habet quàm γ ad δ: quod oportuit demonstrasse.

Euclid. ex Camp. *Propositio 12.*



SI numerorum continuæ proportionalitatis quisq; in seipsum ducatur, qui inde producētur sub cōtinua proportionalitate esse. Quod si itē in ipsos productos principia sua ducantur, inde quoq; productos continuæ proportionalitatis esse, necesse est. Idemq; in omnibus hoc modo productis extremitatibus. 12

CAMPANVS. Sint a, b, c, cōtinuè proportionales, quorum quisq; in se ducatur, & proueniāt ex a quidē, d ex b, uerò e, ex c, f. Dico quòd d, e, f, sunt continuè proportionales, quod si item a ducatur in d & proueniat g, b quoq; in e, & proueniat h, & c in f, proueniat K, dico etiam quod g, h, k, erunt continuè proportionales. Sit enim ex a in b, l, & ex c in eundem, m, eruntq; per 18 & 19 septimi, d, l, e, m, f, continuè proportionales in proportione a, b, c, itaq; per æquam proportionalitatē arguè d ad e, sicut e ad f: quod est primum.

Reliquū sic: Ducatur a in l & proueniant n & p, c quoq; ducatur in e & m, & proueniant q & r, eruntq; per eadem g, n, p, h, q, r, k, continuè quoque proportionales in proportione primorum, per æquam igitur proportionalitatem conclude g ad h, sicut h ad k: quod est reliquū. Eadem erit ratio, quotiescūq; primi in productos ducantur.

a .... b ...... c ....
d 16
l 24
e 36
m 54
f 81
g 64
n 96
p 144
h 216
q 324
r 486
K 729

Euclid. ex Zamb. *Theorema 11.* *Propositio 13.*

Si fuerint quotcunq; numeri cōtinuè proportionales, & multiplicās unusquisq; seipsum fecerit aliquos, qui fiūt ex ipsis proportionales erunt. Et si qui in principio genitos multiplicantes, fecerint aliquos, & ipsi quoq; proportionales erunt, & semper circa extremos hoc euenit. 13

THEON ex Zamb. Sint quotlibet numeri continuè proportionales α, β, γ, sicut α ad β, sic β ad γ, & ipsi quidem α, β, γ, se ipsos multiplicātes, efficiant ipsos δ, ε, ζ, ipsos autem δ, ε, ζ, multiplicātes, ipsos efficiant η, θ, κ. Dico quòd & ipsi δ, ε, ζ, & ipsi η, θ, κ, continuè sunt proportionales. Ipse nanq; α, ipsum β multiplicans, ipsum efficiat λ, uterq; autem ipsorum α, β ipsum multiplicans λ efficiat utrunque ipsorum μ, ν, & rursus ipse β, ipsum γ, multiplicans, ipsum efficiat ξ, uterq; autem ipsorum β, γ, ipsum ξ multiplicans, utrunq; ipsorum ο, π, faciat. Similiter iam ex præcedentis theorematis discursu ostendemus quod ipsi δ, λ, ε, & η, μ, ν, θ, continuè sunt proportionales in ipsius α ad β, ratione, & ipsi ε, ξ, ζ, & θ, ο, π, κ sunt proportionales in ipsius β, ad γ, ratione. Et est sicut α, ad β, sic est β ad γ, & ipsi δ, λ, ε, igitur, ipsis ε, ξ, ζ, in eadem sunt ratione & insuper ipsi η, μ, ν, θ, ipsis θ, ο, π, κ. & æqualis est quidem ipsorum δ, λ, ε, multitudo, multitudini ipsorum ε, ξ, ζ, ei autē quæ ipsorum est η, μ, ν, θ, ea quæ ipsorum est θ, ο, π, κ. Ex æquali igitur (per 14 septimi) est sicut quidem δ, ad ε, sic est ε, ad ζ. Sicut autem η ad θ, sic est θ ad κ: quod oportebat demonstrare.

α .. β .... γ ....
δ ....
λ ....
ε ....
ζ 32
ξ 64
ο ....
μ ....
ν 32
θ 64
ι 128
π 256
κ 512

13 

Euclid. ex Camp. *Propositio 13.*

SI quis quadratus numerus aliũ quadratũ numeret, latus quoq; ſuũ, latus illius numerare probatur. Si uerò latus ſuũ latus illius numeret, quadratus numerat quadratũ.

CAMPANVS. Sint duo numeri a & b quadrati, lateraq; eorũ c & d, dico quòd ſi a numerat b, c quoq; numerabit d, & conuerſo. Conſtat enim quod ex c in ſe fit a, ex d quoq; in ſe, b fiat igitur, e ex c in d eruntq; per 18 & 19 ſeptimi, a e b, continue proportionales in proportione c ad d. Si igitur a numerat b, idẽ ipſe per 7 huius, numerabit e, quare & c d, quod eſt primum. Conuerſa ſic patet, ſi c numerat d, a numerabit e, propter id quod proportio a ad e ſicut c ad d, & ſi numerat e, ipſe numerabit b, propter hoc quod ſunt continue proportionales.

a ....
e ......
b ....
c ..
d ...

Euclid. ex Zamb. *Theorema 12.* *Propositio 14.*

14 Si quadratus numerus quadratũ numerũ menſus fuerit, & latus latus metietur. Et ſi latus metiatur, & quadratus quadratũ metietur.

THEON ex Zamb. *Sint quadrati numeri α β, latera uerò ipſorum ſint γ δ, at α ipſum β metiatur. Dico quòd & γ ipſum δ metietur. Igitur γ, ipſum δ multiplicans, efficiet ipſum ε. Igitur (per 17 & 18 ſeptimi, & 11 quinti, ac 13 octaui) ipſi α ε β, continuè proportionales ſunt in ipſius γ ad δ ratione. Et quoniam ipſi α ε β, cõtinue ſunt proportiõales, & metitur α ipſum β, metitur igitur (per 7 octaui) & α ipſum ε. Eſtq; ſicut α ad ε, ſic γ ad δ, metitur igitur & γ ipſum δ. Sed iã metitur & γ ipſum δ. Dico quòd & α ipſum β metitur, eiſdẽ nanq; diſpoſitis ſimiliter oſtẽdemus quod ipſi α ε β, cõtinuè ſunt proportionales in ipſius γ ad δ, ratiõe: & quoniã eſt ſicut γ ad δ, ſic eſt α ad ε metitur autẽ γ ipſum δ, metitur igitur & α ipſum ε, & ſunt ipſi α ε β, cõtinuè proportionales, metitur igitur & α ipſum β. Si quadratus igitur, et quæ ſequuntur reliqua: quod oportebat demonſt.*

α ....
ε ....
β ....
γ ...
δ ....

Euclid. ex Camp. *Propositio 14.*

14 

SI cubus alium cubum numeret, latus quoq; ſuum latus alterius numerabit. Si uerò latus ſuum, latus alterius numeret, cubus numerabit cubum.

CAMPANVS. Sint duo numeri a & b cubi, lateraq; eorũ c & d, dico quòd ſi a numerat b, c quoq; numerabit d, & ecõuerſo ducatur enim b in ſe & fiat e, d quoq; in ſe, & fiat f, cõſtat igitur quòd ex c in e fit a, & ex d in g b, fiat itaq; f, ex c in d: eruntq; per 17 & 19 ſeptimi, e f g, continuè proportionales in proportione c ad d, ſed & h, & K, proueniant ex c in f & g: per eaſdem igitur erunt a h k b, cõtinue quoq; proportionales in eadem proportione, itaq; ſi a numerat b idẽ per 7 huius numerabit h, quare & c, d eſt enim c ad d, ſicut a ad h, conſtat igitur prima pars. Conuerſa patet, ſicut conuerſa prioris. Nam ſi e numerat d, a quoq; numerabit h, quem ſi numerat: neceſſe eſt ut numeret b.

Euclid. ex Zamb. *Theorema 13.* *Propositio 15.*

15 Si cubus numerus cubum numerũ mẽſus fuerit, & latus latus metietur. Et ſi latus latus menſum fuerit, & cubus cubum metietur.

THEON ex Zamb. *Cubus enim numerus α, cubũ β metiatur, et ipſius quidem α, latus ſit γ, ipſius autem β ſit δ. Dico quòd γ ipſum δ metitur. Igitur γ, ſeipſum multiplicãs ipſum efficiat ε et inſuper γ, ipſum δ multiplicans ipſum efficiat ζ. Ad δ ſeipſum multiplicans ipſum efficiat η. Vterq; autem ipſorũ γ δ ipſum ζ multiplicans utrũq; ipſorũ θ κ faciat. Manifeſtũ iam eſt (per 17 & 18 ſeptimi et 12 octaui) quod ipſi ε ζ η et α θ κ β, cõtinue ſunt proportionales, in ipſius γ ad δ, ratione. Et quoniã ipſi α θ κ β, cõtinue ſunt proportionales, & metitur α ipſum β, metitur igitur (per 7 octaui) & α, ipſum θ, & eſt ſicut α ad θ, ſic eſt γ ad δ. Metitur igitur & γ ipſum δ. Sed iã metiatur γ ipſum δ. Dico quòd & α, ipſum β metitur. Eiſdẽ nãq; diſpoſitis: ſimiliter oſtẽdemus quod ipſi α θ κ β cõtinue proportionales ſunt in ipſius γ ad δ, ratione: quoniam enim γ ipſum δ, metitur, eſtq; ſicut γ ad δ, ſic α ad θ, & α igitur ipſum θ metitur. Quare & α ipſum β metitur. Si cubus igitur numerus & reliqua: quod oportuit demonſtraſſe.*

α ....
θ ....
κ ....
β ....
γ ..
δ ....
ε ....
ζ ....
η ....

Euclid. ex Camp. *Propositio 15.*

15 

SI numerus quadratus quendã aliũ quadratũ non numeret, nec latus ſuum, latus illius numerabit. Si uerò latus ſuũ, latus illius

non numeret, quadratus is quadratum illum numerare ex necessitate conuincitur.

CAMPANVS. Hæc 15 proponit negationes conuerti, quæ affirmationibus quas 13 huius conuerti proposuit opponuntur. Vt si sint duo numeri quadrati a & b, quorum latera c & d, si a non numerat b, c quoq; non numerabit d, econuerso etiam si c non numerat d, nec a b. Sit enim primò ut a non numeret b, si itaq; c numerat d, per secundam partem 13 huius & a numerabit b, quod est contrarium positioni, sicq; patet primum. Secundum quoq; sic: sit ut c non numeret d, itaq; si a numeret b, per primam partē 13 necesse est ut c numeret d, necesse est igitur ut c numeret ipsum, cùm numerat ipsum: quod est impossibile.

a.... b........

c.. d...

CAMPAN: annotatio. Quemadmodū autem necesse est cōuerti negationes oppositas affirmationibus quas 13 demonstrauit conuerti, sic quoq; necesse est eas negationes quę opponuntur illis affirmationibus quas pręmissa conuerti demonstrauit, conuertantur. Vnde si cubus non numerat cubū, nec latus eius numerabit latus illius: econuerso quoq; si latus unius non numerat latus alterius, nec ipse cubus numerabit alterum cubum: demonstratur autē hoc per præmissam à destructione consequentis, sicut quod propositum est per 13, ideoq; hoc autor non proposuit, sed per id quod propositum est, ipsum dedit intelligi.

Hæ sequentes ex Zamberto duæ propositiones pręcedenti ex Campano cum annotatione eiusdem respondent.

Euclid. ex Zamb. *Theorema 14.* *Propositio 16.* *Conuersa 14.*

Si quadratus numerus quadratum numerum mensus non fuerit, neque latus latus metietur. Et si latus latus mensum non fuerit, neq; quadratus quadratum metietur. 16

THEON *ex Zamb. Sint quadrati numeri α β, eorum autem latera sint γ δ. At α ipsum β non metiatur. Dico quòd neq; γ ipsum δ, metietur. Si autem γ ipsum δ metitur, metitur (per 14 octaui) & α ipsum β: non metitur autem (per hypothesin) α ipsum β, neq; igitur γ ipsum δ metietur. Non metiatur autem rursus γ ipsum δ. Dico quòd neq; α ipsum β, metietur. Si autem α ipsum β metitur, & γ (per 14 octaui) ipsum δ. Non metitur autem γ, ipsum δ (per hypothesin) neque α igitur, ipsum β metietur: quod erat demonstrandum.*

α.........

β................

γ...

δ....

Euclid. ex Zamb. *Theorema 15.* *Propositio 17.* *Conuersa 15.*

Si cubus numerus cubum numerum non metiatur, neq; latus latus metietur. Et si latus latus non metiatur, neq; cubus cubum metietur. 17

THEON *ex Zamb. Cubus enim numerus α cubum numerum β non metiatur, & ipsius quidem α latus esto γ, ipsius uerò β sit δ. Dico quòd & γ ipsum δ non metietur. Si enim γ ipsum δ metitur, & α ipsum β metietur (per 15 octaui) non metitur autem α, ipsum β (per hypothesin) neq; igitur γ ipsum δ metietur. Sed iam non metiatur γ ipsum δ. Dico quòd & α ipsum β non metietur, si enim α ipsum β metietur, & γ ipsum δ metietur (per 15 octaui) non metitur autem γ ipsum δ (per hypothesin) neq; α igitur ipsum β metietur: quod oportuit demonstrasse.*

α........

β...........................

γ......

δ...........

Euclid. ex Camp. *Propositio 16.*



I duo numeri superficiales fuerint similes, necesse est tertium numerū secundū proportionalitatē continuam eis interesse. Eritq; proportio unius numeri ad alterum sibi similem, uelut unius lateris sui ad latus alterius ipsum respiciens proportio duplicata. 16

CAMPANVS. Sint duo numeri a & b, superficiales & similes, dico quòd inter ipsos cadet unus numerus in continua proportione, latera enim a sint c & d, b uerò latera, sint e & f, eruntq; ex conuersione diffinitionis numerorum similium, c ad e, sicut d ad f, cōstat autem quòd ex c in d fiat a, & ex e in f b, fiat itaq; g ex e in d, eritq; per 19 septimi, a ad g, sicut c ad e, & per 18 eiusdem g ad b sicut d ad f, quare a ad g, sicut g ad b,

a......

g...........

b.................

c..

d....

e...

c......

g ad b, est itaq; g, continua proportionalitate medius inter a & b, quod est propositum. Correlarium autẽ patet, cũ sit a ad b per diffinitionem sicut a ad g duplicata, quæ eadẽ est illi quæ est c ad e,

Euclid. ex Camp. *Propositio 17.*

17 I secundum continuam proportionalitatem tertius numerus duobus numeris intersit, illi duo numeri superficiales sunt & similes.

Campanvs. Hæc est conuersa præmissæ. Vt si inter a & b sit c sub continua proportionalitate constitutus, a & b erunt superficiales & similes, sunt enim d & e minimi in proportione qua continuantur a c b, qui per 21 septimi, numerabunt a & c æqualiter, sitq; ut secundum f, & per eandem c & b æqualiter, sitq; ut secundum g, erunt igitur per diffinitionem a & b superficiales, & erunt etiam per diffinitionẽ d & f, latera numeri a, e quoq; & g latera numeri b. Quod autem ipsi sint similes, sic habeto, cùm enim ex d in g, sit c, & ex e in f, sit idem c, erit per secundam partẽ 20 septimi, d ad e, sicut f ad g, per diffinitionem igitur a & b sunt similes, quod est propositũ. Hoc autẽ ultimũ quod est a & b esse similes, potest etiã haberi per 19 & 18 septimi, & per has hypotheses quod a c b, sunt continuè proportionales in proportione d ad e minimorum numerantium a & c secundum f, & c & b secundum g.

a ....
c ....
b ....
d ..
e ...
f ....
g ......

Euclid. ex Camp. *Propositio 18.*

18 I fuerint duo numeri solidi similes, necesse est eis duos numeros secundum continuam proportionalitatem interesse, eritq; proportio unius solidi ad alterum sibi similem, uelut cuiuslibet sui lateris ad latus alterius respiciẽs se proportionaliter, proportio triplicata.

Campanvs. Sint duo numeri a & b, solidi similes, dico quòd inter ipsos cadent duo numeri in continua proportione. Sint enim latera numeri a c d e: latera uerò b, sint f g h, eruntq; ex conuersione diffinitionis numerorum similium, c ad f, & d ad g, sicut e ad h. Sit igitur ex c in d, K & ex f in g l, eruntq; ex diffinitione, K & l, superficiales & similes, quare per 16 huius, unus numerus cadit inter eos medius secundum proportionem c ad f, qui sit m. Manifestum autem est quod ex e in k, fit a & ex h in l b, si igitur ex e in m, & l fiant n & p, erũt per 18 septimi, a ad n sicut k ad m & n ad p, sicut m ad l, quare a n p, sunt cõtinue proportionales in proportione c ad f, & quia per 19 eiusdem p ad b sicut e ad h, & ideo sicut c ad f, sequitur ut quatuor numeri a n p b, sint continue proportionales secũdum proportionem c ad f, sunt itaq; inter a & b duo numeri n & p, medij in continua proportionalitate suorum laterum interpositi, quod est propositum. Correlarium autẽ patet, cũ proportio a ad b sit per diffinitionem sicut a ad n triplicata quæ est eadem illi quę est c ad f.

a ....
n ....
p ....
b ....
c ..
d ....
e ..
f ...
g ......
h ...
K ......
m ....
l ....

Euclid. ex Camp. *Propositio 19.*

19 I eis secundum continuam proportionalitatẽ duo numeri interiacẽt, quilibet duo numeri, solidi sunt atq; similes.

Campanvs. Hæc est conuersa præmissæ, ut si inter a & b sint duo numeri c & d medij in continua proportione, erunt a & b solidi & similes. Sumantur enim tres minimi in eadem proportione continue proportionales: qui sunt e f g, eruntq; per 17 e, & g, superficiales et similes: sint ergo h & k, latera e, at l & m, latera g: eritq; per correlarium 16 huius e ad f, sicut h ad l, aut sicut K ad m. Manifestum autem est ex tertia quod e & g, sunt contra se primi, ideoq; per 25 septimi, in sua proportione minimi, & quia per æquam proportionalitatem sunt a ad d & c ad b, sicut e ad g, sequitur per 21 septimi, ut ipsi numerent a & d æqualiter, quod sit secundum n, & item c & b æqualiter, quod sit secundum p. Quia igitur ex h in K fit e, & ex e in n fit a, sequitur per diffinitionem ut a sit solidus eiusq; latera h K n, similiter quia ex l, in m fit g, & ex g in p b, sequitur etiam ut b, fit solidus & eius latera l, m p. Ipsos autem esse similes sic constabit. Cùm ex g in n fiat d, & ex eodem in p b: erit per 18 septi-

a ....
c ....
d ....
b ....
e .... h .. k .. n ..
f ......
g .... m ... l ... p ...

mi, n ad p, ſicut d ad b, & quia ſic erant h ad l, & K ad m, per diffinitionem manifeſtum eſt a & b, eſſe ſimiles: quod eſt propoſitum.

Quatuor præcedentes ex Campano Euclidis propoſitiones, ſcilicet 16, 17, 18, 19, quatuor ſequentibus ex Zamberto propoſitionibus puta, 18, 19, 20, 21, hoc ordine reſpondẽt, prima primę, ſecunda tertiæ, tertia ſecundæ, quarta quartæ.

Euclid. ex Zamb. *Theorema 16.* *Propoſitio 18.*

Duorum ſimilium planorum numerorum, unus medius proportionalis eſt numerus. Et planus ad planum duplam habet rationem, quam ſimilis rationis latus ad ſimilis rationis latus. 18

THEON ex Zamb. *Sint bini plani ſimiles numeri α β, & ipſius α, latera ſint γ δ, ipſius autẽ β ſint, ε ζ. Et quoniam ſimiles plani ſunt, qui proportionalia habent latera (per 22 diffinitionem ſeptimi) eſt igitur ſicut γ ad δ, ſic eſt ε ad ζ. Dico igitur quòd ipſorum α β, unus medius proportionalis eſt numerus, & α ad β duplam rationem habet, quàm γ ad ε, uel δ ad ζ, hoc eſt quàm ſimilis rationis latus, ad ſimilis rationis latus. Et quoniam eſt ſicut γ ad δ, ſic eſt ε ad ζ, uiciſſim igitur eſt (per 13 ſeptimi) ſicut γ ad ε, ſic eſt δ ad ζ. Et quoniam α planus eſt, ipſius autem latera ſunt γ δ, igitur δ, ipſum γ multiplicans, ipſum α fecit. Id propterea etiam ε, ipſum ζ multiplicans, ipſum effecit β. At δ, ipſum ε multiplicans, ipſum efficiat η, et quoniam δ, ipſum quidem γ multiplicans, ipſum effecit α, ipſum autem ε multiplicans ipſum fecit η, eſt igitur (per 17 ſeptimi) ſicut γ ad ε, ſic eſt α ad η. Sed ſicut γ ad ε, ſic eſt δ ad ζ, & ſicut igitur (per 11 quinti) δ ad ζ: ſic α ad η. Rurſus quoniam ε, ipſum quidem δ multiplicans ipſum effecit η, ipſum autem ζ, multiplicans ipſum β fecit, eſt igitur (per 17 ſeptimi) ſicut δ ad ζ, ſic eſt η ad β, oſtenſum autem eſt quòd & ſicut δ ad ζ, ſic eſt α ad η, & ſicut igitur (per 11 quinti) α ad η ſic eſt η ad β. Igitur ipſi α η β, continue ſunt proportionales. Ipſorum igitur α β unus medius proportionalis eſt numerus. Dico iam quòd & α ad β, duplam rationẽ habet, quàm ſimilis rationis latus ad ſimilis rationis latus, hoc eſt quàm γ ad ε, uel quàm δ ad ζ. Quoniam enim ipſi α η β cõtinue proportionales ſunt, igitur (per 10 diffinitionem quinti) α ad β, duplam habet rationem quàm ad η, & eſt ſicut α ad η, ſic eſt γ ad ε, & δ ad ζ, & α igitur ad β, duplam rationẽ habet quàm γ ad ε uel δ ad ζ: quod erat demonſtrandum.*

α ....
η ....
β ....
γ ..
δ ......
ε ...
ζ ....

Euclid. ex Zamb. *Theorema 17.* *Propoſitio 19.*

Duorum ſimilium ſolidorum numerorum, bini medij proportionales ſunt numeri. Et ſolidus ad ſolidum ſimile triplam rationẽ habet, quã ſimilis rationis latus ad ſimilis rationis latus. 19

THEON ex Zamb. *Sint bini ſimiles ſolidi numeri α β & ipſius quidem α, latera ſint γ δ ε, numeri ipſius autem β ſint ζ η θ, & quoniã (per 22 diffinitionem ſeptimi) ſimiles ſolidi latera habent proportionalia, eſt igitur ſicut γ ad δ, ſic eſt ζ ad η, ſicut autẽ δ ad ε, ſic η ad θ. Dico quòd ipſorum α β, bini medij proportionales ſunt numeri, et quòd α ad β, triplam rationem habet, quàm γ ad ζ, uel δ ad η, uel inſuper γ ad θ. Igitur γ ipſum δ multiplicãs ipſum efficiat κ: at ζ ipſum η multiplicãs ipſum efficiat λ. Et quoniã ipſi γ δ, ipſi ζ η in eadem ſunt ratione, ex ipſisq; γ δ gignitur κ, ex ipſis autẽ ζ η, gignitur λ, igitur κ λ ſimiles plani ſunt numeri. Ipſorum igitur κ λ, unus medius proportionalis eſt numerus (per 18 octaui) ſit μ. Igitur μ ex ipſis δ ζ gignitur, quemadmodũ ex præcedenti patuit theoremate. Eſt igitur ſicut κ ad μ ſic eſt μ ad λ. Et quoniam δ ipſum quidem γ multiplicans, fecit ipſum κ, ipſum autem ζ multiplicans, fecit ipſum μ, eſt igitur (per 17 ſeptimi) ſicut γ ad ζ ſic eſt κ ad μ, ſed ſicut κ ad μ, ſic μ ad λ. Ipſi igitur κ μ λ, continuè ſunt proportionales, in ipſius γ ad ζ, ratione Et quoniam eſt ſicut γ ad δ, ſic eſt ζ ad η, uiciſſim igitur (per 13 ſeptimi) eſt ſicut γ ad ζ, ſic eſt δ ad η. Rurſus quoniam eſt ſicut δ ad ε, ſic η ad θ, uiciſſim igitur (p 13 ſeptimi) eſt ſicut δ ad η, ſic eſt ε ad θ. Ipſi igitur κ λ μ cõtinue ſunt proportionales in ipſius γ ad ζ, & δ ad η ratione, & inſuper ipſius ε ad θ. Vterque iam ipſorum ε θ, ipſum μ multiplicans, utrunq; ipſorum ν ξ faciat, & quoniam α ſolidus eſt, latera autem eius ipſi γ δ ε, igitur ε eũ qui ex*

α ....
ν ....
ξ ....
β ....
γ ..
δ ..
ε ..
ζ ...
η ...
θ ...
κ ....
μ ......
λ ....

qui ex γ δ, multiplicans, ipsum effecit α, at qui gignitur ex γ δ, est α. Igitur ε ipsum η multiplicans, ipsum effecit α. Id propterea etiam θ ipsum qui gignitur ex ζ η hoc est λ multiplicans, ipsum effecit β. Et quoniam ε, ipsum η multiplicans ipsum α effecit, sed et ipsum μ multiplicans, ipsum ν effecit, est igitur (per 17 septimi) sicut η ad μ, sic est α ad ν. Sicut autem η ad μ, sic est γ ad ζ, & δ ad η, & insuper ε ad θ, sicut igitur γ ad ζ, & δ ad η, & ε ad θ; sic est α ad ν. Rursus quoniam uterque ipsorū ε θ ipsum multiplicans μ, utrunque ipsorū ν ξ fecit, est igitur (per 18 septimi) sicut ε ad θ, sic est ν ad ξ. Sed sicut ε ad θ, sic est γ ad ζ, & δ ad η, & sicut igitur (per 11 quinti) γ ad ζ, et δ ad η, & ε ad θ, sic est α ad ν, & ν ad ξ. Rursus quoniā θ, ipsum μ multiplicās cōficit ipsum ξ, sed & ipsum λ multiplicans, ipsum effecit β, est igitur (per 17 septimi) sicut μ ad λ, sic ξ ad β.

α ....
ν ....
ξ ....
β ....
γ ..
δ ..
ε ..
ζ ..
η ...
θ ...
κ ....
μ ......
λ ....

Sed sicut μ ad λ, sic est γ ad ζ, & δ ad η, & ε ad θ, et sicut igitur γ ad ζ, & δ ad η, & ε ad θ, sic nō solū ξ ad β; sed & α ad ν, & ν ad ξ. Igitur ipsi α ν ξ β, continue sunt proportionales in prædictis laterum rationibus. Dico insuper quòd & α ad β, triplam rationem habet, quàm similis rationis latus ad similis rationis latus, hoc est, quàm γ numerus ad ζ uel δ ad η, & insuper quam ε ad θ. Quoniam enim quatuor numeri continue sunt proportionales, hoc est, α ν ξ β, igitur (per 10 diffinitionem quinti) α ad β triplam rationē habet, quàm α ad ν. Sed sicut α ad ν sic patuit γ ad ζ, δ ad η, & insuper ε ad θ. Igitur α ad β, triplam rationem habet, quàm similis rationis latus ad similis rationis latus, hoc est quàm γ numerus ad ζ numerum, & δ ad η, & ε ad θ: quod erat demonstrandum.

Euclid. ex Zamb. Theorema 18. Propositio 20.

20 Si binorum numerorū unus medius proportionalis fuerit numerus, similes plani erunt ipsi numeri.

THEON ex Zamb. Duorum enim numerorum α β, unus medius proportionalis esto γ, numerus. Dico quòd ipsi α β, similes plani sunt numeri. Sumantur (per 35 septimi) enim minimi numeri eandem rationē habentium ipsis α γ β, duo: sintque δ ε. Est igitur sicut δ ad ε, sic est α ad γ, sed sicut α ad γ, sic est γ ad β, & sicut igitur (per 11 quinti) δ ad ε, sic γ ad β. Aequè igitur δ ipsum α metitur, & ε ipsum γ, quoties autem δ ipsum α metitur, tot unitates sint in ζ, igitur ζ ipsum δ multiplicans ipsum effecit α. Ipsum autem ε multiplicans, ipsum fecit γ, quare α, planus est: latera autem eius sunt δ ζ (per 22 diffinitionem septimi) Rursus quoniam ipsi δ ε minimi sunt eandem rationem habētium ipsis γ β, æquè igitur (per 21 septimi) δ ipsum γ, metitur & ε ipsum β, Quoties autem ε, ipsum β metitur, tot unitates sint in ipso η. Igitur ε ipsum β metitur per eas quæ in η sunt unitates, igitur η ipsum ε multiplicans, ipsum effecit β, igitur planus est (per 22 diffinitionem septimi) latera autem eius sunt ε η. Igitur ipsi α β, plani sunt duo numeri. Dico insuper quòd et similes. Quoniā enim uterque ipsorum ζ η, ipsum ε multiplicans, utrunque ipsorum γ β effecit, est igitur (per 17 septimi) sicut ζ ad η, sicut est γ ad β. Sicut autem γ ad β, sic δ ad ε, & sicut igitur (per 11 quinti) δ ad ε, sic ζ ad η. Ipsi igitur α β similes plani sunt numeri, eorū enim latera proportionalia sunt: quod erat demonstrandum.

α ....
γ ....
β ....
δ ...
ε ....
ζ ......
η ....

Hoc fiet, per 35 septimi, sumēdo ipsorum aut α γ, aut γ β, maximam dimensionem, per quam inuenientur duo in eandem ratione minimi, hoc est δ ε.

Euclid. ex Zamb. Theorema 19. Propositio 21.

21 Si duorum numerorum duo medij proportionales fuerint numeri, similes solidi sunt ipsi numeri.

α ....
γ ....
δ ....
β ....
ε ....
ζ ....
η ....
θ ...
κ ...
λ ....
μ ....

THEON ex Zāb. Duorū enim numerorū α β, duo medij proportionales sint numeri γ δ dico quòd ipsi α β, similes solidi sunt. Sumātur enim (per 35 septimi aut 2 octaui) minimi numeri eādē rationē habentiū eisdē α γ δ β, tres, sintque ε ζ η. Igitur (per 3 octaui) eorum extremi ε η, primi adinuicē sunt, & quoniā ipsorū ε η, unus medius proportionalis est numerus, similes igitur plani sunt (per 20 octa.) Sint

Hoc fiet per 35 sep. sumendo ipsorū aut α γ δ, aut γ δ β, maximā dimensionē, per quā inuenientur tres in eadē ratione minimi. Aut ipsorū uel α γ, uel γ δ, uel δ β, sumēdo maximā dimēsionē per quā sumētur duo in eadē ratiōe minimi, per quos per 2 octaui sumentur tres, hoc est ε ζ η.

Sint igitur ipsius quidem ε, latera θ κ, ipsius autem η sint λ μ. Manifestum igitur est ex hoc, quòd ipsi ε ζ η, continui proportionales sunt in ipsius θ, ad λ ratione, & ipsius κ, ad μ. Et quoniam ipsi ε ζ η, minimi sunt eandem rationem habẽtium ipsis α γ δ, ex æquali igitur (per 14 septimi) est sicut ε, ad η, sic est α ad δ. At ε η, (per 3 octaui primi) sunt, primi autem, & minimi, minimi uerò (per 21 septimi) metiuntur eandem rationẽ habentes æqualiter: maior maiorẽ, & minor minorẽ, hoc est antecedens antecedentẽ, et sequẽs sequentem: æquè igitur ε, ipsum α metitur, & η ipsum δ: quoties igitur ε, ipsum α, metitur tot unitates sint in ipso ν. Igitur ν, ipsum ε, multiplicans, ipsum effecit α. At ε, est ex θ κ. Igitur ν, eũ qui ex θ κ, gignitur multiplicãs ipsum effecit α. Solidus igitur est α, latera autem eius sunt θ κ ν. Rursus quoniam ipsi ε ζ η, minimi sunt eandem rationem habẽtium ipsis γ δ β, æquè igitur ε, ipsum γ metitur, & η ipsum β. Quoties autem η, ipsum δ metitur: tot unitates sint in ξ. Igitur η, ipsum β metitur per eas quæ in ξ, sunt unitates. Igitur ξ, ipsum η multiplicans, ipsum effecit β. At η est ex λ μ. Igitur ξ, eum qui ex λ μ gignitur, multiplicans ipsum fecit β.

α . . . .
γ . . . .
δ . . . .
β . . . .
ε . . . .
ζ . . . .
η . . . .
θ . . .
κ . . .
ν . . .
λ . . . .
μ . . . .
ξ . . . .

Solidus igitur est β, latera autem eius sunt λ μ ξ. Igitur ipsi α β, solidi sunt. Dico insuper quòd & similes, quoniam ν ξ, ipsum ε multiplicantes, ipsos fecerunt α γ, est igitur (per 18 septimi) sicut ν, ad ξ, sic est α ad γ, hoc est ε, ad ζ. Sed sicut ε ad ζ, sic est θ ad λ, & κ ad μ, & igitur (per 11 quinti) θ ad λ, sic κ ad μ & ν ad ξ, & sunt quidem ipsi θ κ ν latera ipsius α, ipsi uerò ξ λ μ, latera sunt ipsius β. Igitur ipsi α β, numeri solidi sunt similes: quod oportuit demonstrasse.

Euclid. ex Camp. Propositio 20.



I trium numerorũ continuè proportionaliũ primus fuerit quadratus, tertium quoq; quadratum esse. 20

CAMPANVS. Sint tres numeri continuè proportionales a b c, sitq; a quadratus. Dico quòd c est etiam quadratus: sunt enim per 17 a & c superficiales & similes: cùm igitur a sit quadratus, per hypothesin, erit c quadratus.

a . . . . b . . . . . . c . . . .

Euclid. ex Zamb. Theorema 20. Propositio 22.

Si tres numeri continuè proportionales fuerint, primusq; fuerit quadratus, & tertius quadratus erit. 22

THEON *ex Zamb. Sint tres numeri continuè proportionales α β γ, primus autẽ sit quadratus. Dico quòd & tertius quadratus est, quoniam enim ipsorum α γ, (per 20 octaui) unus medius proportionalis est numerus β, igitur α γ, similes plani sunt, at quadratus est α, quadratus igitur est & γ: quod erat demonstrandum.*

α . . . .
β . . . .
γ . . . .

Euclid. ex Camp. Propositio 21.



I quatuor numerorum continuè proportionalium primus fuit cubus, quartum cubum esse necesse est. 21

CAMPANVS. Sint quatuor numeri continuè proportionales a b c d sitq; a cubus, dico quòd d est etiam cubus, constat enim per 19 quòd a & d sunt solidi similes, & quia a est cubus per hypothesin, erit etiam d cubus.

Euclid. ex Zamb. Theorema 22. Propositio 23.

Si quatuor numeri continuè proportionales fuerint, primus autem cubus fuerit, & quartus cubus erit. 23

THEON *ex Zamb. Sint quatuor numeri proportionales continuè α β γ δ, sit autem α, cubus, dico quòd & δ, cubus erit. Quoniam enim ipsorum α δ, duo medij proportionales sunt numeri β γ. Ipsi igitur α δ, similes sunt solidi numeri, at α cubus est, cubus igitur est & δ: quod demonstrasse oportuit.*

α . . . .
β . . . .
γ . . . .
δ . . . .

Euclid.

Euclid. ex Camp. Propositio 22.

22 

Iduorum numerorum, quorum proportio ſicut quadrati ad quadratum, fuerit unus quadratus, alterum quoq; quadratum eſſe.

CAMPANVS. Sint duo numeri a & b, in proportione duorum quadratórum qui ſunt c, & d, ſitq; a uel b quadratus: dico reliquū eſſe quadratū. Cùm enim c & d, ſint quadrati, ſequitur eos eſſe ſuperficiales. Ideoq; per 16 cadet unus medius inter eos in continua proportione: quare per 8 inter a & b, per 26 igitur conſtat propoſitum.

Euclid. ex Zamb. Theorema 22. Propoſitio 24.

24 Si bini numeri rationē habuerint, quā quadratus numerus ad quadratū numerū, primus autem fuerit quadratus, & ſecundus quadratus erit.

THEON ex Zamb. Bini enim numeri α β adinuicē rationē habeant, quam quadratus numerus γ ad quadratum numerū δ. Ipſe autem α quadratus ſit, dico quòd & β quadratū eſt. Quoniam ipſi γ δ, ſunt quadrati, ipſi γ δ, igitur ſimiles plani ſunt. Ipſorum igitur γ δ (per 18 octaui) unus medius proportionalis eſt numerus. Et ſi ſicut γ ad δ, ſic α ad β. Ipſorum igitur, α β, unus medius proportionalis eſt numerus. At α quadratus eſt, et β igitur quadratus eſt: quod erat demonſtrandum.

α ....
......
β ....
γ ....
....
δ ....

Camp. 22
Zamb. 24

Euclid. ex Camp. Propoſitio 23.

23 

Iduorum numerorum quorum proportio unius ad alterum ſit, ſicut cubi ad cubum, alteruter fuerit cubus, & alterum cubum eſſe.

CAMPANVS. Sint duo numeri a & b, in proportione duorum cuborum qui ſunt c & d, ſitq; a uel b cubus: dico reliquum eſſe cubū. Neceſſe eſt enim quod c & d ſint ſolidi ſimiles, quippe omnes cubi ſunt ſimiles & ſolidi, itaq; per 18 inter ipſos cadēt duo medij in continua proportione: totidem igitur per 8 cadent inter a & b, itaq; per 21 manifeſtū eſt quod dicitur.

Euclid. ex Zamb. Theorema 25. Propoſitio 25.

25 Si bini numeri adinuicem rationē habuerint, quam cubus numerus ad cubum numerū, primus autem cubus fuerit, & ſecundus cubus erit.

THEON ex Zamb. Bini enim numeri α β, adinuicē rationem habeant, quam cubus numerus γ ad cubū numerum δ, cubus autē eſto α. Dico quòd & β cubus eſt. Quoniam enim ipſi γ δ, cubi ſunt, ſunt igitur (per 19 octaui) ipſi γ δ, ſimiles ſolidi, ipſorū igitur γ δ, bini medij ſunt proportionales (per 21 octaui) quot autem inter ipſos γ δ, cōtinuè proportionales cadūt, totidem & inter eandē rationē habentes cadūt numeri. Quare & inter α β duo medij proportionales cadunt (per 8 octaui) cadant ipſi ε ζ. Quoniam igitur quatuor numeri α ε ζ β, continue proportionales ſunt, & α cubus eſt, cubus igitur eſt (per 23 octaui) & β: quod erat demonſtrandum.

α 8
ε 12
ζ 18
β 27
γ 64
95
44
δ 216

Camp 23
Zamb. 24

Euclid. ex Camp. Propoſitio 24.

24 

Vmerorum ſuperficialium ſimiliū eſt proportio unius ad alterum, ſicut proportio quadrati ad quadratum.

CAMPANVS. Sint a & b ſuperficiales ſimiles, dico quòd unus ad alterum eſt proportio, ſicut quadrati ad quadratum, erit enim per 16 inter eos unus numerus medius in continua proportione qui ſit c, ſumptis itaq; tribus minimis in proportione eorū qui ſunt d e f, erūt per correlarium 2, d & f quadrati: &

a ....
c ....
b ....
d ....
e ......
f ....

quia per æquam proportionalitatem est a ad b sicut, d ad f, constat uerum esse quod proponitur.

Euclid. ex Zamb. *Theorema 24.* *Propositio 26.*

Similes plani numeri adinuicem rationem habent, quam quadratus 26
numerus ad quadratum numerum.

THEON ex Zamb. Sint similes plani numeri α β. Dico quòd α ad β rationē habet, quam quadratus numerus ad quadratū numerū. Quoniam ipsi α β, similes plani sunt, inter ipsos igitur α β, unus medius proportionalis cadit numerus (per 18 octaui) Cadat, & sit γ, assumanturq; (per 35 septimi) minimi numeri eandē ipsis α β γ, habentium rationem, sintq; δ ε ζ: ipsi igitur ipsorum extremi, hoc est δ ζ, sunt quadrati. Et quoniam est sicut δ ad ζ, sic α ad β, & ipsi δ ζ, sunt quadrati, igitur α ad β rationem habet, quam quadratus numerus ad quadratum numerum: quod demonstrare oportebat.

α . . . .
γ . . . .
β . . . .
δ . . . .
ε . . . .
ζ . . . .

Euclid. ex Camp. *Propositio 25.*



Mnium duorum solidorū similium est proportio unius ad 25
alterum, sicut alicuius cubi ad aliquem cubum.

Campanus. Sint a & b solidi similes, dico quòd est proportio unius eorum ad alterum est, sicut alicuius cubi ad aliquem alium cubū. Sunt quidem per 18 inter eos duo numeri medij secundum continuam proportionem, qui sint c & d, & in eorum proportione sint minimi quatuor e f g h, quorum e & h erunt cubi per correlarium secū dæ: quia igitur per æquam proportionalitatem est a ad b, sicut e ad h, liquet propositum.

Euclid. ex Zamb. *Theorema 25.* *Propositio 27.*

Similes solidi numeri adinuicem rationem habent, quam cubus nu- 25
merus ad cubum numerum.

THEON ex Zamb. Sint similes solidi numeri α β. Dico quòd α ad β rationem habet, quam cubus numerus ad cubum numerum. Quoniam enim ipsi α β, similes solidi sunt, inter ipsos igitur α β (per 19 octaui) bini cadunt numeri proportionales, cadūt, & sint γ δ. Accipianturq; (per 35 septimi) minimi numeri eandem habētium rationem ipsis α γ δ β, sintq; ipsis æquales multitudine ε ζ η θ. Ipsi igitur ε θ, eorum extremi cubi sunt: estq; sicut ε ad θ sic α ad β. Et α igitur ad β rationē habet, quā cubus numerus ad cubum numerum: quod oportuit demonstrasse.

α . . . .
γ . . . .
δ . . . .
β . . . .
ε . . . .
ζ . . . .
η . . . .
θ . . . .

EVCLIDIS MEGARENSIS GRAECI PHILOSOPHI, ARITHMETICORVM *elementorum, Liber nonus.*

Ex Campano. *Diffinitiones.*



Ar numerus, est qui potest in duo ęqualia diuidi. 2 Impar numerus, est qui in duo ęqualia diuidi non potest, additaq; supra parē unitatem. 3 Pariter par est, quē cuncti pares eum numerantes, paribus uicibus numerāt. 1

4 Pariter impar est, quem cuncti pares eū numerantes, imparibus uicibus numerant.

5 Pariter par & impariter est, quē pares eum numerantes, quidam paribus, quidam imparibus uicibus numerant. 6 Impariter impar, quem cuncti impares

pares eum numerantes, imparibus uicibus numerant. 7 Perfectus numerus appellatur, qui in omnibus partibus suis quibus numeratur, est æqualis. 8 Abundans dicitur, qui omnibus suis partibus minor est. 9 Diminutus uerò, qui maior.

Euclid. ex Camp. *Propositio 1.*



I fuerint duo numeri superficiales similes, qui ex ductu alterius in alterũ producetur, numerũ quadratũ esse necesse est.

CAMPANVS. Sint a & b superficiales similes, ex quorũ multiplicatione proueniat c, dico c esse quadratum: fiat enim d ex a in se, eritq; per 18 septimi, d ad c, sicut a ad b, & quia inter a & b cadit medius secundum continuam proportionalitatem per 16 octaui, sequitur per 8 eiusdẽ, ut unus quoq; cadat inter d & c, itaq; cùm d sit quadratus, erit per 20 eiusdem, c quoq; quadratus: quod est propositum.

Euclid. ex Zamb. *Theorema 1.* *Propositio 1.*

Si bini similes plani numeri sese inuicem multiplicantes, aliquem fecerint, factus ex eis quadratus erit.

γ ....

....

δ ....

β ....

......

α ....

THEON ex Zamb. *Sint bini similes plani numeri α β, & α ipsum β multiplicans, ipsum efficiat γ. Dico quòd γ quadratus est, ipse enim α seipsum multiplicans, ipsum δ efficiat, ipse igitur δ, quadratus est. Quoniam igitur α seipsum quidem multiplicans ipsum fecit δ, ipsum autem β multiplicans ipsum γ fecit: est (per 17 septimi) sicut α ad β, sic δ ad γ. Et quoniam ipsi α β, similes plani sunt numeri, unus medius (per 18 octaui) proportionalis cadit numerus ipsorum α, β. Si autem inter binos numeros cõtinuè proportionales, numeri proportionales ceciderint, quot inter ipsos cadunt, totidem quoq; (per 8 octaui) & inter eandem rationem habentes cadent. Quare & inter ipsos γ δ, unus medius proportionalis numerus cadit: est autem ipse δ, quadratus, quadratus igitur est γ: quod ostendere oportuit.*

Euclid. ex Camp. *Propositio 2.*



I ex ductu alterius in alterum tetragonus producatur, duo quilibet numeri sunt superficiales similes.

CORRELARIVM.

Ex his itaq; patens est, quia si tetragonus in tetragonum ducatur, qui ex eis producetur, tetragonũ esse. Si uerò ex ductu tetragoni in numerum aliquem, tetragonus producatur, illũ numerum aliquem esse tetragonum. Itemq; si ex ductu tretagoni in numerum aliquem, non tetragonus producatur, eum numerum aliquem nõ tetragonum esse. Si uerò tetragonus in numerum aliquem nõ tetragonum ducatur, qui inde producetur, non tetragonum esse necesse est.

c ....

....

d ....

b ....

....

a ..

CAMPANVS. Hæc est conuersa prioris. Vt si ex a in b fiat c, fueritq; quadratus, erunt a & b, superficiales similes. Sit enim d ex a in se, eritq; per 18 septimi, d ad c, sicut a ad b. Per 16 autem octaui, cùm d & c sint superficiales similes, eo quòd sunt ambo quadrati, erit inter eos unus numerus medius secundum continuam proportionem: per 8 itaq; eiusdẽ erit etiam unus inter a & b, igitur per 17 eiusdem, a & b sunt superficiales similes: quod est propositum. Prima pars correlarij patet per præmissam, sunt enim omnes tetragoni, superficiales similes. Secunda patet ex hac, cùm sit solus tetragonus similis tetragono. Tertia pars patet, ex prima ipsius correlarij parte, à destructione consequentis. Quarta uerò patet ex eiusdem parte secunda, à destructione consequentis.

Euclid. ex Zamb. *Theorema 2.* *Propositio 2.*

Si bini numeri inuicem sese multiplicantes, quadratum fecerint, similes plani sunt.

THEON ex Zamb. Bini enim numeri α β, inuicem sese multiplicantes, quadratum efficiant γ. Dico quòd & ipsi α β, similes plani sunt numeri. Ipse enim α seipsum multiplicans, ipsum δ efficiat: δ igitur quadratus est. Et quoniam α seipsum quidē multiplicans ipsum δ fecit, ipsum autē β multiplicans ipsum γ fecit, est igitur (per 17 septimi) sicut α ad β, sic δ ad γ: & quoniam δ quadratus est, sed & γ, ipsi igitur δ γ, similes plani sunt, ipsorū igitur δ γ (per 18 octaui) unus medius proportionalis est numerus, & est ut δ ad γ, sic α ad β. Ipsorū igitur α β (per 8 octaui) unus medius est proportionalis. Si autem binorum numerorū unus medius proportionalis est numerus (per 18 octaui) similes plani sunt numeri: ipsi igitur α β similes plani sunt: quod oportuit demonstrasse.

γ ....
....
δ ....
β ....
......
α ...

Euclid. ex Camp. Propositio 3.



SI numerus cubus in seipsum ducatᷓ, q̄ inde ꝓduceᷓ erit cubus. 3

CAMPANVS. Sit a cubus ex quo in se ducto fiat b, dico b esse cubum: sit enim c latus cubicum a, ex c uerò in se, fiat d, patet itaq; quòd ex c in d, fit a: sunt igitur unitas c d a, continue proportionales, quod ex 18 septimi, & præsentibus hypothesibus manifestum est, & quia est a ad b, sicut unitas ad a, eo quòd quoties unitas est in a toties a in b, erūt inter a & b, duo numeri medij secundū proportionalitatē continuā per 8 octaui, cùm igitur ex hypothesi sit a cubus, erit per 21 eiusdē, b quoq; cubus: quod oportebat demōstrare.

Euclid. ex Zamb. Theorema 3. Propositio 5.

Si cubus numerus seipsum multiplicās aliquē fecerit, factus cubus erit. 3

THEON ex Zamb. Cubus enim numerus α, seipsum multiplicās, ipsum efficiat β. Dico quòd β cubus est, accipiatur enim ipsius α, latus γ, & γ seipsum multiplicans, ipsum efficiat δ, manifestum iam est, quòd γ ipsum δ multiplicans, ipsum effecit α: & quoniā γ seipsum multiplicās, ipsum δ fecit, igitur γ ipsum δ metitur per eas quæ in ipso sunt unitates. Sed et unitas ipsum γ metitur, per eas quæ in ipso sunt unitates. Est igitur sicut unitas ad γ, sic γ ad δ. Rursus quoniam γ ipsum δ multiplicans, ipsum effecit α, igitur ipse δ ipsum α metitur per eas quæ in ipso γ sunt unitates. At unitas ipsum γ metitur per eas quæ in ipso sunt unitates. Est igitur sicut unitas ad γ, sic δ ad α. Sed sicut unitas ad γ, sic γ ad δ, & (per 11 quinti) igitur sicut unitas ad γ, sic γ ad δ et δ ad α. Ipsius igitur unitatis & α, bini medij sunt continuè proportionales numeri γ δ. Rursus quoniam α seipsum multiplicans, ipsum β fecit, igitur α ipsum β metitur per eas quæ in seipso sunt unitates. Metitur autem & unitas ipsum α per eas quæ in ipso sunt unitates. Est igitur sicut unitas ad α, sic α ad β. Ipsius autem α & unitatis, bini medij sunt proportionales numeri, & ipsorum igitur α β, bini medij proportionales sunt numeri (per 8 octaui) Si autē binorū numerorū bini medij proportionales fuerint numeri, primus autem cubus fuerit, & quartus cubus erit (per 21 octaui) est autē α cubus, & β igitur cubus est: quod ostendere oportuit.

β ....
....
....
α ....
δ ....
γ ..
Vnitas.

Euclid. ex Camp. Propositio 4.



SI cubus in aliū cubū ducatur, qui inde producetur erit cubus. 4

CAMPANVS. Sint a & b cubi, fiatq; c ex a in b, dico c esse cubū: fiat enim d ex a in se, eritq; per præmissam d cubus, & quia per 18 septimi, est a ad b, sicut d ad c, cōstat ex 25 octaui, c esse cubum: quod est propositum.

Euclid. ex Zamb. Theorema 4. Propositio 4.

Si cubus numerus cubum numerum multiplicans, aliquē fecerit, factus cubus erit. 4

THEON ex Zamb. Cubus enim numerus α, cubū numerū β multiplicans, efficiat γ. Dico quòd γ cubus est. Ipse nāque α seipsum multiplicās, ipsum efficiat δ. Igitur δ cubus est (per præcedentem) Et quoniā α seipsum multiplicans, ipsum δ fecit, ipsum autem β multiplicās, ipsum γ fecit, est igitur (per 17 septimi) sicut α ad β, sic δ ad γ. Et quoniā ipsi α β cubi sunt, similes solidi sunt ipsi α β. Ipsorum igitur α β (per 19 octaui) bini medij sunt proportionales numeri. Quare & (per 8 eiusdem ipsorum) δ γ, bini medij proportionales sunt numeri, est autem δ cubus, cubus igitur est & γ: quod demonstrare oportebat.

α ——— 8 27
β ———— 64
δ —————— 216
γ ———————

Euclid. ex

Euclid. ex Camp. Propositio 5.



5 I numerus cubus in numerum alium ducatur, fueritq; productus cubus, in quem ductus est, numerū cubum esse necesse est.

CORRELARIVM.

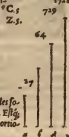
Vnde & manifestum est, quia ex ductu cubi in non cubum, producitur non cubus. Ductoq; cubo in numerum aliquem, si fuerit qui inde producitur nō cubus, in quem ille ductus fuerit, necesse est esse non cubum.

CAMPANVS. Sit enim ex a cubo in b numerum, productus c cubus, dico b esse cubum: fiat enim d ex a in se, qui per anteprǣmissam erit cubus, quia igitur est per 18 septimi a ad b sicut d ad c, estq; a cubus, sed & d & c cubi, erit per 23 octaui, b cubus, quod est propositum. Prima pars correlarij patet ex hac quinta, à destructione consequentis, secunda per prǣmissam, similiter à destructione consequentis. 1728

C. 5 729

Euclid. ex Zamb. Theorema 5. Propositio 5. Z. 5.

5 Si cubus numerus numerū aliquē multiplicās, cubum fecerit, & multiplicatus cubus erit.



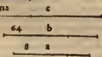
THEON ex Zamb. *Cubus enim numerus α numerū aliquē β multiplicans, cubum efficiat γ. Dico quòd β cubus est. Ipse enim α seipsum multiplicans, ipsum δ efficiat. Cubus igitur est (per 3 noni) & ipse δ, & quoniam α seipsum multiplicās, ipsum δ fecit, ipsum autem β multiplicās ipsum γ fecit, est igitur (per 17 septimi) sicut α ad β, sic δ ad γ, & quoniam ipsi δ γ, cubi sunt, similes solidi sunt. Ipsorum igitur δ γ, (per 19 octaui) bini medij sunt proportionales numeri. Estq; sicut δ ad γ, sic est α ad β: & ipsorum igitur α β, (per 8 eiusdem) bini medij sunt proportionales numeri, estq; α cubus, cubus igitur & β: quod oportuit demonstrasse.*

Euclid. ex Camp. Propositio 6.



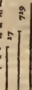
6 I ex ductu cuiusdam numeri in seipsum cubus producatur, eum esse cubum necessariò comprobatur.

CAMPANVS. Sit ut ex a in se fiat b, sitq; b cubus: dico ergo a esse cubū. Fiat enim c ex a in b, eritq; ex diffinitione, c cubus: & quoniam cōstat ex 18 septimi, quòd sit a ad b, sicut b ad c, cùm sint b & c cubi, sequitur ex 23 octaui, a esse cubum: quod est propositum.



Euclid. ex Zamb. Theorema 6. Propositio 6.

6 Si numerus seipsum multiplicās, cubū fecerit, & ipse cubus erit.



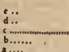
THEON ex Zamb. *Numerus enim α seipsum multiplicans, cubum efficiat β. Dico quòd α cubus est. Ipse enim α ipsum β multiplicans, ipsum efficiat γ. Quoniam igitur α seipsum quidē multiplicans ipsum β fecit, ipsum autem β multiplicans ipsum γ fecit, igitur γ (per 4 noni) cubus est. Et quoniam α seipsum multiplicans ipsum β fecit, ipsum autem β multiplicans ipsum effecit γ, sicut igitur (per 27 septimi) α ad β, sic β ad γ. Et quoniam ipsi β γ cubi sunt, similes solidi sunt, ipsorum igitur β γ (per 19 octaui) bini sunt medij proportionales numeri, estq; sicut β ad γ, sic α ad β, & ipsorum igitur α β bini, medij sunt proportionales numeri (per eandem) est autem β cubus, cubus igitur est & α: quod ostendere oportuit.*

Euclid. ex Camp. Propositio 7.



7. I numerus cōpositus in numerū quemlibet ducatur qui inde producetur, erit solidus.

CAMPANVS. Sit a numerus compositus, qui ducatur in b & proueniat c, dico c esse numerū solidum. Cū enim a sit compositus, numeratur ab aliquo numero, qui sit d, numeretq; eū secundū e. Quia igitur ex e in d fit a, & ex a in b c, erit ex diffinitione solidorum c solidus, eiusq; latera e d b: quod est propositum.



Euclid. ex Zamb. *Theorema 7.* *Propositio 7.*

Si cōpositus numerus numerum aliquem multiplicās, aliquem fecerit, factus solidus erit. 6

THEON ex Zamb. *Cōpositus enim numerus α numerū aliquē β multiplicās, ipsum γ efficiat. Dico quòd γ solidus est. Quoniā enim α compositus est, eum aliquis numerus metietur (per diffinitionē) metiatur eum δ. & quoties δ ipsum α metitur, tot unitates sint in ε. Igitur ε ipsum δ multiplicās, ipsum effecit α. Et quoniam α ipsum β multiplicās, ipsum γ fecit, & α est ex δ ε, qui igitur ex δ ε, ipsum β multiplicās, ipsum effecit γ: & β igitur eū qui ex δ ε, multiplicās ipsum γ fecit. Igitur γ solidus est latera autē ipsius sunt ipsi δ ε β: quod ostēdere oportuit.*

ε . . .
δ . .
γ ———————— 48
β . . . .
α . . . . . .

Euclid. ex Camp. *Propositio 8.*



I fuerint numeri ab unitate cōtinuè proportionales, tertius ab unitate erit quadratus, ac deinceps uno semper intermisso. Quartus uerò ab unitate, cubus, ac deinceps duobus semper intermissis. Itemq́ septimus ab unitate, est quadratus cubicus, ac deinceps quinq́ semper intermissis quadratus cubicus continuò sequitur. 8

CAMPANVS. Sint continuè proportionales, unitas a b c d e f g h K l m n. Dico b esse quadratum, & d, omisso c, et sic aliosuno semper obmisso, unde simpliciter omnes existētes in locis imparibus, sunt quadrati, ut sunt tertius, quintus & septim⁹. Dico itē c esse cubū, & f, duobus obmissis, & sic in cęteris. Omnisq́ simpliciter est cubus, cuius ab unitate locus addit super ternariū, uel quēlibet multiplicē ipsius ternarij unitatē, ut sunt quartus, septimus, decimus, tertiusdecimus & sextusdecimus: in hoc enim cōueniūt oēs qui duos trāsmittunt. Itēq́ dico f ab unitate septimū, esse quadratū cubicū, & similiter n, quinq́ numeris intermissis, idēq́ in cæteris. Simpliciter autē dico, cuius locus ac unitate addit super senariū, uel quēlibet multiplicē ipsius unitatē, ut sunt septimus, tertiusdecimus, decimusnonus, & uicesimusquintus illū esse quadratū cubicū: quadratū quidē quoniā eius locus impar, cubū autē quoniā super multiplicē ternarij addit unitatē, quippe senarij multiplices, cūctos ternarij necesse est esse multiplices. Quę autē proposita sunt, sic cōstat. Est enim ex hypothesi a in b, quoties unitas in a, itaq́ b ex diffinitione quadratus. Quia igitur b c d, sunt cōtinue proportionales, cū b sit quadratus, patet ex 17 uel 20 octaui, d esse quadratum. Eadē ratione & f, quia d e f, sunt cōtinue proportionales, & d est quadratus. Idē in cæteris uno intermisso. Cōstat itaq́ primū. Secundū sic. Cū sit b in c quoties a in b ex hypothesi, sequitur à diffinitione ut ex a in b suū quadratū fiat c, igitur ex diffinitione cubi, c est cubus. At quia c d e f, sunt cōtinue proportionales, sed & f g h k, est autē c cubus, necesse est per 19, uel 21 octaui, ut f quoq́ sit cubus, ideoq́ & k. Idēq́ in cæteris, duobus transmissis. Quare liquet secundū. Quoniā autē in f septimo, & in n tertiodecimo, cæterisq́ quinq́ medios obmittentibus, simpliciter uerò & in omnibus quorū locus super quēlibet multiplicē senarij addit unitatē, terminētur quadratorū & cuborū cōputationes, in his quidē unius, in illis autē duorū obmissione, sequitur ipsos esse quadratos ex huius prima parte, & cubicos ex secunda, quare quadrati cubici. Constat ergo totum quod dicitur.

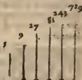
4096	n
2048	m
1024	l
512	k
256	h
128	g
64	f
32	e
16	d
8	c
4	b
2	a
	•

Euclid. ex Zamb. *Theorema 8.* *Propositio 8.*

Si ab unitate quotcūq́ numeri ordine proportionales fuerint, tertius ab unitate quadratus est, & unum reliquētes omnes, quartus autem cubus, & binos relinquētes omnes, septimus uerò cubus simul & quadratus & quinq́ relinquentes omnes. 8

sūt continue — THEON ex Zāb. *Sint ab unitate quilibet ordinatim proportionales numeri α β γ δ ε ζ. Dico quòd tertius quidē ab unitate scilicet β, est quadratus, & unū relinquētes oēs, quartus autē γ est cubus, & binos relinquētes oēs, septimus uerò ζ cubus & simul quadratus, et quinq́ relinquētes omnes. Quoniā enim est si-*

cut unitas ad α, sic α ad β, æquè igitur unitas ipsum α numerū, & α ipsum β metitur, at unitas ipsum α metitur per eas quæ in α sunt unitates, igitur, & α ipsum β metitur per eas quæ in ipso α sunt unitates: & quoniam α ipsum β metitur per eas quæ in ipso α sunt unitates, igitur α seipsum multiplicans, ipsum efficit β, quadratus igitur est β. Et quoniam ipsi β, γ, δ, ordinatim sunt proportionales, & β quadratus est, igitur (per 22 octaui) & δ quadratus est, & iā id propterea & ζ quadratus est.



Similiter iam demonstrabimus quòd & unum relinquētes, quadrati sunt omnes. Dico iam quòd & quartus ab unitate, hoc est γ, cubus est, & binos reliquentes omnes. Quoniam enim est sicut unitas ad α numerum, sic β ad γ: æquè igitur unitas ipsum α numerum, & β ipsum γ metitur, at unitas ipsum α metitur per eas quæ in α sunt unitates, igitur et β ipsum γ metitur per eas quæ in ipso α sunt unitates, & α igitur ipsum β multiplicās, ipsum efficit γ. Quoniam igitur α seipsum quidem multiplicans, ipsum effecit β, ipsum autem β multiplicans ipsum γ fecit, cubus igitur est ipse γ. Et quoniam ipsi γ, δ, ε, ζ, ordinatim sunt proportionales, ipse autem γ cubus est, & ζ igitur (per 22 octaui) cubus est. Demonstratum autem est, quòd ζ septimus ab unitate existens, quadratus est. Igitur ζ cubus est & quadratus. Similiter iam ostēdemus quod & quinq; relinquētes cubi sunt omnes & quadrati: quod oportuit demonstrasse.

Euclid. ex Camp. *Propositio 9.*



In numeris quotlibet ab unitate continua proportionalitate dispositis, unitatē sequens quadratus fuerit, cæteri quoque omnes erunt quadrati. Si uerò qui unitatem sequitur fuerit cubus, cæteri quoq; omnes erunt cubi.

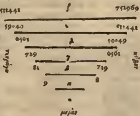
CAMPANVS. Sint qui prius continuè proportionales ab unitate, sitq; a quadratus, dico omnes esse quadratos. Aut sit idem cubus, tunc quoq; dico omnes esse cubos, b enim constat esse quadratum per præmissam, quia ergo a ad b, sicut b ad c, ex 22 octaui, sequitur c esse quadratum, idem quoque ex eiusdem 17 uel 20 potes arguere. De sequentibus autem idem eodemq; modo probabis, quare patet primum. Secundum autem sic. Cum b fiat ex a in se, si fuerit a cubus, erit per tertiam ipse quoque cubus, c uerò constat esse cubum per præmissam, itaque per 23 octaui, d omnesq; sequentes cubicos esse probabis, est enim a ad b, sicut c ad d. Idem quoq; arguere potes ex 19 uel 21 eiusdem: sunt enim a, b, c, d, sed & b, c, d, e, singuliq; quatuor continuè sumpti, continuè proportionales.



Euclid. ex Zamb. *Theorema 9.* *Propositio 9.*

9 Si ab unitate quotcunq; numeri consequēter proportionales fuerint, qui uerò post unitatē quadratus fuerit, & reliqui omnes quadrati erūt. Et si qui post unitatem cubus fuerit, & reliqui omnes cubi erunt.

THEON *ex Zamb. Sint ab unitate consequenter proportionales, quotcunq; numeri α, β, γ, δ, ε, ζ, qui uerò post unitatem, α sit quadratus. Dico quòd & reliqui omnes quadrati erunt. Quod quidē tertius ab unitate, β sit quadratus & unū relinquētes omnes, patet (ex præcedenti.) Dico quòd & reliqui omnes quadrati sunt. Nam quoniā ipsi α, β, γ, ordinatim sunt proportionales, & α est quadratus, igitur (per 22 octaui) & γ est quadratus. Rursus quoniā ipsi β, γ, δ, ordine sunt proportionales, & β est quadratus, & δ igitur (p 22 octaui) est quadratus. Similiter iā ostendemus quòd & reliqui omnes quadrati sunt. Sed iam esto α cubus. Dico quòd reliqui omnes cubi sunt. Quod quidem quartus ab unitate, hoc est γ cu-*



bus est, & binos relinquentes omnes, (ex præcedenti) patet. Dico iam quòd & reliqui omnes cubi sunt. Quoniam enim est sicut unitas ad α, sic α ad β, æquè igitur unitas ipsum α numerum metitur, & α ipsum β metitur. Vnitas autem ipsum α metitur per eas quæ in ipso sunt unitates: et α igitur ipsum β metitur per eas quæ in ipso sunt unitates. Igitur α seipsum multiplicans, ipsum β fecit. Est autem & α cubus. Si autem cubus numerus seipsum multiplicans fecerit aliquem, factus cubus est (per tertiam noni) & β igitur cubus est. Et quoniam quatuor numeri ordine proportionales sint ipsi α, β, γ, δ, & α cubus est, & δ igitur (per 23 octaui) cubus est. Iam id propterea & ε cubus est, & similiter reliqui omnes sunt: quod oportuit demonstrasse.

Euclid. ex Camp. *Propositio 10.*



In numeris quotlibet ab unitate continua proportionalitate dispositis, unitatem sequens non quadratus fuerit, non erit aliorum quisquam quadratus, exceptis ab unitate tertio & ijs qui deinceps uno semper intermisso reperiuntur tetragoni. Si uerò secundus ab unitate non fuerit cubus, nullus cæterorum erit cubus, exceptis ab unitate quarto, & deinceps ijs qui duorum semper intermissione formantur cubicis. 10

CAMPANVS. Hæc ex opposito subiecti præmissæ, infert partem oppositi passionis. Dico autem partem, quoniam ex 8 constat omnes in locis imparibus cõstitutos esse quadratos, omnesque quorum locus super ternarium uel quemlibet ipsius multiplicem addit unitatem, esse cubos. Sint itaque qui prius ab unitate continuè proportionales, non sit autem a quadratus, sed nec cubus, dico nullum ex omnibus esse quadratum aut cubicum, nisi quos octaua proponit. Si enim quis alius ponatur quadratus, sequitur per 22 octaui, a esse quadratum. Quod si cubus, sequitur per 23 eiusdem, a esse cubum, quorum utrunque contrarium est hypothesi. Constat ergo propositum.

Euclid. ex Zamb. *Theorema 10.* *Propositio 10.*

Si ab unitate quotcunque numeri ordinatim proportionales fuerint, qui uerò post unitatem non fuerit quadratus, neque alius nullus quadratus erit, exceptis tertio ab unitate & unum relinquentibus omnibus, & si qui post unitatē, cubus non fuerit, neque alius ullus cubus erit exceptis quarto ab unitate & binos relinquentibus omnibus. 10

THEON ex Zāb. *Sint ab unitate ordinatim proportionales quilibet numeri α, β, γ, δ, ε, ζ, qui uerò post unitatem α non sit quadratus. Dico quòd neque alius ullus quadratus erit, exceptis tertio ab unitate & unū relinquentibus omnibus. Si enim possibile, esto γ quadratus, est autem et β quadratus: ipsi igitur β, γ, adinuicem rationē habent, quam quadratus numerus ad quadratum numerum. Estque sicut β ad γ, sic α ad β, ipsi igitur α, β, adinuicē rationem habent, quam quadratus numerus ad quadratum numerum: quare (per 26 octaui) ipsi α, β similes plani sunt, et quadratus est β, igitur α est quadratus, quod non suppositum est. Igitur γ non est quadratus, neque ullus alius eadem ratione, exceptis ab unitate tertio & unum relinquentibus omnibus. Sed iam α non sit cubus. Dico quòd neque alius ullus cubus erit, exceptos ab unitate quarto et binos relinquentibus omnibus. Si enim est possibile, sit δ cubus. Est autem & γ cubus (per 8 noni) quartus enim ab unitate. Estque sicut γ ad δ, sic β ad γ, igitur β ad γ rationem habet, quam cubus numerus ad cubum numerum, quare (per 27 octaui) ipsi β, γ, similes solidi sunt, & cubus est γ, igitur β cubus est. Estque sicut unitas ad α, sic α ad β. At unitas metitur ipsum α, per eas quæ in ipso sunt unitates, igitur & α ipsum β metitur per eas quæ in ipso sunt unitates. Igitur α seipsum multiplicans, ipsum β cubum effecit. Si uerò numerus seipsum multiplicans, cubum fecerit, & ipse cubus erit (per 6 noni.) Cubus igitur est & α, quod suppositum non est. Igitur δ cubus non est. Similiter iam ostendemus quòd neque alius ullus cubus est, præter quartum ab unitate & binos relinquẽtes omnes: quod ostendendum fuerat.*

5 9 36 18 245 729

Vnitas α β γ δ ε ζ

Euclid. ex Camp. *Propositio 11.*



In numeris quotlibet ab unitate continua proportionalitate dispositis aliquis numerus primus ultimū numeret, cū quoque qui unitatem sequitur numerare necesse est. 11

CAMPANVS.

CAMPANVS. Sint usque ad d continuè proportionales ab unitate: sitque e numerus primus, de quo ponatur, ipsum numerare d: dico quòd idem numerabit a. Nam si non, erit ad ipsum primus per 32 septimi, & quia ex a in se fit b, sequitur ex 26 eiusdē ut ipse quoque sit primus ad b, sed & ad c & ad d, sequitur ipsum esse primum per 25 eiusdem, eo quòd ex a in b fit c, & ex eodē in c, d, non ergo numerat d, cum sit primus ad ipsum, quare accidit contrarium hypothesi. Idem aliter. Cum sit e primus, si non numerat a, primus erit ad ipsum per 32 septimi, itaque per 32, eiusdē, erunt minimi in sua proportione: quia autem e ex hypothesi numerat d, sit ut secundum f, constat uerò quod ex a in c, fiat d, ergo per secundam partem 30 septimi, erit a ad e, sicut f ad c, quare per 21 eiusdem, e numerabit c, & sit ut secundum g, & quia ex a in b fit c, sequitur quoque per easdem & eodem modo ut e numeret b: esto ergo quòd secundum h, & quoniam rursus ex a in se fit b, necesse est iterum per easdem ut e numeret a, sed positum erat non numerare, ergo accidit impossibile.

6 16 1296 13 108 846
a b c d e h g f

Euclid. ex Camp. *Propositio 12.*

12 IN numeris ab unitate continuè proportionalibus, minor maiorem numerat, secundum aliquem in illa proportionalitate dispositum.

CAMPANVS. Sint ab unitate usque ad f continuè proportionales, dico nullum ipsorum numerare f, nisi secundum aliquem aliorum. Constat enim quòd e numerat ipsum f secundum a, est enim e ad f, ut unitas ad a. Sed & d numerat eundē f secundū b, est nanque per æquam proportionalitatē d ad f, ut unitas ad b. De c quoque patet eodem modo, quod secundum seipsum numeret eum. E conuerso quoque a numerat eum secundum e, eo quod sicut unitas ad e, ita ad f, b uerò secundum d, est enim ut unitas ad d ita b ad f, uerum igitur est quod proponitur. Quippe quotus quisque qui proponitur ultimum numerare, fuerit sub ultimo secundum totum supra unitatem, numerare ipsum: coniuncitur per æquam proportionalitatem & diffinitionem.

f..
e..................................
d................
c........
b....
a..
Vnitas .

Sequentes duæ ex Zamberto Euclidis propositiones, duabus præcedentibus ex Campano ordine præpostero respondent.

Euclid. ex Zamb. *Theorema 2.* *Propositio 11.*

11 Si ab unitate quotcunque numeri cōtinuè proportionales fuerint, minor maiorē metitur per aliquē præexistentē in proportionalibus numeris.

THEON ex Zamb. *Sint ab unitate α, quotcunque numeri continuè proportionales $\beta, \gamma, \delta, \varepsilon$. Dico quòd ipsorum $\beta, \gamma, \delta, \varepsilon$, minor β ipsum ε maiorem metitur per aliquem ipsorum γ, δ. Quoniam enim est sicut α unitas ad β, sic δ ad ε: æque igitur α unitas ipsum β numerum metitur, & δ ipsum ε: uicißim igitur (per 15 septimi) æquè α unitas ipsum δ metitur, & β ipsum ε. At α unitas ipsum δ metitur, per eas quæ in ipso δ sunt unitates: & β igitur ipsum ε metitur per eas quæ in ipso δ sunt unitates. Quare minor β ipsum ε maiorem metitur per aliquem numerum præexistentem in proportionalibus numeris: quod ostendere oportuit.*

ε.................
δ........
γ....
β..
α.

Euclid. ex Zamb. *Problema 12.* *Propositio 12.*

12 Si ab unitate quotlibet numeri cōtinuè proportionales fuerint, quot primorū numerorū ultimū metiens, tot & eū qui apud unitatē est metiēt.

THEON ex Zamberto. *Sint ab unitate quotlibet continuè proportionales numeri $\alpha, \beta, \gamma, \delta$. Dico quòd quot primorum numerorum ipsum δ metiuntur, tot quoque & ipsum α metientur: metiatur enim ipsum δ numerus aliquis primus ε. Dico etiam quòd ε ipsum α metiatur, non enim metiatur ε ipsum α, est autem ε primus, omnis autem numerus ad omnem numerorum quem non metitur, primus est (per trigesimum primum septimi) ipsi igitur α, ε primi sunt adinuicem. Et quoniam ε ipsum δ metitur, metiatur ipsum per ζ. Igitur ε ipsum ζ multiplicans, ipsum effecit δ. Rursus quoniā α ipsum δ metitur per eas quæ in ipso γ sunt unitates, igitur α ipsum γ multiplicans, ipsum δ effecit. Sed & ε ipsum ζ multiplicans, ipsum δ effecit.*

effecit. Igitur qui ex α,γ, ei qui ex ε,ζ, est æqualis. Est igitur sicut α ad ε, sic est ζ ad γ. At ipsi α,ε, primi, primi uerò & minimi, minimi autem metiuntur eandem rationem habentes æqualiter (per 21 septimi) antecedens antecedentem & sequens sequentē: metitur igitur ε ipsum γ, metiatur ipsum per η. Igitur ε ipsum η multiplicans, ipsum effecit γ. Sed ne tollatur & α ipsum β multiplicans, ipsum effecit γ: qui igitur ex α,β, ei qui ex ε,η, est æqualis. Est igitur sicut α ad ε, sic η ad γ. Ipsi autem α,ε, primi, primi uerò & minimi, minimi autem numeri, (per 21 septimi) metiuntur eandem rationem habentes eis æqualiter, antecedens antecedentem, & sequens sequentem: metitur igitur ε ipsum β, metiatur ipsum per θ, igitur ε ipsum θ multiplicans, ipsum β effecit. Sed & α seipsum multiplicans, ipsum effecit β, qui igitur ex ε,θ, ei qui ex α est æqualis, est igitur sicut ε ad α, sic α ad θ. At ipsi α,ε, primi, primi autē & minimi: minimi uerò (p 21 septimi) metiuntur eandē eis rationē habētes æqualiter, antecedēs antecedentē & sequens sequentē. Igitur ε ipsum α metitur, sed & nō metitur, quod est impoßibile. Ipsi igitur α,ε, non sunt adinuicē primi: cōpositi igitur. At cōpositos numeros aliquis primus numerus metitur. Ipsi igitur α,ε, sub alicuius numeri primi dimensionē cadūt, & quoniam ε primus supponitur. At primus numerus sub alterius numeri mensuram non cadit (per diffinitionē) quàm sub sibiipsius, igitur ε ipsos α,ε, metitur, quare ε ipsum α metitur: metitur autem & δ. Igitur ε ipsos α,δ, metitur: similiter iam demonstrabimus quòd quot numeri primi ipsum δ metiuntur, tot & ipsum α metientur: quod ostendere oportuit.

4 16 64 256 2 8 32 128
α β γ δ ε θ η ζ

Euclid. ex Camp. Propositio 13.

QVotlibet numeris ab unitate continuè proportionalibus, si qui unitatem sequitur, fuerit numerus primus, maximum eorum nisi de numeris in illa proportionalitate dispositis, nullus numerabit. 13

CAMPANVS. Sint ut prius usque ad d, continuè proportionales ab unitate, sitque a numerus primus. Dico quòd nullus numerabit ultimum, nec simpliciter aliquem eorum, nisi aliquis eorum, qui antecedit ultimum, uel eum qui ponitur numerari. Sit enim (si possibile est) e diuersus ab eis, qui numeret d, qui si fuerit primus, per 31 numerabit a: non igitur est a primus, quod est contra hypothesin. Si autem ipse fuerit compositus, necesse est per 30 septimi, ut aliquis primus numeret eum, qui non erit nisi a. Nam si est alius ab a ut f, cum necesse sit ipsum numerare d, arguetur etiam eandem numerare a per 11, sic quoque a non erit primus. Est igitur a primus, numerans e. Quoniam autem e numerat d, sit ut secundum g, eritque per secundam partem 20 septimi, a ad e, sicut g ad c: fit enim d ex a in c. Quare cum a numeret e, & g numerabit c, sitque ut secundū h, sequiturque ut a numeret g, sicut sequebatur ut numeraret e, alioqui si g quidem est primus, cum numeret c, sequitur per 11 ipsum numerare a. Si autē cōpositus, per eandē sequitur numerū primū numerantē g, numerare a, quod est inconueniens. Itaque a numerat eum. Sequitur ergo per secūdam partem 20 septimi, ut h numeret quoque b, eo quòd tā ex a in b, quàm ex g in h constat produci c, numeret h itaque ipsum, secundum k. Constat autem (ut prius de g) quod a numeret h. Nam si non, non erit a primus, itaque per secundam partem 20 septimi, sequitur ut k numeret a: fit enim tam ex a in se quàm ex h, in K b. Manifestum est autem K non esse a, nullus enim numerorum g, h, K, est aliquis ex a, b, c, d: si enim g esset aliquis ex eis, cum ipse numeret d secūdum e, esset per præmissam, e quoque aliquis ex eis, sed non erat, igitur g. Similiter cum h numeret c secundū g, non erit h aliquis ex a, b, c, nam esset per præmissam & g: ostensum est autem quòd non, nec igitur h. Eadē ratione nec K, cū enim ipse numeret b secundum h, si ipse esset a, conuinceretur per præmissam, h quoque esse a. At non erat, nec igitur k erit a. Numerat autem ipsum, non est itaque a primus: quod est impossibile.

a b c d e k h g

ALITER idem. Si e diuersus ab a, b, c, d, numerat d, sit ut secundum f, & quia a numerus primus numerat d productum ex e in f, sequitur ex 33 septimi, quod ipse numeret e uel f, numeret ergo e: quia igitur tā ex a in c, quàm est e in f fit d, erit per secundam partem 20 septimi, a ad e sicut f ad c, numerat itaque f, c, sit ut secundū g, eritque per 33 septimi, ut a quoque numeret f uel g, sitque ut f. Sequiturque per secundam partem 20 eiusdem, ut g numeret b, sicque ut secundum h. Vt prius igitur, a numerabit g uel h, & sit ut numeret g, h ergo per secundam partem 20 numerabit a. Si itaque h non est æqualis a, non erit a primus. Quod est contra

a b c d e f g h

est contra hypothesin. Si autem æqualis, erit unusquisque numerorum g,f,e, aliquis ex a, b,c,d, per præmissam quoties oportet assumptam. Non est igitur e diuersus ab eis, quod est etiam cõtra hypothesin. Itaque constat uerum esse quod proponitur.

Euclid. ex Zamb. *Theorema 13.* *Propositio 13.*

13 Si ab unitate quolibet numeri ordinatim proportionales fuerint, qui uerò post unitatẽ primus fuerit, maximum nullus alius metietur, præter præexistentes in proportionalibus numeris.

THEON ex Zamb. *Sint ab unitate quotlibet numeri continuè proportionales α, β, γ, δ, qui uerò post unitatem sit primus, hoc est α. Dico quòd maximum eorum δ nullus alius metietur, præter ipsos α, β, γ. Si enim possibile, metiatur ipsum ε, et ε nulli ipsorum α, β, γ, δ, sit idem manifestum quòd ε primus non est. Si enim ε primus est, et ipsum δ metitur, et ipsum α metietur primum existentem, eidem non idem existẽs, quod est impossibile. Igitur ε primus non est: cõpositus igitur. Omnis autem compositus numerus, sub alicuius primi mẽsurã cadit. Dico quòd eum nullus alius metietur, præter α. Si enim aliquis alius primus ipsum ε metitur, et ε ipsum δ metitur, et ipse igitur ipsum δ metietur quare et ipsum α metietur primum existentem, cùm ei non sit idem, quod est impossibile. Igitur α ipsum ε metitur. Et quoniam ε ipsum δ metitur, metiatur ipsum per ζ. Dico quòd ζ nulli ipsorum α, β, γ, est idem. Si enim ζ alicui ipsorum α, β, γ est idem, et metitur ipsum δ per ε, unus igitur ipsorum α, β, γ, metitur ipsum δ per ε, sed unus ipsorum α, β, γ, ipsum δ metitur per aliquem ipsorum α, β, γ, igitur ε uni ipsorũ α, β, γ, est idem, quod non supponitur. Igitur ζ uni ipsorum α, β, γ, non est idem. Similiter iam ostendemus quòd α ipsum ζ metitur, ostendentes rursus quòd ζ non est primus. Si enim est primus, et metitur ipsum δ, et ipsum α metitur primum existentẽ non existens ei idẽ, quod est impossibile. Igitur ζ nõ est primus. Cõpositus igitur, et perinde eũ aliquis primus numerus metietur. Dico q eum nullus alius primus metietur præter α. Si enim aliquis alius primus ipsum ζ metitur, at ζ ipsum δ metitur, et ille igitur ipsum δ metietur, quare et ipsum α metietur primũ existentem, cum ei non sit idem, quod est impossibile. Igitur α ipsum ζ metitur. Et quoniam ε ipsum δ metitur per ζ, ipse igitur ε ipsum ζ multiplicans, ipsum effecit δ. Sed et α ipsum γ multiplicans, ipsum δ fecit: qui igitur ex α, γ, ei qui ex ε, ζ, est æqualis: proportionaliter igitur est sicut α ad ε, sic ζ ad γ. At α ipsum ε metitur, et ζ igitur ipsum γ metitur, metiatur ipsum per η, similiter ostẽdemus quòd ipse η nulli ipsorũ α, β, est idẽ et quod eũ metitur ipse α. Et quoniã ζ ipsum γ metitur per η: igitur η ipsum ζ multiplicans ipsum fecit γ, sed et α ipsum β multiplicans, ipsum fecit γ: qui igitur ex α, β, ei qui ex ζ, η, est æqualis: proportionaliter igitur est sicut α ad ζ, sic η ad β: metitur autem α ipsum ζ, metitur igitur et η ipsum β, metiatur ipsum per θ. Similiter iam ostendemus quòd ipsi α non est θ idem: et quoniam η ipsum β metitur per eas quæ in θ sunt unitates, igitur η ipsum θ multiplicans ipsum effecit β. Sed et α seipsum multiplicans, ipsum β fecit. Qui ex θ, η, igitur, ei qui ex α quadrato est æqualis. Est igitur sicut θ ad α, sic α ad η, metitur autem α ipsum η, metitur igitur et θ ipsum α primum existentem, non existens ei idem, quod absurdum est. Igitur ipsum δ maximum alter numerus non metietur præter ipsos α, b, γ: quod oportuit demonstrare.*

unitas

Euclid. ex Camp. *Propositio 14.*

14 SI propositus fuerit numerus, minimus quem numerãt primi assignati, non numerabit eum aliquis numerus primus, præter illos assignatos.

CAMPANVS. Sit a minimus numerus numeratus à numeris primis qui sunt b,c,d. Dico quòd alius primus præter eos non numerabit a. Sin autem, sit e primus numerans eum secundum f: quia ergo quilibet numerorum b,c,d, numerat a productum ex e in f, est autem quilibet eorum primus, sequitur ex 33 septimi, ut quilibet eorum numeret e uel f, sed e nullus numerat cum sit primus: quilibet ergo eorum numerat f, cum itaque sit f minor a, utpote qui numerat eum secundum e, non esset a minimus numeratus ab illis, quod est inconueniens.

Euclid. ex Zamb. *Theorema 14.* *Propositio 14.*

Si minimum numerum primi numeri mensi fuerint, nullus alius primus numerus ipsum metietur, prẹter eos qui in principio metiuntur. 14

THEON ex Zamb. *Minimus enim quem ipsi β, γ, δ, primi metiuntur, sic α. Dico quòd ipsum α nullus alius primus numerus metietur, præter β, γ, δ, si enim possibile, metiatur eum primus numerus ε, & nulli ipsorum β, γ, δ, esto idem. Et quoniam ε ipsum α metitur, ipsum metitur per ζ: ipse igitur ε ipsum ζ multiplicans, ipsum effecit α. Et ipsum α, primi numeri β, γ, δ, metiuntur: si autem bini numeri sese inuicem multiplicantes fecerint aliquem, factum uerò ex eis metiatur aliquis primus numerus, & unum eorum qui in principio metietur (per 32 septimi) ipsi igitur β, γ, δ, unum ipsorum ε, ζ, metientur. Ipsum autem ε non metiẽtur, nam ε primus est, & nulli ipsorum β, γ, δ, est idem: ipsum igitur ζ metiuntur minorem existentẽ ipso α, quod est impossibile. Nam α supponitur minimus, quem ipsi β, γ, δ, metiũtur. Ipsum igitur α, numerus primus non metietur, præter β, γ, δ: quod oportuit demonstrare.*

α ....
β ..
γ ...
δ ... ε ...
ε ————
ζ ————

Hæc decimaquinta sequens ex Campano propositio, nullam in Zamberto respondentem habet.

Euclid. ex Camp. *Propositio 15.*



I quotlibet numeri continuè proportionales secundũ suam proportionem fuerint minimi, quicunq; aliquem illorum numerat, alteri terminorũ illius proportionis erit commẽsurabilis. 15

CAMPANVS. Sint a, b, c, d, continuè proportionales & minimi secundum proportionem f ad g qui sint in sua proportione minimi, & ponatur h numerare c. Dico quòd h est commensurabilis f uel g, sumantur enim in eadem proportione quatuor minimi, qui sunt k, l, m, n, constat autem ex 2 octaui, quod ex f in m fit c, alioqui contingeret esse minus minimo, quod esse nõ potest. Itaq; per correlarium 33 septimi, erit h commensurabilis f uel m, quod si f, constat propositum: si autem m, sumantur in eadem proportione tres minimi qui sint p, q, r, eritq; ex 2 octaui, ut m fiat ex f in r, ne minus minimo aliquid esse cogamur concedere: quare per prædictum correlarium h est commensurabilis f uel r, sed non erat f, sic enim constabat propositum: commensurabilis igitur est, qui cùm ex 2 octaui, fiat ex g in se, sequitur ex dicto correlario, ut h sit commensurabilis g, quod est propositum.

a ....
b ....
c ....
d ....
e ....
K ....
l ....
m ....
n ....
p ....
q ......
r ....
f .. g ... h ....

Euclid. ex Camp. *Propositio 16.*



I fuerint numeri quodlibet continuè proportionales in sua proportione minimi, quilibet eorum ad compositum ex reliquis primus esse, necessariò comprobatur. 16

CAMPANVS. Sint a, b, c, d, continuè proportionales & minimi: dico compositum ex a, b, c, primum esse ad d. Si enim non, aliquis numerus, qui sit e, compositum ex a, b, c, numerabit & d: per præmissam igitur erit e, communicans alteri terminorum illius proportionis qui sunt f & g. erit itaq; numerus aliquis numerans e, & alterum duorum f g, qui sit h: quia ergo h numerat e, numerabit

numerabit d,& compositum ex a,b,c,& quia numerat f uel g,quorum uterq; numerat utrunque mediorum, & simpliciter omnes si plures duobus sint,ex 2 octaui, sequitur ut ipse numeret b & c,ergo & a,quia numerat totũ a, b,c,non sunt igitur a & d contra se primi, quod est inconueniens per 3 octaui. Similiter quoque constabit,compositũ ex a, b, d, primũ esse ad c. Si enim ut prius c numerat ambos, sequitur per præmissam, ut aliquis numerus, qui etiã sit h,numeret e & alterũ duorum f,g,itaq; h numerat c,& totum a,b, d,sed & b,cum utraq; radicum numeret omnes medios:igitur & compositũ ex a & d.Et quia necessariò numerat alterum duorum a,d,cum numeret alterum duorũ f,g,numerabit et reliquum. Non sunt igitur a & d contra se primi,& ita idem ut prius.

a........
b.............
c..........e.......
d.........................
a........ b............. c.....................
a........ b.............d..............................
e
f..
g...
h

Campani *annotationes*. Demonstrant autem idem aliter de tribus continuè proportionalibus & minimis sine adminiculo præmissæ, probant enim ex quibusq; duobus compositum primum esse ad reliquum.Sint itaq; tres continuè proportionales & minimi a, b, c, quorum termini d & e:dico tunc compositum ex a & b,primum esse ad c, & compositum ex b & c,ad a,itemq; ex a & c,ad b.Manifestum enim est ex secundo octaui,quod ex d in se,fit a,& in e,fit b,& ex e in se,c,& ex 22 septimi,quod d & e sunt contra se primi. Itaq; ex prima parte 29 eiusdem,erit totus d e primus ad utrunq; eorum:quia igitur uterq; numerorum d & d e primus est ad e,erit per 25 eiusdẽ qui ex d in d e producitur(& ipse est compositus ex a & b)primus ad e:sequitur ergo per 26 eiusdem ut etiam compositus ex a & b sit primus ad c,fit enim c ex e in se,simili quoq; demonstratione probabis compositum ex b & c primum esse ad a.

a....
b......
c..........
a....b......
c..........
b...... c..........
a....
d..
e...
d..e...

At uerò compositum ex a & c,primum esse ad b,sic habeto. Cum sit enim uterq; duorum d & e primus ad totum d e,erit per 25 septimi,qui ex d in e producitur(& ipse est b)primus ad d e,itaq; per 26 eiusdem qui ex d e in se prouenit(& ipse est qui componitur ex a & c & duplo b)primus erit ad b: sequitur ergo compositum ex a & c primum esse ad b,necesse enim est ut ex duobus compositus,cum primus fuerit ad unum eorũ ex quibus componitur,sit primus ad reliquum:demonstratum autem est hoc supra 29 septimi. Oportet autem stabilire ad robur istius demonstrationis compositum ex a & b produci ex d in compositũ ex d & e,supposito quod ex d in se fit a & ex eodem in e,b,itemq; quod ex d e in se producatur compositum ex a & c & duplo b,supposito eo quod prius,& quod ex e in se sit c. Huius itaque gratia proponimus hæc demonstranda.

a....
b......
c..........
a....c..........
b......
d..
e...
d..e..

1 Quod fit ex ductu unius numeri in quotlibet,tantum est quantum quod ex ductu eiusdem in compositum ex illis.

Idem proponit prima secundi de lineis.Sit enim ut ex a in b & in c & in d,proueniant e & f & g. Dico quòd ex a in compositum ex b & c & d, prouenit compositum ex e & f & g.Sequitur enim ex conuersione diffinitionis eius quod multiplicatur, ut tota pars sit b e tota c f,sed & d tota g,quota est unitas a, per 5 itaq; septimi, tota quoq; pars erit cõpositus ex b & c & d,compositi ex e & f & g, quota est unitas a, ergo per diffinitionem ex a in compositum ex b & c & d, fit compositus ex e & f & g,quod est propositum.

a..
b... c.... d.....
e...... f........g..........
a..
b... c.... d.....
e......f........g..........

2 Quod fit ex ductu quotlibet numerorũ in unum,ęquum est ei quod

fit ex compoſito eorum in eundem.

Hoc eſt conuerſum eius quod modo demonſtratum eſt. Vt ſi ex b & c & d in a, fiant e & f & g, fiet quoque compoſitus ex his ex illorum compoſito in eundem, quod ex 17 ſeptimi, & præmonſtrato facilè concluditur.

b... c.... d.....
a..
e...... f........ g..........
b... c.... d.....
a..
e...... f........ g..........

Quod fit ex ductu quotlibet numerorum in quotlibet alios, æquum eſt ei quod fit ex compoſito horum in compoſitum illorum. 3

Vt ſi a, b, c, multiplicent d, e, f, quilibet quemlibet, iunganturque producta, dico aggregatum ex productis eſſe æquale producto ex compoſito ex a & b & c, in compoſitum ex d & e & f. Eſt enim per præmiſſam quod fit ex compoſito ex a, b, c, in d, quantum quod ex ſingulis in illum d, ſic & in e & in f: ex compoſito autem horum a, b, c, in quemlibet illorum d, e, f, per ante præmiſſam fit quantum ex compoſito in compoſitum, itaque conſtat propoſitum.

a.. b... c....
d.... e...... f........
a.. b... c....
d.... e...... f.......

Numero in quotlibet partes diuiſo, tantum eſt quod fit ex toto eo in ſe, quantum quod ex eo in omnes ſuas partes. 4

Idem proponit ſecunda ſecundi de lineis. Vt ſi a diuidatur in b, & c & d, dico quod tantum fit ex a in ſe, quantum in omnes illos b, c, d: poſito enim e æquali a, conſtat ex prima harum incidentium tantum fieri ex e in a, quantum in omnes partes a, ſed per conceptionem ex e in a fit quantum ex a in ſe, & ex e in partes a, quantum ex a in eaſdem. Manifeſtum ergo eſt, uerum eſſe quod dicitur.

b.. c... d....
e.........

Numero in duo diuiſo, quod fit ex toto in alterum diuidentium tantum eſt, quantum quod ex eodem in ſe & in alterum. 5

Idem proponit tertia ſecundi de lineis. Sit enim a diuiſus in b & c, dico tantum fieri ex a in c, quantum ex c in ſe & in b. Nam quod ex a in c eſt, quantum quod ex c in a, per 17 ſeptimi. Sumpto itaque d æquali c, erit a in c, quantum d in a. At per primam harum, d in a, eſt quantum in b & c. Quia ergo d in a & in b & in c, eſt quantum c in a & in b & in ſe propter æqualitatem c & d, conſtat propoſitum.

a
b..... c...
d..

Numero in duo diuiſo, quod ex ductu totius in ſe eſt, quantum quod ex ductu utriuſque diuidentium in ſe & alterius eorum bis in alterum. 6

Idem proponit quarta ſecundi de lineis. Vt ſi a diuidatur in b & c, dico tantum fieri ex a in ſe, quantum ex b in ſe & c in ſe, & ex b bis in c. Eſt enim per 4 harum, quod ex a in ſe, quantum quod ex eo in b & in c: ex eo autem in b, per præmiſſam eſt quantum ex b in ſe & in c, at ex a in c, per eandem eſt quantum ex c in ſe & in b. Et quia ex c in b tantum eſt quantum ex b in c per 17 ſeptimi, liquet uerum eſſe quod proponitur.

a
b...... c...

Numero per duo æqualia duoque inæqualia diuiſo, quod fit ex maiori inæqualium in minorem cum quadrato inter medij æquum eſt quadrato medietatis totius. 7

Idem proponit de lineis 5 ſecundi. Vt ſi a b diuidatur in duos numeros æquales, qui ſint a c & c b, itemque in duos inæquales, quorum ſit maior a d, & minor d b, dico quod illud quod fit ex toto a d in d b cum quadrato c d, æquale eſt quadrato c b. Per præmiſſam enim, quadratum c b eſt æquale quadrato c d, & quadrato d b & ei quod fit ex b d in c d bis. Sed ex b d in ſe & in c d tantum fit, quantum in c b per primam harum, & ideo quantum in a c. Itaque ex b d in ſe & in c d bis, quantum ex ipſo b d in a d: per eandem igitur, quadratum c b ſuperat id quod fit ex b d in a d in quadrato c d, conſtat ergo propoſitum.

a...... c..., d.. b

Cum

8 Cùm fuerit numerus in duo æqualia diuisus, eiq; alius numerus adiunctus, quod fit ex ductu totius compositi in adiunctum cũ quadrato medietatis, æquum est quadrato compositi ex dimidio & adiuncto.

Idem proponit 6 secundi de lineis. Sit enim a b diuisus in duos æquales numeros, qui sint a c & c b, addaturq; ei numerus b d: dico illud quod fit ex toto a d in d b, cum quadrato b c, esse æquale quadrato c d. Est enim ex 6 harum, quadratum c d æquale quadrato d b & quadrato b c, & ei quod fit ex d b in b c bis. Sed per primam harum, ex b d in se & in b c bis, est quantum ex b d in d a, sunt enim a c & c b, æquales. Itaq; quadratum c d, superat id quod fit ex b d in d a, in quadrato c b: quod est propositum.

a.... c.... b.....d

9 Cùm numerus in duo diuiditur, quod fit ex toto in se, cum eo quod ex altero diuidentium in se, est æquum ei quod ex toto in eundem bis cum eo quod ex altero in se.

Idem proponit 7 secundi de lineis. Sit enim numerus a diuisus in b & d: dico quadratum a cum quadrato d, tantum esse, quãtum quod fit ex a in d bis cum quadrato b. Constat quidem ex 6 harum quòd quadratum a tantum est, quantum quadratum b & quadratum b & quod fit ex d in b bis. Itaq; quadratum a cum quadrato d, tantum est quantum quod ex d bis in se & bis in b cum quadrato b. Sed ex d bis in se & bis in b fit, quantũ ex d bis in a, per primam harum: ergo quod fit ex d bis in a cum quadrato b, est quantum quadratum a cum quadrato d, quare patet propositum.

a

b...... d....

10 Cùm fuerit numerus in duo diuisus, eiq; additus æqualis uni diuidentium, quadratum totius compositi æquũ est quadruplo eius quod fit ex priori in additum cum quadrato alterius.

Idem proponit 8 secundi de lineis. Sit numerus a b diuisus in a c & c b, cui addatur b d, qui ponatur æqualis c b. Dico quadratum a d tantum esse, quantum est id quod fit ex a b in b d quater cum quadrato a c. Est nanque ex 6 harum, quadratum a d, æquum quadrato a b & quadrato b d, & ei quod fit ex a b in b d bis. Et quia quadratum b d est æquale quadrato c b, erit quadratum a d æquale quadrato a b & quadrato c b, & ei quod fit ex a b, in b d bis. Per præmissam autem, est quadratum a b cum quadrato c b, quantum quadratum a c cum eo quod fit ex a b in b c bis. Itaq; quadratum a d tantum est, quantum quod ex a b in b d bis, & ex a b in b c bis, cum quadrato a c. Et quia ex a b in b a tantum fit quantum in b d, constat uerum esse: quod propositum est.

a... c..... b.....d

11 Cùm fuerit numerus in duo æqualia duoq; inæqualia diuisus, quadrata amborũ inæqualiũ pariter accepta duplũ sunt quadrato medietatis & quadrato eius quo maior portio excedit minorẽ pariter acceptis.

Idem proponit 9 secundi de lineis. Sit enim a b diuisus per duos æquales qui sint a c & c b, & per duos inæquales qui sint a d & d b. Dico quòd quadrata duorum numerorum a d & d b pariter accepta, sunt duplum duobus quadratis duorum numerorum a c & c d pariter acceptis. Est enim per 6 harum, quadratum a d, quantum quadratum a & c quadratum c d & duplum eius quod fit ex a c in c d. Quia autem a c est æqualis c b, erit quadratum a d quantum quadratum b c & quadratum c d & duplum eius quod fit ex b c in c d. Itaq; quadratum a d cum quadrato b d, sunt quantum quadratum b c & quadratum c d & duplum eius quod fit ex b c in c d, & quadratum b d. Duplum autem eius quod fit ex b c in c d cum quadrato b d, est æquale quadrato b c & quadrato c d per 9 harum. Ergo quadrata duorum numerorum a d & d b, sunt quantum quadrata duorum numerorum b c & c d duplicata. Et quia b c & c a sunt æquales, patet propositum.

a...... c... d... b

Cùm fuerit numerus in duo æqua diuisus, aliusq; adiunctus, quadratum totius compositi cum quadrato adiuncti, duplum sunt ad quadratum medietatis ipsius cum quadrato cõpositi ex medietate et adiuncto.

Idem proponit 10 secundi de lineis. Sit enim numerus a b diuisus in duos æquales a c & c b, sitq; sibi adiunctus numerus b d: dico quadratum a d cum quadrato b d, duplum esse ad quadratum a c cum quadrato c d. Cum sit enim numerus c d in duo diuisus, sibiq; si a c additus æqualis uni diuidẽtium, erit per 10 harum, quadratum a d quantum quod fit ex c d in c a quater, cum quadrato b d. Quia uerò a c est æqualis c b, erit quadratũ a d quantum quod fit ex d c in c b quater, cum quadrato b d. Itaq; quadratum a d cum quadrato b d, erit quantum quod fit ex d c in c b quater, cum duplo quadrati b d. Hoc autem per 19 harum, duplum est ad quadratum c d cum quadrato c b. Cum igitur sit quadratum c b æquale quadrato a c, constat propositum.

a .... c.... b...

Numerũ aliquem ita diuidere, ut quod sub toto & una eius portione continetur, ęquum sit quadrato alterius, est impossibile. 13

Quod 11 secundi proponit faciendum in lineis, demonstrat hoc impossibile esse in numeris. Sit enim quilibet numerus, a b. Dico impossibile esse ipsum sic diuidi, ut proponitur: sic enim diuideretur secundum proportionem habentem medium & duo extrema, ut patet ex diffininone & 20 septimi. Si autem potest, diuidatur in c, sitq; a b ad b c, sicut b c ad c a: erit itaq; a c minor c b, detrahatur igitur ab eo æqualis sibi qui sit c d, quia igitur est proportio totius a b ad totum b c, sicut b c detractu ab a b ad c d detractũ ab b c, erit eadẽ a c residui a b ad b d residuũ b c, quare b c ad c d, sicut c d ad d b, erit igitur c d, maior d b. Detracto itaq; d e de c d, ut sit d e æqualis d b, erit etiam proportio b c ad c d, sicut c d ad d e, quare sic d b residui c b, ad c e residuum c d: potest igitur c e detrahi ab c d, non erit itaque finis istius detractionis, quod est impossibile. Nunc ad propositum reuertamur,

a......c....e..d..b

Euclid. ex Zamb. *Theorema 15.* *Propositio 15.*

Si tres numeri continuè proportionales fuerint minimi, eandem eis habẽtium rationem, bini quilibet compositi ad reliquum primi erunt. 15

THEON ex Zamb. *Sint tres numeri continuè proportionales, minimi eandem eis habentium rationem α, β, γ. Dico quòd ipsorum α, β, γ, bini quilibet cõpositi, ad reliquum primi sunt, scilicet α β ad γ, & β γ ad α, & α γ ad β. Assumantur (per 35 septimi) bini minimi numeri eandem ipsis α, β, γ, habentium rationem, sintq; δ ε, ε ζ manifestum iam est quòd δ ε seipsum multiplicans, ipsum efficit α, & ipsum ε ζ multiplicãs, ipsum β fecit, & insuper ε ζ seipsum multiplicans, ipsum efficit γ. Et quoniã ipsi δ ε, ε ζ, minimi sunt primi adinuicem sunt (per 24 septimi.) Si autem bini numeri, primi adinuicẽ fuerint, et uterq; simul ad alterum primus est (per 30 septimi.) Igitur δ ζ, ad utrunq; ipsorũ δ ε, ε ζ, primus est. Sed et δ ε ad ε ζ primus est. Ipsi igitur δ ζ, δ ε, ad ipsum ε ζ primi sunt, & qui ex δ ζ, δ ε, igitur, ad ε ζ (per 26 septimi) primus est. Si uerò bini numeri primi fuerint adinuicẽ, qui ex uno eorum gignitur ad reliquum primus est (per 27 septimi) quare qui ex δ ζ, δ ε, ad eum qui est ex ε ζ, primus est. Sed qui ex ζ δ, δ ε, est qui ex δ ε unà cum eo qui ex δ ε, ε ζ, (per 3 tertiam secundi.) Qui igitur ex δ ε unà cum eo qui ex δ ε, ε ζ, ad eum qui ex ε ζ primus est. Est autẽ qui ex δ ε, ipse α, qui uerò ex δ ε, ε ζ, ipse β, qui autẽ ex ε ζ, est γ. Ipsi α β, igitur cõpositi, ad γ primi sunt. Similiter ostendemus quòd ipsi β, γ, ad α primi. Dico iam quòd ipsi α, γ, ad β primi sunt: nam quoniam δ ζ ad utrunque ipsorum δ ε, ε ζ, primus est, & qui ergo ex δ ζ, ad eum qui sub δ ε, ε ζ, primus est. Sed ei qui ex δ ζ, æquales sunt qui ex δ ε, ε ζ, unà cum eo qui bis est sub δ ε, ε ζ, Si enim quæ ex δ ε unà cum eo quæ ex ε ζ, & qui sub δ ε, ε ζ, non essent primi, cum communis dimensio metiatur compositũ, non erunt qui ex δ ε, ε ζ, unà cũ eo qui sub δ ε, ε ζ, & qui sub δ ε, ε ζ, primi. At iterũ cum cõmunis dimensio metiatur & compositũ, non erũt qui ex δ ε, ε ζ, unà cum eo qui sub δ ε, ε ζ bis, & qui sub δ ε, ε ζ, adinuicem primi, cuius contrariũ est ostẽsum.*

α..........β..............
γ..................
β.............γ.................
α.........
γ.................α.........
β.............
δ...ε....ζ

Et quĩ

Et qui ex δ, ε, ζ, igitur unà cum iis qui bis sub δ, ε, ζ, ad eum qui sub δ, ε, ζ, primi sunt. Diuidendo quoque qui ex δ, ε, ζ, unà cum eo qui sub δ, ε, ζ, primi sunt ad eum qui sub δ, ε, ζ. Insuper diuidendo, qui ex δ, ε, δ, ζ, ad eum qui sub δ, ε, ζ, primi sunt. Est autẽ qui ex δ, ε, ipse α, qui ex ε, ζ, ipse γ, qui uerò sub δ, ε, ζ, ipse β. Ipsi ergo α, γ, compositi, ad ζ primi sunt: quod ostendere oportuit.

Euclid. ex Camp. Propositio 17.

17 I fuerint duo numeri contra se primi, quantus est primus eorum ad secundum, tantum esse secundum ad tertium quemquam impossibile est.

CAMPANVS. Sint a & b contra se primi, dico impossibile esse, aliquem eis in continua proportionalitate adiungi. Si enim potest, sit c, quia igitur a ad b, sicut b ad c, sunt autem a & b in sua proportione minimi per 23 septimi, sequitur per 21 eiusdem, ut a numeret b, qui cùm etiam numeret se, non erunt a & b contra se primi: quod est contrarium positioni.

Euclid. ex Zamb. *Theorema 16.* *Propositio 16.*

16 Si bini numeri primi adinuicem fuerint, non erit sicut primus ad secundum, sic secundus ad aliquem alium.

THEON *ex Zamb. Bini enim numeri α, β, primi sint adinuicem. Dico quòd non est sicut α ad β, sic β ad aliquem alium. Si enim possibile, sit sicut α ad β, sic β ad γ. Ipsi autem α, β, primi sunt: primi autem & minimi (per 23 septimi) minimi uerò, metiũtur eandem rationem habentes, æqualiter (per 21 septimi) antecedens antecedentem & sequens sequentem: metitur igitur α ipsum β, antecedens antecedentem, metitur autem & seipsum: igitur α ipsos α, β, metitur primos adinuicem existentes, quod est absurdum, non est igitur sicut α ad β, sic β ad γ: quod ostendere oportebat.*

Euclid. ex Camp. Propositio 18.

18 I quotlibet numerorũ continuè proportionaliũ duo extremi fuerint contra se primi, quantus est primus ad secundũ, tantum esse ultimum ad aliquem alium, est impossibile.

CAMPANVS. Sint a, b, c, cõtinuè proportionales, sintque a & c cõtra se primi: dico quòd in eadẽ proportione nõ potest eis adiũgi alius: si enim potest, sit d. Quia igitur est a ad b sicut c ad d, erit permutatim a ad c, sicut b ad d: sunt autem a & c, in sua proportione minimi, per 23 septimi, itaque per 21 eiusdem a numerat b, quare etiam numerat c, numerorum enim cõtinuè proportionalium, si primus numerat secundum, ipse numerat omnes, & simpliciter quilibet præcedens quemlibet sequentem, at quia etiam numerat se, non erunt a & c contra se primi: quod est inconueniens.

Euclid. ex Zamb. *Theorema 17.* *Propositio 17.*

17 Si fuerint quotcunque numeri continuè proportionales, ipsorum autem extremi primi adinuicem fuerint, non erit sicut primus ad secundum, sic ultimus ad aliquem alium.

THEON *ex Zamb. Sint quotcunque numeri cõtinuè proportionales, α, β, γ, δ, ipsorum autem extremi α δ sint primi adinuicẽ. Dico quòd non est sicut α ad β, sic δ ad aliquem alium. Si enim possibile, esto sicut α ad β, sic δ ad ε: uicissim igitur (per 13 septimi) est sicut α ad δ, sic β ad ε. Ipsi autem α, δ, primi sunt, primi autem & minimi: minimi uerò numeri, metiuntur eandem rationem habentes æqualiter (per 21 septimi) antecedens antecedentem, & sequens sequentem: metitur igitur α ipsum β, estque sicut α ad β, sic β ad γ, & β igitur ipsum γ metitur, quare & α ipsum γ metitur: & quoniam est sicut β ad γ, sic γ ad δ, metitur autem β ipsum γ, metitur igitur & γ ipsum δ. Sed α ipsum γ metitur, quare & α ipsum δ metitur, metitur autem & seipsum. Igitur α, ipsos α, δ, metitur primos inuicem existentes, quod est impossibile. Non est igitur sicut α ad β, sic δ ad aliquem alium: quod ostendere oportuit.*

Euclid. ex Camp. *Propositio 19.*



Ropositis duobus numeris, an sit eis tertius continuè pro- 19
portionalis, perscrutari.

CAMPANVS. Sint a & b duo numeri propositi, uolo inquirere, an eis possit tertius sub continua proportionalitate adiũgi. Igitur si ipsi sunt contra se primi, impossibile est per 17, si uerò compositi, ducatur b in se, & proueniat c, quem si a numerat, erit: si uerò non numerat, non erit. Numeret enim eũ secundũ d, qui erit quem quærimus per 2 partem 20 septimi. Sit ergo ut non numeret eum, est tamen ut a ad b, sic b ad d, itaq; quia ex b in se fit c, sequitur per primam partem 20 septimi, ut ex a in d sit idem: igitur a numerat c secundum d, sed erat positum quòd non, quare sequitur impossibile.

Euclid. ex Zamb. *Theorema 18.* *Propositio 18.*

Binis numeris datis, considerare si possibile est eis tertium propor- 18
tionalem inuenire.

THEON ex Zamb. *Sint bini dati numeri α, β,*
διορισμ. *sitq; opportunum scrutari, si est possibile eis tertium inuenire proportionalẽ. Iam ipsi α, β, aut sunt primi adinuicẽ, aut non. Si quidẽ igitur primi sunt adinuicẽ, patet (per 16 noni) quod impossibile est eis inuenire proportionalem tertium. Sed iam non sint ipsi α, β, primi adinuicem, & β seipsum multiplicans ipsum efficiat γ. Iã α aut ipsum γ metitur aut non metitur. Metiatur prius per δ. Ipse igitur α ipsum δ multiplicãs, ipsum efficit γ. Sed & β seipsum multiplicans, ipsum γ efficit, qui ex α, δ, igitur ei qui ex β est æqualis. Est igitur sicut α ad β, sic β ad δ (per secundam partem 19 septimi.) Ipsis igitur α β, tertius inuentus est δ. Sed iam non metiatur α ipsum γ. Dico quòd ipsis α, β, impossibile est tertium inueniire proportionalẽ numerũ. Si enim possibile, inueniatur δ. Igitur qui ex α, δ, ei est æquus qui ex β, qui autem ex β, est ipse γ. Igitur qui ex α, δ, æquus est ipsi γ. Quare α ipsum δ multiplicans, ipsum efficit γ. Igitur α, ipsum γ metitur per δ. Sed supponitur etiam non metiri, quod est impossibile. Non est igitur possibile ipsis α, β, tertium proportionalem inuenire, quando α ipsum γ non metitur: quod oportuit ostendere.*

Euclid. ex Camp. *Propositio 20.*



Atis tribus numeris continuè proportionalibus, an sit ali- 20
quis quartus eis continuè proportionalis inquirere.

CAMPANVS. Sint continuè proportionales a, b, c. Volo inquirere an alius eis sub continua proportionalitate possit adiungi, igitur si a & c sunt contra se primi, impossibile est per 18. Si autem cõpositus d qui prouenit ex b in c, quem si numerat a, erit: si uerò non numerat, non erit. Numeret enim eum secundum e, qui erit quem quærimus per secundã partem 20 septimi. Sit ergo ut non numeret eum, est tamen ut a ad b, sicut c ad e, itaque quia ex b in c fit d, sequitur per primam partem 20 septimi, ut ex a in e sit idem, ergo a numerat d secundum e, sed positum erat quòd non. Idem potes perscrutari, quodlibet continuè proportionalibus propositis, si enim duo extremi sint contra se primi, finem habet intentio per 18, si autem compositi, ducto secundo in ultimum, si productum numeret primus, is secundum quem eum numerat, est quem quærimus per secundam partem 20 septimi: si autem primus productũ non numerat, nullus erit.

erit, quotlibet enim posito, per primam partem eiusdem secundum ipsum positum numerabit primus productum, quod positum erat non numerare.

Euclid. ex Zamb. *Theorema 19.* *Propositio 19.*

19 Tribus numeris datis, considerare si est possibile eis quartũ inuenire proportionalem.

THEON ex Zamb. *Sint dati tres numeri, α β γ, sitq́; oportunum coniectare, si possibile est eis quartum proportionalem inuenire. Iam ipsi α β γ, aut continuè sunt proportionales, & eorum extremi α γ, sunt primi adinuicem, aut non sunt cõtinuè proportionales & eorum extremi primi sunt adinuicem, aut continuè sunt proportionales & eorum extremi non sunt adinuicem primi, uel neq; sunt continuè proportionales neq; eorum extremi primi sunt adinuicem. Si quidem igitur ipsi α β γ, continuè sunt proportionales: et eorum extremi α γ, sunt primi adinuicem, patet per 17 noni, quod est impossibile eis quartum proportionalem inuenire numerum. Non sint iam ipsi α β γ, continuè proportionales, extremis rursus primis existẽtibus adinuicẽ. Dico quòd & sic quartũ proportionalem inuenire, est impossibile. Si enim possibile, inueniatur δ. Vt sit sicut α ad β, sic γ ad δ, fiatq́; sicut β ad γ, sic δ ad ε. Et quoniam est sicut quidem α ad β, sic γ ad δ, sicut autem β ad γ, sic δ ad ε, ex æquali igitur (per 14 septimi) est sicut α ad γ, sic γ ad ε. At α γ, primi sunt, primi autem & minimi, minimi uerò metiuntur eandem rationem habentes, antecedens antecedentem, & sequens sequentem (per 21 septimi) metitur igitur α ipsum γ, antecedens antecedentem: metitur autem & seipsum. Igitur α ipsos α γ, metitur primos adinuicem existentes, quod est impossibile: ipsis igitur α β γ, quartum proportionalem inuenire est impossibile. Sed iam rursus sint ipsi α β γ, continuè proportionales, at α γ, non sint primi adinuicem. Dico quòd eis quartum proportionalem inuenire est possibile. Nam β ipsum γ multiplicans, ipsum efficiat δ. Igitur α ipsum δ aut metitur, aut non metitur. Metiatur prius ipsum per ε. Igitur α ipsum ε multiplicans, ipsum effecit δ, sed & β ipsum γ multiplicans ipsum δ effecit. Igitur qui ex α ε, ei est æquus qui ex β γ, proportionalis igitur est sicut α ad β, sic γ ad ε. Ipsis igitur α β γ, inuentus est quartus proportionalis ε scilicet. Sed iam non metiatur α ipsum δ: dico quòd ipsis α β γ, quartũ proportionalẽ inuenire est impossibile. Si enim possibile, inueniatur ε. Igitur qui ex α ε, ei qui ex β γ, est æqualis. Sed qui ex β γ, est ipse δ, & qui ex α ε, igitur ipsi δ est æqualis. Igitur α ipsum ε multiplicans ipsum effecit δ. Igitur α ipsum δ metitur, sed & non metitur, quod est impossibile. Igitur ipsis α β γ, quartum proportionalem inuenire numerum est impossibile, quando α ipsum δ non metitur. Sed iam ipsi α β γ, neq; continuè sint proportionales, neq; eorum extremi adinuicẽ sint primi, & β ipsum γ multiplicans ipsum efficiat δ. Similiter ostẽdetur quòd siquidẽ α ipsum δ metitur, possibile est eis proportionalẽ inuenire, si autẽ nõ metitur, est impossibile: quod ostẽdere oportebat.*

Euclid. ex Camp. *Propositio 22.*

22 Atis quotlibet numeris primis, aliquem primum ab eis diuersum esse necesse est.

CAMPANVS. Nihil aliud intenditur, nisi quòd numeri primi sint infiniti, demonstrare. Sint enim a b c, numeri primi, dico esse aliquem primũ diuersum ab eis, sit quidem d f minimus quem numerant, cui addita unitate fiat d g, qui est primus aut cõpositus, si primus, constat propositum, si compositus, numerat eum aliquis primus, qui sit h, quem non est possibile esse aliquem ex primis propositis. Si enim esset aliquis eorum, cùm quilibet ipsorum numeret d f, ipse quoq; numeraret eundem: at quia numerat d g, oporteret ipsum numerare f g qui est unitas, quod est impossibile. Idem sequitur posito d f quotlibet numero, quem numerant a b c: quare constat propositum.

Euclid. ex Zamb. *Theorema 20.* *Propositio 20.*

20 Primi numeri, plures sunt omni proposita multitudine primorũ numerorum.

THEON ex Zamb. *Sint propositi primi numeri α β γ. Dico quòd ipsis α β γ, plures sunt primi numeri. Accipiatur enim (p 39 septimi) minimum quem ipsi α β γ: metiantur, sitq; δ ε, addaturq; δ ε unitas δ ζ, iam ε ζ, aut est primus aut nõ, sit prius primus, inuẽti igitur sunt primi numeri α β γ ε ζ, plures ipsis α β γ. Sed iam non sit ε ζ primus: igitur eum aliquis numerus primus metitur (per 34 septimi) metiatur eum numerus primus η. Dico quòd η nulli ipsorum α β γ, est idem. Si enim η alicui ipsorum α β γ, est idem, ipsi autem α β γ, ipsum δ ε metiuntur, igitur & η ipsum δ ε metietur, metitur autem & ε ζ, & reliquam δ ζ unitatem metietur η numerus existens, quod est absurdum: igitur η non est idem uni ipsorum α β γ, ipse autem supponitur & primus. Inuenti igitur sunt primi numeri plures proposita multitudine ipsorũ α β γ, ipsi α β γ η: quod ostendere oportuit.*

α ..
β ...
γ ....
ε 114 23
η δ . ζ

Euclid. ex Camp. *Propositio 22.*



SI coaceruentur quotlibet numeri pares, totus quoq; ab eis coaceruatus erit par. 22

CAMPANVS. Sit quisq; numerorũ a b c, par. a .. b .... c ...... Dico ex eis compositum, esse parem: habet enim ex conuersione diffinitionis quisq; eorum medietatem, sint ergo eorum medietates d e f, quia igitur sicut a ad d, sic b ad e, & c ad f, erit ex 13 septimi, sicut a ad d, sic totus a b c ad totum d e f, itaq; d e f, est medietas a b c, ergo per diffinitionem a b c, est par: quod est propositum.

Euclid. ex Zamb. *Theorema 21.* *Propositio 21.*

Si pares numeri quotcunq; componantur, totus par est. 21

THEON ex Zamb. *Componantur enim numeri quilibet pares ipsi α β, β γ, γ δ, δ ε. Dico quòd totus α ε par est. Nam quoniam unusquisq; ipsorum α β, β γ, γ δ, δ ε, par est, partem habet dimidiam, quare & totus α ε habet partem dimidiam: numerus autem par est qui bifariàm diuiditur (per diffinitionem) igitur α ε par est: quod ostendere oportuit.*

α .... β .... γ .... δ .... ε

Euclid. ex Camp. *Propositio 23.*



SI numeri impares numero pares coaceruentur, totus quoq; ex eis coaceruatus erit par. 23

CAMPANVS. Sit quilibet numerorum a b c d, impar: dico ex eis cõpositum, esse parem, dẽpta enim à quolibet unitate, constat residuos esse pares, & quia ille unitates, demptæ componunt parem, cùm sint numero pares, constat propositum per præmissam.

a ... b ..... c .... d ....

Euclid. ex Zamb. *Theorema 22.* *Propositio 22.*

Si impares numeri quotcunq; componantur, fuerit autem multitudo par, totus par erit. 22

THEON ex Zamb. *Componantur enim impares numeri quotcũq;, multitudine pares, α β, β γ, γ δ, δ ε. Dico quòd totus α ε par est. Nam quoniam unusquisq; ipsorum α β, β γ, γ δ, δ ε, impar est, ablata unitate ab unoquoq;, unusquisq; reliquus par erit. Quare & compositus ex ipsis par erit (per 21 noni) Est autem & unitatem multitudo par, totus igitur α ε par est: quod ostendere oportebat.*

α ..... β .... γ .... δ ... ε

Euclid. ex Camp. *Propositio 24.*



SI numeri impares numero impares coaceruentur, totũ quoq; ex eis coaceruatum imparem esse. 24

CAMPANVS. Sit quilibet numerorum a b c, impar. Dico totum ex eis cõpositum esse imparem. Erit enim per præmissam compositus ex a & b, par: & quia c, dempta unitate, est par, erit per antepræmissam totus a b c, dempta unitate par. Per diffinitionem itaque cõstat totum esse imparem.

a ... b ..... c ....

Euclid. ex

Euclid.ex Zamb. Theorema 23. Propositio 23.

23 Si impares numeri quotcunque componantur, multitudo autem ipsorum fuerit impar, & totus impar erit.

THEON ex Zamb. Componantur enim quotcunque impares numeri, quorum multitudo sit impar αβ, βγ, γδ. Dico quòd totus αδ impar est. Auferatur ab ipso γδ, unitas δε, reliquus igitur γε par est: est autem & αγ par, & totus igitur αε par est, est autem δε unitas: totus igitur αδ impar est: quod oportuit demonstrasse.

α..... β....... γ........ ε. δ

Euclid.ex Camp. Propositio 25.

25 Si à numero pari numerus par detrahatur, reliquus erit par.

CAMPANVS. Sit a totus par, à quo detrahatur b, qui quoque sit par, & residuus sit c. Dico c esse parem, sit enim d medietas a, e quoque sit medietas b, detractoque e de d, sit reliquus f, erit per 13 septimi, c ad f, sicut a ad d, quare f est medietas, itaque est par: quod est propositum.

a
.... d..... f...
b c
..... e..... ......

Euclid.ex Zamb. Theorema 24. Propositio 24.

24 Si à pari numero par auferatur, reliquus par erit.

THEON ex Zamb. A pari enim αβ, auferatur par. Dico quòd reliquus αγ par est. Nam quoniam αβ par est, habet partem dimidiã: iam id propterea & βγ, habet partem dimidiam, quare & reliquus γα habet partem dimidiam, par igitur est αγ: quod ostendere oportuit.

α....... γ.... β

Euclid.ex Camp. Propositio 26.

26 Si de numero pari imparem tollas, qui relinquitur impar est.

CAMPANVS. Sit a b par, à quo tollatur a c, qui sit impar. Dico c b residuum esse imparem, subtrahatur enim ab a c, unitas quæ sit c d, eritque a d par, itaque per 25, d b quoque erit par. Quia igitur d c est unitas, sequitur c b esse imparem: quod est propositum.

a.... d. c.... b

Euclid.ex Zamb. Theorema 25. Propositio 25.

25 Si à pari numero impar auferatur, reliquus impar erit.

THEON ex Zamb. A pari nanque numero αβ, auferatur impar βγ. Dico quòd reliquus γβ impar est. Auferatur ab ipso βγ, unitas γδ, igitur δβ, par est. Est autem αβ quoque par, & reliquus igitur αδ, par est, at γδ est unitas, igitur αγ impar est: quod ostendere oportuit.

α........ γ. δ.... β

Euclid. ex Camp. Propositio 27.

27 Si à numero impari detrahatur impar, reliquus erit par.

CAMPANVS. Sit a b numerus impar, à quo detrahatur b c, qui etiam sit impar: dico reliquum qui est a c, esse parem. Detrahatur enim ab utroque duorum numerorum a b & b c, unitas quæ sit b d, erit uterque duorum residuorum quæ sunt a d & d c, par, per præmissam itaque constat a c esse parem: quod est propositum.

a......... c.... d. b

Euclid.ex Zamb. Theorema 26. Propositio 26.

26 Si ab impari numero impar auferatur, reliquus par erit.

THEON ex Zamb. Ab impari nanque αβ, impar auferatur βγ. Dico quòd reliquus γα par est, nam quoniam αβ impar est, auferatur unitas βδ: reliquus igitur αδ, par est. Iam id propterea & γδ par est (per diffinitionem) quare & reliquus γα par est: quod ostendere oportuit.

α.... γ...... δ. β

Euclid.ex

Euclid. ex Camp. Propoſitio 28.



Iâ numero impari numerum parem ſubtrahas, qui relinquitur impar eſt. 28

CAMPANVS. Sit a b impar, à quo detrahatur a c qui ſit par. Dico b c reſiduũ eſſe imparẽ. Sit enim b d unitas, eritq́ a d par. Et quia a c eſt par, erit per 25 c d par, cũ itaq; ſit d b unitas, erit c b impar: quod eſt propoſitum.

a . . . . . . c . . . . d . b

Euclid. ex Zamb. Theorema 27. Propoſitio 27.

Si ab impari numero par auferatur, reliquus impar erit. 27

THEON ex Zamb. Ab impari nanq; α β, par referatur β γ. Dico quòd reliquus γ α impar eſt. Auferatur unitas α δ, igitur δ β par eſt: eſt autem β γ par, & reliquus igitur γ δ, par eſt eſt autem & unitas δ α, igitur γ α impar eſt: quod oſtendere oportuit.

α . δ . . . . γ . . . . β

Euclid. ex Camp. Propoſitio 29.



I numerus impar in numerum parem ducatur, qui inde producetur erit par. 29

CAMPANVS. Ex 23 manifeſtum eſt quod dicitur.

Euclid. ex Zamb. Theorema 28. Propoſitio 28.

Si impar numerus parem multiplicans, aliquem fecerit, qui gignitur par eſt. 28

THEON ex Zamb. Impar enim numerus α parem β multiplicans, ipſum efficiat. Dico quòd γ par eſt. Nam quoniã α ipſum β multiplicans, ipſum γ fecit, igitur γ ex totidem ipſi β æqualibus quot æ ſunt in α unitates cõponitur: eſtq́; ζ par, igitur γ ex paribus componitur. Si uerò numeri pares quotcunq; componantur, totus par eſt (per 21 noni) igitur γ par eſt: quod oſtendere oportuit.

γ . . . .
β . . . .
α . . .

Euclid. ex Camp. Propoſitio 30.



I in imparem ducatur impar, qui producetur erit impar. 30

CAMPANVS. Hæc quoq; ex 24 manifeſta eſt.

Hæ ſequentes duæ ex Campano propoſitiones, nullas ſibi ex Zamberto reſpondentes habent.

Euclid. ex Camp. Propoſitio 31.

Si numerus impar numerum parem numeret, numero pari eum numerabit. 31

CAMPANVS. Si enim numero impari eum numeraret, ex impari in imparem fieret par, quod eſt inconueniens per præmiſſam.

Euclid. ex Camp. Propoſitio 32.

Si impar imparem numeret, impariter eum numerat. 32

CAMPANVS. Si enim pariter eum numeraret, ex numero impari in numerum parem fieret impar: quod eſt inconueniens per 29.

Euclid. ex Zamb. Theorema 29. Propoſitio 29.

Si impar numerus imparem numerum multiplicans, fecerit aliquem, factus impar erit. 29

THEON ex Zamb. Impar enim numerus α, imparem numerum ζ multiplicans, ipſum efficiat γ. Dico quòd γ impar eſt. Nã quoniam α ipſum ζ multiplicans, ipſum fecit γ, igitur γ ex totidẽ ipſi β æqualibus quot æ ſunt in α unitates, componitur. Eſt autem uterq; ipſorum α β, impar. Igitur γ ex imparibus conflatur numeris, quorum multitudo impar eſt. Quare (per 23 noni) impar eſt: quod oſtendere oportuit.

γ . . . .
β . . . . .
α . . .

Euclid. ex Camp. Propoſitio 33.



I numerus impar numerum parem metiatur, eiuſdem quoque dimidium ipſum metiri neceſſe eſt. 33

Campanus

CAMPANVS. Sit a numerus par cuius dimidium b, fitq́ c numerus impar qui numeret a, dico quòd c numerabit b, numeret enim a secundū d, eritq́ per 31, d numerus par. Esto igitur eius dimidiū, e ducaturq́ c in e, & proueniat f, eritq́ per 18 septimi a ad f, sicut d ad e, & quia etiā est a ad b, sicut d ad e, sequitur b & f esse æquales: cū itaq́ c numeret f, idē numerabit b: quod est propositū.

Euclid. ex Zamb. *Theorema 30.* *Propositio 30.*

30 Si impar numerus parem numerum mensus fuerit, & eius dimidium metietur.

THEON ex Zamb. *Impar enim numerus α, parem numerū ζ metiatur. Dico quòd & eius dimidium metietur. Nam quoniā α ipsum ζ metitur, ipsum metiatur per γ. Dico quòd γ nō est impar. Si enim possibile, sit impar. Et quoniam α metitur ipsum ζ per γ, igitur α ipsum γ multiplicans, ipsum effecit β. Igitur ζ componitur ex imparibus numeris, quorum multitudo impar est. Igitur ζ impar est, quod est absurdum, supponitur enim par. Igitur impar non est, par igitur est γ. Quare α ipsum β metitur pariter, & γ igitur ipsum β metitur per α: habet autem uterq; ipsorum γ β, partem dimidiam, est igitur sicut γ ad β, sic dimidiū ad dimidium: metitur autem γ, ipsum β per α, & dimidium ipsius metietur ipsius ζ dimidiū per α: igitur α, dimidiū multiplicans ipsius γ dimidium ipsius β efficit. Igitur α ipsius ζ dimidium metitur, metiturq; per ipsius γ dimidium. Idq; propterea α ipsius dimidium metietur, quod ostendere oportuit.*

Euclid. ex Camp. *Propositio 34.*



34 I numerus impar ad aliquem fuerit primus, idem ad eiusdem duplum erit primus.

CAMPANVS. Sit a numerus impar primus ad b, cuius duplum sit c. Dico quòd a est primus ad c, sin autē, numeret eos d. Cumq́ a sit impar, sequitur d esse imparem, quicunq́ enim impar parem numerat, pari numero eum numerabit per 31, per præmissam itaq́ a numerabit b, non sunt igitur a & b contra se primi: quod est contra hypothesin.

Euclid. ex Zamb. *Theorema 31.* *Propositio 31.*

31 Si impar numerus ad numerum aliquem primus fuerit, & ad ipsius duplum primus est.

THEON ex Zamb. *Impar enim numerus α, ad numerum aliquem β, primus esto, ipsius autem β, duplus esto γ. Dico quòd α ad γ primus est. Si autem α γ, non sunt primi, metitur eos aliquis numerus: metiatur, & esto δ, est autem impar numerus α, impar igitur & δ. Et quoniam δ impar existens ipsum γ metitur, est autem & γ par, igitur δ metietur ipsius γ dimidium (per præcedentem) Dimidium autem ipsius γ, est β, igitur δ ipsum β metitur, metitur autem & α. Igitur δ, ipsos α β, metitur primos adinuicē existentes, quod est absurdū. Igitur α ad γ primus est. Ipsi igitur α γ, primi sunt adinuicē: quod erat ostēdendū.*

Euclid. ex Camp. *Propositio 35.*



35 Vmeri à duobus dupli, sunt pariter pares tantum.

CAMPANVS. Sint unitas a b c d, continuè proportionales, sitq́ a binarius. Dico omnes eos esse pariter pares, eisq́ secundum hanc proportionem in infinitū auctis, nullum alium esse pariter parem. De his quidē constat per diffininitionem, cùm per 12 quilibet præcedēs numeret quemlibet sequentem per aliquem eorum quos omnes oportet esse pares, & nullus alius numeret aliquem eorum, per 13 eo quod a qui est binarius unitatem sequens est primus. Quod autem nullus alius ab his sit pariter par, constat sic. Posito enim aliquo, diuidatur in duas medietates, eiusq́ medietas in duas, & hoc toties fiat, quousq́ numerus aut unitas diuisionem impediat, quod necesse est euenire per ultimam petitionem. Siquidem numerus hanc prohibeat, ipse erit impar, qui cùm numeret pariter parem positum, non erat pariter par, qui positus est pariter par. Si autem unitas, non erit is alius à continuè duplis ab unitate.

Euclid. ex

ponitur. Quare α pariter impar est, patuit autẽ quòd & pariter par. Igitur α pariter par est & pariter impar. quod ostendere oportuit.

Euclid. ex Camp. *Propositio 38.*

38 SI de secundo atque ultimo numerorum continuè proportionalium, æquale primi dematur, quantũ est reliquum secundi ad primũ, tãtum esse reliquũ ultimi ad coaceruatum ex cunctis præcedentibus necessariò comprobatur.

CAMPANVS. Sint continuè proportionales a b, c d, e f, g h, dematurque de c d æqualis a b, qui sit c k, & de g h qui sit g l. Dico tunc quòd proportio K d ad a b, est sicut l h ad compositum ex e f, c d, & a b. Sumatur ex g h æqualis e f, qui sit g m, & æqualis c d qui sit g n, eritque l n æqualis k d. Manifestũ aũt est per 12 septimi, quòd cùm sit g h ad g m sicut g m ad g n, erit h m residuũ ad m n residuum, sicut g h ad g m, ideoque sicut e f ad c d, simili quoque modo erit m n ad l n sicut c d ad a b. Permutatim igitur erit h m ad e f & m n ad c d, sicut n l ad a b: itaque coniuncti, per 13 septimi, erit l h cõpositus ex h m, m n & l n, ad compositũ ex e f, c d & a b: sicut l n ad a b, ideoque sicut k d ad a b, quod est propositum.

g . . . . l . . . n . . . . . m . . . . b
e . . . . f
c . . . . K . . . . d
a . . . . b

Euclid. ex Zamb. *Thorema 35.* *Propositio 35.*

35 Si fuerint quocunque numeri continuè proportionales, auferantur autem à secundo & ultimo æquales ipsi primo, erit sicut secundi excessus ad primum, sic ultimi excessus ad omnes se præcedentes.

THEON ex Zamb. *Sint quocunque numeri continuè proportionales α, βγ, δ, εζ, incipientes ab α minimo, auferaturque ab ipsis βγ & εζ ipsi α æqualis uterque ipsorum γη, ζθ. Dico quòd est sicut βη ad α sic est εθ ad α, βγ, δ. Ponatur enim ipsi quidem βγ æqualis ζκ, ipsi autẽ δ æqualis ζλ. Et quoniã ζκ ipsi βγ est æqualis, quorũ ζθ ipsi γη est æqualis: reliquus igitur θκ reliquo ηβ est æqualis. Et quoniã est sicut εζ ad δ, sic est δ ad βγ, et βγ ad α: æquus aũt est δ ipsi ζλ & βγ ipsi ζκ, & α ipsi ζθ: est igitur sicut εζ ad ζλ sic λζ ad ζκ, & κζ ad ζθ: diuidendo ergo (per 17 quinti) & sicut ελ ad λζ, sic λκ ad ζκ, & κθ ad ζθ. Est igitur & sicut unus antecedentium ad unum sequentium, sic omnes antecedentes ad omnes sequentes. Est igitur sicut κθ ad ζθ, sic ελ, λκ, κθ ad ipsos λζ, ζκ, ζθ: æqualis autem est κθ ipsi βη, & ζθ ipsi α. Ipsi autem ζλ, ζκ, ζθ, ipsis δ, βγ, α, est igitur sicut βη ad α, sic εθ ad δ, βγ, α. Est igitur sicut secundi excessus ad primum, sic est ultimi excessus ad omnes seipsum præcedentes: quod ostendere oportuit.*

α . . . .
β . . . . η . . . . γ
δ . . . .
ε . . . . λ . . . . κ . . . . θ . . . ζ

Euclid. ex Camp. *Propositio 39.*

39 CVm coaptati fuerint numeri ab unitate cõtinuè dupli, qui cõiuncti faciant numerum primum, extremus eorũ in aggregatum ex eis ductus producit numerum perfectum.

CAMPANVS. Sint ab unitate continuè dupli, a, b, c, d, ex eis autem & unitate coaceruatus sit, qui ponatur esse numerus primus, in quẽ e multiplicetur d, & proueniat f g, dico f g esse numerũ perfectum. Sumantur igitur h, k, l, cõtinuè dupli ad e, ut tot sint e, h, k, l, quot sint continuè dupli ad unitatem sumpti, eritque per æquam proportionalitatẽ l ad e, sicut d ad a: quare per primam partem 20 septimi, ex a in l prouenit f g, nã ipse f g prouenit ex d in e. Et quia a est binarius, est f g duplus ad l, sunt igitur e, h, k, l, & f, g, continuè proportionales. Dematur igitur ex h æqualis e, qui sit m h, & residuus h o, qui erit etiam æqualis e, itemque ex f g dematur eidem e æqualis qui sit f n, eritque per præmissam n g, quantum aggregatum ex e & h & K & l. Sed & f n cùm sit æqualis e, est quantum aggregatum ex a & b & c & d & unitate,

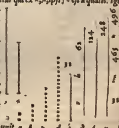
f 31 n 165 496 g
l 248
k 124
m 31 b 31 o 62
e 31
d
c
b
a
Vnitas
p q

itemq; totus f g est quantus aggregatus ex omnibus his scilicet, a, b, c, d, & unitate, & illis e, h, K, l, de, quibus omnibus manifestum est, quòd numerant eum scilicet f g, e quidem secundum l, & h secundum k, quod ex prima parte 20 septimi conuincitur, adiuuante æqua proportionalitate sicubi opus fuerit. Est enim ut a ad c, sic k ad h, & ut d ad b sic K ad e, per æquam proportionalitatem, quare & ex c in h, & ex b in K, necesse est prouenire f g, quem dudum produxerat d in e. Si igitur nullus alius ab his numerat f g, ipse erit per diffinitionem numerus perfectus. Quod autem nullus alius eum numeret, patet. Si enim hoc possibile est, sit p qui numeret eum secundum q, eritq; per 33 septimi, ut e numeret alterum eorum, ponaturque quòd numeret p. Et quia per secundam partem 20 septimi, est q ad d sicut e ad p, sequitur ut q numeret d, quare cùm a qui sequitur unitatem sit primus (est enim binarius) erit q per 13 huius, aut a aut b aut c, quicunque autem horum fuerit, erit p, aut l, aut k, aut h, si enim q fuerit a, constat quòd p erit l, quòd si fuerit b, p erit K, si autem c, p quoque erit h: non est igitur p diuersus ab illis ut fuerat positum, relinquitur ergo quòd f g sit numerus perfectus, quod erat demonstrandum.

Euclid. ex Zamb. *Theorema 36.* *Propositio 36.*

Si ab unitate quotcunq; numeri continuè expositi fuerint in duplici proportione, quoad totus compositus primus fuerit, & totus in ultimum multiplicatus aliquem fecerit, qui gignitur, perfectus erit. 36

THEON *ex Zamb. Ab unitate siquidem exponantur quocunq; numeri continuè duplici proportione, quoad totus compositus primus sit α, β, γ, δ, & toti æquus esto ε, & ε ipsum δ multiplicans, ipsum efficiat ζ, η. Dico quòd ζη perfectus est. Quot enim sunt multitudine ipsi α, β, γ, δ, totidem ab ε accipiantur in duplici proportione, hoc est ε, θ, κ, λ, μ. Ex æquali igitur (per 13 septimi) est sicut α ad δ, sic est ε ad μ. Igitur qui ex ε, δ, ei est æquus qui ex α, μ, estq; qui ex ε, δ, ipse ζη. Igitur qui ex α, μ, ipsi ζη est æqualis. Igitur α ipsum μ multiplicans, ipsum effecit ζη: igitur μ ipsum ζη metitur per eas quæ in α sunt unitates. Est autem binarius α, duplus ergo est ζη ipsius μ. Sunt autem & μ, λ, θ, κ, continuè duplices adinuicem, igitur ε, θ, κ, λ, μ, ζ, η, cõtinuè sunt proportionales in duplici proportione. Auferatur iam à secundo κθ, & ultimo ζη, ipsi ε primò æqualis uterq; ipsorum θν & ζξ: igitur (per præcedentem) sicut secundi numeri excessus ad primũ, sic ultimi excessus ad omnes seipsum præcedentes, est igitur sicut νκ ad ε, sic est ξη ad ipsos μ, λ, κ, θ, ε. At est νκ ipsi ε æquus, & ξη: igitur ipsis μ, λ, θ, κ, ε, est æquus. Est autem & ζξ ipsi ε æqualis, at ε ipsis α, β, γ, δ, & unitati. Totus igitur ζη æquus est & ipsis ε, θ, κ, λ, μ, & ipsis α, β, γ, δ, & unitati, & sub eorũ dimensionem cadit. Dico quòd ipsum ζη nullus alius metitur, præter ipsos α, β, γ, δ, ε, θκ, λ, μ, & unitatẽ. Si enim possibile metiatur ipsum ζη ipse ο, & ο nulli ipsorũ α, β, γ, δ, ε, θ, κ, λ, μ, esto idem, & quoties ο ipsum ζη metitur, tot unitates sint in π. Igitur ο ipsum π multiplicãs ipsum fecit ζη. Sed et ε ipsum δ multiplicãs, ipsum effecit ζη: est igitur (p 19 septimi) sicut ε ad ο, sic π ad δ: uicißim igitur (per 9 septimi) sicut ε ad π, sic ο ad δ. Et quoniam ab unitate continuè proportionales sunt ipsi α, β, γ, δ, qui uerò post unitatẽ α primus est, igitur δ nullus alius numerus metitur præter α, β, γ (p 13 noni) Supponitur quæ nulli ipsorũ α, β, γ, ipse ο idẽ: igitur ipsum δ ipse ο nõ metitur. Sed sicut ο ad δ, sic ε ad π, neq; ε igitur ipsum π metitur, estq; ε primus, omnis autẽ primus numerus ad omnẽ quẽ non metitur primus est (per 31 septimi) igitur ipsi ε, π, primi sunt inuicem, primi autem & minimi, minimi uerò metiuntur easdẽ rationẽ habentes æqualiter (per 21 septimi) antecedens antecedentẽ, & sequens sequentem. Estq; sicut ε ad π, sic ο ad δ: æque igitur ε ipsum ο metitur, & π ipsum δ. Sed δ nullus alius metitur præter α, β, γ, igitur π uni ipsorum α, β, γ, est idem. Sit π ipsi β idem, & quot sunt ipsi β, γ, δ, multitudine, totidẽ assumantur ab ipso ε ipsi ε θκ λ: sunt aũt ipsi ε, θκ, λ, ipsis β, γ, δ, in eadẽ ratiõe, ex æquali ergo p 25, est sicut β ad δ, sic ε ad λ: igitur qui ex β, λ, ei qui ex δ, ε, est æqualis. Sed qui ex δ, ε, ei qui ex π, ο, est æqualis, & qui ex π, ο, igitur ei qui ex β, λ est æqualis. Est igitur sicut π ad β, sic λ ad ο, estq; π ipsi β idem, & λ igitur ipsi ο est idem, quod est impoßibile. Nam ο nulli expositorũ supponitur idem: igitur ipsum ζη aliquis numerus non metitur præter α, β, γ, δ, ε, θ, κ, λ, μ, & unitatem, & ostensum est quòd ζη ipsis α, β, γ, δ, ε, θ, κ, λ, μ, & unitati est æqualis: perfectus autem numerus est (per diffinitionem) qui suis partibus est æqualis, perfectus igitur est ζη: quod ostendere oportuit.*



NONI LIBRI FINIS.

EVCLIDIS MEGARENSIS GRAECI PHILOSOPHI, GEOMETRICORVM ELEmentorum, Liber decimus.

Ex Campano. Diffinitiones.



Vantitates quibus fuerit una quantitas communis eas numerans, dicētur cōmunicantes. 2 Quibus uerò non fuerit una cōmunis quātitas eas numerans, dicentur incōmensurabiles. 3 Lineæ in potentia communicantes dicuntur, quarū superficies quadratas una communis superficies numerat. 4 Lineæ incommensurabiles in potentia dicuntur, quarū superficies quadratas non numerat una cōmunis superficies. Quæ cùm ita sint, manifestum est quia omni lineæ positæ, multæ aliæ sunt incommensurabiles, quædam in longitudine tantum, quædam in longitudine & potentia. 5 Omnis autem linea cum qua ratiocinamur posita, uocetur rationalis. 6 Lineæq́ ei cōmunicantes, dicuntur rationales. 7 Eidem autem incōmunicantes, dicuntur irrationales siue surdæ. 8 Omnis uerò quadrata superficies, de qua per hypothesin ratiocinamur, dicitur rationalis. 9 Superficies uerò ei communicantes, dicuntur rationales. 10 Eidem autem incommensurabiles superficies, dicuntur irrationales, siue surdæ. 11 Latera uerò quę in illas quadratas possunt, dicuntur irrationalia.

Euclid. ex Zamb. Diffinitiones.



Ommensurabiles magnitudines dicuntur, quas eadem mensura dimetietur. 2 Incommensurabiles autem, quæ sub nullius communis mensuræ dimensionem cadunt.

3 Rectæ lineæ potentia cōmensurabiles sunt, quando quæ ab ipsis quadrata, eadem area dimetitur. 4 Incommensurabiles aūt, quando nulla area cōmunis mensura esse potest eorū quæ ex ipsis sunt quadratorū. His expositis indicatur, quòd proposita recta linea, hoc est à qua & cubitales, & palmi, & digitales, acpedales sumuntur mensurę, ipsi sunt rectæ lineæ multitudine infinitæ commensurabiles & incōmensurabiles. 5 Cōmensurabiles quidē, aut potētia tantum, aut potentia & longitudine simul. Incommensurabiles uerò, aut longitudine tantum, aut longitudine & potentia simul. 6 Vocatur igitur ipsa quidem proposita recta linea, rationalis. 7 Et quæ huic commensurabiles siue lōgitudine & potentia, siue potentia tantum, rationales.

8 Quę autē incōmensurabiles per utrunque, hoc est longitudine & potentia, irrationales appellantur. 9 Et quod quidem à proposita recta linea quadratū, rationale. 10 Et quæ huic commensurabilia, irra-

tionalia. 11 Et quæ huic incommensurabilia, irrationalia dicuntur.

12 Et ipsorum (si quadrata fuerint) latera, sin autē alia quæpiam rectilinea, ipsa potentes æqualiaq; ipsis quadrata describentes, irrationales uocentur.

Euclid. ex Camp. *Propositio 1.*



I duabus quantitatibus inæqualibus propositis maius dimidio à maiori detrahatur, itēq; de reliquo maius dimidio dematur, deinceps quoq; eodem modo, necesse est ut tandē minore positarum, minor quantitas relinquatur.

CAMPANVS. Sint duæ quantitates inæquales a & b c, b c maior: dico quòd toties potest maius dimidio detrahi ab ipsa b c, uel eius residuo, quod necesse erit reliqui quantitatem minorem esse a. Multiplicetur enim a toties quousque excedat b c, sitq; eius multiplex d e f maius b c. Detrahatur itaque ab ipsa b c maius dimidio, quod sit b, d. Itemq; ex residuo quod est g e, maius dimidio quod sit g h, hoc quoque toties fiat, quousque b c diuisa sit in tot partes, quoties a continetur in d e f. Dico tunc quòd ultimum residuum ut est hic a c, est minus a. Multiplicetur nanque h c quoties est multiplicata a in d e f, sitq; eius multiplex K l m. Quia igitur unaquæq; quantitatum K, l, m, est æqualis h c, sequitur ut & K sit minor b g, sed et l minor g h, at quia m est æqualis h c, erit per conceptionem k l m minor b c, quare minor d e f. Cùm sit ergo d e f ad a sicut k l m n ad h c, sitq; d e f maior k l m, sequitur per 14 quinti, quòd a sit maior h e, quod est propositum. Idemq; sequitur, si a maiori dimidium dematur, itemq; de reliquo dimidiū, fiatq; toties quousq; maior diuidatur in tot partes quoties continetur minor in quolibet suo multiplice maiorē positarū quantūlibet excedente.

CAMPANI *additio.* Attendere autem oportet, quod huic propositioni uidetur decima quinta tertij contradicere, proponens angulum contingentiæ minorem fore quolibet angulo à duabus lineis rectis contento. Posito enim angulo quolibet rectilineo, si ab ipso maius dimidio dematur, itemq; de residuo maius dimidio, necesse uidetur hoc toties posse fieri, quousque angulus rectilineus, minor angulo contingentiæ relinquatur, cuius oppositū 15 tertij syllogisat. Sed hi non sunt uniuoce anguli, non enim eiusdem sunt generis simpliciter curuum & rectum. At uerò nec angulum cōtingentiæ toties contingit sumi, ut qualencunque rectilineum excedat, quod necessarium est (ut ex præhabita demonstratione patet) ad hoc ut consequens ex antecedente sequatur. Planum ergo est etiam quemlibet angulum rectilineum, infinitis angulis contingentiæ esse maiorem.

Euclid. ex Zamb. *Theorema 1.* *Propositio 1.*

Duabus magnitudinibus inæqualibus expositis, si à maiore auferatur maius quàm dimidium, & eius quod relictum est maius quàm dimidium, idq; semper fiet, relinquetur quædā magnitudo minor minore magnitudine exposita.



THEON *ex Zamb. Sint binæ magnitudines inæquales αβ, γ, quarum maior sit αβ. Dico quòd si ab ipsa αβ, auferatur maius quàm dimidium, & reliqui maius quàm dimidium & hoc semper fiat, relinquetur quædam magnitudo minor minore magnitudine exposita γ. Et quoniam minor est γ, igitur γ multiplicata, maior tandem erit quàm αβ, multiplicetur, & esto δε ipsius quidem γ multiplex, maior autem quàm αβ. Diuidaturq; δε in æquales ipsi γ hoc est δζ, ζη, ηε. Auferaturq; ab ipsa αβ maius quàm dimidium βθ, & ab ipsa αθ maius quàm dimidium, hoc est θκ: & hoc fiat semper, quoad quæ in αβ sunt diuisiones æquales sint multitudine eis quæ in ipso δε sunt diuisionibus, sintq; igitur ακ, κθ, & θβ, diuisiones æquales existentes multitudine ipsi δζ, ζη, & ηε. Et quoniam maior est δε, quàm ex αβ, ablatumq; est ab ipsa δε minus quàm dimidium, hoc est εη: ab ipsa autem αβ maius quàm dimidium βθ: reliquum igitur ηδ reliquo θα maius est. Et quoniam maius est ηδ quàm θα, ablatumq; ab ipsa ηδ dimidium, hoc est ηζ: ex ipsa autem αθ maius dimidio, hoc est θκ: reliquum igitur δζ reliquo ακ maius*

maius est. Aequale autem est δζ ipsi γ, & igitur ipso αη maius est: minus igitur est αη ipso γ. Relinquitur igitur ex αβ, magnitudine ipsa αη magnitudo, minor existens minore exposita magnitudine γ: quod oportuit demonstrasse. Similiter quoque ostendetur si dimidia sublata fuerint.

ALITER *idem ostendere. Constent binæ magnitudines inæquales α, β, γ. Sit autē γ minor. Et quoniā minor est γ, igitur γ multiplicata, maior erit tandē quàm αβ, multiplicetur & esto ζμ ipsius γ multiplex. Diuidaturq; ζμ, in ipsi γ æqualia, hoc est μθ, θι, ιζ, & ab ipsa αβ auferatur maius quàm dimidium βε, & ex ipsa εα maius quàm dimidiū, hoc est εδ, & hoc fiat quoad quæ in ipsa ζμ diuisiones æquales fiant ipsis quæ sunt in αβ diuisionibus, fiant aūt sicut βε, εδ, & δα. Et ipsi δα unaquæq; ipsarū κλ, λν, & νξ esto æqualis, & hoc fiat quoad diuisiones quæ sunt in κξ fiāt æquales eis quæ sunt in μζ. Et quoniā βε, maior est quàm dimidiū ipsius αβ, ipsa βε maior est quàm εα, multo maior igitur est βε quàm δα. Sed ipsi δα æqualis est κλ: igitur βε maior est quàm νξ. Rursus quoniam δε maior est quàm dimidium ipsius εα, ipsa igitur δε maior est quàm δα, sed ipsa δα æqualis est ipsi λν, igitur, ipsa δε maior est quàm λν. Tota igitur δβ maior est quàm ξλ. Sed ipsa δα æqualis est ipsi νξ. Tota igitur αβ maior est quàm κξ. Sed ipsa μζ maior est quàm βα, multo maior igitur est μζ quàm κξ. Et quoniam ξν, νλ, & λκ sibi inuicem sunt æquales, & μθ, θι, & ιζ sibi inuicem sunt æquales, & νλ, & νζ sibi inuicem sunt æquales, & æqualis est multitudo ipsarū quæ in μζ, multitudini ipsarum quæ in κξ: est igitur sicut κλ ad ζι, sic λν ad ιθ, & νξ ad θμ: igitur (per 12 quinti) sicut κλ ad ζι, sic ξκ ad μ. Maior aūt est ζμ quàm κξ, maior, igitur est & ζι quā λκ. At ζι æqualis est ipsi κλ ipsi αδ. Igitur γ maior est quàm αδ: quod oportuit demonstrare.* Eucl. ex Camp. Prop. 2.

2 SI fuerint duæ quantitates inæquales, detrahaturq; à maiori æquale minori donec minus eo supersit, ac deinde à minori ipsius reliqui æquale dematur, donec minus eo relinquatur: denuo quoq; reliquo primo æquale reliqui secundi donec minus eo supersit, auferatur et in huiusmodi cōtinua detractione nullū reliquum quod antè relictum numeret, inueniatur: eas duas quantitates incommensurabiles esse, necesse est.

CAMPANVS. Simile huic proposuit prima septimi in numeris. Sint duæ quantitates inæquales a & b maior a, quibus (si fiat reciproca quoad potest detractio) nō occurrat: (etiam si infinities fiat) aliqua quantitas detractione impediens, siue ante relictum numerans, dico eas incommēsurabiles esse. Si autem sint commensurabiles, sit cōmunis earum mensura e. Detrahatur igitur b ex a quoties potest, sitq; residuū d, quod residuum detrahatur ex b quoties potest, & sit residuum e. Fiatq; toties ista detractio, quousq; ex alterutra duarū quātitatū a & b remaneat minus c, hoc enim necesse est esse possibile per præcedentē, sitq; hic e minus e. Cùm igitur c mensuret b detractā ab a, & etiam a mensurabit per conceptionem, d residuū: ideoq; cùm mensuret d detractum ab ipso b, & etiam ipsum b mensurabit e residuū, sed erat e minus c: maior ergo quantitas mensurat minorem, quod est impossibile.

3 Si duabus magnitudinibus inæqualibus expositis: sublata semper minore à maiore reliqua minimè metiatur præcedentē, incommensurabiles erunt ipsæ magnitudines.

THEON ex Zamb. *Duabus enim magnitudinibus inæqualibus existētibus αβ, γδ, & existente minore ipsa αβ, sublata semper minore ipsa αβ, à maiore γδ, reliqua nequaquā metiatur præcedentem. Dico quòd incōmensurabiles sunt ipsæ αβ, γδ, magnitudines. Si enim sunt cōmensurabiles metietur (per 1 diffinitionem decimi) eas aliqua magnitudo metiatur si poßibile est, & esto ε & κβ ipsam δζ metiens, relinquat seipsa minorem γζ. At γζ ipsam βκ metiens (per 1 decimi) relinquat seipsa minorem αη, & hoc semper fiat, quoad sumpta fuerit quædā magnitudo quæ sit minor quàm ε fiat, & (per præcedentē) sumatur αη minor quàm ε. Quoniā igitur ε ipsam αβ metitur, sed αβ ipsam δζ metitur. Igitur ε ipsam δζ metietur, metitur aūt & totā γδ, igitur & reliquā γζ metietur. Sed γζ ipsam βη metitur, et ε igitur ipsam βη metitur: metitur autē & totā αβ, & reliquū igitur αη metietur, maior minorem, quod est*

impoßibi-

impoßibile. Ipsas igitur αβ, γδ, nulla metietur magnitudo. Incõmensurabiles igitur sunt ipsæ αβ, γδ. Si binæ igitur magnitudines inæquales exponantur, auferaturq; semper à maiore minor, & reliqua tamen præcedentẽ non metiatur, ipsæ magnitudines erunt incõmensurabiles: quod oportuit demonstrare.

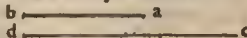
Euclid. ex Camp. *Propositio 3.*



Ropositis duabus quantitatibus inæqualibus communicantibus, maximã quãtitatẽ cõmuniter eas numerantẽ inuenire, 4

CORRELARIVM.

Ex hoc itaq; manifestũ est, quæ duas metitur quãtitates, maximã quoq; cõmuniter ãbas metientẽ metiri.



CAMPANVS. Huius demonstrationẽ, si 2 septimi, non ignoras, non potes ignorare. Si enim numeri nomen in quantitatis nomen conuertas, idem prorsus hic & illic efficies, processus enim utrobiq; idem erit. *Euclid. ex Zamb. Probl. 1. Prop. 3.*

Duabus magnitudinibus commensurabilibus datis, maximã earum communem inuenire mensuram. 5

THEON *ex Zamb. Sint datæ binæ magnitudines cõmensurabiles αβ, & γδ, quarũ minor sit αβ, oportet iam ipsarũ αβ, γδ, maximã cõmunẽ inuenire mensurã. Igitur αβ aut metitur ipsam γδ, aut non. Si enim metitur, metitur autẽ et seipsam, igitur αβ, ipsarũ αβ & γδ cõmunis est dimensio. Et manifestum est quòd & maxima, maior nanq; ipsa αβ magnitudine, ipsam αβ non metietur. Non metiatur autem αβ, ipsam γδ. Sublata igitur semper minore à maiori, id quod relinquitur metietur quandoq; præcedentem, eò quia ipsæ αβ, γδ sunt cõmensurabiles, & αβ ipsam εδ metiẽs relinquat se ipsa minorem εγ: at εγ ipsam ζβ metiens relinquat se ipsa minorem, hoc est ζα, at ζα ipsam γε metiatur. Quoniam igitur αζ ipsam γε metitur, sed γε ipsam ζβ metitur, & αζ igitur ipsam ζβ metietur. Metitur autem & seipsam, & totam igitur αβ metietur ipsa αζ. Sed αβ ipsam δε metitur, igitur αζ ipsam εδ metietur, metitur autem & γε, & totam igitur γδ metitur. Igitur αζ ipsas αβ & γδ metietur: igitur αζ ipsarũ αβ & γδ cõmunis est dimensio. Aio quoq; quòd & maxima: si enim non erit aliqua magnitudo maior ipsa αζ, quæ ipsas αβ, & γδ metietur, sitq; inquã η. Quoniã igitur η ipsam αβ metitur, sed αβ ipsam εδ metietur. Metitur aũt & totã γδ, & reliquam igitur γε metietur ipsa η. Sed γε ipsam ζβ metitur & η ipsum ζβ metietur, metitur aũt & totã αβ, & reliquã igitur αζ metietur, maior minorem, quod est impoßibile. Igitur maior aliqua magnitudo ipsa αζ, ipsas αβ & γδ magnitudines non metietur. Igitur αζ ipsarũ αβ & γδ maxima cõmunis dimensio est. Duabus igitur magnitudinibus cõmensurabilibus datis αβ & γδ, maxima cõmunis dimensio inuenta est αζ, quod fecisse oportuit.*

CORRELARIVM.

Ex hoc manifestũ est, quòd si magnitudo binas magnitudines mensa fuerit, & maximã earũ cõmunẽ dimensionem metietur. Euclid. ex Camp. *Propositio 4.*



Ropositis tribus quantitatibus cõmunicantibus, maximã eas communiter numerantem inuenire. 4

CAMPANVS. Hæc ex tertia septimi, sic patet, sicut præmissa ex secunda: similiq; correlariũ ex hac deducet, ut illic ex secunda deductum est.

Euclid. ex Zamb. Problema 2. Propositio 4.

Tribus magnitudinibus cõmensurabilibus datis, maximam earum communem mensuram inuenire. 4



THEON *ex Zamb. Sint datæ tres magnitudines cõmẽsurabiles α, β, γ, oportet iam ipsarũ α, β, γ, maximã cõmunem mensurã inuenire. Sumatur enim (per 3 decimi) ipsarũ duarum α, β, maxima cõmunis mensura, sitq; illa δ. Igitur δ ipsam γ aut metitur, aut non metitur, metiatur primum. Quoniã igitur δ ipsam γ metitur, metitur autẽ & ipsas α β, igitur δ ipsas α, β, γ, metitur. Igitur δ ipsarũ α, β, γ, cõmunis dimensio est. Est manifestũ quòd maxima, maior nanq; quã δ magnitudo, ipsas α, β, γ, nõ metietur. Si enim poßibile, metiatur ipsas α, β, γ, magnitudine δ maior ipsa ε. Et quoniã ε ipsas α, β, γ, metitur, metitur & ipsas α, β, & ipsarũ igitur α β maximã cõmunẽ mensurã metietur, hoc est ipsam δ, maior uidelicet minorem, quod est impoßibile. Non metiatur iam δ ipsam γ, dico quòd cõmensurabiles sunt ipsa* α β γ δ *γ δ, Quoniam enim commensurabiles sunt ipsæ α, β γ, metitetur eas aliqua magnitudo, quæ uidelicet et ipsas α, β, metietur, quare & ipsarum α, β, maximam communem mensuram δ, metietur (per correlariũ*

præce-

præcedentis) metitur autem & γ, quare dicta aliqua magnitudo metietur ipsas γ, δ. Commensurabiles igitur sunt ipsæ γ, δ. Sumatur (per 3 decimi) earum communis maxima dimensio, sitq́; ε. Quoniam igitur ε ipsam δ, metitur, sed δ ipsas α, β, metitur, & ε igitur α, β, metitur, metitur autem & γ. Igitur ε, ipsarum α, β, γ, communis est mensura. Dico quòd & maxima. Si enim poßibile, sit magnitudo ζ, minor quàm ε, metiaturq́; ζ ipsas α β γ. Et quoniam ζ ipsas α, β, γ, metitur, metitur & ipsas α, β: et ipsarũ igitur α β (per præcedens correlariũ) maximã cõmunẽ mensurã metietur. At ipsarũ α, β, maxima cõmunis mensura est δ. Igitur ζ ipsum δ metitur, metitur aũt & γ, igitur ζ ipsas γ δ metitur, & ipsarũ ergo γ, δ, maximam communem mensuram (per præcedens correlarium) metietur ζ, maxima uerò communis mensura ipsarum γ δ, est ε, igitur ζ ipsam ε metitur maior minorem, quod est impoßibile. Ipsa igitur magnitudine ε maior aliqua magnitudo, ipsas α, β, γ, nõ metitur. Igitur ε, ipsarũ α, β, γ, maxima cõmunis est dimẽsio, si nõ metiatur δ ipsam γ. Si aũt metiatur ipsa est δ. Trib. igitur magnitudinib. cõmensurabilib. datis, maxima cõmunis earũ dimẽsio inuẽta est, quod facere oportebat. α β γ δ ε ζ

CORRELARIVM. *Ex hoc proinde manifestũ est, quòd si magnitudo tres magnitudines mẽsa fuerit, & maximam quoq; earũ cõmunem dimensionem metietur. Similiterq́; & in pluribus & communis maxima mẽsura, & subinde correlariũ, inuenietur.* Eucl. ex Camp. *Propositio 5.*



5 Mnium duarum quãtitatum communicantium est proportio, tanquam numeri ad numerum.

CAMPANVS. Sint duæ quantitates a & b, communicantes. Dico quòd earum proportio est sicut alicuius numeri ad alium numerum. Sit enim c maxima quantitas communiter mensurans a & b reperta, ut docet secunda huius, quæ mensuret a secundum numerum d, & b secundum numerum c, eritq́; a ad c ut d ad unitatem, eo quòd sicut a est multiplex c, ita d est multiplex unitatis ac c ad b, ut unitas ad e: quoniam sicut c est submultiplex b, ita unitas est submultiplex e, igitur per æquã proportionalitatẽ a ad b, ut d ad e, quod est propositũ.

Euclid. ex Zamb. *Theorema 3.* *Propositio 5.*

5 Commensurabiles magnitudines, adinuicẽ rationem habent quam nũmerus ad numerum.

THEON ex Zamb. *Sint commensurabilẽs magnitudines α β. Dico quòd α ad β rationem habet, quã numerus ad numerũ. Quoniã enim commensurabiles sunt α β, metietur eas aliqua magnitudo, metiatur, & esto γ. Et quoties γ ipsam α, metitur, tot sint unitates in δ, quoties aũt γ ipsum β metitur, tot unitates sint in ε. Quoniam igitur γ ipsum α metitur per eas quæ in δ sunt unitates, et unitas metitur ipsum δ per eas quæ in ipso sunt unitates, æquè igitur unitas ipsum δ metitur numerum, & γ magnitudo ipsum α, est igitur sicut γ ad α, sic est unitas ad δ, contra igitur (per correlarium 4 quinti) sic ut α ad γ, sic δ ad unitatem. Rursus quoniam γ ipsum β metitur per eas quæ in ε sunt unitates, metitur autem & unitas ipsum ε per eas quæ in eo sunt unitates, æquè igitur unitas ipsum ε metitur, & γ ipsum β. Est igitur (per idem) sicut γ ad β, sic est unitas ad ε. Patuit autem quòd & sicut α ad γ, sic δ ad unitatem, ex æquali igitur (per 22 quinti) est: sicut α ad β, sic est δ numerus ad ε numerum. Commensurabiles igitur magnitudines α β, ad inuicem rationem habent, quam numerus δ ad numerum ε: quod oportebat demonstrare.* α β γ δ ε ζ

Euclid. ex Camp. *Propositio 6.*



6 I fuerint duę quãtitates quarũ sit ꝓportio unius ad alterũ tãq̃ numeri ad numerum, eas duas cõmunicãtes esse necesse est.

CAMPANVS. Hęc est cõuersa prioris, ut sit a ad b sicut numerus ad numerũ d, erũt duę quãtitates a et b communicãtes. Sit enim e toties mensurãs b, quoties est unitas in d, & toties mensurans f, quoties unitas in c. Cũ sit igitur f ad e ut c ad unitatẽ, ac e ad b ut unitas ad d, erit per æquam proportionalitatem f ad b ut c ad d, quare etiam ut a ad b. Igitur per primam partem 9 quinti, f est æqualis a. Cùm itaq; e mensuret f, per conceptionẽ mensurabit a: igitur a & b cõmunicantes, mẽsurabit enim & b: quod est propositum.

Euclid. ex Zamb. *Theorema 4.* *Propositio 6.*

6 Si binæ magnitudines adinuicem rationẽ habuerint quam nume-

rus ad numerum, commenſurabiles erunt ipſæ magnitudines.

THEON ex Zamb. *Binæ enim magnitudines α, β, adinuicē rationem habeant, quam numerus δ ad numerū ε. Dico quòd cōmenſurabiles ſunt ipſæ α, β, magnitudines. Quot enim ſunt in ipſo δ unitates, in tot æquales diuidatur (per 9 ſexti) ipſa α & uni earum æqualis eſto γ. Quot autē unitates ſunt in ε, ex totidem magnitudinibus ipſi γ æqualibus cōponatur ζ. Quoniā igitur quot ſunt unitates in ipſa δ, tot magnitudines ſunt & in ipſa α æquales ipſi γ: qualis igitur pars eſt η, unitas ipſius δ, talis pars eſt & γ ipſius α: eſt igitur ſicut γ ad α, ſic η unitas ad ipſum δ. Metitur autē η unitas ipſum δ numerum, metitur igitur & γ ipſum α. Et quoniā eſt ſicut γ ad α, ſic eſt η unitas ad numerum δ: & contra (per correlariū 4 quinti) ſicut eſt α ad γ, ſic eſt δ numerus ad η unitatem. Rurſus quoniā quot unitates ſunt in ε, tot ſunt & in ipſa ζ æquales magnitudines ipſi γ: eſt igitur ſicut γ ad ζ, ſic η unitas ad ε numerum. Patuit autē & ſicut α ad γ, ſic eſt δ ad unitatē η. Ex æquali igitur (per 22 quinti) eſt ſicut α ad ζ, ſic eſt δ ad ε. Sed ſicut δ ad ε, ſic eſt α ad β. Igitur (per 11 quinti) & ſicut α ad ζ ſic eſt & α ad β. Igitur α ad utranq; ipſarū β, ζ, eandē habet rationē, æqualis (per 9 quinti) igitur eſt ipſi ζ, metitur autē γ ipſam ζ, metitur igitur & β ſed & ipſam α. Igitur γ ipſas α, β, metitur. Cōmenſurabilis igitur eſt α ipſi β. Si binæ igitur magnitudines adinuicem rationem habuerint, quam numerus ad numerum, commenſurabiles ſunt ipſæ magnitudines: quod erat oſtendendum.*

α β γ ζ δ ε η

CORRELARIVM. *Ex hoc proinde manifeſtū eſt, ſi fuerint bini numeri δ, ε, & recta linea ſicut α, quod datur et factu eſt poſſibile ſicut numerus ad numerū ſic recta linea ad rectā lineā. Si autē ut ipſarū α, ζ, media proportionalis ſumpta fuerit, ſicut β, erit ſicut α ad ζ, ſic quod ex ipſa α ad id quod ex ipſa β, hoc eſt ſicut prima α ad tertiā ζ, ſic quòd α primæ ad id quod ex ſecunda ſimile ſimiliterq; deſcriptam (per correlariū 19 ſexti) Sed ſicut α ad ζ, ſic eſt δ numerus ad ε numerum: fit igitur ſicut δ numerus ad ε numerum, ſic quòd ex α recta linea ad id quod ex β recta linea.*

ALITER *idem oſtendere. Binæ enim magnitudines α, β, adinuicē rationem habeant, quam numerus γ ad numerum δ: dico quòd ipſæ magnitudines ſunt cōmenſurabiles. Quot enim ſunt in ipſo γ unitates, in tot æqualia diuidatur α, & uni earū æqualis eſto ε. Eſt igitur ſicut unitas ad γ numerum, ſic eſt ε ad α: eſt aūt & ſicut γ ad δ, ſic α ad β: ex æquali igitur (per 22 quinti) eſt ſicut unitas ad ipſum δ numerum, ſic eſt ε ad β, metitur autē unitas ipſum δ: metitur igitur ε ipſum β, metitur aūt & α, quoniā unitas ipſum γ. Igitur ε utranq; ipſarū α, β, metitur. Ipſæ igitur α, β, cōmenſurabiles ſunt, & ε ipſarū cōmunis eſt dimenſio.*

α β γ δ ε

α β ε γ δ

Euclid. ex Camp. Propoſit. 6.



Mniū duarū ſuperficierū quadratarū quarū latera in longitudine cōmunicāt, eſt proportio unius ad alterā, tanquā numeri quadrati ad numerum quadratū. Si uerò fuerit proportio ſuperficiei quadratæ ad ſuperficiē quadratā, tāquā proportio numeri quadrati ad numerū quadratum, erūt latera earū in lōgitudine cōmunicātia. Quod ſi fuerit proportio ſuperficiei quadratæ ad ſuperficiē quadratā, non uelut numeri quadrati ad numerū quadratum, latera earum erūt in longitudine incommenſurabilia.





CAMPANVS. Sint a & b duæ lineæ quadratæ, quarū quadrata ſint c & d. Dico quòd ſi a & b cōmunicant in lōgitudine, erit proportio c ad d ſicut numeri quadrati ad numerū quadratū, & econuerſo. Si aūt proportio c ad non ſit ſicut numeri quadrati ad numerū quadratū, a & b erūt incōmēſurabiles in lōgitudine, & econuerſo. Veruntamē iſtud argumentū quartum non proponit. Primum patet ſic. Si a & b cōmunicant in longitudine, ipſæ per 5 erūt in propoſitione duorū numerorū qui ſint e & f, quorū quadrata ſint g & h. Quia ergo eſt c ad d ſicut a ad b proportio duplicata per 19 ſexti, ſequitur ut ſit etiam c ad d, ſicut d etiā ad f duplicata, ſed etiam, per 11 octaui, g ad h, ut e ad f duplicata: ergo c ad d,

g.................. h....
e.... f..

ſicut

ſicut g ad h, quod eſt primum. Secundum ſic. Sit c ad d ſicut g numerus quadratus ad h numerũ quadratum, dico quòd a & b erunt in longitudine communicantes. Cùm enim ſit c ad d ut a ad b, duplicata per 18 ſexti, & g ad h per 11 octaui ut e ad f ad g duplicata, quare & ſimpla a ad b ſicut ſimpla e ad f, per 6 igitur ſunt a & b communicantes, quod eſt ſecundum. Tertium uerò patet ex primo à deſtructione conſequẽtis. Similiter quartũ patet ex ſecundo, à deſtructione conſequẽtis.

CAMPANI *additio.* Ex tertia parte huius, nota diametrum eſſe incommenſurabilem coſtæ. Cùm enim ſit quadratum diametri duplum quadrato coſtæ, dupla uerò proportio non ſit ſicut numerorum quadratorum, ſequitur diametrum eſſe incommenſurabilem coſtæ in longitudine. Alioqui cùm quaternarius ſit numerus quadratus, eſſent omnes pariter pares, quadrati, etiam alij infiniti qui non ſunt quadrati. Ducit autem Ariſtoteles ad iſtud inconueniens, ſi diameter ponatur commenſurabilis coſtæ, quòd impar numerus erit æqualis pari, quod ſic patet. Sit enim diameter a b cõmenſurabilis lateri a c, eritq́ per 5 a b ad a c, ſicut aliquis numerus ad alium. Sint ergo hi numeri e & f, qui ſint minimi in ſua proportione, eritq́ ob hoc alter eorum impar.



Si enim uterque par, non erunt minimi, quadrati quoque eorum ſint g & h, ſi ergo e eſt impar, erit quoque ex 30 noni g impar, ſit itaque k duplus ad h. eritq́ k ex diffinitione par. Quia igitur a b ad a c ut e ad f, erit per 8 ſexti, & 11 octaui quadratum a b ad quadratũ a c ut g ad h: eſt itaque g duplus ad h: ſic enim eſt quadratũ a b ad quadratum a c, per penultimam primi. Et quia etiam k eſt duplus ad h, ſequitur per nonã quinti, utputa g numerus impar ſit æqualis k, numero pari. Quod ſi e æqualis, & f impar erit proportio f ad dimidium e quod ſit l, ſicut a c ad dimidiũ a b, quod ſit a d: & ideo erit proportio quadrati a c ad quadratum a d, ſicut proportio numeri h qui eſt impar, per 30 noni, ad quadratum numeri l, qui ſit m, cui K ponatur eſſe duplus, eritq́ k per diffinitionem par. At quia quadratum a c eſt duplum ad quadratum a d per penultimam primi, erit h duplus ad m, cumq́ k ſit etiã duplus ad m, erit per 9 quinti numerus impar h æqualis k numero pari: quod eſt propoſitum.

e. . .   f. . . .
g. . . . .   h. . . . .
k. . . . .
e. .   l. .   f. . . . .
m. . . .   K. . . . . . .   h. . . . .

Sequentia duo ex Zamberto Theoremata, in Campano nihil reſpondens habent.

Euclid. ex Zamb. *Theorema 5.* *Propoſitio 7.* *Conuerſa quintæ.*

7 Incommenſurabiles magnitudines adinuicem rationẽ non habent, quam numerus ad numerum.

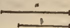
THEON *ex Zamb.* *Sint incommenſurabiles magnitudines α, β. Dico quòd α ad β rationẽ non habet quam numerus ad numerum. Si enim habet α ad β eã rationem quam numerus ad numerũ, cõmenſurabilis erit α ipſi β (per ſextam decimi) Non eſt autem: igitur α ad β rationẽ non habet, quam numerus ad numerum. Incommenſurabiles igitur magnitudines rationem non habent adinuicem, quam numerus ad numerum: quod oportuit demonſtraſſe.*

Re 16 α
Re. 32 β

Euclid. ex Zamb. *Theorema 6.* *Propoſitio 8.* *Conuerſa ſextæ.*

8 Si binæ magnitudines adinuicem, rationem non habuerint, quam numerus ad numerũ, incommenſurabiles erunt ipſæ magnitudines.

THEON *ex Zamb.* *Binæ enim magnitudines α, β adinuicẽ non eã habeant rationẽ, quam numerus ad numerum. Dico quòd ipſæ α, β, magnitudines ſunt incommenſurabiles. Si enim commenſurabilis eſt α ipſi β, rationem habebit quã numerus ad numerum (per decimam quinti) non habet autem. Incommenſurabiles igitur ſunt ipſæ α, β magnitudines. Si binæ igitur magnitudines, & quæ ſequuntur reliqua: quod erat oſtendendum.*

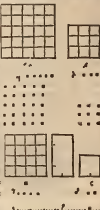


Euclid. ex Zamb. *Theorema 7.* *Propoſitio 9.*

9 A longitudine cõmenſurabilibus rectis lineis quadrata, adinuicẽ rationem habent quã quadratus numerus ad quadratũ numerũ. Et quadrata adinuicẽ rationẽ habẽtia quã quadratus numerus ad quadratum numerũ, latera quoq; habebunt lõgitudine cõmenſurabilia. A longitudine uerò incõmẽſurabilibus rectis lineis quadrata adinuicẽ rationem non

non habent quam quadratus numerus ad quadratũ numerum. Et quadrata adinuicẽ rationem non habentia quã quadratus numerus ad quadratum numerũ, neq; latera habebunt longitudine commensurabilia.

THEON ex Zamb. *Sint enim α, β, longitudine cõmensurabiles. Dico quòd quadratum quod ex α ad id quod ex β quadratum ratione habet, quã quadratus numerus ad quadratũ numerum. Quoniã enim cõmensurabilis est α ipsi β lõgitudine: igitur α ad β, rationẽ habet quã numerus ad numerũ (per 5 decimi) habeat, inquã, quam γ ad δ. Quoniã igitur est sicut α ad β, sic est γ numerus ad δ numerum, sed ipsius quidem α ad β, rationis dupla est ipsius α quadrati ad ipsius β, quadratũ ratio: similes nanq; figuræ (per 19 sexti & per correlariũ primum 20 sexti) in dupla sunt ratione similis rationis laterũ) ipsius autem γ numeri ad δ numerum rationis, dupla est ratio ipsius γ quadrati ad ipsius δ quadratũ (binorũ etenim quadratorum numerorũ (per 11 octaui) unus medius proportionalis est numerus, & quadratus ad quadratũ duplam rationem habet quam latus ad latus: est igitur sicut quadratũ quod ex α ad quadratum quod ex β, sic & ex γ numero, quadratus numerus ad eũ qui ex δ numero quadratũ numerum.*



ALITER *idem demonstrare. Quoniam enim commensurabilis est α ipsi β, rationem habet (per 5 decimi) quam numerus ad numerũ, habeat autem quam γ ad δ, & γ seipsum multiplicans, efficiat ε ipsum autẽ δ multiplicans, efficiat ipsum ζ ad δ, seipsum multiplicãs, efficiat ipsum η. Quoniã igitur γ seipsum multiplicãs ipsum efficit ε, at multiplicãs ipsum δ fecit ipsum ζ: est igitur (per 17 septimi) sicut γ ad δ, hoc est sicut α ad β, sic est ε ad ζ. Sed sicut α ad β, sic id quod ex α ad id quod sub α β (per 1 sexti) Est igitur sicut quod ex α ad id quod fit sub α, β, sic ε ad ζ. Rursus quoniã γ ipsum δ multiplicans ipsum efficit ζ, δ aũt multiplicans ipsum efficit η: igitur (per 17 septimi) sicut γ ad δ, hoc est α ad β, sic est ζ ad η. Sed sicut α ad β, sic est quod sub α, β, ad id quod ex β, est igitur sicut id quod sub α, β, ad id quod ex β, sic est ζ ad η. Sed sicut quod ex α ad id quod sub α β, sic ε ad ζ: ex æquali igitur (per 22 quinti) sicut quod ex α ad id quod ex β, sic est ε ad η: est autem uterque ipsorum ε, η, quadratus, ε quidem ab ipso γ, at η est ab ipso δ. Quod igitur ex α ad id quod ex β, eam habet rationẽ quam quadratus numerus ad quadratũ numerũ: quod oportebat demonstrare.*

Sed iam esto sicut quadratũ quod ex α ad id quod ex β, sic qui ex γ quadratus ad eum qui ex δ quadratum. Dico quòd α ipsi β commensurabilis est longitudine. Quoniam enim est sicut quadratum quod ex α ad id quadratum quod ex β, sic qui ex γ quadratus ad eum qui ex δ quadratum, sed ipsius quidem quadrati quod ex α ad id quod ex β ratio, est dupla eius quæ est ipsius α ad β, quadrati autẽ qui ex γ numero, ad eum qui ex δ numero quadratum (per 11 octaui) ratio dupla est eius rationis quæ est ipsius γ numeri ad ipsum δ numerum: est igitur sicut α ad β, sic est γ numerus ad δ numerũ. Igitur α ad β eam habet rationẽ quam γ numerus ad δ numerum. Commensurabilis est igitur (per 6 decimi) α ipsi β longitudine.

ALITER *idem demonstrare. Sed habeat iam quod ex α ad id quod ex β, eam rationem quã quadratus numerus ε ad quadratum numerum η. Dico quòd commensurabilis est α ipsi β. Sit enim ipsius ε latus γ, ipsius autem η sit δ & γ ipsum δ multiplicans ipsum efficiat ζ. Ipsi igitur ε, ζ, η, continuè sunt proportionales, in ea quæ est ipsius γ ad δ ratione (per 17 & 18 septimi) Et quoniã eorũ quæ ex α & β, medium proportionale est est id quod sub α β (per a 7 sexti) & ipsorum ε η ipse ζ: est igitur sicut quod ex α ad id quod sub α, β, sic ε ad ζ: sicut autem quod sub α, β, ad id quod ex β, sic ζ ad η. Sed sicut quod ex β ad id quod sub α, β, sic est α ad β. Igitur α & β commensurabilia sunt, rationem etenim habent, quam numerus ε ad numerum ζ, hoc est γ ad δ, quod oportebat demonstrare.*

α Re. 18. β Re. 9.

Sed iam incõmensurabilis esto α ipsi β longitudine: dico quòd quadratum quod ex α ad quadratum quod est β eam non habet rationẽ quam quadratus numerus ad quadratum numerum. Sit enim quadratum quod ex α ad quadratum quod ex β eam habet rationem quam numerus quadratus ad numerum quadratum, commensurabilis erit α ipsi β, non est autem. Igitur quadratum quod ex α, ad id quadratum quod ex β (per præcedentem) eam non habet rationem quam quadratus numerus ad quadratum numerum.

Rursus quadratum quod ex α ad id quadratũ quod ex β rationem non habeat, quam numerus quadratum ad

tus ad numerum quadratum. Dico quòd incōmensurabilis est a ipsi b longitudine. Si enim fuerit commensurabilis a ipsi b, quadratum quod ex a ad quadratum quod ex b, eam habebit rationem quā numerus quadratus ad numerum quadratum, non habet autem. Igitur commensurabilis non est a ipsi b longitudine. Incommensurabilis igitur est a ipsi b longitudine. A longitudine cōmensurabilibus igitur quadrata, & quæ sequuntur reliqua: quod demonstrasse oportuit.

CORRELARIVM.

Et manifestum est ex his, quòd longitudine commensurabiles rectæ lineæ, omnino sunt potentia, quæ autem potentia, non omnino longitudine, longitudine uerò incommensurabiles, non omnino potentia, quæ autem potentia, omnino & longitudine.

Quoniam enim ex longitudine commensurabilibus rectis lineis quadrata rationem habent quam quadratus numerus ad quadratum numerum, at quæ rationem habent quam numerus ad numerum, commensurabilia sun. (per 6 decimi) longitudine igitur commensurabiles rectæ lineæ, non solùm longitudine sunt commensurabiles, sed & potentia. Rursus quoniam quæcunq; quadrata rationem habent quam numerus ad numerum commensurabilia sunt (per 6 decimi) at quatenus rationem habent quam quadratus numerus ad numerum quadratum eorum latera longitudine commensurabilia sunt, quæcunq; igitur quadrata rationem non habent quam quadratus numerus ad quadratum numerum, sed simpliciter quam aliquis numerus ad numerū, cōmensurabilia potentia quidē habent latera, non aūt & longitudine. Quare longitudine quidem cōmensurabiles rectæ lineæ, omnino et potētia, quæ aūt potētia, non omnino lōgitudine, nisi rationē habuerint eorum quadrata quàm quadratus numerus ad quadratū numerum. Dico iam quòd & quæ longitudine incommensurabiles, non omnino & potentia. Quandoquidē quadrata cōmensurabilia, possunt rationē habere non quidē quam quadratus ad quadratū, sed simpliciter quā aliquis numerus ad numerū, & ob id potentia commensurabilia later. habebunt, & longitudine incommensurabilia. Quare quæ longitudine incommensurabiles rectæ lineæ, non omnino & potentia. Sed longitudine existentes incommensurabiles possunt & potentia esse incommensurabiles, si eorum quadrata sunt incommensurabilia. Quæ autem potētia incommensurabiles, omnino & longitudine incommensurabiles. Si enim longitudine commensurabiles fuerint, erunt quoque & potentia commensurabiles. Supponuntur autem & incommensurabiles, quod est absurdum. Quæ igitur potentia incommensurabiles, omnino & longitudine.

Euclid. ex Camp. *Propositio 8.*



I fuerint duæ quātitates uni quantitati cōmunicantes, ipsas quoq; inuicem commensurabiles esse necesse est.

CAMPANVS. Sit utraque duarum quantitatum a & b, cōmunicans quantitati c, dico a & b esse commensurabiles. Est enim per 5, a ad c sicut numerus ad numerum, similiter quoque per eandem, c ad b, sicut numerus ad numerum. Sit itaque numerus d ad numerū e sicut a ad c, numerusq; f ad numerum g, sicut c ad b. At proportiones quæ sunt d ad e & f ad g connnetur in tribus terminis qui sunt h, K, l, ut docet 4 octaui, eritq; per æquam proportionalitatem, a ad b, sicut h numerus ad l numerum, per 6 igitur sunt a & b communicantes, quod est propositum.

CAMPANI *additio.* Ex hac quoq; sequitur, quòd si fuerint duæ quātitates sibi inuicem communicantes, cuicunq; una earū cōmunicat, & reliqua cuicunq; una non communicat, nec reliqua. Sint enim duæ quantitates a & b communicantes: ponaturq; quælibet quantitas quæ sit c, cum qua communicet a, dico quòd b cōmunicabit cū eadē, quod ex hac octaua patet cū utrūque earum communicet cum a ex hypothesi. Quòd si iterum a & b sint communicantes ut prius, ponatur c quælibet quātitate cum qua non communicet a, dico quòd b non communicabit cum eadē. Si enim c cōmunicaret cū b cū a quoq; per hypothesin cōmunicet cū eodē b, essent per hanc octauam a & c cōmunicantes, sed positum erat, quòd nō essent: quare cōstat quod diximus.

Re. 18

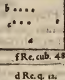
Euclid. ex Campano. *Propositio 9.*



I fuerint duæ quantitates cōmunicantes, totum quoq; ex eis confectū utriq; earum erit cōmunicans. Si uerò fuerit totum utriq; commensurabile, erunt ambæ commensurabiles.

CAMPA-

ne & in potentia. Sumo itaq; duos numeros nequaquam se habentes in proportione aliquorum numerorum quadratorũ, sintq; hi b & c, quos facile est sumere, cùm quilibet quadratus numerus ad quemlibet non quadratum eam habeat proportionem, quam nequaquam habent aliqui numeri quadrati, confirmante hæc 22 octaui. Duobus talibus numeris sumptis inuenio lineam d, ad cuius quadratum se habeat quadratum lineę a, sicut numerus b ad numerum c. Hanc autem lineã ita reperio. Diuido lineam a in tot partes æquales, quot sunt unitates in numero b, quod facile facio adiuuante 11 uel 12 sexti, dehinc super extremitatem lineæ a, erigo lineam e perpendiculariter, in qua toties contineatur una ex partibus a, quoties unitas est in c. Quia igitur ex prima sexti proportio quadrati lineæ a ad superficiem quæ fit ex a in e est sicut a ad e, & ideo sicut numeri b ad numerum c: ponatur d medio loco proportionalis inter a & e sicut docet 9 sexti. Quia tunc per primam partem 6 eiusdem quadratum erit æquale superficiei productæ ex a in e, erit proportio quadrati lineæ a ad quadratum lineæ d, sicut numeri b ad numerum c quare a et d, sunt commensurabiles in potentia ex diffinitione, & per ultimam partem, ipsę sunt incommensurabiles in longitudine, reperta est itaq; d prima linea, quam propositum erat inquirere. Alteram sic reperio. Interpono ut docet 9 sexti, lineam f medio loco proportionalem inter a & d, eritq; per correlarium 17 sexti quadratum a ad quadratum f, sicut a ad d, itaq; per secundam partem 10, quadratum a est incommensurabile quadrato f, igitur linea f est incommensurabilis lineæ a in potentia, quare & in longitudine, est itaq; f secunda linea quam propositum erat reperire: & sic patet propositum.

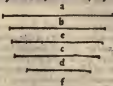


Euclid. ex Camp. *Propositio 12.*



12 OMnium quatuor linearum proportionalium si prima tanto amplius possit secunda quantum est quadratum alicuius lineæ communicãtis sibi in longitudine, necesse est tertiã quoque tanto amplius posse quarta, quantum est quadratũ alicuius lineę communicantis sibi in longitudine. Quod si fuerit prima potentior secunda quadrato alicuius lineæ incommensurabilis sibi in longitudine, erit quoq; tertia potentior quarta quadrato alicuius lineæ sibi incommensurabilis in longitudine.

CAMPANVS. Sint quatuor lineæ proportionales a b c d, sitq; a maior b, & c maior d, sit quoque a potẽtior b, quadrato lineæ e: & c potentior d, quadrato lineæ f, dico quòd si a communicet e in lõgitudine, c quoq; communicabit f in longitudine: quòd si a non communicat e in lõgitudine, nec c cõmunicabit f in lõgitudine. Quòd & si a communicat e in potentia tantùm, c quoq; communicabit f in potentia tantum. Veruntamen istud ultimum non proponit autor, quia facile patet ex priorum demõstratione. Cùm sit enim proportio a ad b sicut c ad d, erit quadrati a ad quadratum b, sicut quadrati c ad quadratum d. Et quia quadratum a est æquale quadratis duarũ linearũ b & e, similiter quadratũ c quadratis duarum linearum d & f, erit proportio quadratorum duarum linearum b & e ad quadratum e, sicut quadratorum d & f ad quadratum f, ergo disiunctim erit quadratum b ad quadratum e, sicut quadratum d ad quadratum f, ergo b ad e sicut d ad f, item per ęquam proportionalitatem erit a ad e, sicut c ad f, ergo per primam partem decimæ constat prima pars huius, & per secundã secũda, & per tertiam ibi adiunctam, tertia hic adiuncta.



Quinq; præcedentes propositiones ex Campano cũ suis additionibus, sequentibus septem ex Zamberto cum sibi præmissis lemmatibus hoc ordine respondent. Octaua apud Campanum cum additione duodecimæ & decimætertiæ ex Zamberto propositionibus respondent. Nona apud Campanum cum additione decimæquintæ & decimęsextę ex Zamberto propositionibus. Decima autẽ et undecima apud Campanum decimæ, & undecimæ ex Zamberto propositionibus præpostero respõdent ordine. Duodecima uerò apud Campanum, decimæquartæ ex Zamberto propositioni respondet.

THEON. Lemma.

Quoniam autem ostensum est in arithmeticis (ex 26 octaui) quòd similes plani numeri adinuicem rationem habent quam quadratus numerus ad quadratum numerũ, & quòd si bini numeri adinuicem rationem habuerint quam quadratus numerus ad quadratũ numerũ similes sunt ipsi plani numeri (per 24 eiusdem) manifestum ex his quòd dissimiles plani numeri, hoc est latera proportionalia non habentes, adinuicem rationem non habent quàm quadratus numerus ad quadratum numerũ. Si enim habebunt, similes ipsi plani erunt, quòd quidem non supponitur. Dissimiles igitur plani numeri ad inuicem rationem non habent, quam quadratus numerus ad quadratum numerum.

Euclid. ex Zamb. Problema 3. Propositio 10.

Propositę rectæ lineę binas rectas incõmensurabiles inuenire lineas, alteram quidem longitudine tantum, alteram autem & potentia. 10

THEON ex Zamb. Sit proposita recta linea α, oportet iam ipsi α, binas rectas inuenire incõmensurabiles, alteram quidem longitudine tantum, alteram autẽ et potentia. Ponantur bini numeri β γ, adinuicẽ rationẽ nõ habentes quàm quadratus numerus ad quadratũ numerum hoc est nõ similes plani (similes nãq; plani, per 26 octaui, adinuicẽ rationẽ habẽt, quã quadratus numerus ad quadratũ numerũ) & fiat sicut β ad γ, sic quòd ex α quadratũ ad id quod ex δ quadratũ, cõmensurabile igitur est quod ex α, ei quod ex δ, cõmẽsurabilis igitur potẽtia est α ipsi δ, & quoniã β ad γ rationẽ nõ habet quã quadratus numerus ad quadratũ numerũ, neq; igitur quod ex α ad id quod ex δ rationem habet, quam quadratus numerus ad quadratũ numerũ, incommensurabilis igitur est (per 9 decimi) α ipsi δ, longitudine. Capiatur (per 13 sexti) ipsarum α δ, media proportionalis ε, est igitur sicut α ad δ, sic quòd ex α quadratum ad id quod ex ε. Incommensurabilis autem est α, ipsi δ longitudine, incommensurabile igitur est & id quod ex α quadratum, ei quod ex ε quadrato. Incommensurabilis igitur est α, ipsi ε, potentia. Propositæ igitur rectæ lineæ α, inuentæ sunt binæ rectæ lineæ incommensurabiles longitudine, inquam tantum ipsa δ, at ε potentia & longitudine. Propositæ igitur rectæ lineæ rationali, à qua diximus mensuras capi, uidelicet ipsi α, inuenta est tantum potentia commensurabilis δ, hoc est rationalis, potentia tantum commensurabilis, irrationalis autem ε, irrationales enim in uniuersum appellat, longitudine & potentia ipsi rationali incommensurabiles.

Re. 16 me. pro. Re. 18

α ε δ β γ

Euclid. ex Zamb. Theorema 8. Propositio 11. 11

Si quatuor magnitudines proportionales fuerint, prima autem secũdæ fuerit commensurabilis, & tertia quartæ commensurabilis erit, & si prima secundæ incommensurabilis fuerit, & tertia quartæ incommensurabilis erit.

THEON ex Zamb. Sint quatuor magnitudines proportionales α β γ δ, sicut α ad β, sic γ ad δ, sit autem α ipsi β commensurabilis. Dico quòd & γ ipsi δ, est cõmensurabilis. Quoniã enim cõmensurabilis est α ipsi β, rationẽ habet (per 5 decimi) quã numerus ad numerũ. Estq; sicut α ad β, sic γ ad δ. Igitur et γ ad δ eã habet rationẽ quã numerus ad numerum. Cõmensurabilis igitur est γ ipsi δ. Sed iam α ipsi β incommensurabilis esto. Dico quòd & γ ipsi δ est incommensurabilis. Quoniã enim incõmensurabilis est α ipsi β, igitur (per 7 quinti) α ad β, non habet rationem quam numerus ad numerum, & est sicut α ad β, sic γ ad δ. Igitur (per octauam decimi) γ ad δ, non habet rationem quam numerus ad numerum. Incommensurabilis est igitur γ ipsi δ. Si quatuor igitur magnitudines, et quæ sequuntur reliqua: quod oportuit demonstrasse.

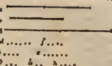
α β γ δ α β γ δ

Euclid. ex Zamb. Theorema 9. Propositio 12. 12

Quę eidẽ magnitudini cõmẽsurabiles, & adinuicẽ sunt cõmẽsurabiles.

THEON ex Zamb. Vtraq; enim ipsarum α β, ipsi γ sit commensurabilis. Dico quòd & α ipsi β est cõmẽsurabilis. Quoniã enim cõmẽsurabilis est α ipsi γ, igitur (per 5 decimi) α ad γ, eã habet rationẽ quã numerus ad numerũ, habeat quã δ ad ε. Rursus quoniã cõmensurabilis est γ ipsi β, igitur (per eandẽ) γ ad β habet rationẽ quã numerus ad numerũ, habeat autẽ quã ζ ad η. Et rationibus datis quibuscũq;, ea scilicet quã habet δ ad ε, & ζ ad η, capiãtur (p 4 octaui) numeri cõtinuè proportionales in datis rationibus, sintq; θ κ λ, sicut δ ad ε sic θ κ, sicutq; ζ ad η, sic κ λ. Quoniã igitur est sicut α ad γ sic δ ad ε, sed sicut δ ad ε sic θ ad κ, est igitur

(per 11 quinti) sicut α ad γ, sic est θ ad κ. Rursus quoniam est sicut γ ad β, sic ζ ad η, sed sicut ζ ad η sic κ ad λ, & sicut igitur γ ad β, sic κ ad λ, est autem & sicut α ad γ, sic est θ ad κ, ex æquali igitur (per 22 quinti) est sicut α ad β, sic est θ ad λ. Igitur α ad β rationem habet, quã numerus θ ad numerum λ. Commẽsurabilis est igitur (per 6 decimi) α ipsi β. Quæ idem igitur magnitudini commensurabiles, & adinuicem sunt commensurabiles: quod oportuit demonstrasse.



THEON. Lemma.

Si fuerint binæ magnitudines, & altera quidem commẽsurabilis fuerit eidem, altera uerò incommensurabilis, incommensurabiles erunt ipsę magnitudines.

Sint enim binæ magnitudines α β, & alia quædã γ, & α ipsi quidem ε esto cõmensurabilis: at β ipsi γ esto incommensurabilis. Dico quòd & α, ipsi β est incommensurabilis. Si enim commensurabilis est α ipsi β, est quoque & ε ipsi α, & γ igitur (per 12 decimi) ipsi β est commensurabilis: quod non supponitur.

Euclid. ex Zamb. Theorema 10. Propositio 13.

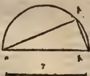
13 Si binæ magnitudines commensurabiles fuerint, alteraque earum magnitudini alicui incommensurabilis fuerit, & reliqua eidem incommensurabilis erit.

THEON ex Zamb. *Sint binæ magnitudines cõmẽsurabiles α β, earumque altera uidelicet α, alicui hoc est γ sit incõmẽsurabilis. Dico quòd et reliqua β, ipsi γ incommẽsurabilis est. Si enim commensurabilis est β ipsi γ, iam α ipsi β commensurabilis est, & α igitur (per 12 decimi) ipsi γ, cõmensurabilis est, sed & incommensurabilis, quod est impoßibile. Igitur β & γ sunt incommensurabiles. Si binæ igitur magnitudines commensurabiles fuerint, & quæ sequuntur reliqua: quod erat ostendendum.*

THEON. Lemma.

Duabus datis rectis lineis inæqualibus, inuenire quo maius potest maior minore.

THEON ex Zamb. *Sint binæ datæ inæquales rectæ lineæ α β γ, quarũ maior sit α β, oportet iam inuenire quo maius potest α β, quàm ipsa γ. Describatur super α β, semicirculus α δ β, & in ipsum (per 1 quarti) coaptetur ipsi γ æqualis α δ, connectaturque δ β, manifestum est iam quòd angulus α δ β rectus est, & quod α β, ipsa α δ, hoc est quàm ipsa γ maius potest ipsa δ β. Similiter autem & duabus datis rectis lineis, potens ipsas sic inuenietur. Sint datæ binæ rectæ lineæ α δ, δ β, oporteatque inuenire potentem ipsas. Ponantur enim ut α δ, δ β, comprehendant rectum angulum qui sub α δ β, connectaturque α β. Manifestum rursus est (per 47 primi) quod ipsas α δ, δ β, potens est ipsa α β.*



Euclid. ex Zamb. Theorema 11. Propositio 14.

14 Si quatuor rectæ lineæ proportionales fuerint, potueritque prima secũda maius eo quòd fit ab eadem longitudine commensurabili, & tertia quarta maius poterit eo quòd fit ab eidem longitudine commensurabili. Et si prima secunda maius potuerit eo quod fit ab incommensurabili eidem longitudine, & tertia quarta maius poterit eo quòd fit ab eidem longitudine incommensurabili.

THEON ex Zamberto. *Sint quatuor rectæ lineæ proportionales α β γ δ, sicut α ad β, sic γ ad δ, et α quidem, ipsa β, maius poßit, eo quod fit ex ε, γ uerò ipsa δ, eo quod fit ex ζ. Dico quòd si α ipsi ε est commensurabilis, commensurabilis est quoque γ ipsi ζ, sed si α ipsi ε, incommensurabilis est, incommẽsurabilis est quoque γ ipsi ζ. Quoniam enim est sicut α ad β, sic est γ ad δ, est igitur sicut id quod ex α, ad id quod ex β, sic*

est id quod ex γ, ad id quod ex δ. Sed ei quidem quod fit ex α æqua sunt ea quæ fiunt ex β ε, ei autem quod fit ex γ, æqua sunt ea quæ fiunt ex δ ζ. Igitur (per 9 quinti) sicut quæ ex β ε, ad id quod ex ε, sic quæ ex δ ζ, ad id quod ex δ, diuidendo igitur est (per 17 quinti) quòd sicut ex β ad id quod ex ε, sic est id quod ex ζ ad id quod ex δ. Est igitur & sicut β ad ε, sic est ζ ad δ. Conuersim igitur est (per 22 sexti, & correlarium 4 quinti) sicut β ad ε, sic est δ ad ζ, est autem & sicut α ad ε, sic est γ ad δ: ex æquali igitur (per 22 quinti) est sicut α ad β, sic est γ ad ζ. Si igitur commensurabilis est α ipsi β, cõmensurabilis est quoque (per 11 decimi) γ ipsi ζ, si uerò incommensurabilis est α ipsi β, incommensurabilis est γ ipsi ζ. Si quatuor igitur rectæ lineæ proportionales, & quæ sequuntur reliqua: quod erat demonstrandum.

Euclid. ex Zamb. *Theorema 12.* *Propositio 15.*

Si binæ magnitudines cõmensurabiles, cõpositæ fuerint, & tota utrique ipsarũ commensurabilis erit. Et si tota uni earum commensurabilis fuerit, & quæ in principio magnitudines commensurabiles erunt. 15

THEON *ex Zamb. Componantur binæ magnitudines commensurabiles α β, β γ. Dico quòd tota α γ, utriq; ipsarum α β, β γ, commensurabilis est. Quoniam enim cõmensurabiles sunt ipsæ α β, β γ, ipsas aliqua magnitudo metietur (per primã diffinitionẽ 10) metiatur, & sit δ. Quoniam igitur δ ipsas α β, β γ, metitur & totam α γ metietur, metitur autem & ipsas α β, β γ, igitur δ ipsas α β, β γ, & α γ, metietur. Commensurabilis igitur est (per 11 decimi) α γ, utriq; ipsarum α β, β γ. Sed iam α γ, uni ipsarum α β, β γ, sit commensurabilis, sitq; ipsi α β. Dico quòd α β, β γ, commensurabiles sunt. Quoniam enim commensurabiles sunt α β, & α γ, metietur eas (per primam diffinitionem decimi) aliqua magnitudo metiatur, & esto δ. Quoniam igitur δ ipsas α β, β γ metitur, & reliquam igitur metietur β γ, metitur autem & α β, igitur δ ipsas α β, β γ metietur. Commẽsurabiles igitur sunt, α β, & β γ. Si binæ igitur magnitudines, & reliqua quæ sequuntur: quod oportebat demonstrare.*

Euclid. ex Zamb. *Theorema 13.* *Propositio 16.* *Præcedentis conuersa.*

Si binæ magnitudines incõmensurabiles cõpositę fuerint, & tota utrique ipsarũ incõmẽsurabilis erit. Et si tota uni ipsarum incõmensurabilis fuerit, & quæ in principio magnitudines, incommensurabiles erunt.

THEON *ex Zamb. Componantur enim binæ magnitudines incommensurabiles α β, β γ. Dico quòd tota α γ, utriq; ipsarum α β, β γ, incommensurabilis est. Si enim γ α, & α β, incommensurabiles non sunt, ipsas aliqua metietur magnitudo (per 1 diffinitionem decimi) metiatur si est poßibile, sitq; δ. Quoniam igitur δ ipsas γ α, & α β, metitur & reliquam β γ metietur, metitur autẽ & α β, igitur δ, ipsas α β, & β γ, metietur. Commensurabiles igitur (per 1 diffinitionem decimi) sunt ipsæ α β, β γ. Supponuntur autem quòd et incommensurabiles, quod est impoßibile. Ipsas igitur α β, & α γ, aliqua magnitudo non metietur. Incommẽsurabiles igitur sunt ipsæ γ α, & α β. Similiter iam demonstrabimus, quòd & ipsæ α γ, & γ β, incommensurabiles sunt. Sed iam ipsa α γ, uni ipsarum α β, & β γ, incommensurabilis esto, et primum ipsi α β. Dico quòd & ipsæ α β, β γ, incõmensurabiles sunt. Si enim sunt commẽsurabiles, metietur eas aliqua magnitudo (per eãdem) metiatur, sitq; δ. Quoniam igitur δ ipsas α β, & β γ metitur, & totam igitur α γ metietur, metitur autem & α β. Igitur δ, ipsas γ α, & α β metitur. Commensurabiles igitur sunt ipsæ γ α & α β. Suppositæ uerò sunt quod & incommensurabiles, quod est impoßibile. Ipsas igitur α β, & β γ, aliqua magnitudo non metietur. Incommensurabiles igitur sunt ipsæ α β, β γ. Similiter iam demonstrabitur quòd ipsa α γ, reliquæ β γ, incommensurabilis est. Si binæ igitur magnitudines, & quæ sequuntur reliqua: quod erat ostendendum.*

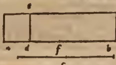
Euclid. ex Camp. *Propositio 13.*

SI fuerint duæ lineæ inæquales quarũ longiorẽ in duo communicantia diuidat superficies sibi adiuncta æqualis quartæ parti quadrati breuioris lineæ, cui adiũctæ superficiei desit ad cõplẽdã totã lineã superficies quadrata, necesse est ipsam lineã lõgiorẽ linea breuiori tãto amplius posse, quantũ est quadratũ alicuius lineę cõmunicantis eidẽ longiori in lõgitudine. Si uerò lõgior fuerit potẽtior breuiori, au 14

gmento

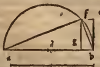
gmento quadrati lineæ communicantis sibi in longitudine, eiq; adiūga tur superficies ęqualis quartę parti quadrati breuioris lineę, cui desit qua drata superficies, superficiem sibi adiunctam, eandem lineam lōgiorem in duas portiones commensurabiles diuidere necesse est.

CAMPANVS. Sint duæ lineæ inæquales a b & c, maior a b, & adiungatur ad lineam a b, quarta pars quadrati lineę c, ita quód desit ad complendam lineā a b, superficies quadrata: hoc enim est possibile per 27 sexti. Quod facile fiet hoc modo. Diuidatur a b in duas lineas a d & d b, ita quód inter eas cadat medietas lineæ c, continuè proportionalis. Hoc autem qualiter fiat, in fine demonstrationis huius docebitur. Eritq; ex 16 sexti, superficies b d in d a, quæ sit b e, æqualis quadrato medietatis lineæ c, quare ex 4 secundi erit eadem subquadrupla quadrati lineæ c, d: est quoq; ad complendam lineam a b, superficies quadrata, cùm & a d sit æqualis d e. Dico itaq; quód si superficies b e diuidat lineam a b in duo communicantia, erit linea a b potentior linea c in quadrato alicuius lineę secum cōmunicantis in longitudine, & econuerso. Cùm enim sit linea a b maior linea c, non erit a d æqualis d b, sic enim esset superficies d e, quadrata & quia ipsa est ęqualis quadrato medietatis lineæ c, esset a d æqualis medietati c, & tota a b toti c, quod est contra hypothesin. Non est igitur a d æqualis d b. Itaq; de maiori earum quæ sit d b, abscindatur d f, æqualis a d: eritq; per 8 secundi quadratum totius a b, æquale ijs quæ sunt ex d b in d a quater & quadrato f b, quare linea a b, erit potentior linea c in quadrato lineæ f b, quam necesse est cōmunicari toti a b, si linea a d est communicans lineæ d b: si enim hoc fuerit, erit d b cōmunicans d f, eius ęquali, quare per 9, b f communicat cum f d, & ideo toti a d & propter hoc cum tota a f, igitur & cū tota a b. Sicq; patet primum. Conuersum huius sic patet. Sit a b potentior c in linea f b quæ communicet cum eo in longitudine. Dico tunc quód quarta pars quadrati lineæ c, addita ad lineam a b, ita quód desit superficies quadrata, diuide. lineam a b, in duo communicantia. Diuidatur enim f a per æqualia in d, & fiat superficies b e ex d b in d a & deerit ad complendam lineam a b, superficies quadrata, eritq; per 8 secundi,



quadratum a b æquale quadruplo superficiei b e cum quadrato f b: igitur quadruplum superficiei b e est æquale quadrato c, cùm superficies d e sit æqualis quartæ parti quadrati c. Dico igitur quód d b est communicans cum a d, cùm sit f b communicans cum a b. Si enim hoc fuerit ut quod a d sit communicans cum a b, ērit etiam communicans cum a f, per nonam, quare & cum a d, sed & cum d f, itaq; & d b est communicans cum a d, quod est secundum.

NVNC autem monstrandum est qualiter linea a b (cum ipsa posita fuerit maior linea a c) possit sic diuidi, ut inter partes eius cadat medietas lineæ c, continuè proportionalis. Cùm enim sic fuerit diuisa, superficies quæ fiet ex una in alteram, erit superficies æqualis quadrato medietatis lineæ c, & ipsa erit superficies æqualis quartæ parti quadrati lineæ c, adiuncta ad lineam a b, ita quód desit superficies quadrata: hoc enim sic fiet. Diuisa a b per ęqualia in d, lineetur super eam semicirculus a f b, & sumatur b e perpēdicularis ad a b, quæ ponatur æqualis medietati lineæ c, & ducatur e f æquidistans ad a b, usq; quo secet circunferentiam semicirculi in puncto f (necesse est enim ut secet eam, cum linea a b sit maior linea c) & ducatur f g, perpēdicularis ad a b, quæ cùm per 34 primi sit æqualis lineæ e b, erit quoq; æqualis medietati lineæ c. Ducantur itaq; lineæ f a, f b, eritq; per primam partem 30 tertij, angulus a f b, rectus: & ideo per primam partem correlarij 8 sexti, erit linea f g medio loco proportionalis inter a g & g b, quare medietas lineæ c quæ est sibi ęqualis, erit etiam proportionalis inter easdem: quod est nostrum propositum.



THEON. *Lemma.*

Si ad aliquā rectā lineam * cōparetur parallelogrāmū, deficiens forma quadrata, ipsum cōparatū æquū est ei quod (continetur) sub segmentis rectæ lineæ, quę ex ipsa cōparatione sunt facta. *παραβληθῇ apponatur applicetur*



THEON *ex Zamb. Ad aliquam rectam lineam* α β, *comparetur parallelogrammum* α δ, *deficiens forma quadrata* δ β. *Dico quód* α δ *æquum est ei quod sub* α γ, γ β, *& ex seipso manifestum est. Quoniam enim quadratū est* δ β, *æqualis est* δ γ, *ipsi* γ β, *&* α δ, *est quod sit sub*

γ β

α γ, γ δ, hoc est quod sub α γ, & γ β. Si ad aliquam igitur rectam lineam, & quæ sequuntur reliqua: quod fuerat demonstrandum.

Euclid. ex Zamb. Theorema 14. Propositio 17.

Si fuerint binæ rectæ lineæ inæquales, quartæ autem parti eius quod ex minore æquum ad maiorem cōparatā fuerit deficiens forma quadrata, & in cōmensurabilia ipsam diuiserit lōgitudine, maior minore maius poterit eo quod ex sibi longitudine commensurabili. Et si maior minore maius poterit eo quod fit à sibi cōmensurabili longitudine, quartæ uerò parti eius quod à minore æquale ad maiorem comparatū deficiens forma quadrata, in commensurabilia longitudine ipsam distribuet. 17

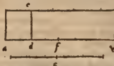
THEON ex Zamb. *Sint binæ rectæ lineæ inæquales α, et βγ, quarum maior sit βγ, quartæ uerò parti eius quod fit ex minore ipsa α, hoc est ei quod ex dimidio ipsius α, æquum ad ipsam βγ, comparetur (per 28 sexti) parallelogrammum deficiens forma quadrata, sitque quod sub βδ, & δγ, commensurabilis autem sit (per hypothesin) βδ ipsi δγ longitudine. Dico quòd βγ, ipsa α maius potest, eo quòd fit α sibi longitudine commensurabili. Secetur enim (per 10 primi) βγ, bifariam in signo ε, ponaturque (per 3 primi) ipsi δε, æqualis εζ: reliqua igitur δγ, æqualis est ipsi βζ. Et quoniam recta linea βγ, secta est in æqualia in signo ε, & in inæqualia in δ, igitur (per 5 secundi) quod sub βδ, & δγ comprehenditur rectangulum unà cum eo quòd ex γδ, quadrato æquum est ei quod ex εγ quadrato. Et ipsa quadruplicia, quod igitur quater sub βδ, & δγ, unà cum eo quod ex εδ, sumpto æquū est ei quod ex quater sumpto εγ quadrato. Sed ei quidem quod quater sub βδ & δγ æquum est id quod ex α quadratum, ei autem quod ex δε, quater sumpto, æquū est id quod ex δζ, quadratum dupla enim est δζ, ipsius δε. Ei autem quod ex εγ quater sumpto, æquum est id quod ex βγ quadrato, dupla enim rursus est βγ, ad ipsam γε. Quæ igitur ex α & δζ, quadrata, æqualia sunt ei quod ex βγ quadrato. Quare id quod ex βγ eo quòd ex α maius est, eo quod ex δζ. Igitur βγ, ipsa α maius potest, ipsa δζ, ostendendum quod & commensurabilis est βγ ipsi δζ. Quoniam enim commensurabilis est βδ, ipsi δγ longitudine, commensurabilis igitur est (per 15 decimi) & βγ, ipsi δγ, sed γδ, & βζ, commensurabilis est longitudine, æqualis enim est γδ ipsi βζ, & βγ igitur, ipsis βζ, & γδ longitudine commensurabilis est (per 12 decimi) Igitur (per 15) & βγ ipsi ζδ, commensurabilis est longitudine. Igitur βγ, quàm ipsa α maius potest, eo quod fit à sibi longitudine commensurabili. Sed iam ipsa βγ, quàm α maius possit eo quòd à sibi commensurabili in longitudine, quartæque eius quod ex α æquale ad ipsam βγ, comparetur deficiens forma quadrata, sitque quod sub βδ, & δγ. Demonstrandum est quod commensurabilis est δγ longitudine. Eisdem namque dispositis, similiter ostendemus quod βγ, quàm ipsa α maius potest, eo quod fit ex ζδ, potest autem βγ, quàm ipsa α maius eo quod ex sibi commensurabili. Commensurabilis igitur est βγ, ipsi ζδ, longitudine. Quare & reliquæ utrique ipsarū βζ, & γδ, simul commensurabilis longitudine est βγ. Sed utraque βζ, & δγ, simul commensurabilis est ipsi δγ longitudine: æqualis enim est βζ, ipsi δγ, & βγ, igitur commensurabilis est ipsi γδ, longitudine. Manifestum est igitur quod βδ ipsi δγ, est commensurabilis longitudine. Si fuerint igitur binæ magnitudines inæquales & reliqua: quod erat ostendendum.*

Euclid. ex Camp. Propositio 14.


Si fuerint duæ lineæ inæquales quarū longiorē diuidat in duas partes incōmensurabiles superficies æqualis quartę parti quadrati breuioris sibi adiūcta, ita quod desit ad eius cōpletionem superficies quadrata, erit longior, potentior breuiori, augmēto quadrati lineę incō mensurabilis ipsi lōgiori in longitudine. Si uerò longior, potē tior fuerit breuiori, quadrato lineæ incōmēsurabilis ipsi longiori in lōgi tudine, adiūgaturque ei superficies æqualis parti quartę quadrati breuioris, defueritque lōgiori superficies quadrata, necesse est ut ipsa superficies si bi adiūcta eādē lōgiorē lineā in duas portiones incōmēsurabiles diuidat. 14

Campanus

CAMPANVS. Hæc 14 ex contrario antecedentis præmissæ infert contrarium consequentis præmissæ, & non differt eius dispositio à dispositione illius, sed & modus argumentandi utrobique idem. Si enim a d non communicet cum d b, nec d f sibi ad æqualis communicabit cum eandem d b, itaq; per 9 d f non communicabit cum f b, quare neque a f, sunt enim a f & d f communicantes tanquam numerans & numeratum, ideo neq; ab communicabit cum linea f b. Quod si hoc fuerit uidelicet si ab non communicet cum f b, non communicabit cum a f, quare neq; cum a d aut d f, neq; igitur a b cum d a. Potest quoq; hæc 14 demonstrari per præmissam, prima pars huius ex secunda illius, & secunda ex prima, à destructione consequentis. Si enim a d & d b non communicent, nec etiam a b & f b communicabunt, nam si a b & b f communicarent, oporteret per secundam partem præmissæ u a d communicaret cum d b, sed positum est quòd non. Eodem modo de secunda parte, si enim b a & b f non cōmunicant, nec a d & d b communicabunt: nam si sic, sequitur per primam partem præmissæ, ut a b & b f communicent quæ non communicant: quare patet propositum.



Euclid. ex Zamb. *Theorema 15.* *Propositio 18.* *Conuersa præcedentis.*

18 Si fuerint binæ rectæ lineæ inæquales, quartæ autē parti eius quod ex minore æquum ad maiorem comparetur deficiens forma quadrata, & in incōmensurabilia ipsam diuiserit longitudine, maior minore maius potest eo quod ex sibi incommensurabili lōgitudine. Et si maior minor maius potuerit eo quod ex sibi incōmensurabili, quartæ autem ipsius quod ex minore æquum, ad maiorem comparatum fuerit deficiēs forma quadrata, in incommensurabilia longitudine ipsam dispescit.

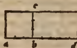
THEON ex Zamb. *Sint binæ rectæ lineæ inæquales α & βγ, quarū maior sit βγ, quartæ autem parti eius quod ex α, ad ipsam βγ, æquale comparetur deficiens forma quadrata, sitq; quod sub βδ, & δγ. Incommensurabilis autem esto βδ, ipsi δγ. Dico quòd βγ, quàm ipsa α maius potest, eo quod à sibi incommensurabili. Ipsis nanq; dispositis ut in præmissa, similiter demonstrabimus, quòd βγ quàm ipsa α, maius potest eo quod ex ζδ. Demonstrandum igitur quòd incommensurabilis est βγ, ipsi ζδ longitudine. Quoniam enim incommensurabilis est βγ ipsi δγ, incōmensurabilis igitur est (per 16 decimi) βγ ipsi γδ, longitudine. Sed ipsa δγ commensurabilis est utriq; & βζ & δγ simul, quia βζ ipsi δγ est æqualis, & βγ, igitur (per 13) ipsis βζ & δγ incommēsurabilis est, & perinde (per 16 decimi) & reliquæ ζδ, incommensurabilis est, & βγ lōgitudine. Et ipsa βγ quàm α maius potest, eo quod ex ζδ. Igitur ipsa βγ, quàm α, maius potest eo quod à sibi commensurabili longitudine. Possit iam rursus βγ maius quàm α, eo quod à sibi incōmensurabili, quartæ autem parti eius quod ex α, æquale ad ipsam βγ comparetur deficiens forma quadrata, & esto id quod sub βδγ. Demonstrandum quòd incommensurabilis est βδ ipsi δγ longitudine. Eisdem nanq; dispositis, similiter demonstrabimus, quòd ipsa βγ quàm α maius potest eo quod ex ζδ. Sed iam (per hypothesin) ipsa βγ quàm α maius potest eo quod à sibi incommensurabili. Incommēsurabilis est igitur βγ ipsi ζδ longitudine. Quare (per 16 decimi) & reliquæ βζ & δγ utriq; incommensurabilis est βγ. Sed utraq; βζ & δγ, ipsi δγ commensurabilis est longitudine. Igitur (per 13 decimi) βγ ipsi δγ incommensurabilis est longitudine, quare & diuidendo, βδ, ipsi δγ incommensurabilis est longitudine. Si binæ igitur rectæ lineæ, & reliqua quæ sequuntur: quod erat demonstrandum.*

Euclid. ex Camp. *Propositio 15.*



15 OMnis superficies rectangula quam continent duæ lineæ in longitudine rationales, rationalis esse probatur.

CAMPANVS. Sint duæ lineæ a b & b c cōtinentes, superficiem rectangulā a c rationales in longitudine dico superficiem a c esse rationalem: descripto enim quadrato cuiusuis earum, ut c d lineæ b c, erit per primam sexti c d ad a c, sicut b d ad a b. Quia igitur b d cōmunicat in lōgitudine cum a b ex hypothesi, eo quod b c sua æqualis, erit per primam partem decimæ, c d communicans a c. Cū sit itaq; c d rationalis per diffinitionē, erit & a c rationalis: quod est propositum.



THEON. Lemma.

Quoniam ostensum est quòd quæ longitudine commensurabiles *omnino etiam potentia sunt commensurabiles, quæ autem potentia non omnino etiam longitudine, sed uidelicet, possunt & longitudine cōmensurabiles esse & incōmensurabiles, manifestū est quòd si positæ rationali cōmensurabilis aliqua fuerit longitudine, rationalis appellatur, & ei cōmensurabilis non solum longitudine uerum & potentia, quæ enim longitudine cōmensurabiles, omnino & potētia. Si autē positæ rationali cōmensurabilis aliqua fuerit potentia, siquidē & longitudine dicitur, etiā rationalis & ei commensurabilis longitudine & potentia. Quæ uerò expositæ rursus rationali cōmensurabilis existēs potentia, longitudine fuerit ei incōmensurabilis, dicitur sic rationalis, potentia tantū cōmensurabilis.* Procli scholion. *Rationales appellat, expositæ rationali lōgitudine & potentia cōmensurabiles, aut potentia tantū. Sunt autem aliæ quoq; rectæ lineæ quæ longitudine incōmensurabiles sunt expositæ rationali, potentia uerò tantū cōmensurabiles, & id propterea rursus appellantur rationales, cōmensurabiles adinuicem quatenus rationales. Sed cōmensurabiles adinuicē uel non solū potentia uerūtamen & longitudine, uel potentia tantū, & si longitudine quidē, & ipsæ rationales longitudine commensurabiles, audito quòd & potentia. Si uerò potentia tantum adinuicē sunt commensurabiles: appellātur & ipsæ rationales potentia tantum commensurabiles. Quod autem rationales commensurabiles sunt, hinc certum est. Quoniam enim rationales sunt quæ expositæ rationali sunt commensurabiles, quæ uerò idem commensurabiles & adinuicem sunt commensurabiles (per 12 decimi) quæ rationales igitur sunt commensurabiles.* 10

Euclid. ex Zamb. Theorema 16. Propositio 19.

Sub rationalibus longitudine cōmensuralibus rectis lineis iuxta aliquem prędictorum modorū comprehensum rectangulū rationale est. 19

THEON ex Zāb. *Sub rationalibus enim longitudine cōmensurabilibus rectis lineis α β, & β γ, rectangulum comprehēdatur α γ. Dico q; α γ, rationale est. Describatur enim (per 46 primi) ex α β, quadratū α δ, rationale igitur est α δ. Et quoniam commensurabilis est α β, ipsi β γ, longitudine, æqualis autem est α β, ipsi β δ, commensurabilis est igitur β δ, ipsi β γ longitudine, estq; sicut β δ, ad β γ, sic est δ α ad α γ. Commensurabilis autem est β δ ipsi β γ, commensurabile igitur & δ α, ipsi α γ: rationale autem δ α, rationale igitur (per 11 decimi) est & α γ. Quod sub rationalibus commensurabilibus igitur longitudine, & reliqua: quod oportuit ostendisse.*

Euclid. ex Camp. Propositio 16.



Vm adiuncta fuerit lineæ in lōgitudine rationali superficies rationalis rectangula, latus eius secundum erit in longitudine rationale, laterique primo in longitudine commensurabile. 16

CAMPANVS. Hæc est quasi conuersa prioris. Vt si superficies a c adiuncta ad lineam a b rationalem in longitudine, fuerit rationalis, dico quòd latus eius secundū quod est b c, erit etiam rationale in longitudine, & communicans lateri primo. Sit enim a d quadratum a b eritq; rationale ex diffinitione, & propter hoc erit cōmunicans cum superficie a c rationali. Quia igitur per primam sexti sicut a d ad a c, ita est etiam d b ad b c, communicat autem d a cum a c, erit per primam partem decimæ b d communicans cum b c, ergo cum b a sua æquali. Sed b a, rationalis est, quare per diffinitionem & b c. Constat itaq; propositum.

Euclid. ex Zamb. Theorema 17. Propositio 20.

Si rationale ad rationalem comparatum fuerit, latiudinem efficit rationalem, cōmensurabilemq; ei ad quam comparatur longitudine. 20

THEON ex Zamb. *Rationale enim α γ, ad rationalem iuxta aliquem prædictorum modorum α β, comparetur, latitudinem efficiens β γ. Dico q; rationalis est β γ, & cōmensurabilis ipsi β α lōgitudine. Describatur enim (p 46 primi) ex α β, quadratū α δ. Rationale igitur (p 9 diffinitionē decimi) est α δ, rationale autē & α γ, cōmensurabile igitur (p cōuersionē 10 diffinitionis est δ α, ipsi α γ. Estq; sicut δ α ad α γ, sic est δ β, ad β γ: cōmensurabilis igitur est (per 11 decimi) δ β, ipsi β γ. Aequalis autem est δ β, ipsi β α, commensurabilis igitur est α β, ipsi β γ. Rationalis autē est α β, rationalis igitur est (per cōuersionē 7 diffinitionis.) & β γ*



& βγ, & commenſurabilis ipſi βα, longitudine. Si rationale igitur ad rationem comparatum fuerit, & quæ ſequuntur reliqua: quod erat oſtendendum.

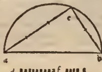
Subſequentes ex Campano proportionales 17 ſcilicet & 18 reſpondent 29 & 30 ex Zamberto infrà ſuo loco & ordine diſpoſitis.

Euclid. ex Camp. *Propoſitio 17.*

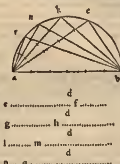


17 DVas lineas inuenire potentia tantum rationales commenſurabiles, quarum longior plus poſſit breuiori, quadrato lineæ ſibi commenſurabilis in longitudine.

CAMPANVS. Propóſitum eſt inuenire duas lineas rationales potentia tantum communicantes, quarum longior ſit potentior breuiori, quadrato lineæ ſibi communicantis in longitudine. Sumo itaq; aliquam lineam rationalē quæ ſit a b, ſuper quam deſcribo ſemicirculum a c b, & ſumpto aliquo numero ot d e, diuido ipſum in duos numeros d f & f e, ita quód ſit proportio d e ad d f ſicut numeri quadrati ad numerum quadratū: non ſit autem proportio d e ad f e, ut numeri quadrati ad numerum quadratum, talis autem numerus eſt quilibet quadratus diuiſibilis in quadratum & non quadratum, ut 9 qui diuiditur in 4 & 5, & omnes horum æquè multiplices. Et inuenio lineam a d, ad cuius quadratum ſe habeat quadratum lineæ a b, ſicut numerus d e ad numerum d f: qualiter autem ipſa reperiatur, in demonſtratione 5 dictum eſt. Hanc lineam inuentā quæ neceſſarió eſt minor a b, coapto per primam quarti intra ſemicirculum a c b, ſitq; a c, & ſubtraham lineā c b. Dico duas lineas a b & c b, eſſe quas quærimus. Erit enim per primā partē 30 tertij, angulus c rectus, & ideò per penultimam primi, quadratum a b æquale eſt quadratis duarum linearum a c & c b. Et quia proportio quadrati lineæ a b ad quadratum lineæ a c eſt ſicut d e ad f per hypotheſin, erit per euerſam proportionalitatem proportio quadrati lineæ a b ad quadratum lineæ c b, ſicut d e ad f e, ergo quadratum c b, communicat cum quadrato a b per 6 huius, erit igitur quadratum c b, rationale per diffinitionem, cùm communicet rationali ſuperficiei. Et quia c b & a b ſunt incommenſurabiles per ultimam partem 7, conſtat duas lineas a b & c b eſſe rationales, potentia tantum communicantes. At quia linea a b eſt potentior linea c b in quadrato lineæ a c quæ per ſecundam partem ſeptimæ communicat ſecum in longitudine, conſtat habitum eſſe propoſitum.



CAMPANI annotatio. Si autem lineæ plures duabus potentia tantum rationales cōmunicantes, quarum una potentior longior ſit qualibet aliarum in quadrato alicuius lineæ ſecum communicantis in longitudine, reperire, ſic ut prius linea a b rationalis in longitudine, ſuper quā deſcribatur ſemicirculus a c b, ſumaturq; numerus d quadratus, qui ſit diuiſibilis in multos quadratos & non quadratos, quorum non quadratorum minime ſit proportio ſicut aliquorum numerorum quadratorum, tales autē numeri ultrò ſe offerunt, ut 36, qui eſt diuiſibilis in 25 & 11, itemq; in 16 & 20, rurſusq; in 9 & 27, ac iterum in 4 & 27, ac iterum in 4 & 32, iſtorum uerò non quadratorum qui ſunt 11, 20, 27, 32. adinuicem, non eſt proportio ſicut alicuius numeri quadrati ad alium numerum quadratum. Eſto igitur ut numerus d quadratus diuidatur in e quadratum & f non quadratum. Sitq; quadratum lineę a b ad quadratum lineę a c, ſicut numerus d ad numerum e, ducatur linea c b, & cōſtat propoſitū & ut prius demonſtratum eſt a b & b c eſſe duas tales lineas, quas inquirimus. Similiter quoque diuidam d in g quadratum & h non quadratum, ſitque quadratum lineæ a b ad quadratum lineæ a K, ſicut d ad g, & ducatur linea k b, eruntque ut prius duæ lineæ a b & k b, quales inquirimus. Eodem modo, ſi rurſus diuidatur d in l quadratum, & m non quadratum, & ponatur



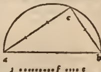
proportio

proportio quadrati lineæ a b ad quadratum lineæ a n ficut d ad l,m producatur n b, erunt duæ lineæ a b & b n quales inquirimus. Quod si rursus diuidatur d in p quadratum & in q non quadratum, & fuerit proportio quadrati lineæ a b ad quadratum lineæ a r ficut d ad p, & protracta fuerit linea r b, erunt etiam duæ a b & b r, quales inquirimus. Sunt itaq; lineæ a b, b c, b K, b n, b r, potentia tantum rationales & in ea communicātes, quarum una uidelicet a b est potentior qualibet aliarum in quadrato lineæ secum communicantis in longitudine. Si igitur quatuor linearum b c, b k, b n, b r, nulla communicat alij in longitudine, constat propositum. Istud autem sic probatur, patet enim ex præmissis, quod quadratum lineę b c ad quadratum lineæ a b est sicut numerus f ad numerum d, & quadratum lineæ a b ad quadratum lineæ b K, est sicut numerus f ad numerum d, & quadratum lineæ a b ad quadratum lineę b k est sicut numerus d ad numerum h, ergo per æquam proportionalitatem quadratum lineæ b c ad quadratum lineæ b K, est sicut numerus f ad numerum h, sed nullus quatuor numerorum f, h, m, k, se habet ex hypothesi ad alium sicut numerus quadratus ad numerum quadratum, quare per 3 partem septimæ, duæ lineæ b c, b k, sunt incommensurabiles in longitudine. Eadem ratione quælibet duę ex illis quatuor sunt incommensurabiles in longitudine. Liquet ergo quod uolumus.

Euclid. ex Camp. *Propositio 18.*

Zamb. 30. Vas lineas in potentia tantum rationales communicantes, quarum longior plus possit breuiori quātum quadratum lineæ sibi incommensurabilis in longitudine inuenire. 18

CAMPANVS. In hac quoq; remaneat ædem dispositio eademq; hypotheses quæ in præmissa, hoc solum mutato quod proportio numeri d e ad neutrum duorum numerorum d f & f e, sit sicut numeri quadrati ad numerum quadratum, hoc autem facilè fiet, posito d, e quolibet numero quadrato diuiso in duos numeros non quadratos, ut si d e sit 9, & d f, 6, & f e 3, argumentando ut prius, hoc duntaxat excepto quòd a b & a c sint incommensurabiles in longitudine per ultimam partem 7.



CAMPANI *additio*. Et sciendum quòd duæ lineæ quales hæc & præmissa docent inuenire, componunt binomium, & minori earum abscissa de maiori, quæ reliqua est dicitur residuum. Nota etiam quòd lineę tantum potentia rationales communicantes, possunt esse una rationalis & alia irrationalis, sicut latera tetragonica duarum superficierum quarum una sit 25 pedum & alia 24, sunt rationalia potentia tantū cōmunicantia, latus enim primæ superficiei est 5, latus uerò secundæ non numeratur. Et possunt esse ambæ irrationales, ut latera tetragonica duarum superficierum, quarum una sit 24 pedum & alia 23, neutrius enim numeratur latus, suntq; in longitudine incommensurabilia ex ultima parte septimæ. Quòd si libeat etiam inuenire plures lineas duabus potentia tantum rationales communicantes, quarum una sit potentior qualibet aliarum in quadrato lineæ secum non communicantis in longitudine, sumatur talis numerus qui possit plures sic diuidi quòd ipsius ad nullam suarum partium nec alicuius ad aliquam aliarum sit proportio ut numeri quadrati ad numerum quadratū, ut 25, potest diuidi in 2 & 23, item in 5 & 20, & rursus in 7 & 18. Et sic processus idem qui fuit in præmissa.

Euclid. ex Camp. *Propositio 19.*

Mnis superficies quam continent duæ lineæ potentialiter tantum rationales communicantes, est irrationalis, diciturq; superficies medialis, eiusque latus tetragonicum, scilicet quod in eam potest, est irrationale, diciturq; linea medialis. 19

CAMPANVS. Sint duæ lineæ a b, b c, continentes superficiem a c, rationales potentia tantum communicantes, quæ qualiter reperiantur, ex præmissa & ante præmissam manifestum est, dico superficiem a c esse irrationalem. Sit enim d c quadratū b c, eritq; rationale per hypothesin, eo quòd linea b c est rationalis in potentia. Et quia ex prima sexti a c ad c d, sicut a b ad b d, non communicat autem a b cum b d, quia ex hypothesi non communicat cum sua æquali, quæ est b c, sequitur per secundam partem 10, ut etiam a c non communicet cum c d, quare per diffinitionem, superficies a c est irrationalis, ideoq; & suum latus tetragnoicum est etiam irrationale. Dicitur autem

tem hæc superficies medialis, quoniã ipsa est medio loco proportionalis inter duas superficies rationales, uidelicet inter quadrata duarum linearum ipsam continentiũ. Et lineam potens in ipsam dicitur medialis, quoniam ipsa quoque est medio loco proportionalis inter duas lineas potentia tantum rationales communicantes, & hæ duæ lineæ, sunt latera dictæ superficiei. Et hoc est quod uolumus.

THEON. *Lemma.*

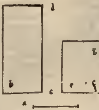
Potens irrationalem aream, irrationalis est.

Posit enim α, irrationalẽ aream, hoc est id quod fit ex α, quadratũ æquale irrationale areæ. Dico quòd α irrationalis est: si enim est rationalis, erit rationale quoq; id quod ex α quadratum, sic enim in diffinitionibus, non est autem. Irrationalis igitur est α. Potens irrationalem igitur, & reliqua: quod erat demonstrandum.

Euclid. ex Zamb. *Theorema 18.* *Propositio 21.*

21 Sub rationalibus potentia tantum commensurabilibus rectis lineis comprehẽsum rectangulum, irrationale est, illudq́; potens irrationalis est, uocetur q́; media.

THEON *ex Zamb. Sub rationalibus enim potentia tantum commensurabilibus rectis lineis α β, & β γ comprehendatur rectangulum α γ, Dico quòd α γ, irrationale est, potẽsq́; illud irrationalis est, & media appellatur. Describatur enim (per 46 primi) ex α β, quadratum α δ, rationale igitur est ipsum α δ. Et quoniam incommensurabilis est α β, ipsi β γ, longitudine (potentia nanq; tantum supponuntur commensurabiles) æqualis autẽ est α β ipsi β δ, incõmensurabilis igitur est & β δ, ipsi β γ longitudine. Estq́; sicut δ β ad β γ, sic est α δ, ad α γ, incõmensurabile igitur est (per 11 decimi) δ α, ipsi α γ. Rationale autem est δ α, irrationale igitur est α γ, quare & ipsum potens α γ, hoc est potens æquale ei quadratum, irrationalis est: uoceturq́; media, eo qui ex ipsa quadratum, æquale est ei quod fit α β, & β γ, & eo qui ipsa media (per secũdam partẽ 17 sexti) proportionalis est ipsis α β, & β γ. Sub rationalibus igitur potentia tantum, & reliqua: quod oportuit demonstrasse.*



Euclid. ex Camp. *Propositio 20.*

20 Vm adiecta fuerit lineæ in longitudine rationali superficies æqualis quadrato lineæ medialis, latus eius secundũ potentialiter tantum erit rationale, laterió; primo in longitudine incommensurabile.

CAMPANVS. Hæc est quasi conuersa præmissæ. Sit a linea medialis, sitq́; linea b c rationalis in longitudine, cui adiungatur superficies b d æqualis quadrato lineæ a. Quod hoc modo fiet. Subiungatur duabus lineis b c & a, linea c d in continua proportionalitate, ut docet 10 sexti, eritq́; superficies ex b c in d æqualis quadrato lineæ a, per 16 eiusdem, dico latus eius secundum quod est d c, esse rationale in potentia tantum, & incommensurabile in longitudine lateri b c. Eritq́; ex præmissa per diffinitionem lineæ medialis, ut linea a possit in aliquam superficiem contentam à duabus lineis potentia tantum rationalibus communicantibus, quæ sit superficies e g, cuius latera e f & f g. Eruntq́; duæ superficies b d & e g per primã partem 13 sexti laterum mutuorũ, propter hoc quod ipsæ sunt æquales & rectangulæ, proportio ergo b c ad e f, est sicut f g ad c d. Quare per 10 cùm b c communicet in potentia cum e, f, eo quòd quadrata utriusque earum sunt rationalia ex hypothesi, f g communicabit in potentia cum c d. Cùm igitur quadratum f g sit rationale per hypothesin, erit quoq; quadratum c d rationale per diffinitionẽ. At quia superficies b d est irrationalis, sicut sua æqualis e g, per præmissam, sequitur ut quadratum lineæ c d non communicet cum superficie b d. Et quia quadratum lineæ c d ad superficiem b d est per primam sexti sicut c d ad c b, erit per secundam partem 10 ut c d non communicet cum b c. Quare cùm b c sit rationalis in longitudine ex hypothesi, erit c d irrationalis in longitudine, & potentia tantum rationalis. Patet ergo proposita conclusio.

Theon.

THEON. *Lemma.*

Si binæ fuerint rectæ lineæ, eſt ſicut prima ad ſecundam, ſic quod à prima ad id quod ſub duabus rectis lineis.

Sint binæ rectæ lineæ, ζε, εη. Dico quod eſt ſicut ζε, ad εη, ſic eſt quod ex ζε, ad id quod ſub ζε, & εη. Deſcribatur enim (per 46 primi) ex ζε, quadratũ δε, cõpleaturq́ue ζη. Quoniã igitur eſt ſicut ζε ad εη, ſic eſt ζδ, ad ζη, & eſt quidã ζδ, id quod fit ex ζε, at ζη id eſt quod ſub δε, & εη, hoc eſt quod ſub ζε, & εη, eſt igitur ſicut ζε, ad εη, ſic quod ex ζε, ad id quod ſub ζε, & εη, ſimiliter quoq; & ſicut quod ſub ηε, et εζ ad id quod ex εζ, hoc eſt ſicut ηδ, ad δζ, ſic εη, ad εζ.

Euclid. ex Zamb. Theorema 19. Propoſitio 22.

Quod à media ad rationalem cõparatum, latitudinem efficit rationalẽ, & ei ad quam comparatur longitudine incommenſurabilem. 22

THEON *ex Zamb. Sit (per 21 decimi) media quidem α, rationalis autem γβ, & ei quidem quod ex α, æqua ad βγ, comparetur (per 45 primi) area rectangula βδ, latitudinem efficiens γδ. Dico quod rationalis eſt γδ, & incommenſurabilis ipſi γβ longitudine. Quoniam (per 21 decimi, α media eſt aream poteſt cõprehenſam ſub rationalibus potentia tantum cõmenſuralibus, poßit ipſam ηζ, poteſt autẽ & βδ, æqualis igitur eſt βδ, ipſi ηζ, eſt autem & ei æquiangula. Aequalium autem & æquiangulorũ parallelogrammorũ (per 14 ſexti) reciproca ſunt latera, quæ circũ æquales angulos, proportionaliter igitur eſt ſicut βγ ad εη, ſic εζ ad γδ, eſt igitur (per 22 ſexti) & ſicut id quod ex βγ ad id quod ex εη, ſic eſt id quod ex εζ, ad id quod ex γδ. Cõmenſurabile autẽ eſt (per hypotheſin) quod ex βγ, ei quod ex εη. Rationalis enim eſt utraq; ipſarum. Cõmenſurabile igitur eſt (per 11 decimi) & quod ex γζ ei quod ex γδ. Rationale autẽ eſt quod ex εζ, rationale igitur & quod ex γδ, rationalis igitur eſt γδ. Et quoniã incõmenſurabilis eſt εζ, ipſi εη longitudine (potentia enim tantũ ſunt commenſurabiles) ſicut autã εζ, ad εη, ſic (per lemma præcedens) quod ex εζ, ad id quod ſub εζ, & εη, incõmenſurabile igitur eſt (per 11 decimi) quod ex εζ, ei quod ſub ζε, & εη. Sed ei quidẽ quod ex εζ, cõmenſurabile eſt ei quod ex γδ, rationales enim ſunt potentia, ei autem quod ſub ζε, & εη, cõmenſurabile eſt id quod ſub δγ, & γβ, æqualia enim ſunt ei quod ex α. Incommẽſurabile igitur eſt (per 13 decimi) quod ex γδ ei quod ſub δγ, & γβ. Sicut autem quod ex γδ, ad id quod ſub δγ, & γβ, ſic (per lemma præcedens) eſt δγ ad γβ. Incommẽſurabilis igitur eſt δγ, ipſi γβ longitudine. Rationalis igitur eſt γδ, & ipſi γβ longitudine commenſurabilis: quod erat demonſtrandum.*

Euclid. ex Camp. Propoſitio 21.



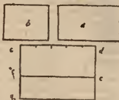
Mnis linea communicans mediali, eſt medialis. 21

CAMPANVS. Sit linea a medialis, cui ponatur linea b eſſe communicans ſiue in longitudine ſiue in potentia tantum. Dico quòd etiam linea b eſt medialis. Sit enim linea c d rationalis in lõgitudine, cui adiungatur ſuperficies c f æqualis quadrato lineæ a, & item ſuperficies e g æqualis quadrato lineę b, hoc autem qualiter fiat, in præmiſſæ demonſtratione dictum eſt. Eritq́ per præmiſſam linea d f rationalis in potentia tantum, & incommenſurabilis lineæ c d. Et quia per primam ſexti e g ad c f ſic f g ad d f, communicat autem e g cum c f eo quod quadratum b communicat cum quadrato a per hypotheſin, quibus quadratis dictæ ſuperficies poſitę ſunt æquales, ſequitur per primam partem decimæ ut linea f g communicet cum linea d f, quare f g eſt rationalis in potentia tantum, ſicut eſt d f, & incommenſurabilis in longitudine lineæ e f, cum linea d f ſibi communicans ſit incommenſurabilis eidem e f, eo quod ſuæ æquali. Hoc enim probatum eſt in 8. quod ſi fuerint duę quantitates communicantes, unicuiq; una earum non communicat, nec reliqua. itaq; per 19 erit ſuperficies e g medialis, & eius latus tetragonicum quod eſt b: quod eſt propoſitum.



CAMPANI *additio.* Similiter quoque omnis ſuperficies communicans ſuperficiei mediali, medialis eſſe conuincitur. Sit enim ſuperficies

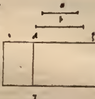
cies a medialis, cui ponatur superficies b esse communicans, dico superficiem b esse medialem, quod sic constabit. Sit linea c d rationalis in longitudine, adiungaturq; ei superficies c e, quæ sit æqualis superficiei a, quod hoc modo fiet. Inueniatur linea c f ad quam sic se habeat unum ex lateribus superficiei a, sicut linea c d se habet ad reliquum: hæc autem linea qualiter reperiatur, in 10 sexti dictum est, eritq; ex 15 eiusdem superficies d f æqualis a. Itemq; eodem modo ad lineam e f adiungatur superficies e g, quæ sit æqualis b: erit itaq; per 20 linea c f potentia tantum rationalis, erit quoque lineæ c d in longitudine incommensurabilis. Et quia a & b erant communicantes ex hypothesi, erunt quoq; c e & e g eis æquales cõmunicantes, itaq; per primam sexti & per primã partem decimæ huius, erunt duæ lineæ c f & f g, communicantes in longitudine. Est igitur linea f g rationalis in potentia tantum, & lineæ c f incommensurabilis in longitudine, quare per 19 superficies e g erit medialis, cùm linea c f sit rationalis in longitudine sicut c d sibi æqualis. Cùm sit ergo b æqualis e g, erit quoq; b medialis, quod est propositum. Et nota quòd omnes superficies mediales communicantes, componunt superficiem medialem. Vnde tota d g est medialis, quia cum duæ lineæ c f & f g sint rationales in potentia tantum, & non communicantes in longitudine, sequitur ut tota c g sit rationalis in potentia tantum, & non communicans c d in longitudine, itaq; per 19 d g est medialis. Eodemq; modo si sint plures.



Euclid. ex Zamb. *Theorema 20.* *Propositio 23.*

Quæ mediæ commensurabilis, media est.

23 THEON *ex Zamb. Sit media α, & ipsi α commensurabilis esto*
β. Dico quòd & β media est. Exponatur enim rationalis γδ, & ei quod ex α sit æquale ad γδ comparetur area rectangula γε (per 45 primi) latitudinem efficiens ipsam εδ. Rationalis igitur est (per præcedentem) εδ, incommensurabilisq; ipsi γδ longitudine, ei autem quod est β æquale ad γδ comparetur (per 44 primi) area rectangula γζ, latitudinem efficiens δζ. Quoniam igitur commensurabilis est α ipsi β, commensurabile est quoq; id quod ex α ad id quod est β. Sed ei quidẽ quod ex α, æquũ est εγ: ei autem quod ex β, æquum est γζ. Cõmensurabile igitur est εγ ipsi γζ, estq; sicut εγ ad γζ, sic est εδ ad δζ. Commẽsurabilis igitur est (per 11 decimi) εδ ipsi δζ longitudine. Rationalis autem est εδ, & ipsi δγ incõmensurabilis longitudine. Rationalis igitur est & δζ & ipsi δγ longitudine incommensurabilis. Igitur γδ & δζ (per 13 decimi) rationales sunt potentia tantum commensurabiles. Quod autem sub rationalibus potentia tantùm commensurabilibus rectis lineis comprehenditur rectangulum, irrationale est (per 21 decimi) & illud potens, irrationalis est, appellaturq; media, potens igitur id quod sub γδ, & δζ, media est, potestq; β quod sub γδ & δζ sit, media igitur est β: quod erat ostendendum.



CORREL. *Hinc igitur est manifestum, quòd mediæ areæ rationali commensurabilis media est, possunt enim eas rectæ lineæ quæ potentia sunt commensurabiles, quarum altera media, quare & reliqua media est. Similiter autem eis quæ de rationalibus & medijs dicta sunt, sequitur ut mediæ longitudine commensurabilis, media appelletur, eiq; commensurabilis, non tãtum longitudine sed & potentia, quoniam in uniuersali longitudine commensurabiles omnino & potentia. Si uerò mediæ commensurabiles potentia tantum, dicuntur mediæ potentia tantum commensurabiles.*

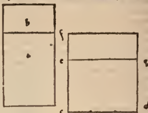
Euclid. ex Camp. *Propositio 22.*



22 Mnis differentia qua abundat mediale à mediali, irrationalis esse probatur. *Zamb. 26.*

CAMPANVS. Sit utraq; duarum superficierum a b & a, medialis: dico quòd superficies b quæ est earum differentia, est irrationalis. Sit enim linea c d rationalis in longitudine, cui adiungatur superficies d e æqualis superficiei a, & superficies d f æqualis totali superficiei a b, hoc autem qualiter fiat, in præmissa docuimus. Quia ergo d f est æqualis a b, & d e æqualis a, erit per conceptionẽ g f ęqualis b. Si itaq; superficies b non est irrationalis sed rationalis, erit & f g sua æqualis rationalis. At cùm linea e g sit rationalis in longi-

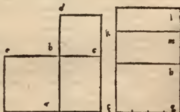
tudine ficut fua æqualis c d, erit per 16 linea e f rationalis in longitudine & communicans lineæ e g, per 20 autem eft utraque duarum linearum c e & e f potentialiter tantum rationalis, & lineæ c d incommenfurabilis in longitudine, itaq; e f linea eft incommenfurabilis lineæ c e in longitudine. Et quia per primam fexti quadratum lineæ e f ad fuperficiē quę fit ex e f in c e eft, ficut e f ad c e, fequitur per fecundam partem decimæ ut quadratum lineæ e f fit incommenfurabile fuperficiei factæ ex e f in c e, quare & ipfum quadratum erit incōmenfurabile duplo fuperficiei ex e f in c e: quadratum uerò c e cum fit rationale, eft communicans quadrato e f, totum igitur ex ambobus compofitum erit per 9 communicans quadrato e f. Et ideo incommēfurabile duplo fuperficiei ex e f in c e. Et quia per 4 fecundi quadratum lineæ c f eft æquale duobus quadratis duarum linearum c e & e f, & duplo fuperficiei ex c e in e f, & duplum fuperficiei c e in e f eft incommenfurabile, aggregato ex duobus quadratis duarum linearum c e & e f, fequitur per ea quæ addita funt in 5, ut quadratum c f fit incommenfurabile aggregato ex duobus quadratis duarum linearum c e & e f. At cum aggregatum ex his quadratis fit rationale, fequitur quadratum lineæ c f non effe rationale, & ideo linea c f non eft rationalis in potentia, & idcirco non erit fuperficies d f medialis, neq; a b fibi æqualis, quod eft inconueniens, cum fit contrarium pofitis. Relinquitur igitur quòd fuperficies b, eft irrationalis: quod eft propofitum.



Euclid. ex Camp. *Propofitio 23.*

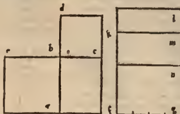

OMnis fuperficies quam continent duæ lineæ mediales potentialiter tantum communicantes, aut rationalis eft aut medialis. 25

CAMPANVS. Sint duæ lineæ a b & b c mediales potentia tantum communicantes, dico quòd fuperficies a c ab eis contenta aut eft rationalis, aut medialis. Sint enim, c d quadratum lineæ b c, & a e quadratū lineæ a b: eruntq; ex hypothefi hæc duo quadrata communicantia, & erit per primā fexti fuperficies a c medialis medio loco proportionalis inter ipfa quadrata. Sumatur igitur linea f g, quę fit rationalis in longitudine, cui adiungatur fuperficies f h ęqualis quadrato a e, & h k ęqualis fuperficiei a c, & k l ęqualis quadrato d c, eruntq; hæ tres fuperficies f h, h K, & K l cōtinuè proportionales, ficut funt æquales a e, a c, & d c, quare per primam fexti erunt etiam tres lineæ g h, h m, & m l, quæ funt bafes earum, continuè proportionales. Et cum fuperficies f h & k l fint communicantes ficut duo quadrata a e & c d eis æqualia, fequitur per primam fexti & decimam huius, ut linea g h fit communicans cum l m, utraq; autem earum eft rationalis, in potentia per 20 huius: igitur fuperficies unius earum in alteram eft rationalis: omnis enim fuperficies quam continent duę lineæ rationales in potentia, cōmunicantes in longitudine, neceffariò eft rationalis, ut patet ex prima fexti & prima parte decimæ huius & ex diffinitione fuperficierum rationalium. Et quia ex prima parte decimæ fextæ quadratum lineæ l m eft æquale fuperficiei ex g h in m l, erit quadratum lineæ h m rationale. Si ergo linea h m eft rationalis in longitudine fibi communicans lineæ k m quæ eft æqualis lineæ f g, erit per 15 fuperficies h K rationalis, Ideóq; & fua æqualis a c. Si autem h m fit irrationalis in longitudine fiue incommenfurabilis lineæ k m quæ eft æqualis lineæ f g, cum ipfa fit rationalis faltem in potentia, eo quod fuum quadratum eft rationale, erit ex 19 fuperficies h K medialis, quare & fua æqualis a c. Conftat ergo propofitum.



Zamb. 24. CAMPANI *annotatio*. Et nota quòd fi duæ lineæ a b & b c effent mediales in longitudine communicans

municantes, esset superficies a c medialis tantũ, esset enim superficies a c cõmunicans utriq; duorum quadratorũ a e & c d per primam sexti & per præsentem hypothesin, & per 10 huius, & ideo superficies h k æqualis a c, esset communicans utriq; superficiei f h & K l, igitur per primam sexti & 10 huius linea h m esset communicans utrique duarum linearum g h & l m. Et quia hæ ambæ essent rationales in potẽtia tantum, non communicãtes in longitudine lineæ f g, esset quoq; h m rationalis in potentia tantũ, non communicans in longitudine lineæ f g, quare per 19 esset superficies h k medialis tantum, & ideo etiam a c sibi æqualis. Si autem duæ lineæ a b & b c essent mediales, neq; in longitudine neq; in potentia communicantes, superficies a c neq; esset rationalis neq; medialis: si enim sic esset, scilicet quòd duæ lineæ a b & b c essent mediales neq; in longitudine neq; in potentia communicantes, essent duo quadrata a e & c d incõmunicantia, itaq; & duæ superficies f h & k l eis æquales quoque essent incommunicantes, quare & duæ lineæ g h & m l essent incommensurabiles per primam sexti, & per secundam partem decimi. Et quia utraq; earum est rationalis tantum in potentia, per 20 esset superficies unius earum ad alteram medialis per 19. Cum ergo quadratum lineæ h m sit æquale dictæ superficiei quæ fit ex g h in m l, per primam partem 16 sexti, esset per 19 linea h m linea medialis, per 15 ergo non esset superficies h K rationalis, nec etiam per 20 medialis, quare nec sua æqualis a c.



Præcedentes duæ ex Campano propositiones, scilicet, 22. & 23. tribus ex Zamberto sequentibus, uidelicet, 24. 25. & 26. inuerso ordine respondent, 22. nanq; ex Campano, 26. ex Zamberto, 26. autem ex Campano, cum additione, 24. & 25. ex Zamberto respondent.

Euclid. ex Zamb. *Theorema 21.* *Propositio 24.*

24 Sub medijs longitudine cõmensurabilibus rectis lineis comprehensum rectangulum, medium est.

THEON *ex Zamb. Sub medijs enim longitudine cõmensurabilibus rectis lineis* αβ, βγ, *comprehendatur rectangulũ* αγ, *dico quòd* αγ *medium est. Describatur enim (per 46 primi) ex* αβ, *quadratum* αδ, *medium igitur est* αδ. *Et quoniam commensurabilis est* αβ *ipsi* βγ *longitudine, æqualis autem est* αβ *ipsi* βδ, *commensurabilis igitur est* δβ *ipsi* βγ *longitudine. Quare & * δα *ipsi* αγ *(per correlarium 23 decimi) commẽsurabile est: medium autem &* δα, *medium igitur &* αγ: *quod oportebat ostendere.*



Euclid. ex Zamb. *Theorema 22.* *Propositio 25.*

25 Sub medijs potentia tantum commensurabilibus rectis lineis comprehensum rectangulum, aut rationale aut medium est.

THEON *ex Zamb. Sub medijs potentia tantum commensurabilibus rectis lineis* αβ, βγ, *comprehendatur rectangulum* αγ. *Dico quòd* αγ, *aut rationale, aut medium est. Describatur enim (per 46 primi) ex* αβ *&* βγ, *quadrata* αδ *&* βε, *medium est igitur utrunq; ipsorum* αδ *&* βε. *Exponaturq; rationalis* ζη *ipsiq;* αδ *æquum ad* ζη *comparetur (per 43 primi) rectangulum parallelogrammum* ηθ, *ipsam latitudinem efficiens* ζθ. *Ipsi autem* αγ *ad* θμ *æquum comparetur (per eandem) rectangulum parallelogrammum* μκ, *latitudinem efficiens* θκ. *Et insuper (per eandem)* βε *æquum similiter ad* κν *cõparetur* νλ, *ipsam*

latitudinē efficiēs κλ. In rectas lineas igitur sunt ζθ, θκ, & κλ, & quoniā utrūq; ipsorū αθ & β medium est, estq; æquale αδ, ipsi εθ, & ζι ipsi νλ, mediū igitur est & utrūq; ipsorū κθ, νλ, & ad rationalē ζκ com parata sunt. Rationalis igitur est (p 22 decimi) utraq; ipsarū ζθ & κλ, & incōmensurabilis ipsi ζε lōgitudine. Quoniā igitur cōmēsurabile est αδ ipsi βι, cōmēsurabile igitur est (p 11 decimi) & εθ ipsi νλ, estq; sicut κθ ad λν, sic (p 1 sexti) est ζθ ad κλ. Cōmēsurabilis igitur est (p eandē 11) ζθ ipsi κλ lōgitudine. Ipsæ igitur ζθ, κλ, rationales sunt longitudine commensurabiles. Rationale est igitur (per 19 decimi) quod sub ζθ, κλ. Et quoniam æqualis est quidem δβ ipsi βα, et ξζ ipsi βγ, est igitur sicut δβ ad ζγ, sic est αβ ad βξ. Sed sicut quidē δζ ad βγ, sic est (per 1 sexti) & per 11 quinti) δα ad αγ, sicut autem αβ ad βξ, sic est αγ ad γξ, est igitur sicut δα ad αγ, sic est αγ ad γξ, æquū autem est αδ ipsi εθ, & αγ ipsi ικ, & γξ ipsi νλ, est igitur (per 17 sexti) sicut εθ ad ικ ad νλ, est igitur sicut & ζθ ad ipsam θκ, sic est θκ ad ipsam νλ. Igitur quod sub ζθ, κλ, æquū est ei quod fit sub θκ. Rationale autē est quod sub ζθ, ζλ, rationale igitur est & quod ex θκ. Rationalis est igitur (per 19 decimi) ipsa θκ, & siquidē cōmensurabilis est ipsi ζε, hoc est ipsi ζε longitudine, rationale est (per 22 decimi) ipsum εθ. Si autē incōmensurabilis est ipsi ζε longitudine, ipsæ θκ & θμ rationales (per 22 decimi) potentia solū cōmensurabiles, mediū igitur est θν. Igitur θν aut rationale est aut mediū, æquū autē est θν ipsi αγ, igitur αγ uel rationale, uel mediū est. Sub medijs igitur potētia tantū cōmensurabilibus, & quæ sequūtur reliqua: quod erat ostēdēdum.

Euclid. ex Zamb. Theorema 23. Propositio 26.

Medium non excedit medium rationali. 26

THEON ex Zamb. Si enim possibile, mediū αβ, medium αγ excedat rationali δβ, ponaturq; rationalis ιζ, ipsiq; αβ æquum ad ιζ comparetur (per 44 primi) parallelogrammum rectangulum ζθ, latitudinem efficiens ιθ: ipsi autem αγ æquum auferatur ζι, reliquum igitur βδ (per tertiam communem sententiā) reliquo κθ est æquale. Rationale autem est δβ, rationale igitur est & κθ. Quoniam igitur mediū est utrunq; ipsorū αβ, αγ, estq; αβ ipsi ζθ æqua le (per correlariū 23 decimi) at αγ ipsi ζκ, medium igitur est utrūq; ipsorū ζθ, ζκ, & ad rationalē ιζ cōparata sunt. Igitur rationalis est utraq; ipsarū θι & ικ, & incōmensurabilis ipsi ιζ longitudine (p 22 decimi.) Et quoniā rationale est δβ, estq; ipsi κθ æquale rationale igitur est & κθ, ad rationalēq; ιζ cōparatū est, rationalis igitur est (per 20 decimi) κθ, & ipsi ιζ longitudine cōmensurabilis. Sed ικ rationalis est, & ipsi ιζ longitudine incōmensurabilis: incōmensurabilis igitur est (per 13 decimi) ικ ipsi κθ lōgitudine, estq; sicut ικ ad κθ, sic quod ex ικ ad id quod ικ & κθ. Incōmensurabile igitur est (per 11 decimi & lēma 21 decimi) quod ex ικ, ei quod sub ικ & κθ. Sed ipsi quidē quod ex ικ, cōmensurabilia sunt quæ ex ικ & κθ, κθ quadrata, rationalia etenim utraq;, ei autē qđ sub ικ & κθ cōmēsurabile est (p 13 decimi) id quod bis sub ικ & κθ, duplū nāq; est illius. Incōmēsurabilia sunt (per 16 decimi) quæ ex ικ & κθ, ei quod bis sub ικ & κθ, & utraq; igitur simul quæ ex ικ & κθ, & quod bis sub ικ & κθ, & quod est id quod ex ιθ (per 4 secundi) incommensurabile est eis quæ ex ικ & κθ. Rationalia autem sunt quæ ex ικ & κθ (per diffinitionē.) Irrationale igitur est quod ex ιθ, irrationalis igitur est ιθ, sed & rationalis, quod est impossibile: medium igitur, medium non excedit rationali: quod erat ostendendum.

Sequentes duæ ex Zamberto neutiquam in Campano respondentes habent.

Euclid. ex Zamb. Problema 4. Propositio 27.

Medias inuenire potentia tantùm commensurabiles, rationale comprehendentes. 27

THEON ex Zamb. Exponātur binæ rationales potentia tantum commensurabiles α β, sumāturq; (per 13 sexti) ipsarū α, β, media proportionalis γ. Fiatq; (per 12 sexti) sicut α ad β, sic γ ad δ. Et quoniam ipsæ α, β, rationales sunt potentia tantum commensurabiles, igitur quod sub α, β, hoc est quod ex γ fit (per 21 decimi) medium est, media igitur est γ. Et quoniam est sicut α ad β, sic γ ad δ, ipsæ autem α, β, potentia tantum

tantum sunt commẽsurabiles, & γ, δ, igitur (per 11 decimi) potentia tantum sunt commensurabiles, estq; γ media, media igitur est (per 23 decimi) & δ. Ipsæ igitur γ, δ, (per constructionẽ) mediæ sunt potẽtia tantũ cõmensurabiles. Dico q. et rationale cõprehendunt. Quoniã enim est sicut α ad ζ, sic est γ ad δ, uicißim igitur (p 16 quinti) est sicut α ad γ, sic est ζ ad δ. Sed sicut α ad γ, sic γ ad β, & sicut igitur (per 11 quinti) γ ad ζ, sic β ad δ, igitur quod sub γ, δ, æquũ est ei quod ex ζ. Rationale autem est quod ex β. Rationale igitur est quod sub γ, δ. Inuentæ igitur sunt mediæ potentia tantum commensurabiles, rationale comprehendentes: quod fecisse oportuit.

α R. 9
γ R.R 54
β R.6
δ R.R.24

Euclid. ex Zamb. Problema 5. Propositio 28.

28 Medias comperire potentis tantum commensurabiles, mediũ comprehendentes.

THEON *ex Zãb. Exponãtur enim tres rationales potentia tantũ cõmensurabiles, α, β, γ, suscipiaturq; (per 13 sexti) ipsarũ α, β, media proportionalis δ. Fiatq; (p 12 sexti) sicut β ad γ, sic δ ad ε. Quoniã enim α, β, rationales sunt potentia tantũ cõmensurabiles, igitur (p 21 decimi) quod sub α β, hoc est id quod ex δ, medium est: media igitur est δ. Et quoniã β, γ, potentia solum sunt cõmensurabiles, estq; sicut ζ ad γ, sic est δ ad ε, ipsæ igitur δ, ε, (per 11 decimi) potentia tantum sunt cõmensurabiles, media uerò est δ, & igitur ε. Igitur ipsæ δ, γ, mediæ sunt potentia tantũ cõmensurabiles. Dico q. & medium comprehendunt. Quoniam enim est sicut β ad γ, sic est δ ad ε, uicißim igitur (per 16 quinti) sicut β ad δ, sic est γ ad ε. Sicut autem β ad δ, sic δ ad α. Et sicut igitur (per 11 quinti) δ ad α, sic γ ad ε. Quod igitur sub α, ε, (per 16 sexti) æquum est ei quod sub δ, γ, mediũ autem quod sub α, γ, medium igitur (per correlarium 23 decimi) quod sub δ ε. Inuentæ igitur sunt mediæ potentia tantum commensurabiles, medium comprehendentes: quod fecisse oportuit.*

α R. 16
δ R. R. 128
β R. 8
γ R. 6
ε R. R. 72

THEON. Lemma.

Cõperire duos quadratos numeros, ut ex eis cõpositus sit quadratus.

THEON *ex Zamb. Exponãtur bini numeri α β & β γ, sintq; aut pares, aut impares. Et quoniam si à pari par auferatur, et ab impari impar, (per 26 noni) reliquus erit par, si igitur ab α β pari par β γ, aut ab impari α ζ, impar β γ auferatur, reliquus α γ par est. Secetur α γ bifariam in δ, sint autẽ ipsi α ζ, ζ γ, aut similes plani, aut quadrati, qui & ipsi similes plani sunt. Igitur qui sub α β, β γ, unà cum eo qui ex γ δ quadrato, æquus est (per 6 secundi) ei qui ex β δ quadrato, estq; quadratus qui sub α β, β γ, quoniam patuit (per primam noni) quòd si bini similes plani multiplicantes se adinuicem aliquem fecerint, factus quadratus est. Inuenti igitur sunt bini quadrati numeri qui sub α β, β γ, & qui ex γ δ, qui compositi, β δ quadratum conficiunt.*

α ...... δ ..... γ .... ζ

CORREL. *Ac manifestũ quòd inuẽti sunt rursus bini quadrati, & qui ex β δ, & qui ex γ δ, ut & eorũ excessus qui sub α β, ζ γ, est quadratus, quãdo ipsi α ζ, ζ γ, similes fuerint plani. Quãdo autẽ nõ fuerint similes plani, inuenti sunt bini quadrati & qui ex β δ & qui ex δ γ, quorũ excessus qui sub α β & β γ non est quadratus.*

Lemma præcedentis oppositum.

Inuenire binos quadratos numeros, ut ex eis cõpositus non sit quadratus. *Sint enim α β, ζ γ, similes plani ut qui sub α β, β γ, (p 1 noni) sit quadratus, sitq; par γ α, seceturq; γ α bifariã in δ. Manifestũ iam est quòd qui sub α β, β γ, quadratus unà cũ eo qui ex γ δ quadrato, æquus est ei qui ex β δ quadrato. Auferatur autẽ unitas δ ε. Igitur qui sub α β & ζ γ unà cum eo qui ex γ ε, minor est eo qui ex ζ δ quadrato. Dico igitur q. qui sub α ζ, β γ, quadratus unà cum eo qui ex γ ε, non est quadratus. Si enim est quadratus, uel est æqualis ei qui ex ζ ε, uel eo minor. * Maior autẽ non erit, cũ qui sub α β, β γ, quadratus unà cũ eo qui ex ε δ quadrato, hoc est qui ex β δ, primus sit maiorũ quadrato qui ex β ε, unitas enim non secatur: maior autẽ est eo qui sub α β, β ε, unà cũ eo qui ex γ ε, γ δ enim, ipso γ ε unitate maior. Sit autẽ (si poßibile est) prius qui sub α β, β γ, unà cũ eo qui ex γ ε, æqualis ei qui ex β ε, sitq; ipsius δ ε unitatis duplus η α. Quoniam igitur totus α γ totius γ δ duplus est, quorum α η ipsius δ ε est duplus et reliquus igitur (per 7 septimi) η γ reliqui ε γ duplus est, bifariàm igitur ipse γ η, diuisus est in ε. Igitur qui sub η ζ & β γ, unà cum eo qui ex γ ε, æquus est ei qui ex ζ ε quadrato. Sed qui sub α β, β γ, unà cum eo qui ex γ ε, æquus supponitur ei qui ex β ε quadrato. Qui sub η β, β γ, igitur unà cum eo qui ex γ ε, æquus ei est qui sub α β, β γ, unà cum eo qui ex γ ε. Communi igitur sublato eo qui ex γ ε, * ducitur α β æqualis ipsi η ζ, quod est impoßibile. Qui sub α β, β γ, igitur unà cũ eo qui ex γ ε, æquus non est ei qui ex β ε. Dico iam quòd neq; minor ei ex ζ ε. Si enim poßibile, sit ei qui ex β ζ æqualis, & ipsius δ ζ*

α .. η .. ζ. δ. ε. ζ ... γ .... β

Græcus sic habet. Maior autẽ nõ erit, ne scilicet, ecetur unitas, etne qui sub α ζ, ζ γ unà cum eo qui γ ε, q est ipsius α ζ quadratus, æquus sit ei q sub α ζ, β γ unà cum eo qui ex γ ε.

συνάγεται colligitur.

συναχθήσεται colligetur. duplus ponatur ε α. * Conducaturq; duplus rursus δ γ ipsius γ ζ, et quod ipse ε γ bifariàm sectus est in ζ, ac per hoc is qui sub ε β, β γ, unà cum eo qui ex ζ γ, æquus erit ei qui ex β ζ. Supponitur autem quòd qui sub α β, β γ, unà cum eo qui ex γ ι, est æqualis ei qui ex β ζ. Conducetur igitur qui sub α β, β γ, unà cum eo qui ex γ ι æqualis ei qui ex δ ζ & β γ, unà cum eo qui ex γ ζ, quod absurdũ α . ε . δ . ι . ζ . . . γ . . . . β est. Igitur qui sub α ζ, β γ, unà cum eo qui ex γ ι, æquus non est minori eo qui ex ζ ι, patuit autem quòd neq; ei qui ex ζ ι, neq; eo maiori. Igitur qui sub α ζ, ζ γ, unà cum eo qui ex γ ι, quadratus non est. Cum autem sit poßibile & pluribus modis prædicta ostendere, sufficiant nobis tamen prædicta, ne materia longior existens longius protrahatur.

Euclid. ex Zamb. Theorema 6. Propositio 29.

Camp. 17 Comperire binas rationales potentia tantum commensurabiles, ut maior minore maius poßit eo quod ex cõmensurabili sibi longitudine. 29

THEON ex Zamb. Exponatur enim quædã rationalis α β, & bini quadrati numeri γ δ, δ ε, ut ipsorum residuus γ ε non sit quadratus (per correlariũ 1 lemmatis 28 decimi) et super α β describatur semicirculus α ζ β. Fiatq; sicut (per correlariũ 6 decimi) δ γ ad γ ε, sic quòd ex β α quadratũ ad id quod ex α ζ quadratũ, connectaturq; ζ β. Quoniã igitur est sicut quod ex β α ad id quod est α ζ, sic γ δ ad γ ε: igitur quod ex β α ad id quod ex α ζ, eam habet rationẽ quã numerus γ δ ad numerũ γ ε. Cõmensurabile igitur est quod ex β α, ei quod ex α ζ. Rationale autẽ quod ex α β, rationale igitur & id quod ex α ζ. Rationalis igitur est & α ζ. Et quoniã δ γ ad γ ε rationẽ non habet quam quadratus numerus ad quadratũ numerũ, neq; quod ex α β igitur ad id quod ex α ζ rationẽ habet quam quadratus numerus ad quadratũ numerũ. Igitur α β (per 9 decimi) ipsi α ζ longitudine incõmensurabilis est. Ipsæ igitur α ζ, α β, rationales sunt potẽtia tantum commensurabiles. Et quoniã est sicut δ γ ad γ ε, sic est quod ex α β ad id quod ex α ζ, conuertendo igitur (per correlariũ 19 quinti) sicut γ δ ad δ ε, sic quod ex α β ad id quod ex β ζ. At γ δ ad δ ε eam habet rationẽ quam quadratus numerus ad quadratũ numerũ. Quod igitur ex α β ad id quod ex β ζ, eam habet rationẽ quam quadratus numerus ad quadratũ numerũ. Cõmensurabilis igitur est (per 9 decimi) α β ad β ζ lõgitudine. Et quod ex α β (per 47 primi) æquũ est eis quæ ex α ζ & ζ β. Igitur α β ipsa α ζ maius potest ipsa β ζ sibi cõmensurabili. Inuentæ igitur sunt binæ rationales potentia tantum commensurabiles β α & α ζ, ut β maior ipsa α ζ maius poßit, eo quod ex ζ β sibi longitudine commensurabili: quod facere oportebat.

Euclid. ex Zamb. Theorema 7. Propositio 30.

Camp. 18 Comperire binas rationales potentia tantum cõmensurabiles, ut maior minore maius poßit eo quod fit à sibi longitudine incõmensurabili. 30

THEON ex Zãb. Exponatur rationalis α β, biniq; numeri quadrati γ ε & ε δ, ut ex eis cõpositus γ δ non sit quadratus (per lẽma secundum 28 decimi.) Describaturq; super α β, semicirculus α ζ β, fiatq; (p correlariũ 6 decimi) sicut δ γ ad γ ε, sic quod ex α β ad id quod ex α ζ connectaturq; ζ β. Similiter iam ostendemus sicut in præcedenti, quòd ipsæ β α & α ζ rationales sunt potẽtia tantũ cõmensurabiles. Et quoniã est sicut δ γ ad γ ε, sic est quod ex β α ad id quod ex α ζ, conuertendo igitur (per correlariũ 19 quinti) sicut γ δ ad δ ε, sic quod ex α β ad id quod ex ζ β. At γ δ ad δ ε rationẽ non habet quam quadratus numerus ad quadratum numerũ, neq; igitur quod ex α β, ad id quod ex β ζ rationẽ habet quam numerus quadratus ad quadratũ numerũ. Incommensurabilis igitur est α β ipsi β ζ longitudine, potestq; α β, quam ipsa α ζ maius eo quod ex β ζ sibi incommensurabili. Ipsæ igitur α β, β ζ, rationales sunt potentia tantum commensurabiles, & α β quàm ipsa α ζ maius potest quod ex ζ β sibi longitudine incommensurabili: quod fecisse oportuit.

α R. 13 β

γ . . . . . . ε . . . . δ

Euclid ex Camp. Propositio 24.

DVas lineas mediales potentia tantũ cõmunicantes superficiemq; rationalem continentes, quarum lõgior sit potẽtior breuiore, augmento quadrati lineæ cõmunicantis eidẽ longiori in longitudine, inuenire. 24 CAMPANVS. Cum omnes duæ lineæ mediales potentia tantũ communicantes, contineant superficiẽ rationalẽ aut medialẽ, ut ex præmissa patet, docet inuenire eas duas quæ continent superficiẽ rationalẽ & eas quæ medialẽ. Vnde propositum est inuenire duas lineas mediales potentia tantum cõmunicantes, quarum longior

poßit

possit amplius breuiori in quadrato alicuius lineæ sibi communicantis in longitudine, quæ cõtineant superficiem rationalem. Ad hoc secundum doctrinam 17 sumo duas lineas a & b potentia tantum rationales communicantes, quarũ longior quæ sit a, possit amplius breuiori quę sit b, in quadrato alicuius lineæ secum cõmunicantis in longitudine, & ponam lineam c secundum doctrinam 9 sexti, medio loco proportionalem inter a & b, & ponã ut sit proportio a ad b, sicut c ad d, quod qualiter fiat, in 10 sexti dictũ est. Dico tunc duas lineas c & d, esse quas quærimus. Patet enim ex 19, quod superficies quam continent duæ lineæ a & b, est medialis. Et quia per primam partem 16 sexti, quadratum lineæ c est dictæ superficiei æquale, erit igitur per 19 linea c medialis. Cum autem sit a ad b, sicut c ad d, & b communicet cum a in potentia tantum ex hypothesi, quia tam a quàm b rationalis est in potẽtia, sequitur per 10 quòd c quoque communicet cùm d in potentia tantum. Itaque per 21, cũ c sit linea medialis erit etiam d medialis, & per primam partem 12, erit linea c potentior linea d, in quadrato lineæ sibi communicantis in longitudine. Si ergo duæ lineæ c & d contineant superficiem rationalem, ipsæ sunt quales inquirimus. Eas autem continere superficiem rationalem, sic habeto. Cũ sit a ad b, sicut c ad d, erit permutatim a ad c, sicut b ad d, sed erat a ad c, sic c ad b, igitur est c ad b, sicut b ad d, itaque per primam partem 16 sexti, superficies quam continent duæ lineæ c & d, est æqualis quadrato b: est autem quadratum b, rationale per hypothesin, cum ipsa sit rationalis in potentia. Superficies ergo quam continent duæ lineæ c & d, est rationalis quare constat propositum.

a R.36
c
b 20
d

Euclid. ex Camp. *Propositio 25.*

25 Vas lineas mediales potentia tantum communicantes superficiemque rationalem continẽtes, quarum longior sit potentior breuiori, quadrato lineæ eidem longiori in lõgitudine incommensurabilis, inuenire.

CAMPANVS. Positis duabus lineis a & b rationalibus potentia tantum communicantibus, quarum lõgior possit amplius breuiori in quadrato lineæ secum non cõmunicantis in longitudine, quæ quidem reperiuntur secundum doctrinam 18, cæterisque positionibus manentibus sicut in præmissa, argumentando modo consimili patebit duas lineas c & d esse quales quærimus. Et nota quòd duæ lineæ quas hæc & præmissa docent inuenire, componunt bimediale primum, & minori earum abscisa de maiori: quæ reliqua est, dicitur residuum mediale primum.

a 36
c
b R.18
d

Euclid. ex Zamb. *Problema 8.* *Propositio 31.*

31 Comperire binas medias potentia tantum commensurabiles rationale comprehendentes, ut maior minore maius possit eo quod fit à sibi longitudine commensurabili.

THEON *ex Zamb. Exponantur (per 29 decimi) binæ rationales potentia tantum cõmensurabiles α β, ut α maior existẽs, ipsa β minore maius poßit eo quod ex sibi longitudine commensurabili, & ei quod sub α β, cõprehenditur æquum esto id quod ex γ. Medium autem est quod sub α β, medium igitur est (per correlarium 23 decimi) quod sub γ, media igitur est γ (per 21 decimi) Ei uerò quod ex β, æquũ esto quod sub γ δ. Rationale autem est quod ex β, rationale igitur et quod sub γ δ. Et quoniã (per 1 sexti) est sicut α ad δ, sic est quod sub α β, ad id quod ex β, sed ei quidem quod sub α β, æquum est id quod ex γ, ei autem quod ex β æquum est quod sub γ δ, sicut igitur α ad β, sic quod ex γ ad id quod sub γ δ. Sicut autem quod ex γ ad id quod sub γ δ, sic est γ ad δ, & sicut igitur α ad β, sic γ ad δ. Cõmensurabilis autem est (per hypothesin) α ipsi β potentia tantum: commensurabilis igitur (per 11 decimi) & γ ipsi δ potentia tantum. At γ, media est, media igitur est (per 23 decimi) et δ. Et quoniam est sicut α ad β & γ ad δ, at α ipsa β maius potest eo quod ex sibi commensurabili, & γ igitur ipsa δ maius potest, eo quod ex sibi commensurabili. Inuentæ sunt igitur binæ mediæ potentia tantum commensurabiles γ δ, rationale comprehendentes, & γ ipsa δ maius potest eo quod ex sibi longitudine cõmensurabili. Similiter uerò ostẽdetur & id quod ex incommensurabili, quando β maius potuerit eo quod fit ex sibi incõmensurabili: quod facere oportuit.* Camp. 25.

α 64
γ
β R.28
δ



Euclid. ex Camp. *Propositio 26.*

Vas lineas mediales potentia tantũ communicantes superficiemq́ mediale continentes, quarũ longior breuiore tãto amplius possit quantũ est quadratũ alicuius lineæ incommensurabilis ipsi longiori in longitudine, inuenire. 26

a 36.
d R.R.864
b R.24
c R.12
e R.R.96

CAMPANVS. Cùm docuerit inuenire duas lineas mediales potentia tantum communicantes superficiemq́ rationalem continentes, quarum longior plus possit breuiori in quadrato lineæ secum communicantis in longitudine, & secum incommensurabilis in longitudine, nunc docet inuenire duas lineas mediales potentia tantum communicantes, superficiemq́ medialem continentes, quarum longior sit potẽtior breuiori in quadrato lineę non secum commensurabilis, sed solum sibi incommensurabilis in longitudine, illud enim facile habetur ex isto. Sint itaq; tres lineæ sumptæ secundum doctrinam 18 a b c, potentia tantum rationalis & in ea solum communicantes, sitq́ à potentior b & c, quadrato lineæ sibi incommensurabilis in longitudine, & ponatur d medio loco proportionalis inter a & b ut docet 9 sexti, & sit d ad e sicut a ad c, dico duas lineas d & e esse quales inquirimus. Cùm sit enim quadratum lineę d æquale superficiei quæ continetur sub a & b per primam partem 16 sexti, sitq́ superficies contenta sub a & b medialis ex 19 cum a & b sint potentia tantũm rationales communicantes, erit ex eadem linea d medialis. At quia a ad c sicut d ad e, communicat autem a cum c in potentia tantum ex hypothesi, sequitur ex 10 ut e quoq; communicet cum d in potẽtia tantum. Itaq; per 21 erit e linea medialis. Et etiam quia a est potentior c, quadrato lineæ sibi incommensurabilis in longitudine, erit quoq; per 12 d potentior e quadrato lineæ sibi incommensurabilis in longitudine. Si igitur duæ lineæ d & e contineant superficiem medialem, constat eas esse quales inquirimus. Eas autem continere superficiem medialem, sic habetur. Cùm sit ex hypothesi a ad c sicut d ad e, erit permutatim a ad, d sicut c ad e. Sed a ad d est sicut d ad b per hypothesin, itaq; d ad b sicut c ad e, igitur per primam partem 12 sexti superficies quam continent d & e, est æqualis ei quam continent c & b. Sed b & c continent superficiem medialem per 19, cum ipsæ sint rationales in potentia tantum cõmunicantes ex hypothesi, itaq; d & e continent superficiem medialem: quod est propositum.

Zamb. 32. CAMPANVS. Si autẽ cura esset inuenire duas lineas mediales potentia tantum communicantes superficiẽq; medialem continentes, quarum longior esset potentior breuiori quadrato lineæ secum communicantis in longitudine, sumeremus tres lineas secundũ doctrinam 17, a b c, potentia tantum rationales & in ea solum cõmunicantes, et poneremus lineam a esse potentiorem linea c, quadrato alicuius lineę sibi communicantis in longitudine, cætera uerò manerent ut prius, et argumentatione consimili cõcluderemus, duas lineas d & e esse quales proponitur inquirere. Et nota quòd duæ lineæ quas hæc 26 docet inuenire, componunt bimediale secundum, & minori earũ abscisa de maiori, quæ reliqua est: dicitur residuum mediale secundum.

a R.54
d R.R.1944
b R.36
e R.R.499
c R.15

Euclid. ex Zamb. *Problema 9.* *Propositio 32.*

Inuenire duas medias potentia tantum cõmensurabiles mediũ comprehendentes, ut maior minore maius possit eo quod fit ex sibi commensurabili. 32

α R. 64
δ R.R.3072
β R. 48
ε R. R. R. 1456
γ R:28

THEON ex Zamb. *Exponantur tres rationales potentia tantũ cõmensurabiles α β γ, ut α (per 29 decimi) ipsa γ maius possit eo quod ex sibi commensurabili, & ei quidem quod sub α β, æquum sit (per 13 & 17 sexti) quod ex δ, medium autem est quod sub α β, medium igitur (per eandem) quod ex δ, & δ igitur media est. Ei autem quod sub β γ, æquum esto quod sub δ ε. Et quoniam (per 1 sexti & lẽma 21 decimi) sicut quod sub α β, ad id quod sub β γ, sic*

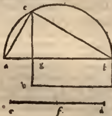
β γ, sic est α ad γ, sed ei quidem quod sub α β, æquum est id quod ex δ, ei autem quod sub β γ, æquum est id quod sub δ ε, est igitur (per 9 quinti) sicut α ad γ, sic quod ex δ ad id quod sub δ ε. Sicut autem quod ex δ ad id quod sub δ ε, sic est δ ad ε, & sicut igitur (per 11 quinti) α ad γ, sic δ ad ε. Commensurabilis autem est α ipsi γ potentia tantum, commensurabilis igitur est (per 11 decimi) & δ ipsi ε potentia tantum. Media autẽ est δ, media igitur (per 22 decimi) est & ε. Et quoniam est sicut α ad γ, sic est δ ad ε, & α quã γ maius potest, eo quod ex sibi commensurabili, & δ igitur quàm ε maius poterit eo quod ex sibi cõmensurabili (per 14 decimi) Dico insuper quòd comprehensum sub δ ε, medium est. Quoniã enim æquum est quod sub β γ, ei quod sub δ ε, medium autem quod sub β γ, medium igitur (per correlarium 22) & quod sub δ ε. Inuentæ sunt igitur duæ mediæ potentia tantum commensurabiles δ ε, medium cõprehendentes, ut maior minore maius posit, eo quod fit ex sibi commensurabili. Similiter iam rursus ostendetur & id quod ex incommensurabili, quando α ipsa γ maius poterit, eo quod fit ex sibi incõmensurabili: quod facere oportuit.

α Re. 64
δ Re. R. 3072
β Re. 48
ε Re.Re. Re. 1456
γ Re. 28

Euclid. ex Camp. *Propositio 27.*

27 Vas lineas potentialiter incommensurabiles, superficiemque medialem continentes, quarum ambo quadrata pariter accepta sint rationale, inuenire.

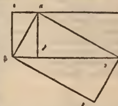
Campanvs. Propositum est inuenire duas lineas incommensurabiles tam in potentia quàm in longitudine, quæ contineant superficiem medialem, & quadrata ambarum pariter accepta faciant superficiem rationalẽ. Ad hęc autẽ sumo per 18 duas lineas a b & c d potentia tantùm rationales cõmunicantes, quarum longior quæ sit a b, sit potentior c d, quadrato alicuius lineæ secum incõmensurabilis in longitudine. Et super lineam a b describo semicirculum a e b. Et diuido lineam c d per æqualia ad punctum f. Et diuido lineam a b ad pũctum g, ita quòd linea e f cadat in medio loco proportionalis inter a g & g b: qualiter hoc fiat, in 13 dictũ est. Et pono quòd superficies b h fiat ex a g in g b, eritque ex prima parte 16 sexti, quadratum c f, ęquale superficiei b h. Et quia quadratum c f est æquale quartæ parti quadrati c d ex quarta secũdi, & quia superficiei b h deest ad complẽdam lineã a b, superficies quadrata cum a g sit æqualis g h, & quia linea a b potentior est linea c d, quadrato lineæ sibi incommensurabilis in longitudine ex hypothesi, erit ex secunda parte 14 linea a g incommensurabilis lineæ g b. Educo igitur à puncto g perpendicularem super lineam a b usque ad circumferentiam semicirculi, quæ sit g e, & protraho lineas a e & e b. Quas dico esse quales quærimus, erit enim e g æqualis c f, eo quòd utraque cadit medio loco proportionalis inter a g & g b, primam quidem per primã partẽ correlarij 8 sexti, secunda uerò per hypothesin, propter quod quadratum utriusque earum per primam partem 16 sexti est æquale superficiei a g in g b, quæ est b h, ipsæ igitur sunt æquales. At quia per quartam sexti proportio a e ad e b est sicut a g ad g e, sunt autẽ a g & g e & g b continuè proportionales, erit a e ad e b duplicata, sicut a g ad g b, quare per 18 sexti, erit quadratum lineæ a e ad quadratũ lineæ e b, sicut a g ad g b. Cùm sit igitur a g incommunicans g b, erit per secundam partẽ 10 qoadratum a e incommonicans quadrato e b, quare duæ lineæ a e & e b sunt incommensurabiles in potentia. Et quia per penultimam primi quadratũ a b est æquale quadratis duarum linearum a e & e b pariter acceptis, quadratum autem a b est rationale, cum a b sit rationalis in potentia per hypothesin, erunt quoque quadrata duarum linearum a e & e b pariter accepta, rationale. Si uerò hæ duę lineæ continent superficiem medialem, habitum est propositum. Erat autem c d rationalis in potentia & in ea tantum commonicans lineæ a b, qoare & c f, & ideo etiam g e sibi ęqualis erit potentia rationalis, & tantum in eadem communicans cum a b, itaque per 19 superficies a b in g e est medialis. Quia igitur per 4 sexti & per primam partem 15 eiusdem superficies a e in e b est superficiei a b in g e æqualis, constat duas lineas a e & e b, esse quales uolumus. Et nota quòd duæ lineæ quas docet hæc 27 inuenire, componunt lineã maiorem & minori earum abscisa de maiori: quæ reliqua est, dicitur linea minor.



THEON

THEON. Lemma.

THEON ex Zamb. Esto triangulum rectangulum αβγ, rectum habens qui sub βαγ, exciteturq́; (per 11 primi) perpendicularis αδ. Dico quòd sub γβ & βδ, æquum est ei quod ex βα: quod uerò sub βγ, γδ, ei quòd sub γα: quod autem sub δβ & δγ, æquum est ei quod ex αδ: & insuper id quod sub βγ, αδ, æquū est ei quod sub βα & αγ. In primisq́;, quòd id quod sub γβ & βδ, æquum est ei quod ex αβ. Quoniā enim in rectangulo triangulo βαγ, ab angulo recto in basin, perpēdicularis ducta est αδ, igitur (per 8 sexti) triāgulum αβδ & αδγ, similia sunt toti αβγ, & sibi inuicem. Et quoniam triangulum αβγ simile est triangulo αδβ, est igitur sicut γβ ad βα, sic est αβ ad βδ. Igitur quod sub γβ & βδ, æquum est ei quod ex αβ. Id propterea iam quod sub βγ & γδ, æquum est ei quod ex αγ. Et quoniam si in rectangulo triangulo ab angulo recto in basin perpendicularis excitetur, excitata basis segmētorum media proportionalis est (per correlarium 8 sexti) est igitur sicut βδ ad δα, sic est αδ ad δγ. Igitur (per 17 sexti) quod sub βδ, δγ, æquum est ei quod ex δα. Dico autem quòd & id quod sub βγ & αδ, æquum est ei quod sub βα et αγ. Quoniā enim ut diximus αβγ simile est ipsi αγδ, est igitur sicut βγ ad αγ, sic βα ad αδ. Si fuerint autem quatuor rectæ lineæ proportionales, quod sub extremis (per 16 sexti) æquum est ei quod sub medijs, quod igitur sub βγ, αδ, æquum est ei quod sub βα, αγ. Vel etiam quando describimus εγ rectangulum parallelogrammum, complebimusq́; αζ, æquum erit (per 41 primi) εγ ipsi αζ, utrunq; enim eorum, ipsius αβγ trianguli duplum est, estq́; quod ex βα, αγ, id quod sub βγ, αδ, ipsum autem αζ est id quod sub βα & αγ. Quod igitur sub βγ, αδ, æquum est ei quod sub βα & αγ.



Euclid. ex Zamb. Problema 10. Propositio 33.

Inuenire binas rectas lineas potentia incōmensurabiles, conficiētes cōflatum ex quadratis quę ab ipsis rationale, quod uerò sub ipsis mediū. 33

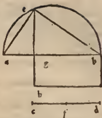
THEON ex Zamb. Exponantur (per 30 decimi) binæ rationales potentia tantum commensurabiles αβ, βγ, ut maior αβ minore βγ maius possit, eo quod ex sibi incommensurabili. Seceturq́; (per 10 primi) βγ bifariàm in δ, & ei quod ex altera ipsarum βδ, δγ (per 16 sexti) æquum ad ipsam αβ comparetur parallelogrammum deficiens forma quadrata, sitq́; quod sub αε, εβ. Describaturq́; super αβ semicirculus αζβ, exciteturq́; (per 11 primi) ipsi αβ ad angulos rectos εζ, cōnectanturq́; αζ & ζβ. Et quoniam binæ rectæ lineæ sunt inæquales αβ, βγ, & αβ ipsa βγ maius potest, eo quod a sibi incōmēsurabili, quartæ autem parti illius quod ab ipsa βγ, minore, hoc est ab eius dimidio, æquum ad ipsam αβ parallelogrammū comparatum est deficiens forma quadrata, efficitq́; id quod sub αε, εβ: incommensurabilis igitur est (per secundam partem 18 decimi) αε ipsi εβ. Estq́; sicut αε ad εβ sic quod sub αβ & βε. Ei autē quod sub βα, & αε, æquū est id quod ex αζ. Quod autem sub αβ, & βε (per lemma præcedentis) ei quod ex βζ est æquale. Incommensurabile igitur est quod ex αζ, ei quod ex βζ. Ipsæ igitur αζ, ζβ, potētia sunt incommensurabiles. Et quoniam αβ rationalis est, rationale igitur est (per 7 diffinitionē decimi) quod ex αβ, quare & compositum ex eis quæ ex αζ, ζβ, rationale est. Et quoniam rursus quod sub αε, εβ, æquum est (per lemma præcedentis) ei quod ex εζ, supponitur autem id quod sub αε, εβ, ipsi quod ex βδ æquale, æqualis igitur est ζε, ipsi βδ. Dupla igitur est βγ, ipsius ζε. Quare & quod sub αβ, βγ, duplum est eius quod sub αβ, εζ, medium autem est quod sub αβ, βγ, medium igitur & id quod sub αβ, εζ, æquum autem est quod sub αβ, εζ, ei quod sub αζ, ζβ, medium igitur et quod sub αζ, ζβ, patuit uerò quod et rationale compositum ex eis quæ ab ipsis quadrata. Inuentæ igitur sunt binæ rectæ lineæ potentia incommensurabiles αζ, ζβ, efficientes cōpositum ex eis quæ ab ipsis sunt quadratis rationale, & quod sub ipsis medium: quod erat agendum.



Euclid. ex Camp. Propositio 28.



DVas lineas potentialiter incommensurabiles superficieq́; rationalem continentes, quarum ambo quadrata pariter accepta sint mediale, inuenire. 28

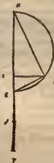


CAMPANVS. Sit hîc prorsus eadem dispositio quæ prius in præmissa. Sint autem duæ lineę a b & c d, quales proponit 25, eruntq́; simili argumentatione præmissæ duæ lineæ a e & e b, quales hæc 28 proponit. Cùm sit enim a b linea medialis, erit eius quadratum mediale per 19, & ideo quadrata duarum linearum a e & e b, sunt mediale per penultimam primi. Et quia a b in c d continet superficiem rationalem, sequitur etiam ut a b in e f, & ideo in g e sibi æqualem, contineat superficiem rationalē, itaq; & a e in e b. Patet ergo quod quæritur. Vnde duæ lineæ quas hæc 28 docet inuenire, componūt lineam potentem in rationale & mediale, & minori earum abscisa de maiori, quę reliqua est, dicitur linea quę iuncta cū rationali componit totum mediale.

Euclid. ex Zamb. *Problema 12.* *Propositio 34.*

34 Binas rectas lineas potentia incommensurabiles efficientes, compositum ex ijs quæ ab ipsis sunt quadrata mediū, quod uerò sub ipsis rationale, comperire.

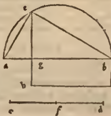
THEON *ex Zanberto. Exponantur binæ mediæ potentia tantùm commensurabiles αβ, βγ, rationale comprehendentes quod sub ipsis, ut αβ, ipsa βγ, maius poßit eo quod a sibi incommensurabili. Describaturq́; super ipsa αβ, semicirculus αδβ, seceturq́; (per 10 primi) βγ, bifariàm in ε, comparetur q́; (per 28 sexti) ad ipsam αβ, ei quod ex βε æquum parallelogrammum forma deficiēs a quadrata, sitq́; quod sub αζ, ζβ. Incommensurabilis igitur αζ, ipsi ζβ longitudine. Exciteturq́; (per 11 primi) ab ζ, ipsi αβ ad angulos rectos ζδ, connectanturq́; ipsæ αδ & δβ. Quoniam igitur incommensurabilis est αζ ipsi ζβ, incommensurabile est igitur & quod sub βα, & αζ, ei quod sub αβ, & βζ. Aequale autem est id quod sub βα & αζ, ei quod ex αδ, quod autem sub αβ, βζ, ei quod ex δβ, incommēsurabile igitur est & id quod ex αδ, ei quod ex δβ. Et quoniam medium est quod fit ex αβ, mediū igitur est et compositum ex eis quæ ex αδ, δβ. Et quoniā dupla est βγ ipsius δζ, duplū igitur est quod sub αβ, βγ, eius quod sub αβ, ζδ. Rationale autem est quod sub αβ, βγ, supponitur enim: rationale igitur & quod sub αβ, ζδ. Ei autem quod sub αβ, ζδ, æquū est (per lemma 32 decimi) quod sub αδ, δβ. Quare & quod sub αδ, δβ, rationale est. Inuentæ sunt igitur binæ rectæ lineæ potentia incommensurabiles αδ, δβ, efficientes compositum ex eis quæ ab ipsis sunt quadratis medium, quod uerò sub ipsis rationale: quod facerè oportuit.*



Euclid. ex Camp. *Propositio 29.*

29 Vas lineas potentialiter incommensurabiles superficiēq; medialem continentes, quarum quadrata ambo pariter accepta sint mediale, duplo superficiei unius in alteram incommensurabile, inuenire. *Zamb. 35.*

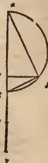
CAMPANVS. Huius quoq; dispositio, à duarum pręmissarum dispositione nō sit in quoquam diuersa. Sint autem lineæ duæ a b & c d, quales 26 proponit, eruntq; præmissa argumentatione duæ lineæ a e & e b, quas in quirimus. Cùm enim a b sit linea medialis, erunt quadrata duarum linearum a e & e b pariter accepta mediale, at cùm a b & c d contineant superficiem medialem, sequitur ut a b in e f, & ideo in e g sibi æqualem contineat quoque superficiem medialem, omnis enim superficies mediali communicans, medialis esse conuincitur, queadmodū in 21 monstratum est: superficies igitur a e in e b medialis est, cùm ipsa sit ęqualis superficiei a b in g e. Quia uerò linea a b est incōmensurabilis lineæ c d, erit etiā incōmensurabilis lineæ e f, quare



quare & lineæ e g. Quare per primam partem sexti & secũdam partem decimæ huius, superficies a b in e g quæ est æqualis superficiei a e in e b, erit incommensurabilis quadrato lineæ a b, itaq; & quadratis duarum linearum a e et e b pariter acceptis. Quod cùm ita sit, sequitur quoq; ut duplum superficiei a e in e b sit incommensurabile quadratis prædictis duarum linearum a e & e b pariter acceptis. Et hoc erat demonstrandum. Duæ lineæ quas hæc 29 docet inuenire, componũt lineam potẽtem in duo medialia, & minori earum abscissa de maiori, quę reliqua est, dicitur linea quę iuncta cùm mediali facit totum mediale.

Euclid. ex Zamb. *Problema 12.* *Propositio 35.*

Comperire binas rectas lineas potentia incommensurabiles, efficientes compositum ex earum quadratis medium, & quod sub ipsis mediũ, & insuper incommensurabile composito ex earum quadratis. 35



THEON ex Zamb. *Exponantur (per 28 decimi) binæ mediæ potentia tãtum incommensurabiles αβ, βγ, medium comprehendentes, ut αβ ipsa βγ, maius possit eo quòd ex sibi incommensurabili. Describaturq́; super αβ, semicirculus αδβ, & reliqua fiant quemadmodum in superioribus. Et quoniam (per secundam partem 18) incommensurabilis est αζ ipsi ζβ longitudine, incommensurabilis est (per 11 decimi) & αδ ipsi δβ potentia. Et quoniam quod ex αβ medium est, medium igitur est & cõpositum ex ijs quæ ex αδ, δβ. Et quoniam quod sub αζ, ζβ, æquũ est ei quod ex utraque ipsarum βε, δζ, æqualis igitur est βε ipsi δζ. Dupla igitur est βγ ipsius ζδ, quare & quod sub αβ, βγ, duplum est eius quod sub αβ, ζδ. Medium autem quod sub αβ, βγ, medium igitur & quod sub αβ, ζδ, æquumq́; est ei quod sub αδ, δβ, medium igitur est (per correlarium 23 decimi & per lemma primum decimi) quod sub αδ, δβ. Et quoniam incommensurabilis est αβ, ipsi βγ longitudine, commensurabilis autem est βγ ipsi βε, incõmensurabilis igitur est (per 13 decimi) et αβ ipsi βε longitudine. Quare & quod ex αβ, ei quod sub αβ, βε, incommensurabile est. Sed ei quidem quod ex αβ æqualia sunt quæ ex αδ, δβ (per 47 primi) ei autem quod sub αβ, βε, æquum est id quod sub αβ, ζδ, hoc est quod sub αδ, δβ, incommensurabile igitur est compositum ex ijs quæ ex αδ, δβ, ei quod sub αδ, δβ. Inuentæ igitur sunt binæ rectæ lineæ αδ, δβ, potentia incommensurabiles, efficientes compositũ ex earum quadratis medium & quod sub ipsis medium, & insuper cõposito ex earũ quadratis incõmensurabile: quod fecisse oportuit.*

Euclid. ex Camp. *Propositio 30.*



SI duæ lineæ potentialiter tantùm rationales communicantes, in longum directumq́; coniungantur, tota linea ex his composita erit irrationalis, diceturq́; binomium. 30

a Re. 12 b Re. 4 c

a c Re. Re. 256

CAMPANVS. Sint duæ lineæ a b & b c iu continuum directumq; coniunctæ rationales in potentia tantum communicantes, quas per 17 & 18 reperies, dico totam lineam a c ex eis compositam esse irrationalem, & ipsa uocatur binomium. Est enim per quartam secundi quadratum a c, æquale quadratis duarum linearum a b & b c, & duplo superficiei unius earum in alteram, quadrata autem ambarum faciunt superficiem rationalem ex hypothesi, duplum uerò superficiei unius earum in alteram facit superficiem medialem ex decimanona, itaq; quadrata ambarum pariter acceptarũ faciũt superficiem incommensurabilem duplo superficiei unius earũ in alteram: erit igitur ex 9 quadratum a c incommensurabile duobus quadratis duarum linearum a b & b c pariter acceptis, quare irrationale per diffinitionem, cùm duo illa quadrata faciant superficiem rationalem, ideoq; suum latus tetragonicũ quod est a c, irrationale quoq; per diffinitionem: constat ergo propositum.

Euclid. ex Zamb. *Theorema 24.* *Propositio 36.*

Si binæ rationales potentia tantùm commensurabiles compositæ fuerint, tota irrationalis est, uoceturq́; ex binis nominibus. 36

THEON ex Zamb. *Componantur enim binæ rationales potentia tantùm commensurabiles αβ, βγ. Dico quòd αγ, irrationalis est. Quoniam enim incommensurabilis est αβ, ipsi βγ longitudine, potẽtia enim tantum*

tantum sunt commensurabiles, sicut autem α ζ ad ζ γ (per lemma 21 decimi) quod sub α β, β ζ, ad id quod ex β γ. Incommensurabile (per 11 decimi) igitur est quod sub α β, ζ γ, ei quod ex ζ γ, sed ei quod sub α ζ, β γ, commensurabile quidem est quod bis sub α β, β γ. Ei autẽ quod ex ζ γ, cõmensurabilia sunt quae ex α β, β γ. Quare & quod bis sub α β, β γ, eis quae ex α β, β γ, incommensurabile est. Componendoq́; (per 4 secundi) quod bis sub α β, β γ, unà cum eis quae ex α β, ζ γ, hoc ex quod est α γ, incommensurabile est composito ex ijs quae ex α ζ, ζ γ, rationale autem est compositum ex ijs quae ex α ζ, ζ γ: irrationale igitur est (per diffinitionem decimi) quod ex α γ. Quare & α γ irrationalis est, uocatur autem ex binis nominibus. Vocauit sane ipsam ex binis nominibus, eo quia ipsa ex binis rationalibus constat, proprium nomen appellans, rationale quatenus rationale: quod fecisse oportuit.

α 20 β 6 γ

β γ Re. Re. 640

Euclid. ex Camp. *Propositio 31.*

31 I duae lineę mediales potẽtia tantũ cõmunicans superficiẽq́; rationalẽ continentes, directè coniũgantur, tota linea ex his composita erit irrationalis, diceturq́; bimediale primum.

CAMPANVS. Sint duę lineae a b & b c, in continuum directumq́; coniunctę quales proponuntur, quas per 24 & 25 reperies, dico totam lineam a c esse irrationalem, & ipsa uocatur bimediale primum. Est enim duplum superficiei a b in b c rationale per hypothesin, duoq́; quadrata duarum linearum a b & b c pariter accepta faciunt mediale, cum utrunq; quadratum sit mediale per hypothesin, & unum eorum communicans alij, duplum igitur superficiei unius earum in alteram est incommunicans duobus quadrans pariter acceptis, totum ergo aggregatum ex duplo superficiei & duobus quadratis (& ipsum est quadratum totius a c per 4 secundi) est incommensurabile duplo superficiei unius earum in alteram per 9 huius. Cum itaq; duplum superficiei sit rationale, erit quadratum a c irrationale, ideoq; & linea a c: quod est propositum.

a Re. Re. 54 Re. Re. 24 c

IDEM *aliter.* Sit linea d e, rationalis in longitudine, cui adiungatur superficies d f, aequalis duobus quadratis duarum linearũ a b & b c, eritq́; superficies haec d f medialis, cũ utrunq; quadratum sit mediale per hypothesin, & unum eorum communicans alij, quare per 20 linea d g, est rationalis in potentia tantum, non communicãs in longitudine lineae d e. Rursus ad lineam f g, quae est aequalis d e, adiungatur superficies f h aequalis duplo superficiei a b in b c, eritq́; f h rationalis per hypothesin, quare per 16 linea g h erit rationalis in longitudine: duae itaq; lineae d g & g h sunt potẽtialiter rationales, & in ea tantum communicantes, ergo per 30 tota ex eis composita quę est d h, est binomium & irrationalis, quare per 16 à destructione consequentis superficies e h est irrationalis. At quia per 4 secũdi latus eius tetragonicum est linea a c, ipsa erit irrationalis per diffinitionẽ quod oportuit demonstrare.

b f g e d

Euclid. ex Zamb. *Theorema 25.* *Propositio 37.*

37 Si binae mediae potentia tantum commensurabiles cõpositae fuerint rationale comprehendentes, tota irrationalis est, uocatur autem ex binis prima medijs.

THEON *ex Zamb.* *Componantur enim binae mediae potentia tantum commensurabiles α β, β γ, rationale comprehendentes. Dico quòd α γ irrationalis est. Quoniam enim incommensurabilis est α β, ipsi β γ, longitudine, & quae ex α β, β γ, igitur sunt incõmensurabilia ut quod bis sub α β, β γ. Componendo igitur quae ex α ζ, β γ, unà cũ eo quod bis sub α β, β γ, hoc est illud quod ex α γ, incommensurabile est ei quod sub α β, β γ. Supponuntur autem ipsae α ζ, β γ, rationale comprehendentes: irrationale igitur est id quod ex α γ, irrationalis igitur est α γ, uocatur sanè ex binis medijs prima, * uocauit autem eam ex binis medijs primam, quoniam rationale comprehendit, & conterit rationale.* Graecus nõ habet.

α Re. Re. 27 ζ Re. Re. 12 γ

Euclid. ex Camp. *Propositio 32.*

32 I duae lineae mediales potentialiter tantum communicantes superficiemq́; medialem continentes directè coniungantur, tota linea erit irrationalis diceturq́; bimediale secundum.

CAMPANVS. Sint duæ lineæ a b & b c in continuum directumq́ coniunctæ, ut proponitur, quas per 26 contingit reperiri, dico totam a c ex eis compositam esse irrationalem & ipsa uocatur bimediale secundum. Esto enim linea d e rationalis in lõgitudine, cui adiũgatur superficies d f æqualis duobus quadratis duarum linearum a b & b c pariter acceptis. Et quia ex hypothesi duo illa quadrata sunt communicantia, & utrũq; mediale erit superficies d f medialis, quare per 20 linea d g quæ est eius latus secundum, est rationalis in potentia tantum, & lineæ d e incommensurabilis in longitudine. Rursus adiungatur ad lineã g f quæ est æqualis lineæ d e, superficies f h æqualis duplo superficiei a b in b c, eritq; etiam superficies f h medialis, erat enim per hypothesin superficies a b in b c medialis, ergo duplũ eius cui est æqualis f h erit mediale, partẽ 20 igitur est linea g h, rationalis in potentia tantum & incommensurabilis in longitudine lineæ g f. Quia uerò a b & b c sunt potentialiter tantũ cõmunicantes, erit per primam sexti & per secundã partem 10 huius, superficies unius in alteram, incommensurabilis quadrato utriusq;. At quia quadrata earum communicant per hypothesin, erit dicta superficies, quare & duplũ eius, incommunicãs duobus quadratis earum pariter acceptis, duæ ergo superficies d f & f h sunt incommunicantes: per primam itaque sexti & secundam partem 10 huius erit linea d g incommensurabilis lineæ g h, quæ cum sint rationales in potentia, erit per 30 tota linea d h binomium & irrationalis. Et quia latus eius tetragonicum per 4 secundi est linea c, sequitur per diffinitionem quod linea a c sit irrationalis: quod propositum erat ostendere.

a Re. Re 128 b Re. Re. 72 c

b g f d e

Euclid. ex Zamb. *Theorema 26.* *Propositio 38.*

Si binæ mediæ potentia tantum commensurabiles cõpositæ fuerint medium comprehendentes, tota irrationalis est, uocatur autem ex binis secunda medijs. 38

THEON ex Zamb. *Componantur enim binæ mediæ potentia tantum commensurabiles αβ, βγ, medium comprehendentes. Dico quòd irrationalis est αγ. Exponatur rationalis δι, ei autem quod ex αγ (per 44 primi) æquum ad ipsam δι comparetur δζ, latitudinem efficiens δε. Et quoniam quod ex αγ, æquum est & eis quæ ex αβ, βγ, & ei quod bis sub αβ, βγ, quod autem ex αγ, æquũ est ipsi δζ, igitur & δζ, æquũ est & eis quæ ex αβ, βγ, & eis quod bis sub αβ, βγ. Comparetur (per eandem) tam eis quæ ex αβ, βγ, ad ipsam δι, æquum ipsum ιθ, reliquum igitur θζ æquum est ei quod bis sub αβ, βγ. Et quoniam media est utraque ipsarũ αβ, βγ, media igitur sunt & ea quæ ex αβ, βγ, mediũ autem supponitur quod bis sub αβ, βγ, eis autem quæ ex αβ, βγ æquum est ιθ, ei uerò quod eis sub αβ, βγ, æquum est ζθ, medium igitur est utrunq; ipsorum ιθ, θζ, & ad rationalem δι, comparata sunt. Rationalis igitur est utraq; ipsarum δθ, θε, & ipsi δι, longitudine, incommensurabilis. Et quoniam incommensurabilis est αβ, ipsi βγ, longitudine. Estq; sicut αβ ad βγ, sic quod ex αβ, ad id quod sub αβ, βγ, incommensurabile igitur est ei quod ex αβ, id quod sub αβ, βγ, at ei quidem quod ex αβ commensurabile est compositum ex ijs quæ ex αβ, βγ, sunt quadrata, ei uerò quod sub αβ, βγ, commensurabile est id quod bis sub αβ, βγ. Incommensurabile igitur est compositum ex ijs quæ ex αβ, βγ, ei quod bis sub αβ, βγ. Sed eis quidem quæ ex αβ, βγ, æquum est ιθ, ei autem quod bis sub αβ, βγ, æquum est ζθ. Incommensurabile igitur ζθ, ipsi θι. Quare & δθ, ipsi θε, est incommensurabilis longitudine. Ostensum est autem quòd rationales. Ipsæ igitur δθ, θε, rationales sunt potentia tantum commẽsurabiles. Quare δε, irrationalis est, rationalis autem δι. Quod autem sub irrationali & rationali comprehensum rectangulum, irrationale est (per 22 decimi) Igitur area δζ irrationalis est, ipsamq́; potens irrationalis est, ipsum autem δζ, ipsa αγ, potest, irrationalis igitur est αγ, uocaturq́; ex binis medijs secunda. Vocauit autem eam ex binis medijs secundam, quoniam medium comprehendit quod sub ipsis, & non rationale, in secundo uerò est loco medium rationale. Quod autem sub rationali et irrationali comprehensum rectangulum sit irrationale, patet: si enim est rationale, comparatumq́; est ad rationalem, erit aliud latus rationale, sed & irrationale, quod est absurdum. Quod igitur sub rationale est: quod ostendere oportuit.*

α Re. 8 β Re. 6 γ

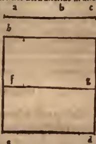
δ θ ε ι η ζ

Euclid.

Euclid. ex Camp. *Propositio 33.*

33 Vm coniunctæ fuerint duæ lineæ potentialiter incõmensurabiles superficiemq́ mediale continentes, quarũ ambo quadrata pariter accepta sint rationale, tota linea erit irrationalis, diceturq́ linea maior.

CAMPANVS. Sint duæ lineæ a b & b c sibi in continuumq́ coniunctæ sicut proponitur, quas contingit ex 27 reperire. Dico a c ex eis compositam esse lineam irrationalem, & ipsa uocatur linea maior. Cùm enim ambo quadrata pariter accepta sint rationale, superficies uerò alterius in alterã (quare & eius duplum) medialis per hypothesin erit totũ ex duobus quadratis pariter acceptis incommunicans duplo superficiei unius in alteram, itaq totum aggregatum ex duobus quadratis & duplo superficiei (& ipsum est æquale quadrato a c) per 4 secundi, erit per 9 huius incommensurabile duobus quadratis a b & b c pariter acceptis. Per diffinitionẽ ergo est quadratũ lineæ a c irrationale, & linea a c irrationalis: quod est propositum.



IDEM aliter. Sicut præmissis ad lineam d e, quæ sit rationalis in longitudine, adiungatur superficies d f, quæ sit ęqualis duobus quadrans duarum linearum a b & b c pariter accepns, eritq́ rationalis per hypothesin, quare per 16 latus eius, secundum quod est d g, erit etiam rationale in longitudine & communicãs lineæ d e. Rursus ad lineam f g adiungatur superficies f h ęqualis duplo superficiei a b in b c, eritq́ medialis per hypothesin, quare per 20 linea g h quę est eius latus secundum est rationalis in potentia tantum: per 30 igitur est linea d h binomium & irrationalis, ideoq́ per 16 à destructione consequentis superficies e h est irrationalis, quare latus eius tetragonicum, quod per 4 secundi est a c, est irrationale per diffinitionem: quod uolumus ostendere.

Euclid. ex Zamb. *Theorema 27.* *Propositio 39.*

39 Si binæ rectæ lineæ potentia incõmensurabiles cõpositæ fuerint cõficientes compositũ ex quadratis, quæ ab ipsis rationale, quod autẽ sub ipsis medium, tota recta linea irrationalis est, uocatur autem maior.

THEON ex Zamb. *Componantur enim binæ rectæ lineæ potentia incommensurabiles αβ, βγ, efficientes ea quæ proposita sunt. Dico quòd αγ irrationalis est. Quoniam enim (per hypothesin) quod sub αβ, βγ, medium est, & quod bis igitur sub αβ, βγ, medium est. Compositum uerò ex iis quæ ex αβ, βγ, rationale est, incommensurabile igitur est quod bis sub αβ, βγ, cõposito ex iis quæ ex αβ, βγ. Quare & quæ ex αβ, βγ, unà cum eo quod bis sub αβ, βγ, quod est id quod ex αγ, incommensurabile est composito ex iis quæ ex αβ, βγ. Rationale autem est compositum ex iis quæ ex αβ, βγ, irrationale igitur est quod ex αγ. Quare et αγ irrationalis est. Vocatur autem maior. Vocauit autem ipsam maiorem, tum quia quæ ex αβ, βγ, rationalia maiora sunt eo quod bis sub αβ, βγ medio, tum quod conueniat ab ipsorum rationalium proprietate imponere nomen. Quod autem quæ ex αβ, βγ, maiora sunt eo quod bis sub αβ, βγ, sic ostendendum est. Manifestum quidem est quòd inæquales sunt ipsæ αβ, βγ. Si enim æquales essent, æqualia quoq; essent (per 7 secundi) & quæ ex αβ, βγ, ei quod bis sub αβ, βγ, esset quoq; id quod sub αβ, βγ, rationale. Quod non supponitur, inæquales igitur sunt ipsæ αβ, βγ. Supponatur maior αβ, ponaturq́; ipsi βγ, æqualis βδ. Quæ igitur ex αβ, βδ, æqualia sunt ei quod bis sub αβ, βδ, & ei quod bis sub αβ, βδ & ei quod ex αδ, æqualis autem est δβ, ipsi βγ. Quæ igitur ex αβ, βγ, æqua sunt ei quod bis sub αβ, βγ, et ei quod ex αδ. Quare quæ ex αβ, βγ, maiora sunt eo quod bis sub αβ, βγ, eo quod ex δα: quod erat demonstrandum.*

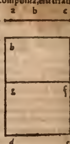
α β γ

α δ β γ

Euclid. ex Camp. *Propositio 34.*

34 Vm coniunctæ fuerint duæ lineæ potentialiter incommensurabiles superficiemq́ rationalem continentes, quarum ambo quadrata pariter accepta sint mediale, tota linea erit irrationalis, diceturq́ potens in rationale & mediale.

CAMPANVS. Sint ut in præmiſſis duę lineę a b & b c in continuum directumq́ coniūctę quales proponitur, & ipſæ ſunt ex 28 ſumendæ. Dico quòd tota linea a c ex eis compoſita, erit irrationalis, & illa uocatur linea potens in rationale & mediale. Cùm ſit enim ſuperficies a b in b c rationalis per hypotheſin, ideoq́ & duplum eius, ac ambo quadrata pariter accepta ſint mediale, ſequitur per 4 ſecundi & 9 huius quemadmodum in præmiſſis, quòd quadratum totius a c ſit incommonicans duplo ſuperficiei a b in b c, per diffinitionem igitur ipſum eſt irrationale, & linea a c irrationalis: quod eſt propoſitum.



IDEM aliter. Sit ut in præmiſſis linea d e rationalis in lōgitudine, ſuperficiesq́ d f ſibi adiuncta æqualis duobus quadratis pariter acceptis duarum linearum a b & b c, eritq́ medialis per hypotheſin, per 20 igitur erit linea d g rationalis in potentia tantum non cōmunicans in longitudine lineæ d e. Sitq́ ſuperficies f h adiuncta ad lineam g f, æqualis duplo ſuperficiei a b in b c, eritq́ rationalis per hypotheſin, & ideo per 16 latus eius ſecundū, quod eſt g h, rationale in longitudine, quare per 30 linea d h eſt binomium & irrationalis, et ſuperficies e h per 36 à deſtructione conſequētis eſt irrationalis, Cùm itaq́ linea a c ſit eius latus tetragonicum per 4 ſecundi, ſequitur ut a c ſit irrationalis per diffinitionem: conſtat ergo propoſitum.

Euclid. ex Zamb. *Theorema 28.* *Propoſitio 40.*

Si binæ rectæ lineæ potētia incōmenſurabiles compoſitę fuerint, efficientęs compoſitum quidē ex earum quadratis medium: quod uerò ſub ipſis rationale, tota recta linea irrationalis eſt, uocatur autē rationale mediumq́ potens. 40

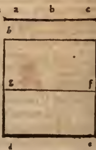
THEON ex Zamb. *Componantur enim binæ rectæ lineæ potentia incōmenſurabiles αβ, βγ, efficientes præcedentia. Dico quòd irrationalis eſt αγ. Quoniam enim compoſitum ex iis quæ ex αβ, βγ, medium eſt, quod uerò bis ſub αβ, βγ, rationale, incommenſurabile igitur eſt compoſitum ex iis quæ ex αβ, βγ, ei quod bis ſub αβ, βγ. Quare & componendo (per 16 decimi & 4 ſecundi) quod ex αγ, incommenſurabile eſt ei quod bis ſub αβ, βγ. Rationale autem eſt quod ſub αβ, βγ. Irrationale igitur eſt quod ex αγ. Irrationalis igitur eſt αγ. Vocatur autem rationale mediumq́ potens. Rationale autem & medium potentem appellauit, eo quia binas poteſt areas unam quidem rationalem, alteram uerò medium, ac propter rationalis præexiſtentiam, primam rationalem appellauit: quod erat oſtendendum.*

Euclid. ex Camp. *Propoſitio 35.*



Vm coniunctæ fuerint duæ lineæ potentialiter incōmenſurabiles ſuperficiemq́ medialem cōtinentes, quarum ambo quadrata pariter accepta ſint mediale duplo ſupficiei unius in alteram incommenſurabile, tota linea erit irrationalis, diceturq́ potens in duo medialia. 35

CAMPANVS. Sint quoq́ duæ lineæ hic a b & b c, in continuum directumq́ coniunctæ ut proponitur, quæ ex 29 ſumendæ ſunt. Dico quòd linea a c ex eis compoſita eſt irrationalis, ac ipſa dicitur potens in duo medialia. Adiungatur enim ad lineā d e quæ ſit rationalis in longitudine, ſuperficies d f æqualis duobus quadratis duarum linearū a b & b c pariter acceptis, eritq́ medialis per hypotheſin, quare per 20 linea d g erit rationalis in potentia tantum, & incommenſurabilis d e lineæ rationali in longitudine. Rurſus ad lineam g f quæ eſt æqualis d e, adiungatur ſuperficies f h, quæ ſit æqualis duplo ſuperficiei unius in alteram, erit etiam ex hypotheſi medialis, quare per 20 linea g h erit rationalis in potentia tantum. At quia per hypotheſin ambo quadrata pariter accepta ſunt incommenſurabile duplo ſuperficiei unius in alteram, ſequitur ut d f ſit incommenſurabilis f h, quare per primam ſexti, et ſecundam partē 10 huius. linea d g eſt incōmēſurabilis g h, per 30 igitur eſt linea d h, binomiū & irrationalis, itaq́

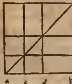


itaque superficies e h est irrationalis, et eius latus tetragonicū quod est a c, ut in præmissis, quare constat propositum. Si autem duplum superficiei a b in b c non esset incommēsurabile ambobus quadratis pariter acceptis, esset linea a c medialis: esset enim d f cōmunicās f h: ideoque linea d g, lineæ g h: tota igitur d h esset rationalis in potentia tantum, incommēsurabilis in lōgitudine lineæ d e, per 19 igitur esset superficies e h medialis, eiusque latus tetragonicum quod est a c, linea medialis.

Euclid. ex Zamb. *Theorema 29.* *Propositio 41.*

41 Si binæ rectæ lineæ potentia incommensurabiles compositæ fuerint, efficiētes cōpositū ex earū quadratis mediū, quod uerò sub ipsis mediū, & insuper incōmensurabile cōposito ex earū quadratis, tota recta linea irrationalis est, uocatur autem bina potens media.

THEON *ex Zamb. Componantur enim binæ rectæ lineæ potentia incommensurabiles αβ, βγ, efficientes compositum ex iis quæ ex αβ, βγ medium, quodque sub ipsis αβ, βγ, medium & insuper incommensurabile composito ex iis quæ ex αβ, βγ, quadratis. Dico quod αγ irrationalis est. Exponatur rationalis δι, compareturque (per 44 primi) ad ipsam δι, ipsis quidem quæ ex αβ, βγ, æquum δζ, ei uerò quod bis sub αβ, βγ, æquum ηθ, totum igitur δθ æquū est ei quod ex αγ quadrato. Et quoniā compositum ex iis quæ ex αβ, βγ, medium est, ac est æquale ipsi δζ, medium igitur est & δζ, & ad ipsam δι rationalem comparatur, rationalis igitur est δη, & ipsi δι, longitudine incommensurabilis. Ac (per 24 decimi) ηε, rationalis est & ipsi ηζ, incommēsurabilis, hoc est ipsi δι longitudine. Et quoniam incommensurabilia sunt quæ ex αβ, βγ, ei quod bis sub αβ, βγ, incommensurabile est δζ ipsi ηθ, quare & δη ipsi ηε (per 1 sexti & 11 decimi) incommensurabilis est, suntque rationales, ipsæ igitur δη, ηε, rationales sunt, potentia tantum commensurabiles. Irrationalis igitur est δε (per 36 decimi) appellata ex binis nominibus. Rationalis autem δι, irrationale igitur est δθ, & illud potens irrationalis est, potest autē ipsum δθ, ipsa αγ. Irrationalis igitur est αγ, uocaturque bina potens media. Appellat uerò ipsam bina potentē media, eo quia ipsa potest duas medias areas aliam compositam ex iis quæ ex αβ, βγ, & aliam quæ bis sub ipsis αβ, βγ: quod erat ostendendum.*



CAMPANVS. Vt autem facilior fiat doctrina sequentium, præmonstranda arbitramur hoc loco duo, quorum primum est:

1 Si aliqua linea per duo inæqualia diuidatur, quadrata ambarū sectionū pariter accepta, tanto amplius sunt duplo superficiei unius earum in alteram, quantum est quadratum eius lineæ qua maior excedit minorē.

Sit enim linea a b diuisa per duo inæqualia in puncto c, sitque maior portio c b, de qua sumatur c d æqualis a c. Dico quòd quadrata duarum linearum a c & c b sunt amplius duplo superficiei unius in alterā, in quadrato lineæ d b, nā quod fit ex a c in c b bis, cum quadrans duarum linearum a c & c b, est æquale ei quod fit ex a c in c b quater, cum quadrato d b, eo quod utraque hæc æqualia sunt quadrato lineæ a b, primum quidem per quartam secundi, secundum uerò per 8 eiusdē. Demptis itaque utrinque æqualibus, uidelicet eo quod fit ex a c in c b bis, erunt residua quæ sunt de primo quidem quadrata duarū linearū a c & c b, de secundo uerò quod fit ex a c in c b bis cū quadrato d b æqualia, quare constat propositū. Ex hoc ergo manifestū est quòd si aliqua linea per duo inæqualia diuidatur, quadrata ambarū partiū pariter accepta plus sunt duplo superficiei unius earū in alterā. Ex hoc est, propter quod istud præmisimus.

2 Si aliqua linea per duo inæqualia, itemque alia duo inæqualia diuidatur, quadrata magis inæqualium pariter accepta, tanto sunt amplius quadratis minus inæqualiū pariter acceptis, quantū est duplum quadrati illius lineæ quæ in utraque est sectiones, & quadruplū eius quod fit ex eadem linea in eam, quæ est inter punctum sectionis minus inæqualiū & punctum quod diuidit totam lineam per æqualia.

Sit linea a b diuisa per duo inæqualia in puncto c, itemq; per alia minus inæqualia in puncto d rursus per æqualia in e. Dico quòd quadrata duarum partium magis inæqualium quæ sunt a c & c b tantum sunt amplius duobus quadratis duarum linearum minus inæqualium quæ sunt a d & d b, quantum est duplum quadrati lineæ c d & quadruplum eius quòd fit ex c d in d e. Sunt enim per 9 secundi quadrata duarum linearum a c & c b, pariter accepta dupla quadratis duarum linearum b e & e c, pariter acceptis. At per eandem 9 secundi quadrata duarum linearum a d & d b, pariter accepta, dupla sunt quadratis duarum linearũ b e & e c pariter acceptis. Itaq; quadrata duarum linearum a c & c b, pariter accepta excedunt quadrata duarum linearum a d & d b pariter accepta in eo quo duplum quadrati lineæ e c, excedit duplũ quadrati lineæ d e, hoc autẽ, per 4 secundi est duplũ quadrati lineæ c d, & quadruplũ eius quod fit ex c d in d e, quare constat propositũ. Ex hoc manifestũ est quòd quanto fuerint sectiones alicuius lineæ magis inæquales, tãto erunt earũ quadrata pariter accepta, maiora & hoc est: propter quod istud præmisimus.

a e d e b

Euclid. ex Camp. Propositio 36.


In alias duas lineas sub earum termino ex quibus coniunctũ & nominatum est binomium, diuidi impossibile est. 36

CAMPANVS. Sit a binomium, eritq; ex 30 composita ex duabus lineis in potẽtia tantũ rationalibus cõmunicantibus, quæ sint a c & c b. Dico quòd impossibile est eã diuidi in alias duas lineas sub hac diffinitione, uidelicet quòd ipsi sunt potẽtia tantũ rationales cõmunicantes. Si enim potest, diuidatur in a d & d b, quæ sint potentia rationales tantum communicantes. Esto quoq; linea e f rationalis in lõgitudine, cui adiungatur superficies e g, quæ sit æqualis quadratis duarũ linearum a c & c b pariter acceptis, & superficies f h quæ sit æqualis quadrato lineæ a b. Eritq; superficies e g, rationalis, eo quod utrũq; quadratorum linearum a c & c b pariter acceptorum est rationale per hypothesin & superficies g h medialis per 19, quoniã ipsa est æqualis duplo superficiei a c in c b per 4 secundi. Sit igitur rursus superficies f K æqualis quadratis duarum linearum a d & d b pariter acceptis, quæ cum sint diuersæ à duabus lineis a c & c b erit per secundũ prædemonstratorum antecedentium superficies f k diuersa a superficie e g, earũ ergo differentia sit k g, eritq; per 4 secundi excessus superficiei f h, super f k qui sit K l, æqualis duplo eius quod fit ex a d in d b, & propter hoc erit etiã superficies f K rationalis, & superficies k l medialis. Itaq; superficies K g cum ipsa sit differentia duarum superficierum rationalium quæ sunt e g & f K, erit rationalis. Non enim differt rationale à rationali, nisi in rationali, & hoc dico, diffinitione & 9 huius hoc confirmantibus. Eadem quoq; cũ ipsa sit differentia duarum superficierum medialium, quæ sunt g h & k l, erit irrationalis per 22, quod est impossibile.

a d c b

Quod autem prædictæ irrationales solummodo diuiduntur in eas rectas lineas ex quibus componuntur efficientibus propositas species, ostendemus iam huiusmodi proponentes lemmatium.

THEON. Lemma.

Exponantur recta linea αβ, seceturq; tota in inæqualia in utrunq; signorum γ δ, supponaturq; maior αγ quàm δβ. Dico quòd quæ ex αγ, βγ, maiora sunt eis quæ ex αδ, δβ. Secetur enim (per 10 primi) αβ, bifariam in ε, & quoniam maior est αγ, quàm δβ, communis auferatur δγ. Reliqua igitur αδ, reliqua γβ, maior est, æqualis autẽ est αε, ipsi εβ, minor igitur est δε, quàm εγ, igitur γ & δ signa, non æqualiter distant à bifaria sectione. Et quoniam (per 5 secundi) quod sub αγ, γβ, unà cum eo quod ex δε, æquũ est ei quod ex εβ, at quod sub αδ, δβ, unà cum eo quod ex δε, æquum est ei quod ex εβ, igitur quod sub αγ, γβ, unà cum eo quod ex εγ, æquum est ei quod sub αδ, δβ, unà cum eo quod ex δε, quorum quod ex δε, minus est eo quod ex εγ, & reliquum igitur quod sub αγ, γβ, minus est eo quod sub αδ, δβ. Quare & quod bis sub αγ, γβ, minus est eo quod bis sub αδ, δβ, & reliquum igitur cõpositum ex ijs quæ ex αγ, γβ, maius est composito ex ijs quæ fiunt ex αδ, δβ, siquidẽ utraq; æqualia sunt ei quod ex αβ: quod ostendere oportuit.

α δ ε γ β

Euclid. ex Zamb. Theorema 30. Propositio 42.

Quæ ex binis nominibus, ad unũ dũtaxat signũ diuiditur in nomina. 42

THEON ex Zãb. *Sit ex binis nominibus αβ, diuisa in nomina in γ, igitur ipsæ αγ, γβ, rationales sunt potentia*

potentia tãtum commensurabiles. Dico quòd ipsa αβ, ad aliud signum non diuiditur in binas rationales potentia tantum commensurabiles. Si enim possibile, diuidatur in δ, ut ipsæ αδ, δβ, sint rationales potentia tantũ cõmensurabiles, manifestũ iam quòd αγ, ipsi βδ non est eadem. Si enim fieri potest, esto, erit iam & αδ, ipsi βγ eadem, eritq; sicut αγ ad γβ, sic βδ ad δα, eritq; αβ in eadem qua γ diuisione, diuisa & in δ, quod positum non est. Ipsa igitur αγ ipsi δβ non est eadem. Ac per hoc etiam & signa γ, δ, non æquidistant a bifariis sectione. Quo itaq; differunt quæ ex αγ, γβ, ab eis quæ ex αδ, δβ, eo etiam differt & quod bis sub αδ, δβ, ab eo quod tum quæ ex αγ, γβ, tum quæ ex αδ, δβ, unà cum eo quod bis sub αγ, γβ, unà cum eo quod bis sub αδ, δβ, sunt æqualia ei quod ex αβ. Sed quæ ex αγ, γβ, ab eis quæ ex αδ, δβ, rationali differunt, utraq; enim rationalia (per 21 decimi) quod bis igitur sub αδ, δβ, ab eo quod bis sub αγ, γβ, differunt rationali, quæ media existunt: medium autem, mediũ non excedit rationali (per 26 decimi.) Ex binis igitur nominibus, ad aliud et aliud signum non diuiditur, ad unum duntaxat igitur: quod erat ostendendum.

Euclid. ex Camp. *Propositio 37.*

37 Imediali primo secundum terminum suum in duas lineas mediales diuiso, sub earum termino in alias duas lineas mediales idem diuidi est impossibile.

CAMPANVS. Sit quoq; hic linea a b, bimedialẽ primum diuisa in duas lineas mediales potentia tantum cõmunicantes superficiemq; rationalem continentes, ex quibus 31 asserit eam cõponi, quæ sint a c & c b. Dico quòd impossibile est eam diuidi in alias duas lineas sub earum diffinitione. Quod si possibile fuerit, diuidam eam in pũcto d, assumptaq; linea rationale e f, adiungatur ei e g æqualis duobus quadratis duarum linearum a c & c b, & superficies f h æqualis quadrato a b, & superficies f K æqualis quadratis duarum linearũ a d & d b, eritq; per quartum secundi g h æqualis duplo superficiei a c in c b, & per eandem erit k l æqualis duplo superficiei a d in d b, propter hypothesin quoque erit utraq; duarum superficierum e g & k f medialis, & utraq; duarum linearũ g h & k l rationalis, hoc autem impossibile, esset enim per primum superficies K g, irrationales ex 22, per secundam autem eadem esset rationalis ex diffinitione & 9. Quod est inconueniens.

Euclid. ex Zamb. *Problema 31.* *Propositio 43.*

43 Ex binis medijs prima, ad unũ duntaxat signũ diuiditur in nomina.

THEON *ex Zamb. Esto ex binis prima medijs αβ diuisa in γ, ut ipsæ αγ, γβ, mediæ sint potentia tantum commensurabiles rationale cõprehendentes. Dico quòd ipsa αβ, ad aliud signũ non discinditur. Si enim possibile, diuidatur in δ, ut αδ & δβ sint potẽtia mediæ tantum commẽsurabiles rationale cõprehendentes. Quoniã igitur quo differt quod bis sub αδ, δβ, ab eo quod bis sub αγ, γβ, differunt quæ ex αγ, γβ, ab eis quæ ex αδ, δβ, rationali autem differt quod bis sub αδ, δβ, ab eo quod bis sub αγ, γβ, rationalis enim utraque. Rationali igitur differunt & quæ ex αγ, γβ, ab eis quæ ex αδ, δβ, media existentia, quod est impoßile. Ex binis igitur medijs prima, ad aliud & aliud signum non diuiditur in nomina, ad unum duntaxat igitur: quod erat demonstrandum.*

Euclid. ex Camp. *Propositio 38.*

38 Imediale secundum, nisi in duas lineas tantum sub termino suo diuidi non potest.

CAMPANVS. Sit ut prius linea a b bimediale secundum, diuisa in duas lineas a c & c b mediales, potentia tantum communicantes, superficiemq; medialem continentes, ex quibus 32 proponit eam componi. Dico quòd impossibile est eam diuidi sub earũ diffinitione in alias duas. Sin autem, diuidatur in d, sintq; ut prius superficies e g, f h, & f k, adiunctæ ad lineã rationalẽ e f, eritq; per præsentes hypotheses, utraq; superficies e g, & g h, medialis, quare per 20 utraq; duarũ linearũ f g & g l erit rationalis in potentia tantum non cõmunicans in longitudine lineæ e f. At quia duæ lineæ a c, & c b, erunt incõmensurabiles in longitudine, sequitur per primã sexti & per secundã partẽ 10 huius, quod utrunq; quadra-

torum linearum a c & c b sit incommensurabile superficiei unius in alteram. Cumque dicta quadrata communicent ex hypothesi, sequitur ut ambo quadrata pariter accepta sint incommensurabile superficiei unius in alteram, ideoque & eius duplo. Quare superficies e g incommensurabilis est superficiei g h, & linea g f, lineæ g l per primam sexti & secundam partem 10 huius. Itaque per 30 linea f l est binomium, diuisa secundum suum terminum in puncto g. Eodemque modo probabitur ipsam binomium esse, mediantibus superficiebus e m & m h diuisam, secundum suum terminum in puncto m, quod est impossibile per 36. Non enim potest dici, quòd linea f l diuisa sit ad puncta g & m in partes cõsimiles, sic enim esset linea f m æqualis g l, sed ipsa est maior linea m l, ut patet ex primo præmissorũ antecedentiũ huius & prima sexti, cum e m superficies sit maior h m superficie. Huius autem demonstrationis modus potest esse cõmunis 37 cæterisque eam sequentibus.

Euclid. ex Zamb. *Theorema 32.* *Propositio 44.*

Ex binis secunda medijs, ad unũ dũtaxat signũ diuiditur in nomina. 44

THEON *ex Zamb. Sit ex binis medijs secunda* $\alpha\beta$*, diuisa in* γ*, ut* $\alpha\gamma, \gamma\beta$*, mediæ sint potentia tantum commensurabiles mediũ cõprehendentes, manifestũ iam est quòd* γ *non est in diuidua sectione, quandoquidẽ non sunt longitudine cõmensurabiles. Dico quòd ipsa* $\alpha\beta$*, ad aliud signum non diuiditur. Si enim possibile, diuidatur in* δ *ut* $\alpha\gamma$ *ipsi* $\delta\beta$ *non sit eadem, sed per hypothesin sit maior* $\alpha\gamma$*, manifestum quòd ea quæ ex* $\alpha\gamma, \gamma\beta$*, maiora sunt eis quæ ex* $\alpha\delta, \delta\beta$*, sicut suprà demonstrauimus. Et quod ipsæ* $\alpha\delta, \delta\beta$*, mediæ sunt potentia tantũ cõmensurabiles, mediũ comprehendentes. Exponaturque rationalis* $\epsilon\zeta$*, & ei quidem quod ex* $\alpha\beta$ *æquum, ad ipsam* $\epsilon\zeta$ *comparetur (per 44 primi)* $\epsilon\eta$*, eis autem quæ ex* $\alpha\gamma, \gamma\beta$*, æquũ auferatur* $\epsilon\theta$*, reliquũ igitur* $\theta\eta$ *æquum est ei quod bis sub* $\alpha\gamma, \gamma\beta$*. Rursus iã eis quæ ex* $\alpha\delta, \delta\beta$*, quæ minora sunt eis quæ ex* $\alpha\gamma, \gamma\beta$*, æquum auferatur* $\epsilon\lambda$*, & reliquũ igitur* $\lambda\eta$*, æquũ est ei quòd bis sub* $\alpha\delta, \delta\beta$*. Et quoniam media sunt quæ ex* $\alpha\gamma, \gamma\beta$*, medium igitur est &* $\epsilon\theta$*. Et ad rationalẽ* $\epsilon\zeta$ *comparatur: rationalis igitur est* $\epsilon\kappa$ *& incõmensurabilis ipsi* $\epsilon\zeta$ *longitudine. Ac per hoc etiã* $\theta\nu$ *rationalis est & ipsi* $\epsilon\zeta$ *longitudine incõmensurabilis. Et quoniã ipsæ* $\alpha\gamma, \gamma\beta$*, mediæ sunt potentia tantũ commẽsurabiles, incõmensurabilis est igitur* $\alpha\gamma$ *ipsi* $\gamma\beta$ *longitudine, sicut autem* $\alpha\gamma$ *ad* $\gamma\beta$*, sic quod ex* $\alpha\gamma$ *ad id quod sub* $\alpha\gamma, \gamma\beta$*. Incõmensurabile igitur est quod ex* $\alpha\gamma$*, ei quod sub* $\alpha\gamma, \gamma\beta$*. Sed ei quidẽ quod ex* $\alpha\gamma$ *commensurabilia sunt quæ ex* $\alpha\gamma, \gamma\beta$*, potẽtia enim sunt cõmensurabiles ipsæ* $\alpha\gamma, \gamma\beta$*, ei autem quod sub* $\alpha\gamma, \gamma\beta$*, cõmensurabile est quod bis sub* $\alpha\gamma, \gamma\beta$*, & quæ ex* $\alpha\gamma, \gamma\beta$*, igitur incõmensurabilia sunt ei quod bis* $\alpha\gamma, \gamma\beta$*. Sed eis quidẽ quæ ex* $\alpha\gamma, \gamma\beta$*, æquum est* $\epsilon\theta$*, ei autẽ quòd bis sub* $\alpha\gamma, \gamma\beta$*, æquum est* $\theta\eta$*. Incommensurabile igitur est* $\epsilon\theta$ *ipsi* $\theta\eta$*, quare & ipsa* $\epsilon\kappa$ *ipsi* $\kappa\nu$*, est longitudine incõmensurabilis. Et ipsæ* $\epsilon\kappa$ *&* $\kappa\nu$ *sunt rationales, igitur rationales sunt potentia tantũ cõmensurabiles. Si uerò binæ rationales potẽtia tantũ cõmensurabiles cõpositæ fuerint, tertia irrationalis est uocaturque ex binis nominibus (p 36 decimi) ipsa igitur* $\epsilon\nu$ *ex binis nominibus, est diuisa in* κ*. Per eandẽ iam ostendẽtur & ipsæ* $\epsilon\mu, \mu\nu$*, rationales potẽtia tantũ cõmensurabiles. Igitur ipsa* $\epsilon\nu$ *ex binis nominibus per aliud signum & aliud diuisa est in* κ *& in* μ*, nec est* $\epsilon\kappa$ *ipsi* $\mu\nu$ *eadẽ: quandoquidẽ quæ ex* $\alpha\gamma, \gamma\beta$*, maiora sunt eis quæ ex* $\alpha\delta, \delta\beta$*, sed quæ ex* $\alpha\delta, \delta\beta$*, maiora sunt eo quod bis sub* $\alpha\delta, \delta\beta$*, multo igitur magis quæ ex* $\alpha\gamma, \gamma\beta$*, hoc est* $\epsilon\theta$*, maius est eo quod bis sub* $\alpha\delta, \delta\beta$*, hoc est* $\mu\eta$*. Quare et* $\epsilon\kappa$*, ipsa* $\mu\nu$ *maior est. Igitur* $\epsilon\kappa$*, ipsi* $\mu\nu$ *non est eadem. Ex binis igitur nominibus in alio & alio signo diuiditur, quod est absurdum. Ex binis secunda medijs igitur, in alio & alio signo non diuiditur, in uno igitur tantũ signo diuiditur: quod erat ostendendum.*

Euclid. ex Camp. *Propositio 39.*



Inea maior, nisi in duas lineas tantum ex quibus constat sub earum termino diuidi non potest. 39

CAMPANVS. Sit quoque hæc linea maior a b diuisa ad punctum c, in duas lineas potentialiter incõmensurabiles superficiemque medialẽ continentes, quarũ ambo quadrata pariter accepta sint rationale, ex talibus enim cõponitur, ut affirmat 33. Dico quòd impossibile est ad alium punctũ in alias duas lineas sub hac diffinitione ipsam diuidi. Quòd si potest, sit hic ad d, maneantque sub his eadem figura eædemque hypotheses quæ prius, & argue quemadmodum in 36 superficiem g k esse rationalem & irrationalem: quod est impossibile.

Euclid. ex Zamb. *Theorema 33.* *Propositio 45.*

Maior, ad unum duntaxat signum diuiditur in nomina.

THEON *ex Zã. Sit maior* $\alpha\beta$*, diuisa in* γ*, ut (p 34 decimi)* $\alpha\gamma, \gamma\beta$*, potẽtia nõ sint cõmẽsurabiles efficiẽtes cõpositũ ex ijs quæ ex* $\alpha\gamma, \gamma\beta$*, quadratis rationale, quod'que sub ipsis* $\alpha\gamma, \gamma\beta$*, mediũ: dico quod ipsa* $\alpha\beta$*, ad aliud signum*

signum non diuiditur. Si enim poßibile, diuidatur in δ, ut ipsæ α δ, δ β, potentia sint incommensurabiles, efficientes quidem compositum ex quadratis quæ ex α δ, δ β, rationale, quodq́; sub ipsis mediũ (per 39 decimi.) Et quoniam quo differunt quæ ex α γ, γ β, eis quæ ex α δ, δ β, hoc differt & quod bis sub α δ, δ β, ab eo quod bis sub α γ, γ β, sed quæ ex α γ, γ β, ea quæ ex α δ, δ β, excedũt rationali (rationalia enim utraq;) & quod bis sub α δ, δ β igitur id quod bis sub α γ, γ β, excedit rationali, media existentia. quod est impoßibile. Maior igitur, ad aliud & aliud signum non diuiditur, per idem igitur unum tantum signum: quod demonstrare oportebat.

Euclid. ex Camp. Propositio 40.

40 Linea potẽs in rationale & mediale, nisi in suas duas lineas tantum sub termino suo non diuiditur.

CAMPANVS. Hęc quoq; 40, manentibus prioribus figura & positionibus (excepto quòd ipsa linea a b diuidatur in punctum c, in illas duas lineas ex quibus 34 dicit eam cõponi) probabitur, quemadmodũ 37. Si autẽ aliter fuerit quàm proponat, erit superficies k g rationalis & irrationalis, quod esse non potest.

Euclid. ex Zamb. Theorema 34. Propositio 46.

46 Rationale mediũq; potẽs, ad unũ dũtaxat signũ discinditur in nomina.

THEON ex Zamb. *Esto rationale mediumq́; potens α β, diuisa in γ, ut ipsæ α γ, γ β, potentia sint incommensurabiles efficientes compositum ex ijs quæ ex α γ, γ β, medium quod autem sub α γ, γ β, rationale, dico quòd ad aliud signum ipsa α β non diuiditur. Si enim poßibile est, diuidatur et in δ, & ut α δ, δ β, potentia sint incommensurabiles efficientes cõpositum ex α δ, δ β medium, quod uerò sub ipsis α δ, δ β, rationale (per 40 decimi) Quoniã enim quo differt quod bis sub α γ, γ β, ab eo quod bis sub α δ, δ β, eo differunt & quæ ex α δ, δ β, eis quæ ex α γ, γ β, quod autem sub α γ, γ β, id quod bis sub α δ, δ β, rationali excedit, & quæ ex α δ, δ β, igitur quæ ex α γ, γ β rationali excedunt, cũ media existant, quod est impoßibile. Rationale mediumq́; potens igitur, ad aliud potens, ad aliudq́; signum non diuiditur, ad unum igitur signum diuiditur: quod oportuit demonstrare.*

Euclid. ex Camp. Propositio 41.

41 Linea potens in duo medialia nequit diuidi in alias duas sub termino earum ex quibus coniũcta est, sed in suas tantum duas ex quibus componitur, est diuisibilis.

CAMPANVS. Hæc enim 41 diuisa linea a b ad punctum c, in eas ex quibus 35 asserit eam componi, cæterisq; ut suprà tam figura quàm positionibus manentibus, probatur sicut 38, nam dato opposito propositi, sequitur oppositum 36. quod est impossibile.

Euclid. ex Zamb. Theorema 35. Propositio 47.

47 Bina potens media, ad unum dũtaxat signum diuiditur in nomina.

THEON ex Zãb. *Sit bina potens media α β diuisa in γ, ut ipsæ α γ, γ β, potentia sint incommensurabiles efficientes (per 35 decimi) compositũ ex eis quæ ex α γ, γ β, mediũ, quod uerò sub α γ, γ β, mediũ, & insuper incõmensurabile cõposito ex ijs quæ ab ipsis sunt quadratis. Dico q; ipsa α β in alio signo non diuiditur, efficiẽs ea quæ proposita sunt. Si enim poßibile, diuidatur in δ, ut uidelicet ipsa α γ ipsi δ β, non sit eadẽ, sed maior per hypothesin sit α γ, ponaturq; rationalis ε ζ, compareturq; (per 43 primi) ad ipsam ε ζ, eis quæ ex α γ, γ β, æquum ε η, ei autẽ quod bis sub α γ, γ β, æquũ θ κ. Totũ igitur ε κ, æquũ est ei quod ex α β quadrato. Rursus cõparetur ad ipsam ε ζ, eis quæ ex α δ, δ β, æquũ ε λ, reliquũ igitur quod bis sub α δ, δ β, reliquo μ κ est æquale. At quoniam mediũ supponitur compositũ ex ijs quæ ex α γ, γ β, mediũ igitur est & ε η, & ad rationalẽ ε ζ comparatur. Rationalis igitur est (per 26 decimi) θ ε, & ipsi ε ζ lõgitudine incõmensurabilis. Id propterea etiam θ ν, rationalis est, & ipsi θ ν lõgitudine incõmensurabilis. Et quoniam compositum ex ijs quæ ex α γ, γ β, incommensurabile ex eo quod bis sub α γ, γ β, igitur ε η, ipsi θ κ est incommensurabile. Quare & ε θ ipsi θ ν, est incommensurabilis, suntq́; rationales. Ipsæ igitur ε θ, θ ν, rationales sunt potentia tantum commensurabiles, ipsa igitur ε ν ex binis nominibus est, diuisa in θ. Similiter iam demonstrabimus quòd in μ diuisa, & quòd ε θ ipsi μ ν est eadem. Ex binis igitur nominibus in alio & alio signo diuiditur, quod est absurdũ. Bina potens media igitur in alio & alio signo non diuiditur: in uno igitur tantum signo diuiditur: quod erat ostendendum.*

Euclid.

Euclid. ex Camp. *Binomiorum diffinitiones.*

1 Si fuerit binomij longior portio breuiore potentior augmento quadrati lineæ cõmunicantis eidẽ longiori in longitudine, fueritq́ eadem longior lineæ positæ rationali cõmunicans, ipsum uocabitur binomiũ primũ. 2 Si uerò breuior positæ rationali cõmunicet, dicetur binomiũ secundum. 3. Quòd si neutra portionum eius positæ rationali communicet, appellabitur binomium tertium. 4 Item si longior breuiore tanto amplius possit, quantum est quadratum alicuius lineæ ipsi longiori incommensurabilis in longitudine, fueritq́ longior portionum positæ lineæ rationali cõmunicans in longitudine, ipsum nuncupabitur binomium quartum. 5 Si uerò breuior, positæ rationali communicet in longitudine, quintum nominabitur. 6 Si autem neutra portionum eius positæ rationali communicet in longitudine, erit binomium sextum.

Euclid. ex Zamb. *Binum nominum Diffinitiones.*

1 Proposita rationali & ea quæ ex binis diuisa in nomina, cuius nomẽ maius minore maius possit eo quod ex sibi lõgitudine cõmẽsurabili, si maius nomẽ lõgitudine fuerit cõmensurabile expositæ rationali, tota uocetur ex binis nominibus prima. 2 Si uerò nomẽ minus lõgitudine cõmensurabile fuerit expositæ rationali, uocatur ex binis nominibus secunda. 3 Si autem neutrum ipsorum nominum commensurabile longitudine fuerit expositæ rationali, uocatur ex binis nominibus tertia.

4 Rursus iam si maius nomẽ minore maius possit, eo quod à sibi longitudine incommensurabili, si quidem maius nomen expositæ rationali lõgitudine cõmensurabile fuerit, uocatur ex binis nominibus quarta.

5 Si uero minus, quinta. 6 Si uero neutrum, sexta.

Sex igitur existẽtibus sic sumptis rectis lineis, primas ordine facit, tres primas in quibus maior minore maius potest, eo quod ex sibi cõmensurabili, secũdas ordine uerò reliquas tres similiter, quarum maior minore maius possit eo quod ex sibi incõmensurabili, eo quia præstãtius est cõmensurabile incõmensurabili. Et insuper primã, in qua maius nomen expositæ rationali cõmensurabile est. Secundam autem in qua minus, quoniam rursus præstantius est maius minore dum continet maius. Tertiam uerò, cuius neutrũ nominũ expositæ rationali est commensurabile. Et in tribus sequentibus similiter primam prædicti secundi ordinis quartam appellans, secundam uerò quintam, ac tertiam sextam.

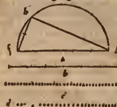
Euclid. ex Camp. *Propositio 42.*



Binominum primum inuenire. 24

CAMPANVS. Sit a linea rationalis posita, sumanturq́ duo numeri quadrati b & c, quorum e sit diuisibilis in quadratum qui sit d, & in non quadratum qui sit e, ponaturq́ proportio quadrati lineæ a ad quadratũ lineæ f g, sicut numeri b ad numerum c, eritq́ ex secunda parte 7 linea f g communicans lineæ a rationali positæ in longi

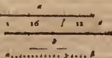
in longitudine. Super eam igitur lineetur f g h semicirculus, sitq; proportio quadrati lineæ f g ad quadratū lineæ f h, sicut c ad d, & ducatur linea g h: dico ergo duas lineas f g & g h directè coniunctas, componere binomium primum. Est enim linea f g quæ est longior, potentior q; linea g h quæ est breuior, in quadrato lineæ f h per 30 tertij & penultimam primi, communicat autem linea f h lineæ f g in longitudine per 2 partem 7, cum proportio quadratorū ipsarum f g & f h sit sicut numerorum quadratorum qui sunt c & d. Linea uero g h, coniunctiur esse rationalis in potentia tantum non communicans lineæ f g in longitudine, ideoq; neq; lineæ a rationali positæ, cum sit enim quadratum lineæ f g ad quadratum lineæ f h, sicut numerus c ad numerū d, erit per euersam proportionalitatem quadratum lineæ f g ad quadratū lineæ g h, sicut numerus c ad numerum e. Cū itaq; c sit numerus quadratus, e uerò non quadratus sequitur per ultimam partem 7, ut linea g h sit incommensurabilis lineæ f g longitudine, relinquitur igitur ipsam g h esse rationalem in potentia tantum, & a diuisione lineas f g & g h componere binomiū primum: quod erat inueniendum.



Euclid. ex Zamb. Problema 19. Propositio 48.

48 Inuenire ex binis nominibus primam.

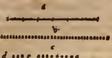
THEON ex Zamb. Exponātur bini numeri αγ, γβ, ut compositus ex ipsis αβ ad βγ rationē habeat quam quadratus numerus ad quadratū numerū, ad ipsum autem γα rationē non habeat quā quadratus numerus ad quadratū numerū: exponaturq; quaedam rationalis δ, ac ipsi δ commensurabilis esto (per correlariū 6 decimi) longitudine ipsa εζ, rationalis igitur est εζ, fiatq; (per 9 decimi) sicut βα numerus ad αγ, sic quod ex εζ ad id quod ex ζη. At αβ ad αγ rationem habet quam numerus ad numerum. Igitur & quod ex εζ ad id quod ex ζη rationē habet quam numerus ad numerū. Quare quod ex εζ, ei quod ex ζη est commensurabile. Est autem rationalis εζ, rationalis igitur est & ζη. Et quoniam αβ ad αγ rationem non habet quam quadratus numerus ad quadratum numerū, neq; quod ex εζ ad id quod ex ζη rationem habet quam quadratus numerus ad quadratum numerum: incommensurabile igitur est εζ, ipsi ζη longitudine. Ipsæ igitur εζ, ζη, rationales sunt potentia tantum commensurabiles, ex binis igitur nominibus est ipsa εη. Dico quòd & prima. Quoniam enim est sicut βα numerus ad αγ, ita quod ex εζ ad id quod ex ζη, maior autem est ipse βα ipso αγ, maius igitur est & quod ex εζ eo quod ζη, esto igitur ei quod ex εζ equalia quae ex ζη θ. Et quoniam est sicut βα ad αγ, sic quod ex εζ ad id quod ex ζη, conuertendo igitur (per correlariū 19 quinti) est sicut αβ ad βγ, sic quod ex εζ ad id quod ex θ. At αβ ad βγ rationem habet quam quadratus numerus ad quadratum numerum, & quod ex εζ igitur ad id quod ex θ rationem habet quā quadratus numerus ad quadratū numerum. Commensurabilis igitur est εζ ipsi θ longitudine. Ipsa igitur εζ quàm ζη, maius potest eo quod ex sibi commensurabili. Ipsaq; εζ, ζη, rationales sunt. Commensurabilisq; est εζ ipsi δ longitudine, ipsa igitur εη ex binis nominibus prima est: quod erat ostendendum.



Euclid. ex Camp. Propositio 43.

43 Inomium secundum reperire.

CAMPANVS. Sit ut prius a rationalis linea posita, b uero numerus quadratus, c uero sit numerus nō quadratus, diuisibilis in d non quadratum & e quadratū, ita tamē quod proportio totius c qui est non quadratus ad d, qui est etiam nōn quadratus, sit sicut numerorum quadratorum: talis autem numeru est 12 & 48. diuisibilis enim est 12 in 9 quadratum numerum, & 3 non quadratum, estq; proportio 12 ad 3, sicut 16 ad 4, quorum uterque quadratus, eodem modo 48 diuisibilis est in 36 & 12.

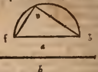


Tales autem numeros sic reperies. Sit a numerus quadratus, b quoq; sit unitate minor, cuius quadratū sit c, at uero d proueniat ex b in a, eritq; ex prima incidenniū noni, b differentia d ad c, ducatur idem a in c, & proueniat e, eritq; e quadratus ex prima parte correlarij 2 noni, eo quòd uterque numerorum a & c est quadratus per hypothesin. Fiat rursus f ex a in d, eritq; f qualem

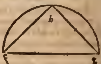
f ....
e ....
d ....
c ....
b ...
a ....

quaerimus

quærimus. Est enim ex ultima parte prædicti correlarij numerus f non quadratus, eo quod d numerus sit non quadratus. Si enim d numerus esset quadratus, esset quoq; b quadratus ex 2 parte eiusdem correlarij 2 noni & ex 22 octaui, & quia a est quadratus, esset per 16 eiusdem, tertius continuè proportionalis inter a & b, quod est impossibile, cum sint sola unitate distantes, non est igitur d quadratus, quare nec f, est enim f æqualis d & e, quoniã cum b sit differentia d ad c, ut patet ex præmissis, erit per primam incidentium noni quod fit ex a in d, æquum ijs quæ fiunt ex a in b & in c, & quia ex a in b fit d, & in c fit e, sequitur ut d sit differentia f ad e, & quia per 18 septimi est f ad e sicut d ad c, erit permutatim f ad d sicut e ad c. Cumq; uterq; duorum numerorum e & c sit quadratus, manifestum est numerũ f esse qualẽ uolumus, est enim non quadratus diuisibilis in d non quadratum & e quadratum, cuius proportio ad d est sicut quadrati ad quadratum uidelicet e ad c.



Cætera omnia sint ut prius: Dico quòd lineæ f g & g h componunt binomium secundum. Cum enim sit a quadratum f g sicut b ad c, rursusq; quadratum f g ad quadratum g h sicut c ad e, erit per æquam proportionalitatem quadratum a ad quadratum g h, sicut b ad e. Cum igitur uterq; duorum numerorum b et e sit quadratus, erit per 2 partem 7, linea g h communicans in longitudine lineæ a rationali positæ: de linea uerò f g constat quòd ipsa sit rationalis in potentia tantum non communicans lineæ a rationali positæ in longitudine per ultimã partẽ 7, quæ cum sit potẽtior linea g h in linea f h per 30 tertij & penultimã primi, cõmunicet autem linea f h lineæ f g in longitudine per secundam partem 7, eo quòd eorum quadrata sunt in proportione numerorũ c & d, quorum est proportio sicut numerorum quadratorum per hypothesin, constat propositum. Aliter quoq; idem. Esto linea g h, communicans a rationali positæ in longitudine, quam facilè est inuenire, sitq; c numerus quadratus diuisibilis in quadratum d, & non quadratum e, sitq; proportio quadrati lineæ g h ad quadratum lineæ f g, sicut numerus e ad numerum c eritq; f g incommensurabilis lineæ g h in lõgitudine per ultimam partem 7, & potentior ea in quadrato lineæ f h, cui communicat in longitudine primò per conuersam deinde per euersam proportionalitatem, & per secũdam partem 7, ex diffinitione igitur lineæ f g & g h, componunt binomium secundum.



a Re. s

d e

Euclid. ex Zamb. *Problema 44.* *Propositio 49.*

Comperire ex binis nominibus secundam. 49

THEON *ex Zamb. Explicentur bini numeri αγ, γβ, ipsis compositus αβ, ad βγ, rationem habeat quam quadratus numerus ad quadratũ numerũ, ad ipsum autem γα rationẽ non habeat quam quadratus numerus ad quadratũ numerũ. Exponaturq; rationalis δ, ipsiq; δ cõmensurabilis esto lõgitudine ζη, ipsa igitur ζη rationalis est. Fiat etiã (per correlariũ 6 decimi) et sicut γα numerus ad αβ, sic quod ex ηζ, ad id quod ex ζθ, commẽsurabile igitur est id quod ex ηζ, ei quod ex ζθ, rationalis igitur est & ζθ. Et quoniã γα, numerus ad αβ, rationẽ non habet quam quadratus numerus ad quadratũ numerũ, neq; igitur quod ex ηζ, ad id quod ex ζθ, rationẽ habet quã quadratus numerus ad quadratũ numerũ. Incõmensurabilis igitur est ηζ, ipsi ζθ longitudine. Ipsæ igitur θζ ζη, rationales sunt potentia tantũ cõmensurabiles, ex binis igitur nominibus est ipsa θη. Ostendendũ uerò quod & secunda. Quoniã rursus est sicut βα, numerus ad αγ sic quod ex θζ ad id quod ex ζη, maior autẽ est βα, ipso αγ, maius igitur & quod ex θζ, eo quod ζη, esto autem ei quod ex θζ, æqualia quæ ex ηζ ζε. Conuertendo igitur (per correlarium 19 quinti) est sicut αβ, ad βγ, sic quod ex θζ, ad id quod ex ε. At αβ ad βγ, rationem habet quam quadratus numerus ad quadratum numerum, & quod ex θζ, igitur ad id quod ex ε, rationem habet quam quadratus numerus ad quadratum numerum. Commensurabilis igitur est θζ, ipsi ε, longitudine (per 9 decimi.) Quare θζ, ipsa ζη, maius potest, eo quod fit ex sibi commensurabili, & ipsæ θζ, ζη, rationales sunt potentia tantum commensurabiles, & ζη, nomen minus commensurabile est longitudine ipsi δ rationali expositæ, ipsa igitur θη, ex binis nominibus est secunda: quod erat faciendum.*

α γ β

δ

ε 12 ζ 9 η

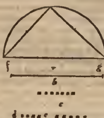
θ 6

Euclid.

Euclid. ex Camp. *Propositio 44.*

44 
Inomium tertium inuestigare.

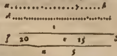
CAMPANVS. Binomium quoq; tertium sic reperitur. Posita ut prius linea a rationali in longitudine, sit b numerus primus, c uerò quadratus, diuisibilis in quadratum d, & non quadratũ e, cætera omnia sint ut prius, dico quòd duę lineę f g & g h componunt binomium tertium: neutra enim earum est commensurabilis in longitudine lineę a rationali positę, sed utraq; incommẽsurabilis, f g quidem, per ultimã partem 7, h g uerò, per æquam proportionalitatẽ & ultimã partem 7. Est enim per æquam proportionalitatẽ quadratum lineæ a ad quadratum lineę g h, sicut numerus b ad numerum e, mediãtibus hinc quidem quadrato lineæ f g, inde uerò numero c, numeri autem b & e non sunt in proportione aliquorum quadratorũ, cũ b sit numerus primus: si enim essent in proportione numerorũ quadratorũ, necesse esset per 16 octaui & octauã eiusdem tertiũ eis in continua proportionalitate interesse, esset igitur per 17 eiusdem numerus b superficialis, quod est impossibile, cum sit primus per hypothesin, incõmensurabilis est itaq; linea g h, lineæ a rationali positæ, ex ultima parte 7. Quia ergo linea f g potentior est linea g h in quadrato lineæ f h ex 30 tertij & penultima primi, quę communicat ei in longitudine ex secunda parte 7, ex diffinitione binomij tertij patet nostra intentio.



Euclid. ex Zamb. *Theorema 15.* *Propositio 50.*

50
Inuenire ex binis nominibus tertiam.

THEON *ex Zamb. Exponantur bini numeri αγ, γβ, ut ex ipsis compositus αβ, ad βγ, rationẽ habeat quam quadratus numerus ad quadratum numerum, ad ipsum autem αγ rationem non habeat quam quadratus numerus ad quadratum numerũ. Expliceturq́; aliquis etiam alius numerus non quadratus δ & ad utrunq; ipsorum βα, αγ, rationem non habeat quam quadratus numerus ad quadratũ numerũ. Exponaturq́; aliqua rationalis recta linea quæ sit ε. Fiatq́; sicut δ ad αβ, sic quod ex ε ad id quod ex ζη, Cõmensurabile igitur est quod ex ε, ei quod ex ζη. Est autem ε rationalis, rationalis igitur est & ζη, (per diffinitionem.) Et quoniam δ ad αβ, rationẽ non habet quam quadratus numerus ad quadratum numerũ, neque quod ex ε ad id quod ex ζη, rationem habet quam quadratus numerus ad quadratũ numerũ. Incommensurabilis igitur est ε, ipsi ζη, longitudine (per 9 decimi) Fiat iam rursus sicut αβ numerus ad αγ, sic quod ex ζη, ad id quod ex ηθ. Commensurabile igitur est quod ex ζη, ei quod ex ηθ. Rationalis autem est ζη, rationalis igitur & ηθ. Et quoniã βα, ad αγ, rationẽ nõ habet quã quadratus numerus ad quadratum numerũ, neq; quod ex ζη ad id quod ex θη rationem habet quam quadratus numerus ad quadratum numerum. Incommensurabilis igitur est ζη, ipsi ηθ longitudine. Ipsæ igitur ζη & ηθ, rationales sunt potentia tantum cõmensurabiles.*

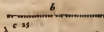


Igitur ipsa ζθ ex binis nominibus est. Aio etiã quòd et tertia. Quoniam enim est sicut δ ad αβ, sic est id quod ex ε ad id quod ex ζη, sicut autem βα, ad αγ, sic quod ex ζη ad id quod ex ηθ, ex æquali igitur (per 22 quinti) est sicut δ ad αγ, sic quod ex ε ad id quod ex ηθ. At δ ad αγ, rationem non habet quam quadratus numerus ad quadratũ numerum, neq; quod ex ε igitur ad id quod ex ηθ, rationem habet quam quadratus numerus ad quadratũ numerũ, incõmensurabilis est igitur ε ipsi ηθ longitudine. Et quoniam est sicut βα, ad αγ, sic quod ex ζη, ad id quod ex ηθ, maius igitur est quod ex ζη eo quod ex ηθ. Esto igitur ei quod ex ζη, æqualia quæ ex ηθ, κ. Conuertendo igitur (per 19 quinti & eius correlarium) est sicut αβ ad βγ, sic quod ex ζη ad id quod ex κ. At αβ, ad βγ rationẽ habet quam quadratus numerus ad quadratum numerũ, & quod ex ζη igitur, ad id quod ex κ, rationem habet quam quadratus numerus ad quadratũ numerum. Commensurabilis igitur est ζη, ipsi κ longitudine. Ipsa igitur ζη, ipsa ηθ maius potest, eo quod ex sibi longitudine commensurabili. Ipsæq́; ζη, ηθ, rationales sunt potentia tantum cõmensurabiles. Ac neutra ipsarum cõmensurabilis est ipsi ε longitudine: ipsa igitur ζθ, ex binis nominibus tertia est: quod inuenire oportebat. *Euclid. ex Camp.* *Propositio 45.*

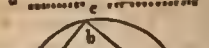
45 
Inomium quartum scrutari.

CAMPANVS. In inuentione binomij quarti eodem modo procedendum est sicut in inuentione primi, excepto quòd quadratus numerus c diuidatur in duos

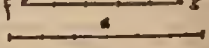
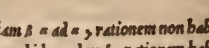
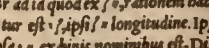
non quadratos qui sunt d & e. Cætera omnia negotianda sunt hic ex diffinitione binomij quarti, sicut ibi ex diffinitione binomij primi.



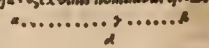
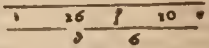
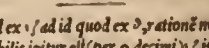
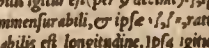
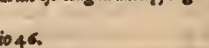
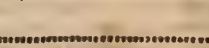
Euclid. ex Zamb. *Problema 16.* *Propositio 51.* 55



Inuenire ex binis nominibus quartam.

THEON ex Zamb. *Exponantur bini numeri α γ, γ β, ut α β, ad utrumque ipsorum rationem non habeat quam quadratus numerus ad quadratum numerum, exponaturque rationalis δ. Ipsique δ commensurabilis esto longitudine, ipsa ε ζ. Rationalis igitur est ipsa ε ζ. Fiatque sicut β α numerus ad α γ, sic quod ex ε ζ ad id quod ex ζ η. cõmensurabile igitur est per diffinitionẽ quod ex ε ζ, quod ex ζ η. Rationalis autẽ est (per correlarium 6 decimi) ε ζ. Rationalis igitur est (per 6 decimi) & ζ η. Et quoniam β α ad α γ rationem non habet quam quadratus numerus ad quadratũ numerum, neque quod ex ε ζ, igitur ad id quod ex ζ η, rationem habet quam quadratus numerus ad quadratũ numerum. Incõmensurabilis igitur est ε ζ, ipsi ζ η longitudine. Ipsæ igitur ε ζ, ζ η, rationales sunt potentia tantũ cõmensurabiles. Quare ipsa ε η, ex binis nominibus est. Dico iam quòd & quarta. Quoniã enim est sicut β α, ad α γ, sic quod ex ε ζ, ad id quod ζ η, maior autẽ est β α ipso α γ, maius igitur & quod ε ζ, eo quod ex ζ η, esto nempe ei quod ex ε ζ, æqualia quæ ex ζ η, θ. Cõuertendo igitur (per 19 quinti) & eius correlariũ sicut α β, numerus ad β γ, sic quod ex ε ζ, ad id quod ex θ. Ipse uero α β, ad β γ, rationem non habet quam quadratus numerus ad quadratum numerũ, neque igitur quòd ex ε ζ ad id quod ex θ, rationẽ non habet quam quadratus numerus ad quadratũ numerũ. Incommensurabilis igitur est (per 9 decimi) ε ζ, ipsi θ longitudine. Ipsa igitur ε ζ, ipsa ζ η, maius potest eo quod ex sibi incommensurabili, & ipsæ ε ζ, ζ η, rationales sunt potentia tantum commensurabiles, & ε ζ, ipsi δ commensurabilis est longitudine. Ipsa igitur ε η, ex binis nominibus est quarta: quod erat inueniendum.*

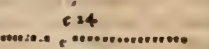
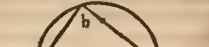







Euclid. ex Camp. *Propositio 46.* 46

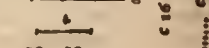
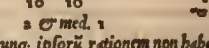
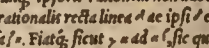
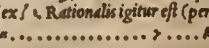


Binomium quintum quærere.

CAMPANVS. Huius inuentio sic est sicut binomij secundi, excepto quòd numerus c non quadratus diuidetur in d nõ quadratum & e quadratũ, ita tamen quod proportio c ad d, non sit sicut numeri quadrati ad numerũ quadratum. Cætera omnia sunt hic perquirenda ex diffinitione binomij quinti, sicut ibi quæsita sunt ex diffinitione binomij secundi. Vel pone quod linea g h sit communicans lineæ a rationali positæ in longitudine, & pone numerum c quadratum diuisum in duos non quadratos qui sunt d & e. Pone itaque proportionẽ quadrati lineæ g a ad quadratum f g, sicut numeri e ad numerum c, deinde astrue propositum ex ultima parte 7, & præsentibus hypothesibus & conuersa & euersa proportionibus 7. & iterum ex ultima parte 7. & diffinitione binomij quinti.

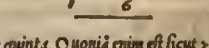
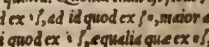
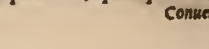



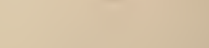


Euclid. ex Zamb. *Problema 17.* *Propositio 52.* 52

Inuenire ex binis nominibus quintam.





THEON ex Zãb. *Explicentur bini numeri α γ, γ β, ut α β, ad utrunque ipsorũ rationem non habeat quam quadratus numerus ad quadratũ numerũ. Exponaturque aliqua rationalis recta linea δ ac ipsi δ cõmensurabilis esto (per diffinitionẽ) longitudine ζ η, rationalis igitur ipsa ζ η. Fiatque sicut γ α ad α β, sic quod ex η ζ, ad id quod ex ζ ε. Cõmensurabile igitur est quod fit ex η ζ, ei quod ex ζ ε. Rationalis igitur est (per 6 decimi) & ζ ε. Et quoniã γ α ad α β, rationẽ non habet quam quadratus numerus ad quadratum numerum, neque quod ex η ζ, igitur ad id quod ex ζ ε, rationẽ habet quam quadratus numerus ad quadratum numerũ. Incommensurabilis igitur est (per 9 decimi) η ζ, ipsi ζ ε longitudine. Igitur ε ζ, ζ η, rationales sunt potentia cõmensurabiles, tãtũ ex binis igitur nominibus est ipsa ε η, (per 36 decimi.) Dico iã quod & quinta. Quoniã enim est sicut γ α, ad α β, sic quod ex η ζ, ad id quod ex ζ ε, & rursus fient β α ad α γ, sic quod ex ε ζ, ad id quod ex ζ η, maior autẽ est β α ipso α γ, maius igitur est quod ex ε ζ eo quod ex ζ η. Esto nempe ei quod ex ε ζ, æqualia quæ ex η ζ, θ.*

Conuer-

Conuertẽdo igitur (per 19 quinti) & eius correlariũ, est sicut αβ numerus ad βγ, sic quod ex εζ ad id quod ex θ. At αβ, ad βγ, rationem non habet quã quadratus numerus ad quadratũ numerũ, neq; igitur quod ex εζ, ad id quod ex θ rationẽ habet quam quadratus numerus ad quadratũ numerũ. Incõmensurabilis igitur est (per 9 decimi) εζ, ipsi θ longitudine. Quare εζ ipsa ζη maius potest, eo quod sibi ex incommensurabili. Suntq; rationales potentia tantũ cõmensurabiles, & ζη nomen minus cõmensurabile, est expositæ rationali δ longitudine. Ipsa igitur εη, (per 48 decimi) quinta est ex binis nominibus: quod erat inueniendum.

Euclid ex Camp. Propositio 47.

47 

N binomio sexto demum oportet insistere.

CAMPANVS. Binomium sextum sicut tertium scrutandum est, & tamen erit hic numerus quadratus c diuisus in duos nõ quadratos d & e. Cætera ut ibi, eritq; ex diffinitiõe binomij 6 linea quam componunt f g & g h sibi inuicem directe coniunctæ binomium sextum, quod est propositum inuenire.

Euclid. ex Zamb. Problema 18. Propositio 53.

55 Inuenire ex binis nominibus sextam.

THEON ex Zamb. *Explicentur bini numeri αγ, γβ, ut αβ, ad utrunq; ipsorũ rationẽ non habeat quam quadratus numerus ad quadratũ numerũ. Sitq; etiam alius numerus δ non existẽs quadratus, quia utrunq; ipsorũ βα, αγ, rationẽ nõ habet quam quadratus numerus ad quadratũ numerum. Exponaturq; aliqua recta linea rationalis quæ sit ε, fiatq; (per diffinitionem) sicut δ ad αβ, sic quod ex ε ad id quod ex ζη. Commensurabilis igitur est (per 6 decimi) ipsi ζη, potentia, estq; rationalis ε, rationalis igitur est & ζη. Et quoniã δ ad αβ, rationẽ non habet quam quadratus numerus ad quadratum numerũ, neq; quod ex ε igitur ad id quod ex ζη, rationẽ habet quam quadratus numerus ad quadratũ numerũ. Incommensurabilis igitur est ε, ipsi ζη, longitudine. Fiat rursus sicut βα ad αγ, sic quod ex ζη, ad id quod ex ηθ. Commensurabile igitur est (per 6 decimi) quod ex ζη, ei quod ex ηθ. Rationale autẽ est quod ex ζη, rationale igitur est & quod ex ηθ, rationalis igitur ηθ. Et quoniam βα ad αγ rationem non habet quã quadratus numerus ad quadratũ numerũ, neq; igitur est quod ex ζη ad id quod ex ηθ, rationẽ habet quã quadratus numerus ad quadratũ numerũ. Incõmensurabilis igitur ex ζη ipsi ηθ lõgitudine. Ipsæ igitur ζη, ηθ, rationales sunt potentia tantũ, ex binis igitur nominibus ex ζθ, (per 36 decimi.) Ostendendum uerò quòd & sexta. Quoniã enim est sicut δ ad αβ, sic quod ex ε, ad id quod est ζη, est autem & sicut βα ad αγ, sic quod ex ζη ad id quod ex ηθ, ex æquali igitur (per 22 quinti) est sicut δ ad αγ, sic quod ex ε ad id quod ex ηθ. At δ ad αγ, rationẽ non habet quam quadratus numerus ad quadratum numerum, neq; igitur quod ex ε, ad id quod ex ηθ, rationem habet quam quadratus numerus ad quadratum numerũ. Incõmensurabilis est igitur utraq; ipsarũ ζη, et ηθ, ipsi ε longitudine. Et quoniã est sicut βα, ad αγ, sic est quod ex ζη, ad id quod ex ηθ, maius igitur est quod ex ζη eo quod ex ηθ. Esto igitur ei quod ex ζη æqualia, quæ ex ηθ, κ. Conuertendo igitur (per 19 quinti et correlarium eiusdem) sicut αβ ad βγ, sic quod ex ζη ad id quod ex κ. At αβ, ad βγ, rationẽ non habet quam quadratus numerus ad quadratum numerum. Quare neq; quod ex ζη, ad id quod ex κ, rationem habet quam quadratus numerus ad quadratum numerum. Incommensurabilis igitur est ζη ipsi κ longitudine, ipsa igitur ζη, ipsa ηθ maius potest eo quod ex sibi incommensurabili. Suntq; ipsæ ζη, ηθ, rationales, potentia tantum commensurabiles.*
72 *Ac ipsarum ζη, neutra commensurabilis est longitudine ipsi ε expositæ rationali, ipsa igitur ζθ, ex binis nominibus est sexta: quod erat inueniendum.*

Euclid. ex Camp. Propositio 48.

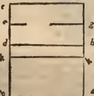
48 

I fuerit superficies binomio primo lineaq; rationali contenta, latus quod super eam potest, binomium esse necesse est.

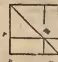
CAMPANVS. Sit superficies a c, cõtenta linea rationali a b, & binomio primo quod sit b c. Dico quòd latus tetragonicum superficiei a c est binomium. Si enim punctus d communis terminus duarum portionum binomij primi in b c, cuius maior portio sit b d, eritq; rationalis in longitudine ex diffinitione, & commensurabilis lineç a b rationali positæ. Diuidatur itẽ minor portio quæ est d c per æqualia ad pũctum e, lineaq; d b diuidatur sub ea conditione ad punctum f, quod inter partes eius quæ sunt b f, & f d, cadat d e medio loco proportio-

eo quod ex sibi cōmensurabili, si quartæ igitur parti eius quod ex minore, hoc est ei quod ex εζ, æquū ad maiorē αε cōparatū fuerit deficiēs forma quadrata, in cōmensurabilia distribuit (per 17 decimi) Cōparetur (p 28 sexti) igitur ad ipsam αε, ei quod ex εζ, æquū quod sub αη, ηε, cōmensurabilis igitur est αη, ipsi ηε lōgitudine. Excitēturq; (per 31 primi) per ipsa η, ε, ζ, utriq; ipsarū αβ, γδ, paralleli ηθ, εκ, ζλ. Et ipsi quidē αθ parallelogrāmo, æquū (p 14 secūdi) quadratū cōstituatur σν, ipsi autē ηκ, νπ. Ponāturq; (p 14 primi) sicut in rectas lineas μν, ipsi νξ, in rectas igitur lineas est & ρν, ipsi νο. Cōpleaturq; ipsum σπ, parallelogrāmū, quadratū igitur est σπ. Et quoniā quod sub αη, ηε, æquū est ei quod εζ, est igitur (p cōstructionē) sicut αη, ad εζ, sic ζε, ad εη, & sicut igitur (per 1 sexti) αθ ad εκ, sic εκ, ad ηκ. Ipsorū igitur αθ, ηκ, mediū ελ, proportionale est. Sed αθ quidē, æquum est ipsi σν & ηκ, æquū est ipsi νπ. Ipsorū igitur σν, νπ, mediū ελ proportionale est. Est autē ipsorū σν, νπ, mediū μρ proportionale, (p ostēsum lēma) æquū est igitur μρ, ipsi ελ. Sed μρ, quidē, ipsi οξ, æquū est, & ελ, ipsi ζγ, totū igitur εγ, ipsis μρ, οξ, est æquale. Sūt autē et ipsa αθ, ηκ, ipsis σν, νπ, æqualia, (p 44 primi) totū igitur αγ, æquū est toti σπ, hoc est ei qđ ex μξ, quadrato, igitur ipsa μξ, ipsum potest αγ. Dico iā q; et ipsa μξ, ex binis nominibus est. Quoniā enim cōmēsurabilis est (p 17 decimi) αη ipsi ηε, cōmēsurabilis igitur est (p 12 decimi) & diffinitionē, & αε, utriq; ipsarū αη, ηε. Supponatur autē (p diffinitionē primæ) αε ipsi αβ, cōmēsurabilis, & ipsæ igitur αη, ηε, ipsi αβ, sunt cōmēsurabiles. Rationalis uerò est αβ, rationalis igitur est & utraq; ipsarū αη, ηε. Rationale igitur est & utrūq; ipsorū αθ, ηκ. Cōmēsurabile autē est (per 1 sexti et 12 decimi) αθ ipsi ηκ. Sed αθ, ipsi quidē σν est æquale, ipsum uerò ηκ, ipsi νπ, & ipsa igitur σν, νπ, hoc est qđ ex μν, νξ, rationalia sunt & cōmensurabilia. Et quoniā incōmēsurabilis est αε, ipsi εδ longitudine, sed ipsa qdē αε ipsi αη, est cōmensurabilis, ipsa autē δε ipsi εζ cōmensurabilis (per 13 decimi) incōmensurabilis igitur est & αη, ipsi εζ. Quare & αθ, ipsi ελ, incōmensurabile est. Sed αθ, quidem ipsi σν, est æquale, ipsum uero ελ, ipsi μρ, & σν, igitur ipsi μρ incōmēsurabile est. Sed sicut σν ad μρ, sic & ον ad νρ. incōmensurabilis igitur est ον ipsi νρ. Aequalis autem est ον ipsi μν, & νρ ipsi νξ, incōmensurabilis igitur est μν, ipsi νξ. Et quod ex μν, commēsurabile est ei quod ex νξ, & utrunq; rationale. Ipsæ igitur μν, νξ, rationales sunt potētia tantū cōmensurabiles, ipsa igitur μξ, ex binis nominibus est, ipsumq; αγ, potest: quod erat ostendendum. Euclid. ex Camp. Propositio 49.

49 I fuerit superficies linea rationali binomioq; secundo cōtenta, latus eius tetragonicum erit bimediale primum.



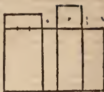
CAMP. Sit eadē figura eædēq; hypotheses quę in pręmissa, eritq; ex diffinitiōe binomij secūdi, linea d c, rationalis in lōgitudine, quare per 15 utraq; duarū superficierū d g & g c, (ideoq; & duo supplemēta p m, m q) erit rationalis, linea uerò b d erit rationalis in potētia tantū, & diuisa in duas lineas cōmunicātes f d & b f, ex diffinitione binomij secūdi & præmissis hypothesibus, & secunda parte 13 per 19 igitur erit utraq; duarū superficierū a f & f h, (ideoq; & utrunq; quadratorū l m & m n) medialis, itaq; ambæ lineæ l r & c p, sunt mediales in potētia quoq; cōmunicantes, nā cū linea b f cōmunicet lineæ f d, sequitur ut a f cōmunicet f h, quare quadratū l m, quadrato m n, ideoq; & linea l r, lineæ r p in potētia, in lōgitudine autē non cōmunicāt, quoniā per 1 sexti una earū ad alterā est sicut l m ad m p. Cū igitur l m nō cōmunicet m p, eo quod altera medialis uidelicet l m, altera uero rationalis uidelicet m p, sequitur ut l c nō cōmunicet in lōgitudine c p. Quia igitur ipsæ cōtinent superficiē rationalē quæ est m p, constat lineam l p ex 31 huius, esse bimediale primum.



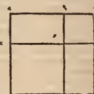
Euclid. ex Zamb. Theorema 37. Prop. 51.

55 Si areola comprehēsa fuerit sub rationali, & ex binis nominibus secunda, areolam potens irrationalis est, uocaturq; ex binis medijs prima.

THEON ex Zā. Cōprehēdatur areola αβγδ, sub rationali αβ, ac ex binis nominibus secūda αδ. Dico q; αγ areā potēs, ex binis medijs est prima. Quoniā enim ex binis nominib. secūda est αδ, diuidatur in nomina in signo ε, ut maius nomē sit αε, ipsæ igitur αε, εδ, (p 49 decimi) ratiōales sunt potētia tantū cōmēsurabiles, & αε, ipsa εδ maius potest eo qđ ex sibi cōmēsurabili, ac nomē minus εδ cōmēsurabile est ipsi αβ lōgitudine. Secetur (p 10 primi) ipsa εδ bifariā in signo ζ, & ei qđ ex εζ, æquū ad ipsam αε cōparetur (p 28 sexti) deficiēs forma quadrata qđ sub αη, ηε, cōmēsurabilis igitur est (p 27 decimi) αη, ipsi ηε lōgitudine. Et p ipsa η, ε, ζ, signa excitētur (per 31 primi) paralleli ipsis αβ, γδ, sintq; ηθ, εκ, ζλ. Ac ei quidē qđ est αθ, parallelogrāmo cōstruatur (per 14 secūdi) æquū quadratū σν, ipsi aūt ηκ, æquū quadratū νπ. Ponaturq; (p 14 primi) sic in rectas lineas, μν, ipsi νξ, in rectas lineas: igitur est & ρν, ipsi νο. Cōpleaturq; σπ quadratū. Manifestum iā est ex præostēso lēmate qđ μρ mediū proportionalitate est ipsorū σν, νπ, & per præcedens theorema æquū ipsi ελ, & qđ αγ areā potest μξ. Ostēdendū iā quod μξ, ex binis medijs est prima. Quoniā αε, ipsi εδ est incōmēsurabilis lōgitudine, cōmēsurabilis autē est (per 49 decimi) εδ, ipsi αβ, incōmēsurabilis igitur per

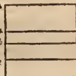


13 decimi, est αε, ipsi αζ, lõgitudine Et quoniã cõmẽsurabilis est αγ, ipsi εκ, cõmensurabilis est et αε utriq; ipsarũ αη, ηε. Et αε, rationalis est, ratiõalis igitur & utraq; ipsarũ αη, ηε, p cõparationẽ. Et quoniã incõmẽsurabilis est αε, ipsi αζ, cõmensurabilis autẽ est αε, utriq; ipsarũ αη, ηε, & ipsæ αη, ηε, igitur incõmensurabiles sunt ipsi αβ. Ipsæ ζα, αη, ηε, igitur (p 13 decimi) ratiõales sunt potẽtia tantũ cõmẽsurabiles. Quare (p 21 decimi) utrũq; ipsorũ αδ, ηκ, medium est, quare & utrũq; ipsorũ ξν, νπ, mediũ est, & ipsæ μν, νξ, igitur mediæ sunt (per 21 decimi) Et quoniã cõmẽsurabilis est αη ipsi ηε lõgitudine, cõmẽsurabile est & αδ ipsi ηκ, hoc est ξν ipsi νπ, hoc est qđ ex μν ei qđ νξ. quare & ipsæ μν, νξ, potẽsia sũt cõmẽsurabiles. Et quoniã incõmẽsurabilis est αε, ipsi εδ, lõgitudine, sed ipsa qdẽ αε cõmẽsurabilis est ipsi αη, & εδ, ipsi εζ, incõmensurabilis igitur est (p 13 decimi) αη ipsi εζ. Quare (p 1 sexti) & 11 decimi & αθ, ipsi ελ incõmẽsurabile est, hoc ξν, ipsi μρ, hoc est νν, ipsi νς, hoc est μν, ipsi νξ, incõmẽsurabilis lõgitudine est Ostẽsum autẽ est qđ ipsæ μν, νξ, mediæ existẽtes, potẽtia sunt cõmẽsurabiles. Ipsæ igitur μν, νξ, mediæ sunt potẽtia tantũ commẽsurabiles. Dico iã q, & rõnale cõprehẽdũt. Quoniã enim δε supponitur utriq; ipsarũ αβ, εζ cõmẽsurabilis, cõmẽsurabilis igitur (p 12 decimi) est & ζε ipsi εκ. Et utraq; ipsarũ rationalis, rationale igitur ελ, hoc est μρ. Sed μρ, est qđ sub μν, & νξ. Si uerò (per 37 decimi) binæ mediæ potentia tantũ cõmensurabiles, cõpositæ fuerint rationale cõprehendẽtes tota irrationalis est, uocaturq; ex binis prima medijs. Igitur ipsa μξ, ex binis est prima medijs: quod erat ostendendum.



Eucl ex Camp. Prop. 50.

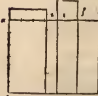


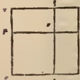




SI binomio tertio ac linea rationali superficies contineatur, linea in eã potens erit bimediale secundũ. CAMP. Dispositio & hypotheses maneãt ut suprà. Eritq; ex his hypothesibus & diffinitiõe binomij tertij & 19, unaquæq; quatuor superficierũ in quas diuisa est superficies a c medialis, quare utrũq; duorũ quadratorũ l m, m n, & utrãque supplemẽtorũ p m & m q, erit etiã mediale, utraq; igitur duarũ linearũ l r & r p, erit medialis. Et cũ duæ superficies a f & f h sint cõmunicãtes, eo quòd duę lineę b f & f d sint cõicãtes, p secũdã partẽ 13 erũt duæ lineę l r & r p cõicãtes in potẽtia, in lõgitudine uero nõ, quia superficies l m nõ cõicat cũ superficie m p, eo quod neq; a f cõicat cũ d g. Nã linea b f nõ cõicat cũ d e, cũ igitur ipsæ cõtineãt superficiem quæ est p m, constat ex 32 linea l p esse mediale secundum: quod est propositum. 50

Euclid. ex Zamb. Theorema 38. Propositio 56.





Si superficies sub rationali, & ex binis nominibus tertia comprehensa fuerit, superficiem potens irrationalis est, appellaturq; ex binis secunda medijs. 56

THEON ex Zamb. Areola nãq; αβγδ, cõprehendatur sub rationali αβ, ac ex binis nominibus tertia βδ diuisa in nomina in ε, quorũ maius sit βε. Dico q, areolã αγ, potẽs irrationalis est, uocaturq; ex binis secũda medijs. Cõstruantur nanq; eadẽ quæ prius Et quoniã βδ, ex binis est tertia nominibus, ipsæ igitur βε, εδ, rationales sunt potẽtia tantũ commensurabiles, & ipsæ βε, ipsa εδ, maius potest eo quod ex sibi cõmensurabili, et ipsarũ βε, εδ, neutra ipsi αβ, est cõmẽsurabilis lõgitudine. Similiter iã ex ijs quæ prius sunt ostẽsa, demõstrabimus, quod ipsæ μν, νξ, mediæ sunt potẽtia tantũ cõmensurabiles. Quare μξ, ex binis est medijs. Ostẽdendũ etiã quod & secũda. Quoniã incõmensurabilis est (p 50 decimi) δε, ipsi αβ, lõgitudine, hoc est ipsi εκ, atqui δε cõmensurabilis est ipsi εζ, incõmensurabilis igitur est (p 13 decimi) εζ, ipsi εκ lõgitudine. Sũtq; rationales, ipsæ ζε, εκ, igitur rationales sunt potẽtia tantũ cõmensurabiles. Mediũ igitur (p 21 decimi) est ελ, hoc est μρ, cõprehenditurq; sub μν, νξ, mediũ igitur est quod sub μν, νξ, Ipsa igitur μξ, ex binis est secunda medijs: quod fuerat ostendendum.



Euclid. ex Camp. Prop. 51.

SI linea rationali binomioq; quarto superficies contineatur, quę in eã superficiem potest, est linea maior. 51

CAMPANVS. Cūctis ut in præmissis manētibus erit ex hypothesi & diffinitione binōmij 4 & 19 utraque duarū superficierū d g & g e (quare & utraque duarū p m & m q) medialis, duoque quadrata l m & m n pariter accepta rationale, eo quod superficies a d est rationalis per diffinitionem binomij quarti & 15. Et quia d b diuiditur in pūcto f n duo incōmunicāntia per secūdā partē 14, erit superficies a f incōmēsurabilis superficiei f h, ideoque & quadratū l m, in quadrato m n. Duę igitur lineę l r et r p, sunt incōmēsurabiles in potētia quę cū cōtineāt superficiē mediale p m & earū quadrata ambo pariter accepta sint rationale, cōstat per 33 lineam l p esse lineam maiorem: quod erat demonstrandum.

Euclid. ex Zamb. *Theorema 39.* *Propositio 57.*

57 Si areola sub rationali ac ex binis quarta noībus cōprehēsa fuerit ipsam areolā potēs irrationalis est, uocatque maior.

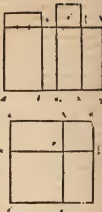
THEON ex Zāb. *Areola namque αγ, cōprehēdatur sub rationali αβ, et ex binis quarta nominibus αδ diuisa in nomina in ε, quorū maius esto αε. Dico quòd areolā αγ, potēs irrationalis est appellata maior. Quoniā enim αδ ex binis est quarta nominibus, ipsæ igitur αε, εδ, rationales sunt potētia tantū cōmēsurabiles, et αε ipsa εδ maius potest eo quod ex sibi incōmensurabili, & αε, ipsi αβ, longitudine cōmensurabilis est. Secetur (per 10 primi) δε, bifariam in ζ, & ei quod ex εζ, æquum ad αε, cōparetur (per 44 primi) parallelogrāmū quod sub αη, ηε. Incōmensurabilis igitur est (per 18 decimi) αη, ipsi ηε lōgitudine excitētur (per 31 primi) paralleli ipsi αβ, sintque ηθ, εκ, ζλ. Fiantque reliqua eadē sicut in præcedēti. Manifestū iā est quod μξ, est potēs ipsam αγ. Ostendendū uerò quod μξ irrationalis est, appellata maior. Quoniam incōmensurabilis est αη ipsi ηε lōgitudine, incōmensurabile (per 1 sexti & 11 decimi) est & αθ ipsi ηκ, hoc est νο ipsi οπ. Ipsæ igitur μν, νξ, potētia sunt incōmensurabiles. Et quoniā cōmensurabilis est αε, ipsi αβ lōgitudine, rationale est ακ. Et æquū est eis quæ ex μν, νξ, rationale est ακ, est, conflatū ex ijs quæ ex μν, νξ. Et quoniā (per 34 decimi) incōmensurabilis est δε ipsi αβ longitudine, hoc est ipsi εκ, sed (per 13 decimi) δε cōmensurabilis est ipsi εζ, incōmensurabilis igitur est εζ, ipsi εκ lōgitudine. Ipsæ igitur εκ, εζ, rationales sunt potētia tantū cōmensurabiles. Mediū (per 21 decimi) igitur est λε hoc est μρ. Cōprehenditurque sub μν, νξ, mediū igitur est quod sub μν, νξ. Et compositū ex ijs, quæ ex μν, νξ, rationale & μν, ipsi νξ potentia incōmensurabilis est. Si autē (per 39 decimi) duæ lineæ potentia incōmensurabiles cōpositæ fuerint efficientes cōpositum ex ijs quæ ex ipsis sunt quadratis rationale, quod uerò sub ipsis mediū, tota irrationalis est, appellatur autē maior. Ipsa igitur μξ irrationalis est, uocata maior ipsamque αγ areolā potest: quod erat ostendendum.*

Euclid. ex Camp. *Propositio 52.*

52 SI fuerit superficies linea rationali atque binomio quinto cōtēta, quæcunque in eam lineā potest, potens in rationale & mediale esse, ex necessitate conuincitur.

CAMP. Nec in hac quoque est aliquid ex priorū dispositiōe & positionib⁹ mutādū, eis enim manētib⁹ erit ex ijs quę posita sunt in diffinitione binomij 5 & 15, utraque duarū superficierū d g & g e quare utraque duarū p m & m q, rationalis totaque a d, quare & duo quadrata l m, m n pariter accepta, medialis ex 19. Cūque ex secūda parte 14 sit linea f b incōmēsurabilis lineę f d, ideoque superficies a f superficiei f h, & quadrato m n, erit linea l r incōmēsurabilis in potētia lineę r p. At quia ipsę cōtinēt superficiē rationalē p m, et earū quadrata ābo pariter accepta sunt mediale, cōclude ex 34 lineā l p esse potētē in rōnale & mediale: qd' est propositū. *Euc. ex Zāb. Theor. 40. Prop. 58.*

58 Si areola cōprehendatur sub rationali, ac ex binis quinta nominibus, areolā potens irrationalis est, appellata rationale mediūque potens.



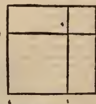
THEON ex Zāb. *Areola etenim α γ, cōprehēdatur sub ratiōali α ζ, ac ex binis quinta noībus α δ disiūcta in nomina in ε, ut maius nomē sit α ε. Dico q ipsam α γ, areolā potēs irrationalis est, appellata ratiōalc mediūq; potēs. Cōstruātur enim ea quæ superius demōstrata sunt. Nō dubiū quod α γ areolā potēs, est μ ξ. Ostēdēdū iā, quod μ ξ est rationale mediūq; potēs. Quoniā enim incōmēsurabilis est α ε ipsi ε δ, incōmēsurabile igitur est (p 1 sexti, et 11 decimi) et α θ, ipsi θ ε, hoc est quod ex μ ν ei quod ex ν ξ. Ipsæ igitur μ ν, ν ξ, potētia sunt incōmēsurabiles. Et quoniā α δ, ex binis est quinta nominibus, ac eius minus segmētū est ε δ, cōmēsurabilis igitur est ε δ ipsi α ζ lōgitudine. Sed α ε, ipsi ε δ, est incōmēsurabilis, & α ζ, igitur (per 13 decimi) ipsi α ε, est incōmēsurabilis lōgitudine. Ipsæ igitur α ζ, α ε, ratiōales sunt potētia tātū cōmēsurabiles, mediū igitur est (p 21 decimi) α κ, hoc est cōflatū ex iis quæ ex μ ν, ν ξ. Et quoniā cōmēsurabilis est δ ε, ipsi α β lōgitudine hoc est ε κ, sed δ ε, ipsi ε ζ, cōmēsurabilis est, et ε ζ igitur (p 12 decimi) ipsi ε κ cōmēsurabilis est. Rationalis aūt ε κ, rationale igitur (p 19 decimi) et ε λ, hoc est μ ξ, hoc est quod sub μ ν, ν ξ. Ipsæ igitur μ ν, ν ξ (per 40 decimi) potētia incōmensurabiles sunt, efficiētes cōflatū ex ipsarū quadratis mediū, & quod sub ipsis rationale, ipsa igitur μ ξ, est ratiōalc mediūq; potēs, ipsamq; potest areā α δ. Quod fuerat demōstrandū.* Euclid. ex Camp. Propositio 53.

I binomio sexto lineaq; rationali superficies cōtineatur, linea quæ in eam potest, in duo medialia potens esse probatur. 53

CAMPANVS. Hæc 53, adhuc te sustinet ociari à pingēdis figuris, cōtēta enim est præmissis dispositione & positionibus. Quibus stātibus, necesse est ex ipsis positis & dispositione, id est diffinitiōe binomij postremi & 19, quālibet ex superficiebus a d & d g & g c (propter quod & ambo quadrata l m & m n pariter accepta & p m & m q) esse medialē. Cūq; b f & f d (propter quod a f & f h, ideoq; l m & m n) sint incōmēsurabiles erūt duæ lineæ b c & r p incōmensurabiles in potētia. At quia ipsę continēt superficiē medialē p m, earūq; ambo quadrata pariter accepta sunt mediale, quod est duplo superficiei uni⁹ in alterā incōmēsurabile, quod ex eo probatur quod superficies b h est incōmēsurabilis superficiei h c, propter hoc quod linea d b ex incōmensurabilis lineę d c, sequitur ex 35 lineā l p esse, quæ potest in duo medialia.

Euclid. ex Zamb. Theorema 41. Propositio 59.

Si areola cōprehēdatᷣ sub rationali, & ex binis sexta nominibus areolā potēs irrationalis est, appellata bina potens media. 59



THEON ex Zāb. *Areola nāq; α β γ δ, cōprehēdatur sub rationali α β, & ex binis nominibus α δ, diuisa in nomina in ε, ut maius nomē sit α ε. Dico q ipsam α γ potēs, irrationalis est, appellata bina potēs in media. Cōstruātur enim quæ et præostēsis. Nō dubiū quod μ ξ est potēs ipsam α γ, & q incōmēsurabilis est μ ν, ipsi ν ξ, potētia. Et quoniā incōmensurabilis est α ε, ipsi α β lōgitudinc, ipsæ igitur α ε, α β, rationales sunt potentia tātū cōmensurabiles, mediū igitur est (p 21 decimi) α κ, hoc est cōpositū ex iis quæ ex μ ν, ν ξ. Rursus quoniā incōmēsurabilis est ε δ, ipsi α β lōgitudine, incōmēsurabilis igitur est & ε ζ, ipsi ε κ. Et ζ ε, ε κ, igitur rationales sunt potentia tātū commensurabiles, mediū igitur est (p eādem) ε λ, hoc est μ ξ, hoc est, conflatū sub μ ν, ν ξ. Et quoniam incommensurabilis est α ε ipsi ε ζ, & α κ ipsi ε λ incommensurabile est. Sed*

est. Sed μ ν quidem est conflatum ex ijs quæ ex μ ν, ν ξ, & 1λ est quod sub μ ν, ν ξ, incommensurabile igitur est (per 1 sexti & 11 decimi) compositum ex ijs quæ ex μ ν, ν ξ, ei quod sub μ ν, ν ξ, & ipsorũ utrunq; medium est. Ipsæ igitur μ ν, ν ξ, potentia sunt incommensurabiles. Ipsa igitur μ ξ bina potens est media (per 41 decimi) & ipsam potest α γ: quod ostendere oportebat.

Euclid. ex Camp. Propositio 54.



54 Si lineæ rationali æquũ quadrato binomij rectangulũ adiũgatur, latus eius secundum binomiũ primũ esse conueniet.

Campanus. Hæ sex sequentes, conuersæ sunt sex præcedentiũ per ordinẽ. Huius autẽ est hæc intẽtio, sit linea a b binomiũ, diuisa ad pũctũ c in duas lineas a c & c b, secũdũ suã diffinitionẽ aut terminũ, eiusq; a b quadratũ sit b d, sitq; linea e f, rationalis in lõgitudine, cui adiungatur superficies e g æqualis quadrato b d. Dico quod latus secũdũ huius superficiei est, quod & linea f g, est binomiũ primũ. Diuidatur enim quadratũ b d in duo quadrata b h & h d, quę sint quadrata duarũ linearũ portionũ binomij, & in duo supplemẽta a h & h k, quorũ utrũq; continetur sub duabus portionibus binomij, eritq; ex diffinitione binomij quę habetur per 30, utrũq; istorũ quadratorũ rationale, & per 19 utrũq; supplementũ mediale. Ex superficie igitur e g, abscindatur superficies e l æqualis quadrato d h, & l m, æqualis quadrato h b, & n p æqualis uni duorũ supplemẽtorũ a h uel h k, eritq; p g residua, æqualis reliquo supplemento: quare per 1 sexti linea n q, est ęqualis lineæ q g. Ex præmissis autẽ manifestum est quòd utraq; duarũ superficierũ e l & l m (& ideo tota superficies e n) est rationalis. Et utraq; duarum ęqualium n p & p g (& ideo tota m g) medialis, quare per 16 utraq; duarum linearum f l & l n, & tota linea f n, rationalis in longitudine, & lineę e f rationali positæ cõmensurabilis, & per 20 utraq; duarum n q & q g, & tota n g, rationalis in potentia tantũ, incõmensurabilis lineę m n (& ideo lineę e f sibi æquali, & per consequens & lineæ f n) in longitudine. Si igitur linea f n, quæ est maior linea n g ut ex primo duorum antecedentiũ 35 demõstrationi subiunctorũ & prima sexti apparet, fuerit potentior linea n g minori in quadrato lineæ secum communicantis in longitudine, tunc ex diffinitione binomij primi manifestum est lineam f g esse binomium primũ. Hoc autẽ ita esse sic habeto. Cũ inter duo quadrata d h & h b, sit (per primã sexti) superficies a h medio loco proportionalis, conuincitur ex prioribus hypothesibus superficiẽ m q esse inter superficies e l & l m medio loco proportionalis, quare (per primam sexti) linea n q quæ est medietas lineæ n g est medio loco proportionalis inter duas lineas f l & l n. Quod igitur fit ex f in l n, est quantum quod ex n q in se per 16 sexti, ideoq; per 4 secundi quantũ quarta pars quadrati lineæ n g. Itaq; per primã partẽ 33 cũ linea f n diuidatur à superficie sibi adiuncta æquali quartæ parti quadrati breuioris lineæ n g, ita quod ad cõplẽdã totã lineã f n desit superficies quadrata lineę sibi cõmunicãtia ad punctũ l, erit f n potẽtior n g in quadrato lineæ sibi cõmunicantis in lõgitudine. cõstat ergo propositum.



THEON. Lemma.

Si recta linea secetur in inęqualia, quæ ab inæqualibus quadrata, maiora sunt, eo quod bis sub inæqualibus comprehensum est rectãgulum.

Sit recta linea α β, seceturq; in inæqualia in γ, sitq; maior α γ. Dico quòd quæ ex α γ, γ β, maiora sunt eo quòd sub α γ, γ β, secetur enim (per 10 primi) α β, bifariàm in δ. Quoniã igitur recta linea secta est in æqualia in δ, et in inæqualia in γ, igitur (per 5 secũdi) quod sub α γ, γ β, unà cũ eo quod ex γ δ, æquũ est ei quod ex α δ, & perinde quod ex sub α γ, γ β, minus est eo quod α δ. Quod igitur bis sub α γ, γ β, est minus quã duplũ eius quod ex α δ. Sed quæ ex α γ, γ β, dupla sunt eorum quæ ex α δ, δ γ, ergo quæ ex α γ, γ β, maiora sunt eo quod bis sub α γ, γ β: quod erat ostendendum.

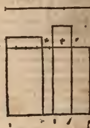
Euclid. ex Zamb. Theorema 42. Propositio 60.

60 Quod ex ea quę ex binis nominibus ad rationalem comparatũ latitudinem efficit, ex binis nomibus primam.

THEON ex Zamb. *Esto ex binis nominibus α β, diuisa in nomina in γ, ut maius nomen sit α γ, exponaturq; rationalis δ ε, & ei quod ex α β, æquum ad ipsam δ ε, cõparetur (per 44 primi) δ ε ζ η, latitudinem efficiens δ η. Dico quòd δ η ex binis est prima nominibus. Cõparetur enim (per 44 primi) ad δ ε, ei quidẽ quod ex α γ æquum δ θ, ei autem quod ex β γ, æquum κ λ. Reliquum igitur quod bis sub α γ, γ β (per 4 secundi) æquum est ipsi μ ζ. Secetur (per decimam primi) ipsa μ η bifariàm in ν, exciteturq; (per 31 primi) parallelus ν ξ utriq; ipsarũ μ λ, η ζ. Vtrunq; igitur ipsorũ μ ξ, ν ζ, æquũ est ei quod sub α γ, γ β. Et quoniã α β,*

ex binis

ex binis nominibus est diuisa in nomina in γ, ipsæ igitur α γ, γ β, rationales sunt potentia tantum cōmensurabiles. Quæ igitur ex α γ, γ ζ, rationalia, sunt sibi inuicem commensurabilia. Quare (per 15 decimi) & cōflatum ex iis quæ ex α γ, γ β, commensurabile est eis quæ ex α γ, γ β, rationale igitur est compositum ex iis quæ ex α γ, γ β. Et ipsi δ λ, est æquale, rationale igitur est δ λ. Et ad ipsam δ ε, comparatur, rationalis igitur (per 20 decimi) δ μ, & ipsi δ ε, longitudine commensurabilis. Rursus quoniam α γ, γ ζ, rationales sunt potentia tantum commensurabiles, medium igitur est quod bis sub α γ, γ β, hoc est ipsum μ ξ, & ad ipsum comparatur μ λ, rationalem, rationalis igitur est & μ ν, ipsi λ μ incōmensurabilis (hoc est ipsi δ ε) longitudine, est autē & μ δ rationalis, & ipsi δ ε longitudine cōmensurabilis. Incōmensurabilis igitur est (per 13 decimi) δ μ, ipsi μ ν, lōgitudine. Suntq; ipsæ igitur δ μ, μ ν rationales, potentia tantū cōmensurabiles, ex binis nominibus igitur est (per 36 decimi) δ ν. Ostendendū quòd & prima. Quoniā enim (per lēma precedēs 54 decimi) eorū quæ ex α γ, γ β, mediū proportionale est quod sub α γ, γ ζ, et ipsorū igitur δ θ, κ λ, mediū proportionale est μ ξ. Est igitur (per cōstructionē) sicut δ ι ad μ ξ, sic μ ξ, ad κ λ, hoc est sicut δ κ ad μ ν, sic μ ν, ad μ κ: quod igitur sub δ κ, κ μ, æquum est ei quod ex μ ν. Et quoniam cōmensurabile est quod ex α γ, ipsi quod ex β γ, cōmensurabile est & δ θ, ipsi κ λ quare (per 1 sexti & 11 decimi) & δ κ ipsi κ μ cōmensurabilis est. Et quoniam maiora sunt quæ ex α γ, γ β, eo quod bis sub α γ, γ β, maius igitur est & δ λ ipso μ ξ. Quare (per lēma præcedens & per primā sexti) & δ μ, ipsa μ ν maior est, & æquale quod sub δ κ, κ μ, ei quod ex ν μ, hoc est quartæ parti eius quod ex μ ν, & cōmensurabilis est δ κ, ipsi κ μ. Si uerò (per 17 decimi) fuerint binæ rectæ lineæ inæquales, quartæ autem parti eius quod ex minore æquū, ad maiorem cōparetur deficiens forma quadrata, & in cōmensurabilia ipsam diuiserit, maior minore maius potest, eo quòd ex sibi cōmensurabili. Ipsa igitur δ μ, ipsa μ ν maius potest, eo quod fit ex sibi cōmēsurabili. Ipsa igitur δ μ, ipsa μ ν maius potest, eo quod ex sibi cōmensurabili. Suntq; rationales ipsæ δ μ, μ ν, & δ μ nomē maius existiens, cōmensurabilis est longitudine ipsi δ ε expositæ rationali, ipsa igitur δ ν, ex binis nominibus est prima: quod oportuit demonstrasse.



Euclid. ex Camp. *Propositio 55.* 55



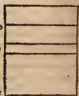
SI lineę rationali ęqua superficies quadrato bimedialis primi ad iungatur, latus eius reliquū binomiū secundū esse oportebit.

CAMPANVS. Sit linea a b bimediale primū, diuisa ad pūctū c secūdū suū terminū, cætera autē sint ut prius. Dico lineā f g esse binomiū secundū. Erit enim superficies m g rationalis, eo quod partes bimedialis primi continent superficiē rationalem, & superficies tres e l, l m, & tota e n, mediales cōmunicantes, eo quòd portiones bimedialis primi sunt lineæ mediales potentia tantum cōmunicantes ex 31. Per 16 igitur erit linea n g rationalis in lōgitudine, cōmensurabilis lineæ e f rationali positæ, & per 20 linea f n rationalis in potētia tantū: quæ cū sit maior linea n g ex primo duorū antecedētiū demonstrationi 35 adiunctorū & 1 sexti, eaq; potentior quadrato lineę communicantis secum in longitudine ex prima parte 13, erit à diffinitione linea f g binomium secundum: quod est propositum.



Euclid. ex Zamb. *Theorema 43.* *Propositio 61.* 61

Quod ex ea quę ex binis medijs prima ad rationalē cōparatū latitudinē, efficit ex binis noībus secūdā.



THEON ex Zamb. *Esto (per 43 decimi) ex binis medijs prima α ζ, diuisa in medias in γ, quarum α γ maior sit, exponaturq; rationalis δ ε. Cōpareturq; (per 44 primi) ad ipsam δ ε, ei quod ex α β æquum parallelogrammum δ ξ, latitudinē efficiens δ ν. Dico quòd ipsa δ ν, ex binis est secunda nominibus. Construantur enim eadem quæ & in præcedenti. Et quoniam α β, ex binis medijs est prima diuisa in γ, ipsæ α γ, γ ζ, igitur (per 37 decimi) mediæ sunt potentia tantū cōmensurabiles rationale comprehēdentes. Quare (per 24 decimi) & quæ ex α γ, γ β, media sunt: medium igitur (per corrolarium 23 decimi) est δ λ. Et ad ipsam δ ε comparatur, rationalis igitur est (per 22 decimi) μ δ, & ipsi δ ε longitudine incommensurabilis. Rursus quoniam rationale est quod bis sub α γ, γ β, rationale est & μ ξ, ad ipsamq; μ λ, rationalem comparatur, & rationalis igitur est (per 20 decimi) μ ν, & longitudine commensurabilis ipsi μ λ, hoc est ipsi δ ε. Incommensurabilis igitur est δ μ, ipsi μ ν longitudine. Suntq; rationales ipsæ, igitur δ μ, μ ν, rationales*

les sunt potentia tantum cõmensurabiles, ex binis igitur nominibus est (per 36 decimi) δ ν. Ostendendum iã quod & secunda. Quoniam enim quæ ex α γ, γ β, maiora sunt eo quod bis sub α γ, γ β, maius est igitur & δ λ ipso μ ζ, quare (per primam sexti) et δ μ ipsa μ ν. Et quoniam cõmensurabile est quod est ex α γ, ei quod ex γ ζ, commensurabile est et δ ι ipsi κ λ. Quare & δ κ, ipsi κ μ, commensurabilis est et id quod sub δ κ, κ μ, æquum est ei quod ex ν ξ. Ipsa igitur δ μ, ipsa μ ν maius potest eo quod ex sibi commensurabili, & μ ν, ipsi δ ι longitudine cõmensurabilis est, ipsa igitur δ ν, ex binis nominibus est secunda: quod erat ostendendũ. Euclid. ex Camp. Prop. 56.

56 CVm adiũcta fuerit lineæ in lõgitudine rationali superficies rectãgula æqualis quadrato bimedialis secũdi, latus eius secũdum binomium, tertium esse nec ss. est.

CAMPANVS. Si fuerit linea a b bimediale secundũ diuisa per terminũ suũ ad punctũ c, reliqua uerò omnia fuerint ut prius, erit linea f g binomium tertiũ. Erit enim ex 32 & nostris positionibus utraq; superficierum e n & g m, medialis quare per 30 utraq; duarũ linearũ f m & n g erit rationalis in potentia tantũ lineæ e f rationali potentia cõmensurabilis. At quia bimedialis secũdi partes sunt cõmunicantes in potentia tantũ, erit superficies e l cõmunicans superficiei l m & ideo linea f l lineæ l n, potentior ergo est per primã partẽ 13 f n quàm sit n g, in quadrato lineæ sibi cõmunicantis in longitudine. Cũq; sint superficies a h & quadratũ h b incõmẽsurabilia, eo quod lineę a c & c b incõmensurabiles, ideoq; & ambo quadrata pariter accepta ambobus supplemẽtis pariter acceptis, eo quod quadrata sibi inuicẽ cõmunicãt ex hypothesi, supplementa quoq; cũ sibi inuicẽ sint æqualia, sequitur ut superficies e n sit incõmẽsurabilis superficiei m g, & ideo linea f n, lineę n g, per diffinitionem igitur est linea f g, binomiũ tertium: quod est propositum.

Euclid. ex Zamb. Theorema 44. Propositio 62.

62 Quod ex ea quæ ex binis secunda medijs ad rationalem comparatum latitudinem efficit, ex binis nominibus tertiam.

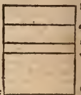
THEON *ex Zamb. Esto (per 44 decimi) ex binis medijs secunda α ζ, diuisa in medias in γ ut maius segmentũ sit α γ, rationalis autem esto δ ι, & ad ipsam δ ι, ei quod ex α β æquum parallelogrammum cõparetur (per 44 primi) δ ζ, latitudinem efficiens δ ν. Dico quòd δ ν est ex binis nominibus tertia. Construantur eadem quæ in præcedentibus. Et quoniam α β ex binis est secunda medijs diuisa in γ, ipsæ igitur α γ, γ ζ (per 38 decimi) mediæ sunt potentia tantũ cõmensurabiles mediũ cõprehẽdẽtes, quare et cõflatũ ex ijs quæ ex α γ, γ ζ, mediũ est, & est æquale ipsi δ λ mediũ igitur est & δ λ, cõparaturq; ad rationalem δ ι. Rationalis igitur est (per 22 decimi) μ δ, ipsi δ ι lõgitudine incõmensurabilis. Id propterea etiã μ ν rationalis est & ipsi μ λ incõmensurabilis (hoc est ipsi δ ι) longitudine. Rationalis igitur est utraq; ipsarũ δ μ, μ ν, & ipsi δ ι lõgitudine incõmensurabilis. Et quoniã α γ ipsi γ β lõgitudine est incõmensurabilis, sicut autẽ (per lẽma precedẽs 22 decimi) α γ ad γ β, sic quod ex α γ, ad id quod sub α γ, γ β, incõmẽsurabile igitur est & quod ex α γ, ei quod sub α γ, γ β. Quare et cõflatũ ex ijs quæ ex α γ, γ ζ, ei quod bis sub α γ, γ β, incõmensurabile est, hoc est δ λ ipsi μ ζ. Quare (per 1 sexti, & 11 decimi) et δ μ ipsi μ ν incõmensurabilis est. Sũtq; rationales. Ipsa igitur δ ν, ex binis nominibus est. Ostendendũ iã quod & tertia. Similiter iam sicut in præcedentibus ratiocinabimur quod maior est δ μ ipsa μ ν, & quod & δ κ ipsi κ μ cõmensurabilis est. Estq; quod sub δ κ, κ μ, æquũ ei quod ex μ ν. Ipsa igitur δ μ, ipsa μ ν, maius potest eo quod ex sibi cõmẽsurabili, & neutra ipsarũ δ μ, μ ν, cõmẽsurabilis est ipsi δ ι, lõgitudine ipsa igitur δ ν, ex binis est tertia nominibus, quod erat ostẽdẽdũ.* Euclid. ex Cãp. Propositio 57.

57 SI lineæ rationali rectangulũ ęquũ quadrato lineæ maioris adiũgatur, alterũ se continentiũ laterum erit binomium quartum.

Cam-



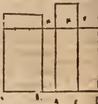
CAMPANVS. Si hæc quoq; fuerit linea a b linea maior diuisa secundum terminũ suum ad punctũ c, cunctaq; reliqua nõ fuerint aliter quàm prius, erit linea f g binomium quartum. Cum enim sint ambo quadrata portionum lineæ maioris pariter accepta rationale, erit superficies e n rationalis, ideoq; per 16 linea f n rationalis in longitudine, communicans lineæ e f rationali positæ, superficies uerò m g erit medialis, propter illud quod portiones lineæ maioris continent superficiem medialem, itaq; per 20 linea n g est in potentia rationalis tantum, & quia etiam portiones præfatæ lineæ a b sunt potentialiter incommensurabiles, superficies e l incommensurabilis erit l m, ideoq; linea f l, lineæ l n, igitur per primam partem 14 linea f n est potentior linea n g, in quadrato lineæ sibi incommensurabilis. Ex diffinitione igitur est linea f g binomium quartũ: quod erat propositum.



Euclid. ex Zamb. *Theorema 45.* *Propositio 63.*

Quæ ex maiore ad rationalem cõparatum latitudinem efficit ex binis quartam nominibus. 63

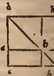
THEON ex Zamb. *Sit maior αβ, diuisa in γ, ut maior sit αγ, ipsa γβ. Rationalis uerò esto δε, & ei quod ex αβ, æquum ad ipsam δε, comparetur (per 44 primi) δζ parallelogrammũ, latitudinẽ efficiens δη. Dico quòd δη, ex binis est quarta nominibus. Construantur eadem quæ in præostensis. Et quoniã (per 39 decimi) maior est αβ diuisa in γ, ipsæ αγ, γβ, potẽtia sunt commensurabiles efficientes conflatum ex ijs quæ ex ipsis fiunt quadrata rationale, quod uerò sub ipsis medium. Quoniam igitur rationale est conflatum ex ijs quæ ex αγ, γβ, rationale igitur est δλ, rationalis igitur est & μδ, & δε, lõgitudine cõmensurabilis. Rursus quoniam medium est quod bis sub αγ, γβ, hoc est μζ, & ad rationalem cõparatur μλ, rationalis igitur (per 22 decimi) est & μη, & ipsi δε, lõgitudine incommensurabilis. Incommensurabilis igitur est (per 13 decimi) et δμ, ipsi μη, longitudine. Ipsæ igitur δμ, μη, rationales sunt potentia tantum commensurabiles, ex binis igitur nominibus est δη. Ostendendum iam quod et quarta. Similiter iã sicut et in præcedẽtibus ratiocinabimur quod maior est δμ ipsa μη, et quòd quot sub δν νμ, æquum est ei quod ex νη. Quoniam igitur incommensurabile est quod ex αγ, ei quod ex γβ, incommensurabile igitur est & δθ, ipsi κλ. Quare (per 1 sexti & 11 decimi) & δν, ipsi νμ incommensurabilis est. Si autẽ fuerint binæ rectæ lineæ inæquales, quartæ autem parti eius quod fit ex minore (per 17 decimi) æquum comparatũ fuerit parallelogrammum ad maiorẽ forma quadrata deficiens, & in incõmensurabilia ipsam diuiserit, maior minore maius potest, eo quod à sibi incommensurabili in longitudine, ipsa igitur δμ, ipsa μη maius potest, eo quod à sibi incõmensurabili sunt & ipsæ δμ, μη, rationales potentia tantũ cõmensurabiles, & δμ cõmensurabilis est ipsi expositæ rationali δε, ipsa igitur δη, ex binis nominibus est quarta: quod erat ostendendum.*



Euclid. ex Camp. *Propositio 58.*



I lineæ rationali quadrato lineæ potẽtis supra rationale & mediale æqualis parte altera longior forma adiungatur, alterũ latus eius, binomium quintum esse necesse est. 58



CAMPANVS. Proposita linea a b ea quę potest supra mediale & rationale diuisa secundum eius diffinitionem ad punctũ c nihil immutetur de reliquis, sequiturq; lineã f g esse binomiũ quintum. Cùm enim partes huius lineæ a b contineant rationalem superficiem, necesse est ut superficies g m, ideoq; (per 16 linea n g) sit rationalis. Cumq; ambo quadrata partium huius lineę pariter accepta sint mediale, erit superficies e n medialis, & per 20 linea f n rationalis in potentia tantum lineæ f e potentia rationali communicans. At quia portiones prædictæ lineę sunt incommensurabiles



biles in potentia, erit superficies e l incommẽsurabilis superficiei m l, ideoq; & linea f l, lineæ l n: potentior igitur est per primam partem 14 linea f n linea n g, in quadrato lineæ sibi incommensurabilis. Per diffinitionem itaq; binomij quinti: conclude propositum.

Euclid. ex Zamb. *Theorema 46.* *Propositio 64.*

64 Quod ex ea quę rationale mediumq́; potest ad rationalẽ comparatũ, latitudinem efficit ex binis quintam nominibus.

THEON ex Zamb. *Sit rationale mediumq́; potens αβ, diuisa in rectas lineas in γ, ut sit maior αγ, exponaturq́; rationalis δε, & ei quod ex αβ, æquum ad δε comparetur δζ (per 44 primi) latitudinẽ efficiens δη. Dico quòd δη ex binis est quinta nominibus. Construãtur eadem quæ in præcedentibus. Et quoniã αβ est rationale mediũq́; potens diuisa in γ, ipsæ igitur αγ, γβ, potentia sunt incommensurabiles efficientes conflatum ex earum quadratis medium, quod verò sub ipsis rationale. Quoniam igitur conflatum ex ijs quæ ex αγ, γβ, medium est, medium igitur est δλ. Quare rationalis est δμ, & ipsi δε longitudine incommensurabilis. Rursus quoniam rationale est quod bis sub αβ, βγ, hoc est μζ, rationalis igitur est μη, et ipsi δε, lõgitudine cõmensurabilis. Incommẽsurabilis igitur est δμ, ipsi μη. Ipsæ igitur δμ, μη, rationales sunt potentia tantum commensurabiles, ex binis igitur nominibus est δη. Dico quòd & quinta. Similiter namq; ostendetur quod sub δκ, κμ, æquum est ei quod ex νη, et quod δκ ipsi κμ longitudine incommensurabilis est, ipsa igitur δμ, ipsa μη maius potest eo quod ex sibi incommensurabili, & ipsæ δμ, μη, rationales sunt potentia tantum commensurabiles, & minor μη, commensurabilis est ipsi δε longitudine. Ipsa igitur δη ex binis est quinta nominibus: quod erat ostendendum.*

Euclid. ex Camp. *Propositio 59.*

59 

Voties adiuncta fuerit lineę rationali superficies rectangula æqualis quadrato lineæ potentis in duo medialia, eiusdem superficiei latus secundum, binomiũ sextum esse conuincitur.

CAMPANVS. In hac 59 sit linea a b, linea potens supra duo medialia, quæ autem præter hæc sunt, sicut suprà maneant, & erit tunc linea f g binomium sextũ, quod ignorare non poteris, si præmissorum eiusq; quod 35 proponit, immemor non fueris, & sic patet in hac, nostra intentio.

Euclid. ex Zamb. *Theorema 47.* *Propositio 65.*

65 Quod ex bina media potente ad rationalem comparatum latitudinẽ efficit ex binis nominibus sextam.

THEON ex Zamb. *Esto (per 47 decimi) bina potens media αβ, diuisa in γ, rationalis autem esto δε, & ad ipsam rationalẽ δε, ei quod ex αβ æquum comparetur (per 44 primi) δζ, latitudinem efficiens δη. Dico quòd ipsa δη, ex binis nomibus est sexta. Construantur etenim eadem quæ & in præcedentibus. Et quoniam αβ bina media potens, est diuisa in γ, ipsæ igitur (per 41 decimi) αγ, γβ, potentia sunt incommensurabiles efficientes compositum ex earum quadratis medium, & quod sub ipsis mediũ & insuper incõmensurabile cõposito ex earũ quadratis. Quare per ea quæ ostensa sunt, medium est utrunq; ipsorum δλ, μζ. Et ad rationalem δε comparatur, rationalis igitur est (per 22 decimi) utraq; ipsarum δμ, μη, & ipsi δε longitudine incommensurabilis. Et quoniam conflatum ex ijs quæ ex αγ, γβ, incommensurabile est ei quod bis sub αγ, γβ, incommensurabile igitur est (per 2 partem 11 decimi) δλ ipsi μζ. Incommensurabilis igitur est (per 1 sexti & 11 decimi) & δμ ipsi μη. Ipsæ igitur δμ, μη, rationales sunt potentia tantum cõmensurabiles, ex binis igitur nominibus est δη. Dico quòd & sexta. Similiter nãq; rursus ut prius demõstrabimus, quia quod*

sub δ κ, κ μ, æquum est ei quod ex ν κ, & quod δ κ ipsi κ μ longitudine incommensurabilis est, ac id propterea δ κ ipsa κ μ maius potest eo quod ex sibi longitudine cõmensurabili, & neutra ipsarũ δ μ, μ κ, commensurabilis est expositæ rationali δ ν longitudine. Ipsa igitur δ κ (per secundas diffinitiones) ex binis est sexta nominibus: quod erat ostendendum.

Euclid. ex Camp. *Propositio 60.*



Mnis linea cuilibet binomiorum cõmunicans, sub eadem specie binomium esse probatur. 60

CAMPANVS. Sit linea a binomium cuiusuis speciei, sitq; linea b ei cõmunicans in longitudine. Dico lineam b esse binomiũ eiusdem speciei cuius a, sint enim binomiales portiones a, c & d, eruntq; ambæ rationales in potentia tantum communicantes per 30, linea uerò b diuidatur per 12 sexti secundum proportionem c ad d, in e & f, eritq; per coniunctam & euersam & permutatam proportionalitatem c ad e, & d ad f, sicut a ad b. Cùm sint igitur a & b communicantes erunt etiam per primam partem 10 c & e, itemq; d & f, communicantes. Si igitur fuerit c rationalis in potentia tantũ, erit & e: si autẽ in longitudine & e. Eodemq; modo si d est rationalis in potentia tantum uel etiam in longitudine, erit quoq; & f similiter, & ex 12 si potentior est c d, in quadrato lineæ sibi commensurabilis in longitudine, uel si forte incommensurabilis, erit & e potentior f in quadrato lineę sibi commensurabilis uel etiam incommẽsurabilis, necesse est ex diffinitionibus sex specierum binomiorum, ut eiusdem speciei binomij sint a & b.



Si autẽ linea b communicet binomio a in potentia tantũ, erit etiã & sic linea b. Binomiũ autem eiusdem esse speciei non est necessariũ, immo impossibile est ut ambæ simul cadant sub prima specie binomiorum uel sub secunda, quarta uel quinta, sed necesse est ut ambo cadant sub primis tribus aut ambo sub tribus postremis, unum enim eorum esse in aliqua ex tribus primis speciebus, & aliud in aliqua ex tribus postremis, est impossibile. Cùm enim a communicet cum b in potentia tantum, c quoq; cum e, & d cum f communicabit tantũ in potentia ex 10. Si igitur alterutra duarum linearum c & d fuerit rationalis in longitudine, non erit sua compar ex lineis e & f rationalis in lõgitudine. Non est itaq; possibile ut a & b cadant simul sub aliqua ex illis speciebus binomiorum, in quibus altera duarum portionum binomij est rationalis in longitudine, hę autem species sunt, prima & secunda, quarta & quinta. At uerò quia per 12 duæ lineæ c & e simul potentiores sunt duabus lineis d & f in quadratis duarum linearum sibi in longitudine communicantium aut incommunicantium, necesse est ut ambo binomia a & b simul cadant sub primis tribus speciebus binomiorum, aut simul sub tribus postremis ex diffinitione ipsarum specierum. Lineam autem b quid dubitas esse binomium? cùm sint enim c & e communicantes in potentia tantum, similiter quoq; d & f, sint autem c & d rationales in potentia, conuincitur e & f rationales in potentia tantũ, quæ quia non communicant in longitudine sicut nec eis proportionales c & d, ipsæ componunt indubitanter binomium per 30 huius.

Euclid. ex Zamb. *Theorema 48.* *Propositio 66.*

Ei quæ ex binis nominibus longitudine commẽsurabilis, ipsa quoq; ex binis nominibus est ac in ordine eadem. 66

THEON *ex Zamb. Esto ex binis nominibus α β & ipsi α β longitudine commensurabilis esto γ δ. Dico quòd ipsa γ δ ex binis nominibus est, & in ordine ipsi α β eadem. Quoniam enim (per 42 decimi) ex binis nominibus est α β, diuidatur in nomina in ε, sitq; maius nomen α ε. Ipsæ igitur α ε, ε β, rationales sunt potentia tantum commensurabiles. Fiatq; sicut α β ad γ δ, sic α ε ad γ ζ. Et reliqua igitur ε β, ad reliquam ζ δ (per 19 quinti) est sicut α β ad γ δ. Commensurabilis autẽ est (per hypothesin) α β ipsi γ δ lõgitudine. Cõmensurabilis igitur est (per 11 decimi) & ipsa α ε ipsi γ ζ, & ε β ipsi ζ δ. Suntq; rationales ipsæ α ε, & ε β, rationales igitur sunt (per 11 decimi) & ipsæ γ ζ, ζ δ. Et quoniam est sicut α ε ad γ ζ, sic est ε β ad ζ δ, uicissim igitur (per 16 quinti) sicut α ε ad ε β, sic est γ ζ ad ζ δ. Ipsæ autem α ε, ε β, tãtum potentia sunt commensurabiles, & ipsæ γ ζ, ζ δ, igitur potentia tantum sunt commensurabiles, suntq; rationales: ex binis igitur nominibus est ipsa γ δ. Dico iam quòd in ordine est eadem ipsi α β. Ipsa α ε, ipsa ε β aut maius potest eo quod ex sibi commensurabili, uel eo quod ex sibi incommensurabili. Si uerò α ε ipsa ε β maius potest eo quod ex sibi incõmensurabili, & γ ζ ipsa ζ δ (per 14 decimi) maius poterit eo quod ex sibi commensurabili. Et si α ε expositæ rationali commensurabilis fuerit, & γ ζ eidem commensurabilis erit (per 12 decimi) Idq; propterea utraq; ipsarum α β, γ δ, ex binis nominibus est prima, hoc est in ordine eadem. Si uerò ε β commensurabilis est ipsi expositæ rationali, & ζ δ eidem commensurabilis est. Ac per hoc rursus in ordine eadem est ipsi α β, utraq; enim ipsarum est ex binis nominibus secunda. Si uerò neutra ipsarum α ε, ε β, com*

εζ, commensurabilis est expositae rationali, neutra etiam ipsarum γζ, ζδ, eidem erit commensurabilis, & utraq; tertia est. Si autē αε ipsa εζ maius potest eo quod ex sibi incommensurabili, & γζ, ipsa ζδ maius poterit eo quod ex sibi incommensurabili, & si αε expositae rationali commensurabilis est, & γζ eidem commensurabilis est, & utraq; erit quarta. Si autem εζ, & ζδ, & erit utraq; quinta. Si verò neutra ipsarum αε, εβ & ipsarum γζ, ζδ neutra commensurabilis, est expositae rationali, eritq; utraq; sexta. Quare ei quae ex binis nominibus lōgitudine cōmensurabilis, ex binis nominibus est, & in ordine eadē: quod erat ostendendū.

Euclid. ex Camp. Propositio 61.

61 Omnis linea alterutri bimedialium cōmēsurabilis, sub eadem specie bimedialis esse, ex necessitate conuincitur.

CAMPANVS. Veritatem habet quod dicitur, siue in lōgitudine, siue etiam in potentia tantum communicet aliqua linea alterutri bimedialium. Sint enim duae lineę communicantes a & b quouis duorum modorum praedictorum, sitq; a bimediale primum uel secundum, dico quod etiam b est bimediale primū uel secundum, prout fuerit a. Diuiso enim a bimediale in suas bimediales portiones, ex quibus componitur per 31 & 32 quae sunt c & d, b quoq; diuisa in e & f secundum proportionem c ad d ut docet 12 sexti, positaq; g superficie contenta sub c & d, & K sub e & f, & posito h quadrato d, & l f, erit per coniunctam & euersam & permutatam proportionalitatem quemadmodum in praemissa c ad e & d ad f, sicut a ad b. sicut igitur ex positione a & b sunt communicantes, siue hoc sit in longitudine siue in potentia, sic c & e, itemq; d & f, similiter erunt communicantes. At quia c & d sunt mediales potentia tantum cōmunicantes, sequitur ex 12 ut e & f sint etiam mediales, & ex 10 potentia tantum communicantes, cùm ipsae per hypothesin sint proportionales c & d. Cumq; sit per primam sexti g ad h, sicut c ad d, & K ad l sicut e ad f, erit g ad h sicut k ad l, & permutatim g ad K sicut h ad l. Quia igitur h est cōmunicans l, eo quod duo eorum latera quae sunt d & f communicant in longitudine uel in potentia secundum quod a & b in alterutro eorū communicant, sequitur ex 10 ut g & k quoq; sibijnuicem communicent: erit igitur k rationalis aut medialis prout fuerit g, ex diffinitione superficiei rationalis aut 21. In hoc enim tantum differt bimediale primum à bimediali secundo, quod portiones bimedialis primi in quas secundum suum terminum diuiditur, cōtinent superficiem rationalem, bimedialis autem secundi, medialem. Si igitur a fuerit bimediale primum, erit superficies g rationalis, quare & k, & ideo b bimediale primum per 31. Quod si a fuerit bimediale secundum, erit superficies g medialis, ob hoc etiam & K, b itaq; per 32 erit bimediale secundum, quare constat propositum. Idem

62 aliter. Ad lineam rationalem c d (posita a alterutro bimedialium, & b sibi in longitudine uel potentia communicante) adiungatur superficies c e aequalis quadrato a, & f g aequalis quadrato b, eruntq; superficies c e & e f g communicantes, eo quod quadrata eis aequalia quae sunt quadrata linearum a & b sunt communicantia ex hypothesi: ex prima igitur sexti & decima huius, necesse est duas lineas d e & e g esse communicantes. Et quia si a fuerit bimediale primum, linea d e erit binomium secundū per 55, ideoq; e g etiam binomium secundum per praemissam, quare latus tetragonicum superficiei f g (& ipsum est b) bimediale primum per 49, at uerò si a fuerit bimediale secundum linea d e erit binomium tertium per 56, ideo e g est binomium tertium per praemissam, quare & latus tetragonicum superficiei f g (& ipsum est b) bimediale secundum per 50, manifestū est igitur uerum esse quod proponitur.

Euclid. ex Zamb. Theorema 49. Propositio 67.

67 Ei quae ex binis medijs longitudine commēsurabilis, & ipsa ex binis est medijs, & in ordine eadem.

THEON ex Zamb. *Esto ex binis medijs αβ, & ipsi αβ commensurabilis esto longitudine γδ. Dico quòd γδ ex binis est medijs, & in ordine ipsi αβ eadem. Quoniam enim αβ ex binis medijs est diuisa in medias in ε, ipsae igitur αε, εβ (per 37 et 38 decimi) mediae sunt potentia tantum commensurabiles. Fiatq; (per 12 sexti) sicut αβ ad γδ, sic αε ad γζ, & reliqua igitur εβ ad ζδ, reliquā (per 19 quinti) est sicut αβ ad γδ.*

Cōmensurabilis autē est αβ ipsi γδ longitudine, cōmensurabilis igitur est & αε ipsi γζ, & εβ ipsi ζδ, suntq; mediæ ipsæ αε, εβ, mediæ igitur sunt & γζ, ζδ. Et quoniā est sicut αε ad εβ & γζ ad ζδ, ipsæ autem αε, εβ, potentia tantū sunt cōmensurabiles, & ipsæ igitur γζ, ζδ, potentia tantū cōmensurabiles. Ostensum autem quòd mediæ. Ipsa igitur γδ, ex binis est medijs. Dico quòd & in ordine eadē est ipsi αβ. Quoniā enim est sicut αε ad εβ, sic est γζ ad ζδ, & sicut igitur quod ex αε ad id quod sub αε, εβ, sic quod ex γζ ad id quod sub γζ, ζδ. Vicißim igitur (per 16 quinti) sicut quod ex αε ad id quod ex γζ, sic quod sub αε, εβ, ad id quod sub γζ, ζδ. Commensurabile autem est quod ex αε ei quod ex γζ. Commensurabile igitur & quod sub αε, εβ, ei quod sub γζ, ζδ. Si igitur rationale est quod sub αε, εβ, & quod sub γζ, ζδ, rationale est, ac per hoc est ex binis medijs prima. Si autem medium fuerit quod sub αε, εβ, medium erit & quod γζ, ζδ, & utraq; est secunda, ac per hoc & γδ erit ipsi αβ in ordine eadem: quod erat ostendendū.

Euclid. ex Camp. Propositio 62.



Mnis linea communicans lineæ maiori, est linea maior. 62

CAMPANVS. Et hęc quoq; ueritatē habet, si utrolibet modo cōmunicās fuerit aliqua linea lineę maiori. Esto enim a linea maior, b uerò quouis sibi cōmunicans modo, erit b linea maior. Diuisa nāq; a in eas portiones ex quibus cōstat pe. 33 quę sunt c & d, & b secūdū earū proportionē in e & f, positoq; quod g sit superficies cōtenta sub c & e, & k sub e & f, et m & h sint quadrata c et d, at n & l, e & f, erit m ad h sicut n ad l, per secundā partē 18 sexti, & cōiūctim m & h ad h, sicut n & l ad l, & permutatim m & h ad n & l, sicut h ad l, quia ergo h cōmunicat cū l eo quòd d cōmunicat cū f, aut in longitudine aut in potētia prout cōmunicat cū b, sequitur ut ambo quadrata m & h pariter accepta cōmunicēt cū ambobus quadratis n & l pariter acceptis. Cum itaq; duo prima pariter accepta sint rationale per 33, erūt quoq; et duo postrema rationale per diffinitionē. At quia superficiē k necesse est esse medialē sicut g ex 21, lineasq; e & f esse incōmēsurabiles in potētia sicut c & d ex 10, cōcluditur per 33 lineā b esse lineā quę dicitur maior quod est propositū. ¶ Idē aliter. Cū sit a linea maior cui b cōmunicat siue hoc fuerit in lōgitudine siue in potentia, sumpta linea rationali quę sit c d, adiūgatur superficies ei c e, æqualis quadrato lineæ a, dein de f g æqualis quadrato lineæ b. Cū igitur quadrata duarū linearū a & b sint cōmunicātia ex hypothesi, erit superficies c e cōmunicās superficiei f g, ideoq; per primā sexti & 10 huius linea d e lineę e g in lōgitudine. At quia ex 57 linea d e est binomiū quartū, erit quoq; per 60 linea e g binomiū quartū, igitur ex 51 linea b potēs in superficiē f g, est linea maior.

Euclid. ex Zamb. Theorema 50. Propositio 68.

Maior commensurabilis, eadem quoq; maior. 68

THEON ex Zamb. *Esto maior αβ, & ipsi αβ cōmēsurabilis esto γδ. Dico quòd & γδ maior est. Diuidatur αβ in ε. Ipsæ igitur αε, εβ (per 39 decimi) potētia sunt incommensurabiles, efficientes quidē conflatū ex earū quadratis rationale, quod uerò sub ipsis mediū. Fiantq; eadē quæ in præcedentibus. Et quoniā est (per 2 sexti) sicut αβ ad γδ, sic est αε ad γζ & εβ ad ζδ, cōmensurabilis autē est αβ ipsi γδ, cōmensurabilis igitur est & utraq; ipsarū αε, εβ, utriq; ipsarū γζ, ζδ. Et quoniā est sicut αε ad γζ, sic εβ ad ζδ, & uicissim (p 16 quinti) sicut αε ad εβ, sic est γζ ad ζδ. Et cōponendo igitur (p 18 quinti) sicut αβ ad εβ, sic γδ ad ζδ, & sicut igitur (per 22 sexti) quod ex αβ ad id quod ex βε, sic quod ex γδ ad id quod ex ζδ. Similiter id demonstrabimus quòd & sicut quod ex αβ ad id quod ex αε, sic quod ex γδ ad id quod ex γζ. Et sicut igitur (per 11 quinti) quod ex αβ ad ea quæ ex αε, εβ, sic quod ex γδ, ad ea quæ ex γζ, ζδ. Et uicißim igitur (p 16 quinti) sicut quod ex αβ ad id quod ex γδ, sic quæ ex αε, εβ, ad ea quæ ex γζ, ζδ. Cōmensurabile autē est id quod ex αβ, ei quod ex γδ. Cōmensurabilia sunt igitur & quæ ex αε, εβ, eis quæ ex γζ, ζδ. Suntq; quæ ex αε, εβ, simul rationale, & quæ ex γζ, ζδ simul, rationale. Similiter autē & quòd bis sub αε, εβ, cōmensurabile est ei quod bis sub γζ, ζδ. At quod bis sub αε, εβ, medium est: mediū igitur est & quod bis sub γζ, ζδ. Ipsæ igitur γζ, ζδ, potētia sunt incōmensurabiles, efficiētes cōflatū ex earū quadratis simul rationale, & quod bis sub ipsis mediū. Tota igitur γδ (per 57 decimi) irrationalis est, maior appellata. Maiori igitur cōmēsurabilis, & eadē maior est: quod ostēdendū fuerat.*

Euclid. ex Camp. *Propositio 56.*

62 SI qua linea lineæ potenti in rationale & mediale cõmunicet, ipsa in rationale & mediale potens esse comprobatur.

CAMPANVS. Verum quoq; est, quod qualitercunq; linea aliqua sit cõmunicans potenti in rationale & mediale siue in longitudine siue in potentia tantum, ipsa etiam est potens in rationale & mediale, quod sicut prius duplici modo probatur, necesse est autẽ quãtũ ad primũ modũ, quòd sicut duæ lineç c & d sunt in potentia incommensurabiles, ita sint etiam e & f per 10, & quòd quẽadmodum g est superficies rationalis (nã talẽ continent portiones lineæ potentis in rationale & mediale) ita etiã per diffinitionem sit K rationalis, & quẽadmodũ duo quadrata m & h pariter accepta sunt mediale, sic etiam per 21 duo quadrata m & l pariter accepta erũt mediale, igitur ex 34 b est potens in rationale & mediale. Quantum autem ad secundum modũ, necesse est ex 58, ut linea d e sit binomium quintũ, ideoq; & per 60 linea e g est binomium quintũ, quare per 52 latus tetragonicum superficiei f g, quod est b, erit linea potẽs in rationale & mediale: quod est propositum.

Euclid. ex Zamb. *Theorema 51.* *Propositio 69.*

69 Rationale ac medium potẽti cõmensurabilis, & eadem rationale ac medium potens est.

THEON ex Zamb. *Esto rationale mediũq; potens αβ, & ipsi αβ cõmensurabilis esto γδ. Ostendendũ quod & γδ rationale ac medium potẽs est. Distribuatur (per 46 decimi) αβ in rectas lineas in ε. Ipsæ igitur αε, εβ (per 40 decimi) potentia sunt incommensurabiles, efficientes quidẽ cõpositũ ex earũ quadratis mediũ, quod uerò sub ipsis rationale, & eadẽ construatur quæ in præcedẽtibus. Similiter iã demõstrabimus quòd γζ, ζδ, potẽtia sunt incõmensurabiles, et cõmensurabile est conflatũ ex ijs quæ ex αε, εβ, cõflato ex ijs quæ ex γζ, ζδ, quod autẽ sub αε, εβ, ei quòd sub γζ, ζδ. Quare & cõflatũ ex ijs quæ ex γζ, ζδ, quadratis, mediũ est, quod uerò sub γζ, ζδ, rationale. Rationale igitur est ac mediũ potens, ipsa γδ: quod erat ostendendũ.*

Euclid. ex Camp. *Propositio 64.*

64 OMnis linea communicans potenti in duo medialia, ipsa quoque potens est in duo medialia.

CAMPANVS. Hæc quoq; manentibus eisdem dispositione & positionibus, eo duplici modo quo præmissæ probabitur uera esse, siue in lõgitudine siue in potentia cõmunicet linea b cum linea a potente in duo medialia. Quãtũ enim ad primũ argumẽtationis modũ erit per 35 superficies g medialis, ideoq; & k per 21, cũ cõmunicet ei, duo quoq; quadrata m & h pariter accepta erũt ex eadẽ 35, ideoq; duo n & l pariter accepta p 21. At quia duo quadrata m et h pariter accepta ex prædicta 35 sunt incõmensurabile duplo superficiei g, sequitur per 10 & nostras positiones ut duo quoq; l & n pariter accepta sint incõmensurabile duplo superficiei K, cùm itaq; sint e & f incommensurabiles in potentia quẽadmodũ c & d, erit ex 35 linea b potens in duo medialia. Quantum autẽ ad secundũ solitæ argumentationis modũ erit per 59 d e binomium sextum ideoq; etiam per 60 linea e g erit binomiũ sextũ, quare per 53 latus tetragonicũ superficiei f g quod est b, erit potens in duo medialia: quod est propositum.

Euclid. ex Zamb. *Theorema 52.* *Propositio 70.*

70 Bina potenti media commensurabilis, bina potens est media.

THEON ex Zamb. *Esto bina potens media αβ, & ipsi αβ cõmẽsurabilis esto γδ. Ostendendũ quod & γδ, bina potẽs est media. Quoniam enim bina potẽs est media αβ, distribuatur (per 47 decimi) in rectas lineas in ε, igitur αε, εβ (per 41 decimi) potentia sunt incõmensurabiles, efficientes conflatũ ex ipsarũ quadratis mediũ, & quod sub ipsis mediũ, & incommensurabile est conflatũ ex ipsarum αε, εβ, quadratis ei quod sub αε, εβ. Construantur eadẽ quæ in præcedẽtibus. Similiter iã demõstrabimus quòd & ipsæ γζ, ζδ, potẽtia sunt incõmẽsurabiles, & cõpositũ ex ijs quæ ex αε, εβ, cõposito ex ijs quæ ex γζ, ζδ, cõmensurabile est: quod autẽ sub αε, εβ, ei quòd sub γζ, ζδ, quare & conflatũ ex ipsarum γζ, ζδ, quadratis mediũ est, & quod sub ipsis γζ, ζδ, mediũ & insuper incõmensurabile est cõflatum ex ipsarum*

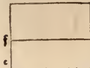
γζ, ζλ, quadratis ei quod sub γζ, ζδ. Ipsa igitur γδ, bina potens est media: quod ostendere oportuit.

Euclid. ex Camp. Propositio 65.



SI duæ supficies quarũ altera rationalis, altera uerò medialis coiũgatẽ, linea potẽs totã supficiẽ inde cõpositã aliq̃ erit quatuor irrationaliũ linearũ, uidelicet aut binomiũ, aut bimediale primũ, aut linea maior, aut potẽs in rationale & mediale. 65

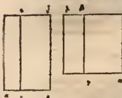
CAMPANVS. Vt si a sit rationalis superficies, & b medialis, erit linea potẽs in totã a b, aliqua præmissarũ quatuor. Sit enim linea c d rationalis, cui adiũgatur c e æqualis a, & f g æqualis b, eritq; ex 16 linea d e rationalis in longitudine, cõmunicãs lineæ c d rationali positæ, ex 20 linea e g rationalis in potentia tantũ, & ex 30 linea d g binomiũ, cuius cũ altera binomialiũ portionũ quæ est d e, sit rationalis in lõgitudine cõmunicans lineæ rationali positæ quæ est c d, ipsum erit ex diffinitione specierum binomij aut binomium primum, aut secundũ, aut quartum aut quintũ: tertium autẽ aut sextũ non erit ex diffinitione, itaq; ex 44, 49, 51, & 52, linea potẽs in totã c g quæ est æqualis duabus simul a & b, erit aut binomiũ, aut bimediale primũ, aut linea maior, aut potẽs in rationale aut mediale, quod est propositũ. Bimediale uerò secũdũ, aut potẽs in duo medialia nõ erit, quoniã si esset bimediale secũdũ, esset ex 56 linea d g binomiũ tertiũ, quod si esset potẽs in duo medialia, esset ex 59 linea d g binomiũ sextũ, sed neutrum erat: unde patet nostra intentio.



Euclid. ex Zamb. Theorema 53. Propositio 71.

Rationali ac medio cõpositis, quatuor fiũt irrationales, quæ ex binis noibus, quæ ex binis prima medijs, maior ac rationale mediumq; potens. 71

THEON ex Zamb. Sit rationale αβ, mediũ autem γδ. Dico quòd ipsam αδ areolã potẽs, aut ex binis nominibus est, aut ex duobus prima medijs, aut maior, aut rationale mediũq; potens. Ipsa etenim αβ, ipsa γδ aut maior aut minor est. Esto prius maior, exponaturq; rationalis εζ, cõparetur q; (per 44 primi) ad ipsam εζ ipsi αβ æqua areola εη, latitudinẽ efficiẽs εθ. Ipsi autẽ γδ æquũ ad ζη, hoc est θκ, cõparetur θι latitudinẽ efficiẽs θκ. Et quoniã rationale est αβ, & æquale est ipsi εη, rationale igitur est & εη. Et ad ipsam rationalem εζ cõparatur, latitudinẽ efficiens εθ, rationalis igitur est εθ, & cõmensurabilis est ipsi εζ lõgitudine. Rursus quoniã mediũ est γδ, & æquũ est ipsi θι, mediũ igitur est et θι. Et ad rationalẽ εζ cõparatur, hoc est ad ipsam θη, latitudinẽ efficiens θκ, rationalis igitur est θκ, & ipsi εζ longitudine incõmensurabilis. Et quoniã mediũ est γδ, rationale autem αβ, incõmensurabile igitur est αβ ipsi γδ, quare & εη incommensurabile est ipsi θι. Sicut autẽ εη ad θι sic (per 1 sexti) est εθ ad θκ. Incõmensurabilis igitur est (per 11 decimi) & εθ, ipsi θκ longitudine. Et ambæ sunt rationales, ipsæ igitur εθ, θκ, rationales sunt, potẽtia tantũ cõmẽsurabiles, ex binis igitur noibus est εκ, diuisa in θ. Et quoniã maius est αβ ipso γδ, æquũ autẽ est αβ ipsi εη, & γδ ipsi θι, maius igitur est εη ipso θι, et εθ, igitur maior est ipsa θκ. Igitur εθ, ipsa θκ maius potest, aut eo quod ex sibi lõgitudine cõmẽsurabili, aut eo qđ ex sibi incõmẽsurabili. Possit prius maius eo qđ fit ex sibi cõmẽsurabili. Estq; maior εθ cõmẽsurabilis expositæ rationali εζ. Ipsa igitur εκ (per secũdas diffinitiones) ex binis nominibus est prima. Rationalis aũt est εζ. Si areola uerò cõprehẽdatur sub rationali & ex binis nominibus prima, quæ areolã potest, eò binis nominibus (p 54 decimi) Igitur quæ ipsum ελ potest, ex binis nominibus est. Quare & ipsum αδ potẽs, ex binis nominibus est. Possit uerò εθ ipsa θκ, maius eo quod ex sibi incõmẽsurabile, estq; maior εθ, cõmẽsurabilis ipsi εζ expositæ rationali lõgitudine. Ipsa igitur εκ, ex binis nominibus est quarta. Rationalis aũt est εζ. Si uerò areola cõprehẽdatur sub rationali ac ex binis quarta nominibus, quæ areolã potest, irrationalis est appellata maior (p 57 decimi) Igitur quæ ipsam ελ potest areolã, maior est. Quare et ipsam αδ potẽs maior est. Sed iã esto minus αβ ipso γδ, & εη igitur ipso θι minus est, quare et εθ, minor est ipsa θκ. At θκ ipsa εθ maius potest, aut eo q ex sibi cõmẽsurabili, aut eo quod ex sibi incõmensurabili. Possit prius maius eo qđ ex sibi cõmẽsurabili lõgitudine, & minor εθ est, cõmẽsurabilis lõgitudine ipsi εζ expositæ rationali, ipsa igitur εκ, ex binis nominibus secũda. Rationalis aũt est εζ. Si uerò areola cõprehẽdatur sub rationali et ex binis secũda nominibus, quæ areolã potest, ex binis est prima (p 55 decimi) quæ igitur ipsam ελ potest areolã, ex binis est prima medijs. Quare et quæ ipsam αδ areolã potest, ex binis medijs est prima. Atq; θκ, ipsa εθ maius possit, eo qđ ex sibi incõmẽsurabili, & minor εθ est, cõmẽsurabilis expositæ ratio



sitæ rationali ε ζ. Ipsa igitur ει ex binis nominibus est quinta. Rationalis autē est ε ζ. Si uerò areola cōprehēdatur sub rationali & ex binis nominibus quinta, quæ areolam potest rationale ac medium potens est (per 58 decimi.) Quæ igitur ipsam ει areolā potest, rationale ac medium potest, quare & ipsam αδ areolam potens, rationale ac medium potest. Rationali igitur ac medio compositis, quatuor irrationales fiunt quæ ex binis nominib. quæ ex binis prima medijs, maior, & rationale mediumq; potēs: quod demōstrasse oportuit.

Euclid. ex Camp. *Propositio 66.*

66 CVm cōiūctę fuerint duæ superficies mediales in cōmēsurabiles linea potēs in totā superficiē alter utra erit duarū irratiōaliū linearū, uidelicet aut bimediale secūdū aut potēs in duo medialia.

CAMP. Vt si a & b sint duæ superficies mediales incommensurabiles (si enim essent cōmensurabiles, esset cōposita ex eis medialis ex 9 & 21, quare & linea potēs in eā, medialis ex 19) dico quod linea potens in cōpositā ex ambabus, erit aut bimediale secūdū, aut potēs in duo medialia. Sit quidē linea c d, rationalis, superficies uero sibi adiuncta c e æqualis a, & superficies f g æqualis b, eritq; ex 20 linea d e, similiter quoq; linea e g, rationalis in potētia tantū. Cūq; superficies c e & f g, sint incommensurabiles sicut a & b eis æquales, ideoq; lineæ d e & e g ex prima sexti & 10 huius erit ex 30 linea d g binomiū. Cuius cū utraq; binomialiū portionū quæ sunt d e & e g, sit incōmēsurabilis lineæ rationali positæ quæ est c d, ipsum erit ex diffinitiōe binomiū tertiū aut sextū. Linea ergo potens in totam c g æqualem compositæ ex a & b, erit ex 30 & 55, aut bimediale secundum aut potens in duo medialia: quod est propositum.

Euclid. ex Zamb. *Propositio 72.* *Problema 54.*

72 Binis medijs adinuicē incōmensurabilibus cōpositis, reliquæ duæ irrationales fiūt, quæ ex binis secūda medijs, & quæ bina potēs est media.

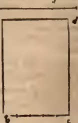
THEON ex Zamb. *Cōponātur etenim bina media adinuicē incōmēsurabilia, αβ, γδ. Dico quod αδ areolā, potēs aut ex binis est secūda medijs, aut bina potens est media. Ipsum nāq; αβ ipso γδ aut maius est aut minus. Sit prius maius αβ ipso γδ, exponaturq; rationalis ε ζ, et ipsi αβ æquū ad ipsā ε ζ (p 45 primi) cōparetur εθ latitudinē efficiēs εθ, ipsi autē γδ, æquū θι, latitudinē efficiēs θκ. Et quoniā utrūque ipsorū αβ, γδ, mediū est, & utrūq; igitur ipsorū εθ, θι, mediū est. Et ad ipsā ε ζ rationalē cōparatur, latitudinē efficiēs ipsas εθ, θκ, utraq; igitur ipsarū εθ, θκ, ratiōalis est (p 22 decimi) et ipsi ε ζ lōgitudine incōmēsurabilis. Et quoniā αβ ipsi γδ incōmēsurabile est, & æquū est αβ quidē ipsi εθ, et γδ ipsi θι, incōmensurabile sigitur est & εη ipsi θι. Sicut autē (p 1 sexti) εη ad θι, sic est εθ ad θκ, incōmensurabilis igitur est (per 11 decimi) εθ ipsi θκ lōgitudine. Ipsæ igitur εθ, θκ, rationales sunt potētia tantū cōmensurabiles. Ipsa igitur εκ, ex binis nominibus est. Ipsa autem εθ ipsa θκ aut maius potest eo qd' ex sibi cōmensurabili, aut eo qd' ex sibi incōmensurabili. Posit prius maius eo quod ex sibi incōmensurabili lōgitudine, & neutra ipsarū εθ, θκ, cōmensurabilis est lōgitudine ipsi ε ζ expositæ rationali. Ipsa igitur εκ (p 50 decimi) ex binis est tertia nominibus. Rationalis autē est ε ζ. Si uerò areola cōprehendatur sub rationali & ex binis nominibus tertia, quæ areolā potest, ex binis est secūda medijs (per 56 decimi) Quæ areolam igitur εκ, hoc est αδ potest, ex binis est secunda medijs. Sed iā εθ ipsa θκ, maius posit eo quod ex sibi lōgitudine incōmēsurabili. Et quoniā incōmēsurabilis est utraq; ipsarū εθ, θκ, ipsi ε ζ lōgitudine, ipsa igitur εκ ex binis est sexta nominibus (p 53 decimi.) Si uero sub rationali & ex binis sexta nominibus areola cōprehendatur, quæ areolā potest, bina potēs est media (p 59 decimi) Quare & quæ αδ potest areolam, bina potēs est media. Similiter iā ostendemus, qd' & si minor fuerit αβ ipsa γδ, quæ ipsam αδ areolā potest aut ex binis est secunda medijs, aut bina potēs est media. Binis igitur medijs inuicē cōmensurabilibus cōpositis, reliquæ irrationales fiunt ex binis secūda medijs & quæ bina potens est media: quod erat ostendendum.*

Eucl. ex Camp. Propositio 67.

67 CVm posita fuerit linea binomialis cæteræq; irrationales sequentes eam, non erit earum aliqua sub termino alterius.

a. CAMP. Vult quod si linea aliqua ut a, fuerit aliqua ex sex præhabitis lineis irrationalibus quæ sunt binomiū & eius quinq; comites, ipsa non erit aliqua aliarū. Si enim quadrato eius æqualis superficies adiūgatur ad lineā ratiōalē b c, quę sit b d, si quidē a fuerit binomiū, erit ex 54 linea c d binomiū 1. Quæ si fuerit bimediale 1, erit c d ex 55 binomiū secūdū. Si autē bimediale secūdū, erit c d ex 56 binomiū tertiū. Et si linea maior, erit c d ex 57 binomium quartum. At si potens in rationale & mediale, aut si potens in duo medialia, erit

ex 58 c d binomium quintum, aut ex 59 binomium sextum. Et quia impossibile est c d esse simul sub diuersis speciebus binomiorum a diffinitione, est impossibile a esse simul sub diuersis speciebus sex præhabitarum linearum irrationalium. De linea autem mediali constat quod ipsa quoque non sit aliqua sex sequentiũ, uidelicet neque binomium, neque aliqua ex ipsius comitibus. Cum enim superficies æqualis quadrato lineæ medialis adiungitur ad lineam rationalem, latus eius secundum est rationale in potentia ex 20. Cum autem superficies æqualis quadrato binomij, aut alicuius suarũ comitum, latus eius secundum, est binomium, aut primum, aut secundum, et sic de cæteris per 54 quinque eam sequentes. Quare ipsum est irrationale & in longitudine & in potentia per 30. Cum igitur sit impossibile eandem lineam esse rationalem in potentia, & irrationalem tam in longitudine quàm in potẽtia, nimirum impossibile lineam medialẽ esse binomialem aut aliquam ex quinque suis comitibus.



THEON.

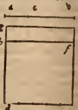
Quæ ex binis nominibus, & post ipsam irrationales, neque mediæ neque inuicẽ sunt eadẽ. Quod enim ex media ad rationalem comparatum, latitudinẽ efficit rationalem & ei lõgitudine incommensurabilẽ ad quam comparatur (per 22 decimi.) Quod ex ea quæ ex binis nominibus ad rationalem comparatũ, latitudinem efficit ex binis nominibus primam (per 60 decimi.) Quod ex ea uero quæ ex binis prima medijs ad rationalẽ comparatum, latitudinẽ efficit ex binis nominibus secundam (per 61 decimi.) Quod ex ea autem quæ ex binis secunda medijs ad rationalem comparatũ, latitudinem efficit ex binis nominibus tertiam (per 62 decimi.) Verùm quod ex minore ad rationalem comparatum, latitudinem efficit ex binis nominibus quartam (per 63 decimi.) Sed quod ex rationale ac medium potente ad rationalem comparatum, latitudinem efficit ex binis nominibus sextam (per 65 decimi.) Quoniam prædictæ latitudines differunt & à prima & adinuicem, à prima quoniam rationalis est, adinuicem uerò quia in ordine non sunt eædem, manifestum est quod & ipsæ irrationales adinuicem differunt.

Euclid. ex Camp. Propositio 68.



I linea de linea abscindatur, fuerintque ambæ potẽtialiter tã tum rationales communicãtes, reliqua linea erit irrationalis, diceturque residuum. 68

CAMPANVS. Sit linea b c, abscisa ex a b, sintque ambæ rationales tantum potentia communicantes, quales docuit inuenire 17 & 18, & hæ sunt quæ componunt binomium. Dico quòd a c reliqua est irrationalis & ipsa uocatur residuum. Constat enim ex 7 secundi, quod quadrata duarum linearum a b & b c pariter accepta, quæ componunt superficiem rationalem ex hypothesi & diffinitione rationalis superficiei & 9 huius, tantum sunt quantum duplum superficiei a b & b c cum quadrato a c. Cumque ex 19 superficies a b in b c sit medialis, ideoque & duplum eius mediale per 21, & ideo irrationale per 19, sequitur ut ambo quadrata duarum linearum a b & b c pariter accepta sint incõmensurabile duplo superficiei unius earum in alteram, quare per 9, & quadrato lineæ a c. Ex diffinitione igitur quadratum lineæ a c est irrationale, cum ipsum sit incommẽsurabile rationali, uidelicet, duobus quadratis duarum linearum a b & b c pariter acceptis, itaque etiã ex diffinitione linea a c est irrationalis, quod est propositum. Exemplariter in figura, esto superficies duobus quadratis duarum linearũ a b & b c pariter acceptis, eritque rationalis, itemque sit superficies d f æqualis duplo superficiei unius in alteram, eritque ex 19 medialis, & erit ex 7 secundi superficies f g æqualis quadrato lineæ a c. Cũque superficies e g sit incommensurabilis superficiei d f, eadem erit ex 9 incõmensurabilis f g, quare f g irrationalis, & eius tetragonicum latus a c.



Incipiunt hexades per aphræsin, hoc est per abscisionem.

Euclid. ex Zamb. *Theorema 55.* *Propositio 73.*

Si rationali rationalis auferatur, potentia tantum commensurabilis existens toti, reliqua irrationalis est, uocatur autem apotome. 73

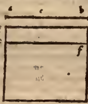
THEON *ex Zamb. A rationali nanque αβ, rationalis inferatur βγ, potentia tantum toti cõmensurabilis existens. Dico quòd reliqua αγ irrationalis est, apotome appellata. Quoniam αβ ipsi βγ longitudine est incommensurabilis, estque (per lẽma 21 decimi) sicut αβ ad βγ, sic quod ex αβ ad id quod sub αβ, βγ, incommensurabile igitur est (per 11 decimi) quod*

quod ex α β, ei quod sub α β, ζ γ. Sed ei quidem quod ex α β, incommensurabilia sunt quæ ex α ζ, ζ γ, quadrata, ei autem quod sub α β, β γ, commensurabile est quod bis sub α ζ, β γ. Quæ igitur ex α β, β γ, incōmensurabilia sunt ei quod bis sub α β, β γ, & reliquo igitur quod ex α γ, incommensurabilia sunt ei quæ ex α ζ, α γ, quoniā (per 5 secūdi) & quæ ex α β, ζ γ, æqua sunt ei quod bis sub α β, β γ, unà cū eo quod ex α α. Rationalia autē sunt ea quæ ex α ζ, ζ γ, quadrata, irrationalis igitur est linea α γ, uocatur autē ipsa, apotome.

Euclid. ex Camp. Propositio 69.

69 I fuerit linea de linea abscisa, fuerintq́ ambę mediales potentialiter tantum cōmunicantes, superficieq́ rationalē continentes, reliqua linea erit irrationalis, diceturq́ residuum mediale primum.

CAMPANVS. Sit linea b c, abscisa ex linea a b, sintq́ ambæ quales proponitur, quas ex 24 & 25 reperies, & hæ sunt quæ coniungunt bimediale primum. Dico quod reliqua linea a c erit irrationalis, & ipsa dicitur residuū mediale primū. Erunt etiam ambo earū quadrata pariter accepta, mediale, duplū uero superficiei unius in alterā, rationale, itaq; ambo quadrata pariter accepta, incōmensurabile sunt duplo superficiei unius in alterā. Quia itaque ambo quadrata pariter accepta componuntur ex duplo superficiei unius in alteram & quadrato lineæ a c, sequitur per 9 ut quadratum lineæ a c sit incommensurabile duplo superficiei unius in alteram, quare tam ipsum quadratum quàm latus eius a c, est irrationale per diffinitionē, constat ergo propositum. Quod (quemadmodū in præmisso) si libet potes declarare exemplariter in figura. Alter idē sic. Sit linea d e rationalis in longitudine, cui adiungatur superficiēs d f æqualis duplo superficiei unius in alteram, & superficies g e, æqualis ambobus quadratis pariter acceptis, eritq; per 7 secūdi superficies f g, æqualis quadrato lineæ a c. Cum itaq; per hypothesim sit superficies e g, medialis erit per 20 linea d g rationalis in potentia tantum. Cū uero sit superficies e h rationalis per hypothesim, erit ex 16 linea d h rationalis in longitudine. Itaq; per 68, linea g h est residuum, & irrationalis: ideoq; per 16 à destructione cōsequentis superficies f g est irrationalis, & eius latus tetragonicum quod est a c, est irrationale. Et sic patet propositum.



Euclid. ex Zāb. Theorema 56. Propositio 74.

74 Si à media auferatur media potentia tātum toti subsistens commensurabilis, cum tota uerò rationale comprehendens, reliqua irrationalis est, uoceturò uer mediæ apotome prima.

THEON ex Zāb. A media nanq; α β, media auferatur β γ potentia tantum cōmensurabilis subsistens toti α β, & cum ipsa α β rationale cōprehendens quod sub α ζ, β γ. Dico quod reliqua α γ irrationalis est, appellaturq́; mediæ apotome prima. Quoniam enim α ζ, ζ γ mediæ sunt, media quoq; sunt quæ ex α β, β γ. Rationale autem quod bis sub α ζ, β γ, incōmensurabilia igitur sunt quæ ex α β, β γ, ei quod bis sub α β, ζ γ: & reliquo igitur ei quod ex α γ (per 16 decimi) incōmēsurabile est quod bis sub α α, β γ, quoniam & si tota uni earum incommensurabilis fuerit, & quæ in principio magnitudines, incōmensurabiles erunt (per 16 decimi.) Rationale autem est quod bis sub α β, β γ, irrationale igitur quod ex α γ. Irrationalis igitur est α γ, uocatur sanè mediæ apotome prima: quod fuerat ostendendum.

Eucl. ex Camp. Propositio 70.

70 I linea de linea secetur, fuerintq́ ambæ mediales potentialiter tantum cōmunicantes, continētesq́ mediale, reliqua linea erit irrationalis, diceturq́ residuum mediale secundum.

CAMPANVS. Sit hic quoq; linea b c, abscisa ex linea a b, utraq; autem a b & b c, sint ut ponitur, & ipsæ per 26 reperiūtur, & sunt quæ cōponunt bimediale secūdū. Dico quòd linea reliqua quæ est a c, est irrationalis, & ipsa dicitur residuū mediale secundū. Sunt enim ex hypothesi & 21 ambo quadrata duarū linearū a b & b c pariter accepta mediale, similiter quoq; duplū superficiei unius in alterā, est mediale. Cū itaq; ex 21 mediale nō differat à mediali nisi irrationali, erit quadratū lineæ a c in quo per 7 secūdi duo quadrata a b & b c pariter accepta excedūt duplū superficiei unius in alterā irratiōale, quare & linea a c, irrationalis. Figurali quoq; exēplo patefieri potest istud ut prius. Si enim sit e g æqualis ambobus quadratis a b & b c, similiter & d f duplo superficiei unius in alteram, erit f g per 7 secundi æqualis quadrato a c, quæ cum sit differentia superficiei unius medialis e g ad superficiem medialem d f, ipsa est irrationalis per 22, & eius tetragonicum latus a c irrationale.

IDEM aliter. Sit linea d e rationalis, cui adiungatur superficies d f aequalis duplo superficiei unius in alteram, & e g aequalis ambobus quadratis pariter acceptis, erit per 7 secundi f g, aequalis quadrato a c. Quia uerò e g est medialis, erit ex 20 linea d g in potentia tantum rationalis. Similiter quoq; cum e h sit medialis, erit ex eadem, linea d h rationalis similiter in potentia tantũ. Et quoniam a b & b c sunt incommensurabiles in longitudine, ideoq; quadratum utriusq; earum superficiei unius in alteram, & propter hoc ambo quadrata pariter accepta (cum ipsa ex hypothesi cõmunicent) sunt quoq; incommensurabilia duplo superficiei unius in alteram, sequitur ut e g sit incommensurabilis h e, quapropter linea d g, lineę d h, igitur ex 68, linea g h est residuum, & irrationalis: ideoq; per 16 à destructione consequentis superficies f g irrationalis, & eius latus tetragonicum a c irrationale.

Euclid. ex Zamb. *Problema 57.* *Propositio 75.*

Si à media media auferatur potentia tantum toti commensurabilis subsistens, & cum tota medium comprehẽdens, reliqua irrationalis est, uocetur autem mediae secunda apotome.

THEON *ex Zamb. A media nanq; αβ, media auferatur γβ potentia tantum toti αβ cõmensurabilis subsistens, unaq; cum ipsa tota αβ mediũ cõprehendens quod sub αβ, βγ. Dico q. reliqua αγ irrationalis est, appellatur autẽ mediae secunda apotome. Exponatur enim rationalis δε. Et ipsis quidẽ quae ex αβ, βγ, aequũ ad δε cõparetur (per 44 primi) δθ, latitudinẽ efficiens δη; ei uero quod bis sub αβ, βγ, aequũ ad ipsam δε cõparetur (p 44 primi) δθ, latitudinẽ efficiens δζ. Reliquũ igitur ζη aequum est ei quod ex αγ. Et quoniã ea quae ex αβ, βγ, media sunt, mediũ igitur est & δη, & ad ipsam rationalẽ δε cõparatur, latitudinẽ efficiens δη: rationalis igitur est (per 22 decimi) δη, & ipsi δε longitudine incõmensurabilis. Rursus quoniã quod sub αβ, βγ, mediũ est, & quod bis igitur sub αβ, βγ, mediũ est, & est aequale ipsi δθ, & δθ igitur mediũ est, & ad ipsam δε rationalẽ cõparatum est, latitudinem efficiens δζ, rationalis igitur est δζ, & ipsi δε longitudine incõmensurabilis. Et quoniam αβ, βγ, potentia tantum sunt cõmensurabiles, incommensurabilis est igitur αβ ipsi βγ longitudine. Incõmensurabile igitur (per lemma 21 decimi & 11 decimi) & quod ex αβ quadratũ, ei quod sub αβ, βγ. Sed ei quidem quod ex αβ, commensurabilia sunt quae ex αβ, βγ, ei autem quod sub αβ, βγ, cõmensurabile est quod bis sub αβ, βγ. Incommẽsurabilia igitur sunt quae ex αβ, βγ, ei quod bis sub αβ, βγ. Sed eis quidem quae ex αβ, βγ, aequũ est δη, ei autem quod bis sub αβ, βγ, aequum est δθ. Incõmensurabile igitur est δη, ipsi δθ. Sicut autem δη ad δθ, sic ηδ ad δζ. Incommensurabilis igitur est ηδ, ipsi δζ longitudine. Et utraeque rationales. Ipsae igitur ηδ, δζ (per 12 decimi) rationales sunt potentia tantũ cõmensurabiles.* 74
Ipsa igitur ζη, apotome est. Rationalis autem δε. Quod autem sub rationali & irrationali comprehensum, irrationale est (per lemma 20 decimi) & quae illud potest irrationalis est. Ipsum autem ζη, potest ipsa αγ, ipsa igitur αγ irrationalis est, appellatur autẽ mediae secũda apotome. Eucl. ex Cãp. Prop. 7[illegible]



SI linea de linea detrahatur, fuerintq; ambę potentialiter incõmensurabiles, cõtinentesq; mediale, quadrataq; earũ ambo pariter accepta rationale, reliqua linea erit irrõnalis, uocabiturq; minor.

CAMPANVS. Si sint a b & b c quales proponitur, quae per 27 reperiuntur & componunt lineam maiorem, erit linea a c irrationalis, & ipsa est quae dicitur linea minor. Quod qui praemissa firmiter tenuerit, positionesq; diligenter attenderit, duplici, modo ut antecedentes facile probabit.

Euclid. ex Zamb. *Problema 68.* *Propositio 76.*

Si à recta linea recta linea auferatur potentia toti subsistens incõmensurabilis, cum tota uerò efficiens quod ab eis simul rationale, quod uerò sub ipsis medium, reliqua irrationalis est, appellaturq; minor.

THEON *ex Zamb. A recta nanq; linea αβ, auferatur recta linea βγ, potentia toti subsistens incommensurabilis, efficiens cum tota quidem αβ compositum ex ijs quae ex αβ, βγ, simul rationale, quod*

uero bis sub ipsis α β, β γ, simul medium. Dico quòd reliqua α γ irrationalis est, appellata minor. Quoniam nanque compositum quidem ex ijs quæ ex α β, β γ, quadratis rationale est, quod uero sub ipsis α β, β γ, medium, incommensurabilia igitur sunt quæ ex α β, β γ, ei quod bis sub α β, β γ. Et conuertendo igitur (per correlarium 19 quinti) incommensurabilia sunt quæ ex α β, β γ, ei quod ex α γ. Rationale autem est, conflatum ex ijs quæ ex α β, β γ, irrationale igitur quod ex α γ, ipsa igitur α γ irrationalis est, appellatur autem minor.

Euclid. ex Camp. *Propositio 72.*

72 I linea de linea dematur, fuerintque ambæ potentialiter incommensurabiles, superficiemque rationalē continentes, quadrataque earum ambo pariter accepta mediale, linea reliqua erit irrationalis, diceturque iuncta cum rationali componens totum mediale.

CAMPANVS. Et hoc quoque nescire non potest qui priora nouerit, nisi à memoria exciderint: quin positis lineis a b & b c (quales proponitur, quæ & per 28 reperiuntur, & lineam potentem in rationale & mediale componunt) sit a c reliqua, irrationalis, & ipsa dicitur quæ iuncta cum rationali componit totum mediale.

Euclid. ex Zamb. *Theorema 59.* *Propositio 77.*

77 Si à recta linea recta linea auferatur potentia toti subsistens incommensurabilis, & cum tota efficiens conflatum quidem ex ipsarum quadratis medium, quod uerò bis sub ipsis rationale, reliqua irrationalis est, uocatur autem cum rationali medium totum efficiens.

THEON ex Zāb. *A recta enim linea α β, recta linea auferatur β γ, toti α β potentia subsistens incōmensurabilis, efficiens conflatum quidem ex ipsarū α β, β γ, quadratis medium, quod uerò bis sub ipsis rationale. Dico quòd reliqua α γ irrationalis est, uocatur autem cum rationali medium totum efficiens. Quoniam enim conflatum ex ipsarum α β, β γ, quadratis medium est, quod uerò bis sub ipsis α β, β γ, rationale, incōmensurabilia igitur sunt quæ ex α β, β γ, quadrata ei quod bis sub α β, β γ, & reliquū igitur quod ex α γ, incommensurabile est quod bis sub α β, β γ. Quod uerò bis sub α β, β γ, rationale est, quod igitur ex α γ, irrationale est. Irrationalis igitur est ipsa α γ, uocatur autem cum rationali medium totum efficiens: quod erat ostendendum.*

Euclid. ex Camp. *Propositio 73.*

73 I linea à linea detrahatur, fuerintque ambæ potentialiter incōmensurabiles, superficiemque medialem continētes, quadrataque earum ambo pariter accepta mediale duplo superficiei alterius in alterū incōmensurabile, reliqua linea erit irrationalis, diceturque iuncta cum mediali faciens totum mediale.

CAMPANVS. Sint etiam hic a b & b c quales proponitur, quæ per 29 reperiuntur, & ipsæ sunt quæ componunt lineam potentem in duo medialia, eritque a c reliqua irrationalis dicta, quę iuncta cum mediali componit totum mediale. Quod ut facile (sicut pręmissa) duplici argumentatione concludes, processum 70 moneo diligenter attendas.

Euclid. ex Zamb. *Theorema 60.* *Propositio 78.*

68 Si à recta linea recta linea sublata fuerit potētia toti subsistens incommensurabilis, & cū tota efficiens conflatū ex ipsarū quadratis medium, quod uerò bis sub ipsis mediū, insuper ipsarū quadrata incommensurabilia ei quod bis sub ipsis, reliqua irrationalis est, appellatur autē cum medio medium totum efficiens.

THEON ex Zamb. *A recta nanque linea α β, recta linea auferatur β γ potētia incōmensurabilis subsistens toti, efficiens compositū ex ipsarū α β, β γ, quadratis medium, quod uerò sub ipsis α β, β γ, medium, insuper ipsarū α β, β γ, quadrata incommensurabilia ei quod bis sub α β, β γ. Dico quòd reliqua α γ irrationalis est, uocatur autem cum medio medium totum efficiens.*

Exponatur

Exponatur rationalis δι, & eis quidem quæ ex αβ, βγ, æquum ad ipsam δι comparetur (per 44 primi) δε, latitudinem efficiens δκ, ei autem quod bis sub αβ, βγ, æquum auferatur δθ, latitudinem efficiens δζ, reliquū igitur ζι, æquū est ei quod ex αγ, quare αγ potest ipsum ζι. Et quoniam compositū ex ipsarum αβ, βγ, quadratis medium est, & ipsi δι est æquale, ipsum igitur δι medium est. Et ad ipsam δι rationalem comparatur, latitudinem efficiens δκ, irrationalis igitur est (per 22 decimi) δκ, & ipsi δι longitudine incommensurabilis. Rursus quoniam quod bis sub αβ, βγ, medium est & ipsi δθ æquale, igitur δθ medium est. Et ad ipsam δι rationalem comparatur, latitudinem efficiēs δζ, rationalis igitur est δζ, & ipsi δι longitudine incommensurabilis. Et quoniam incommensurabilia sunt quæ ex αβ, βγ, ei quod bis sub αβ, βγ, incommensurabile igitur est & δι ipsi δθ. Sicut autem (per primam sexti) δι ad δθ, sic est & δκ ad δζ. Incommensurabilis igitur est κδ ipsi δζ, & utræq; sunt rationales. Ipsæ igitur κδ, δζ rationales sunt potentia tantum commensurabiles. Apotome igitur est ζκ, rationalis autem est ζθ. Quod uero sub rationali & apotome comprehensum rectangulum, irrationale est & illud potens irrationalis est (per 73 decimi) Ipsum autem ζι, potest ipsa γα. Igitur ipsa γα irrationalis est, appellatur sane cum medio medium totum efficiens: quod erat ostendendum.

Campanus. Est autem præmittendum hic antecedens necessarium ad demonstrationes sequentium.

Si fuerint quatuor quantitates, quarum differentia primæ ad secundam, sit sicut tertiæ ad quartam, erit permutatim differentia primæ ad tertiam sicut secundæ ad quartam.

Intelligendum est hoc de quantitatibus eodem modo relatis, ut cum prima maior fuerit secunda, sit quoq; tertia maior quarta, cum uero minor, et minor. Exempli gratia sit differentia a ad b, sicut c ad d, dico quòd erit a ad c sic b ad d est enim (per hanc communem animi conceptionem differentia extremorum, composita est ex differentijs ipsorum ad media) differētia a, ad c, composita est ex ea quæ est a ad b, & ea quæ est b ad c. At ea quæ est b ad p, per eandem conceptionem componitur ex ea quæ est b ad c, & ea quæ est c ad d. Et quia ex hypothesi differentia a ad b, sicut c ad d, ea uero quæ est b ad c est communis, sequitur per communem scientiam ut sit a ad c, sicut b ad d: quod est propositum.

Euclid. ex Camp. *Propositio 74.*



NVlla linea nisi una tantum residuo cōiungi potest, ut sint ambæ sub termino earum quæ erant ante separationem. 74

Campanus. Sit linea a c residuum, quæ fuerit reliqua abscisa b c ex a b, eruntq; a b & b c, rationales tantum potentia communicātes ex 68. Dico quòd ipsa a c, nulli alij lineæ quàm b c poterit componi sub hac diffinitione, neq; maiori b c, neque minori b c. Si autem potest, componatur cum c d, indifferenter maiori aut minori quàm b c, eruntq; ob hoc ambæ lineæ a d & d c, rationales in potentia tantum communicantes. Quare ergo ex 7 secundi quadrata ambarum linearum a b & b c pariter accepta excedūt duplum superficiei unius earum in alteram in quadrato a c, similiter quoque quadrata duarum linearum a d & d c pariter accepta, excedūt duplum superficiei unius ipsarum in alteram in quadrato eiusdem a c, sequitur ex præmisso antecedente, ut differētia duorum quadratorum duarum linearum a b & b c pariter acceptorum ad duo quadrata duarum linearum a d & c d pariter accepta, sit sicut differētia dupli superficiei a b in b c ad duplum superficiei a d in d c. Cum autem sint duo quadrata utriusq; sectionis pariter accepta rationale ex hypothesi, duplum uero superficiei unius in alteram portionum utriusq; sectionis mediale per hypothesin, & 19, erit una & eadem differentia duarum superficierum rationalium & duarum medialium, hoc autem est impossibile, rationales enim superficies non differunt nisi in rationali superficie, ut patet per diffinitionem rationalis superficiei & per 9, medialis autem, non differt a mediali nisi irrationali superficie

per

per 22. Hoc autem fit manifestus in figura, sic. Sit enim superficies e f, adiūcta, ad lineam e g, æqualis ambobus quadratis duarum superficierum a b & b c pariter acceptis, at g h sit æqualis duplo superficiei unius in alteram. Eritq; f h, æqualis quadrato lineæ a c ex 7 secundi. Similiter quoq; sit K l, adiuncta ad lineam K m, æqualis duobus quadratis duarum linearum a d & d c pariter acceptis, & m n, sit æqualis duplo superficiei unius in alteram, eritq; ex 7 secundi n l æqualis quadrato lineæ a c, ideoq; etiam æqualis h f. Est itaq; differētia e f ad g h, sicut k l ad m n. Quare per antecedens præmissum, erit permutatim differentia e f ad K l (& ipsa sit p) sicut g h ad m n. Et quia utraq; duarum superficierum e f & k l est rationalis, utraq; uero duarum superficierum g h & m n medialis, sequitur impossibile, uidelicet, superficiem p esse rationalem & irrationalem.

Euclid. ex Zamb. *Theorema 61.* *Propositio 79.*

Apotome una tantum congruit recta linea rationalis, potentia tan-
79 tum toti subsistens commensurabilis.

THEON *ex Zamb. Sit apotome αβ, cōgruens autē ei sit βγ, ipsæ igitur αγ, γβ, potentia tantum sunt cōmensurabiles. Dico quòd ipsi αβ, altera non congruit rationalis potentia tantū subsistens toti commensurabilis. Si enim poßibile, congruat, sitq; βδ. Ipsæ igitur αδ, δβ, potentia tantū sunt cōmensurabiles. Et quoniā (per 7 secundi) quo excedunt ea quæ ex αδ, δβ, id quod bis sub αδ, δβ, hoc excedunt & quæ ex αγ, γβ, id quod bis sub αγ, γβ, (eodem nanq; id est quod ex αβ, utraq; excedunt) uicißim igitur (per 16 quinti) quo excedūt quæ ex αδ, δβ, ea quæ ex αγ, γβ eo excedit, & id quod bis sub αδ, δβ, id quod bis sub αγ, γβ. Sed quæ ex αδ, δβ, ea quæ ex αγ, γβ, excedunt rationali, utraq; nanq; rationalia sunt, & quod bis igitur sub αδ, δβ, id quod bis sub αγ, γβ, rationali excedit, quod est impoßibile. Vtraq; nanq; media sunt, & (per 22 decimi) medium non excedit rationali. Ipsi igitur αβ, altera non cōgruit rationalis potētia tantū cōmensurabilis existens toti. Vna igitur tantū ipsi apotomæ congruit, rationalis potentia tantum toti subsistens commensurabilis: quod erat ostendendum.*

Euclid. ex Camp. *Propositio 75.*



VLla linea nisi una tantum residuo mediali primo coniun-
75 gi potest, ut sint ambæ sub termino earum quæ erant ante separationem.

CAMPANVS. Hæc quoque probabis simili modo. Sint enim in utraq; sectione ambo quadrata pariter accepta, mediale duplum uero superficiei unius in alteram rationale. Et quia ut prius eadem differentia quadratorum unius sectionis ad quadrata alterius, quæ est dupli superficiei unius ad dupli superficiei alterius, erit una & eadem superficies differentia duarum medialium & duarum rationalium: quod est impossibile.

Euclid. ex Zāb. *Theorema 62.* *Propositio 80.*

Mediæ apotomæ primæ una tantum congruit recta linea media, po-
80 tentia tantum toti subsistens commensurabilis, & cum tota irrationale comprehendens.

THEON *ex Zamb. Esto nanq; media apotome prima αβ, & ipsi αβ, congruat βγ, ipsæ igitur αγ, γβ, mediæ sunt potentia tantū cōmensurabiles, rationale cōprehendentes duo quod sub αγ, γβ. Dico quòd ipsi αβ, altera non congruit media, toti potentia tantum subsistēs cōmensurabilis, & cum tota rationale cōprehendens. Si enim poßibile, congruat & δβ, ipsæ igitur αδ, δβ, mediæ sunt potentia tantū cōmensurabiles, rationale cōprehendentes, quod sub αδ, δβ. Et quoniā (p 7 secūdi) quo excedunt ea quæ ex αδ, δβ, id quod bis sub αδ, δβ, hoc excedūt & quæ ex αγ, γβ, id quod bis sub αγ, γβ, (eodē etenim rursus excedunt, id est quod ex αβ) uicißim igitur (per 16 quinti) quo excedūt quæ ex αδ, δβ, ea quæ ex αγ, γβ, eo excedit et id quod bis sub αδ, δβ, id quod bis sub αγ, γβ. At quod bis sub αδ, δβ, id quod bis sub αγ, γβ, excedit rationali, utraq; nēpe rationalia. Et quæ ex αδ, δβ, igitur quadrata, quæ ex αγ, γβ, excedunt rationali. Quod est impoßibile. Media etenim utraq; & (p 26 decimi) mediū sane mediū nō excedit rationali. Mediæ igitur apotomæ primæ una cōgruit recta linea media, potētia tantū toti subsistēs cōmēsurabilis, & cū tota ratiōale cōprehēdēs: qd' oport. demonst.*

Eucl. ex Camp. *Propositio 76.*



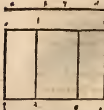
Vlla linea residuo mediali secundo cõiungibilis est, ut sub termino earum fiãt, nisi tantũ quæ ab ea ante separata erat. 76

CAMPANVS. Sit enim a c residuũ mediale secundũ, quæ fuit residua, abscisa b c ex a b, eruntq́; ex 70, duæ lineæ a b & b c, mediales potentia tantum communicantes mediale continentes. Dico quòd ipsa a c, nulli lineæ alij quàm c b, sub hac diffinitione coniungi potest. Sin autẽ, cõiungatur lineæ c d. Sitq́; linea e f rationalis in longitudine, ad quam coniungatur superficies e h æqualis quadratis duarum linearum a b & b c pariter acceptis, & e k æqualis quadratis linearum a d & d c pariter acceptis, a qua abscindatur e g, æqualis quadrato lineæ a c, eritq́; per 7 secundi superficies l h æqualis duplo superficiei a b in b c, & l K per eãdem æqualis duplo superficiei a d in d c. Quia ergo quadrata ambarum partium primæ sectionis sunt mediale, & duplũ etiam superficiei mediale incommẽsurabile duobus quadratis pariter acceptis (quæ nescire diligens Geometra non poterit, qui positiones diligẽter seruauerit) erit superficies e h medialis, cum ipsa sit æqualis duobus quadratis pariter acceptis, & superficies l h medialis, cùm ipsa sit æqualis duplo superficiei unius in alteram, per 20 igitur est utraque duarum linearum f h & g h, rationalis in potentia tantum. Et quia una est incõmensurabilis alij, eo quòd superficies e h est incommensurabilis superficiei h l, sicut duo quadrata duplo superficiei, erit ex 68 linea f g residuum. Quare linea f g quę est residuũ cõponitur lineæ g h, ut sint ambæ sub termino earũ quæ erant ante separationẽ. Similiter quoq; probabis eãdem f g cũ linea g k cõponi eadẽ conditione, mediantibus superficiebus e k & K l, quarũ prima est æqualis cuadratis duarũ linearũ a d & d c, pariter acceptis, & secunda duplo superficiei unius in alterã: quod est impossibile per 74. Et hic modus demonstrationis potest esse cõmunis 75 cæterisq́; quatuor eam sequentibus.

Euclid. ex Zamb. *Theorema 62.* *Propositio 81.*

Mediæ apotomæ secundæ una tantum congruit recta linea media, potentia tantũ toti cõmensurabilis & cum tota medium cõprehendẽs. 81

THEON ex Zamb. *Esto media apotome secunda α β, & ipsi α β, congruens sit β γ. Ipsæ igitur α γ, γ β, mediæ sunt potentia tantũ cõmensurabiles, mediũ cõprehendentes quod sub α γ, γ β. Dico quòd ipsi α β, alia non congruit recta linea media, potẽtia tantum toti subsistens cõmensurabilis & cum tota medium cõprehendẽs. Si enim possibile, cõueniat β δ, igitur α δ, & δ β, mediæ sunt potẽtia tantũ cõmensurabiles, mediũ cõprehendentes quod sub α δ, δ β. Exponaturq́; rationalis ε ζ. Et eis quidem quæ ex α γ, γ β, æquum ad ipsam ε ζ comparetur (per 44 primi) ε η, latitudinem efficiens ε μ, ei uerò quod sub α γ, γ β, æquũ auferatur θ η latitudinẽ efficiẽs θ μ. Reliquũ igitur ε λ, (per 7 secũdi) æquũ est ei quod ex α β. Quare α β ipsum potest ε λ. Rursus iã eis quæ ex α δ, δ β, æquum ad ipsam ε ζ comparetur (per 44 primi) ε ι, latitudinẽ efficiẽs ε ν. Est autem & ε λ æquum ei quod ex α β, quadrato, reliquũ igitur θ ι, (per 7 secundi) æquũ est ei quod bis sub α δ, δ β. Et quoniam ipsæ α γ, γ β, mediæ sunt, media igitur sunt & quæ ex α γ, γ β. & æqualia sunt ipsi ε η, mediũ igitur (p 16 decimi & correlariũ 23) est ε η. Et ad ipsam rationalẽ ε ζ apponitur, latitudinem efficiẽs ε μ: rationalis igitur est (per 22 decimi) ε μ, & ipsi ε ζ lõgitudine incõmensurabilis. Rursus quoniam quod sub α γ, γ β, mediũ est, & quod bis sub α γ, γ β, mediũ est (per correlariũ 23 decimi) & æquũ est ipsi θ η, & θ η, igitur mediũ est. Ad ipsamq́; ε ζ rationalem apponitur, latitudinem efficiens θ μ, rationalis igitur est θ μ (per 22 decimi) & ipsi ε ζ, longitudine incõmensurabilis. Et quoniam α γ, γ β, potentia tantũ sunt cõmensurabiles, incommẽsurabilis igitur est α γ, ipsi γ β, lõgitudine. Sicut autẽ α γ, ipsi γ β, sic est (p lẽma 21 decimi) quod ex α γ, ad id quod sub α γ, γ β. Incõmẽsurabile igitur est (per 11 decimi) quod ex α γ, ei quod sub α γ, γ β. Sed ei qđ ex α γ, cõmẽsurabilia sunt quæ ex α γ, γ β. Ei autẽ qđ sub α γ, γ β, cõmẽsurabile est quod bis sub α γ, γ β. Incõmẽsurabilia igitur sunt quæ ex α γ, γ β, ei quod bis sub α γ, γ β. Eis autẽ quæ ex α γ, γ β, æquũ est ε η, ei uerò quod bis sub α γ, γ β, æquũ est η θ. Incõmẽsurabile igitur est ε η, ipsi θ η. Sicut autem ε η, ad θ η, sic est ε μ, ad θ μ. Incommensurabilis igitur est ε μ, ipsi θ μ longitudine. Et utræq; sunt rationales. Ipsæ igitur ε μ, μ θ, rõales sunt potẽtia tantũ cõmensurabiles, apotome igitur est ε θ, congruens autẽ ei est θ μ. Similiter ostẽdemus quod et θ ν, ei cõgruit. Apotome igitur, alia & alia cõgruit recta linea, potẽtia tãtũ toti subsistẽs cõmẽsurabilis, qđ (p 79 decimi) est impossibile. Mediæ igitur apotomæ secũdæ una tãtũ cõgruit recta linea potẽtia tãtũ toti subsistẽs cõmẽsurabilis et cũ tota mediũ cõprehẽdẽs: qđ erat ostẽdẽdũ.*



Eucl. ex Cãp. Prop. 77



Vlla linea minori cõiungibilis est, ut sub termino suo fiant nisi tãtum quæ ante sibi abscisionem coniungebatur. 77

CAMP.

CAMPANVS. Intellige quid sit linea minor: quod si oblitus es, consule 21. & sine obiectione cõcludes propositum, si (quemadmodũ in 74) processeris, poterisq; si libuerit, quemadmodum in 76 procedere.

Euclid. ex Zamb. *Theorema 64.* *Propositio 82.*

82 Minori una tantum congruit recta linea potentia toti incommensurabilis subsistens, efficiens cum tota compositum ex earum quadratis rationale, quòd uerò bis sub ipsis medium.

THEON *ex Zamb. Esto minor αβ, & ipsi αβ congruens esto βγ, ipsæ igitur αγ, γβ, potentia sunt incommensurabiles, efficientes conflatũ quidẽ ipsarũ quadratis rationale, quod uero bis sub ipsis mediũ. Dico quòd ipsi αβ, alia recta linea non congruit efficiens eadẽ. Si enim possibile, congruat βδ, & igitur αδ, δβ, potentia sunt incõmensurabiles efficientes quæ ex αδ, δβ, quadrata simul rationale, quod autẽ bis sub ipsis αδ, δβ, medium. Et quoniam quod excedunt quæ ex αδ, δβ, ea quæ ex αγ, γβ, eo excedit & id quod bis sub αδ, δβ, quod bis sub αγ, γβ, quæ autẽ ex αδ, δβ, quadrata, ea quadrata quæ ex αγ, γβ, rationali excedunt, utraq; enim rationalia, & quod bis igitur sub αδ, δβ, id quod bis sub αγ, γβ, rationali excedit, quod (per 16 decimi) est impossibile, utraq; nanq; media sunt. Minori igitur una tantum congruit recta linea potentia toti subsistens incommensurabilis, efficiens quæ ex ipsis quadratis simul rationale, quod uero bis sub ipsis medium: quod ostendere oportebat.*

α β γ δ

Euclid. ex Camp. *Propositio 78.*

78 Linea quæ coniuncta cum rationali facit totam mediale, nisi uni tãtum componi non potest, ut sub earũ termino fiant quæ erant ante separationem.

CAMPANVS. Quid sit linea quæ proponitur, ex 72 didicisti. Cum ergo de ea uolueris quod per hanc 78 dicitur demonstrare, à processu 75, in quo quam non deuies, sed sicut in 76, si te delectauerit, ingenio duce poteris procedere.

Euclid. ex Zamb. *Theorema 65.* *Propositio 83.*

83 Efficienti cum rationali medium totum una tantum congruit recta linea potentia toti incommensurabilis subsistens, & cum tota efficiens conflatum quidem ex ipsarum quadratis medium, quod uerò bis sub ipsis rationale.

THEON *ex Zamb. Sit eũ rationali mediũ totum efficiens αβ, & ipsi αβ congruat βγ. Ipsæ igitur αγ, γβ, potentia sunt incommensurabiles, efficientes conflatũ quidẽ ex ipsarũ αγ, γβ, quadratis medium, quod uerò bis sub ipsis αγ, γβ, rationale. Dico quòd ipsi αβ, alia non congruit eadem efficiens. Si enim possibile, congruat βδ, & ipsæ igitur αδ, δβ, rectæ lineæ, potentia sunt incõmensurabiles, efficientes conflatum ex ipsarũ αδ, δβ, quadratis mediũ, quod uerò bis sub ipsis αδ, δβ, rationale. Quoniam igitur quo excedũt quæ ex αδ, δβ, ea quæ ex αγ, γβ, eo excedit & quod bis sub αδ, δβ, id quod bis sub αγ, γβ, excedit, & quod bis sub αδ, δβ, id quod bis sub αγ, γβ consequenter ut in præcedentibus, quod uerò bis sub αδ, δβ, id quod bis sub αγ, γβ, excedit rationali, rationalia nanq; utraq; & quæ ex αδ, δβ, igitur ea quæ ex αγ, γβ, excedunt rationali, quod est (per 26 decimi) impossibile, utraq; enim media sunt (per 77 decimi.) Ipsi igitur αβ, alia non congruit recta linea potentia toti subsistens incommensurabilis, & cum tota efficiens conflatum ex ipsarum quadratis medium, quod autem bis sub ipsis rationale. Efficiẽti ergo cum rationali medium totum una tantum congruit recta linea, & quæ sequuntur reliqua: quod erat demonstrandum.*

α β γ δ

Euclid. ex Camp. *Propositio 79.*

79 Lineæ quæ iuncta cum mediali facit totum mediale, nisi una linea tantum iungi nequit, ut sub earum termino fiant quę erant ante separationem.

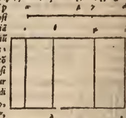
CAMPANVS. Huius lineæ quę iuncta cum mediali componit totum mediale, magistra est 73. De qua quod hæc 79 enunciat, concludere cogeris, sicut de residuo mediali secundo (quod per 76 enuntiatum est) conclusisti.

Euclid. ex Zamb. *Theorema 66.* *Propositio 84.*

84 Efficienti cum medio mediũ totum, una tantum cõgruit recta linea

potentia incõmensurabilis toti subsistens, & cũ tota efficiens cõflatum ex ipsarũ quadratis medium, & quod bis sub ipsis medium, & insuper incommensurabile conflatum ex ijs quæ ab ipsis, ei quod bis sub ipsis.

THEON ex Zãb. Esto cũ medio mediũ totũ efficiẽs αβ, congruẽs autẽ illi sit βγ: ipsæ igitur αγ, γβ, potentia sunt incõmensurabiles, efficiẽtes conflatũ ex ipsarũ quadratis mediũ, & quod bis sub ipsis αγ, γβ, mediũ, insup et quæ ex αγ, γβ, quadrata, incõmẽsurabilia ei qđ bis sub αγ, γβ. Dico q. alia ipsi αβ, nõ cõgruit, cũ tota efficiẽs proposita. Quod si possibile est, cõgruat βδ, ut et αδ, δβ, potẽtia sint incõmẽsurabiles efficiẽtes quæ ex αδ, δβ, quadratis simul mediũ, et qđ bis sub ipsis αδ, δβ, mediũ, & insup quæ ex αδ, δβ, incõmẽsurabilia ei qđ bis sub αδ, δβ. Exponaturq; rationalis εζ. Et eis quidẽ quæ ex αγ, γβ, æquũ ad ipsam εζ cõparetur (p 45 primi) εη, latitudinẽ efficiẽs εμ, ei autẽ qđ bis sub αγ, γβ, æquũ auferatur (p 44 primi) θη, latitudinẽ efficiẽs θμ. Reliquũ igitur qđ ex αβ, (p 7 secũdi) æquũ est ipsi ελ, ipsa igitur αβ potest ελ. Rursus eis quæ ex αδ, δβ, æquũ ad ipsã εζ cõparetur (p 44 primi) ει, latitudinẽ efficiẽs εν. Est autẽ quod ex αβ, æquũ ipsi ελ. Reliquũ igitur qđ bis sub αδ, δβ, æquũ est ipsi θι. Et quoniã cõflatũ ex ijs quæ ex αγ, γβ, mediũ est, ac ipsi εη, æquale, mediũ igitur est & εη. Et ad rationalẽ cõparatur εζ, latitudinẽ efficiẽs εμ, rationalis igitur est (p 22 decimi) εμ, & ipsi εζ, lõgitudine incõmẽsurabilis. Rursus quoniã quod bis sub αγ, γβ, mediũ est & ipsi θη æquale, mediũ igitur est θη. Et ad ipsam rationẽ εζ apponitur latitudinẽ efficiens θμ, rationalis igitur est θμ, & ipsi εζ lõgitudine incõmensurabilis. Et quoniã incõmensurabilia sunt quæ ex αγ, γβ, ei quod bis sub αγ, γβ, incõmensurabile igitur est εη, ipsi θη, incommensurabilis igitur est et εμ, ipsi μθ longitudine, & ambæ rationales sunt. Ipsæ igitur εμ, μθ, potentia tantũ sunt cõmensurabiles. Igitur ipsa εθ, apotome est. Congruẽs autẽ ei, est θμ. Similiter iã ostendemus quòd εθ, rursus apotome est: congruẽs autẽ ei est θν. Apotome igitur ipsi alia & alia cõgruit potentia tantũ toti subsistens cõmensurabilis, quod (per 69 decimi) impossibile esse ostendimus. Ipsi igitur αβ, alia recta linea non congruit. Ipsi igitur αβ, una recta linea tantum congruit, potentia tantũ toti subsistens incõmensurabilis, & cum tota efficiẽs quæ ex ipsis quadratis simul medium, & quod bis sub ipsis. Efficienti igitur cum medio mediũ totum, et quæ sequuntur reliqua: quod erat ostendendum.



Ex Campano. *Residuorum diffinitiones.*

1 Si fuerit idem totum positæ rationali lineæ in lõgitudine cõmensurabile, quod positũ erat, dicetur residuum primum. 2 Si uerò linea adiuncta, positæ rationali communicet in lõgitudine, dicetur residuum secundũ. 3 Quòd si fuerit utraq; rationali positæ in longitudine incommensurabilis, uocabitur residuum tertium. 4 Si eadem tota positæ rationali cõmunicet in lõgitudine, nũcupabitur residuũ quartum. 5 Si uerò linea adiuncta, positæ rationali, cõmunicet in lõgitudine, uocabitur residuum quintum. 6 Quòd si fuerit utraq; rationali positæ in longitudine incommensurabilis, appellatur residuum sextum.

Commune initium trium priorum diffinitionum.

Positis duabus lineis altera rationali, altera residuo, adiectaq; ipsi residuo secũdũ eius terminũ, si fuerit totũ compositum potẽtius linea adiecta, in quadrato lineæ ipsi toti communicantis in longitudine.

Commune initium trium posteriorum diffinitionum.

Positis duabus lineis altera rationali, altera residuo, adiectaq; ipsi residuo secũdũ eius terminum, si fuerit totũ compositum potentius linea adiecta, in quadrato lineæ ipsi toti incõmensurabilis in longitudine.

Ex Zamb.

Ex Zamberto. *Apothemarum Diffinitiones.*

1 Siquidem tota expositæ rationali longitudine cõmensurabilis fuerit, appellatur apotome prima. 2 Si uerò congruens commensurabilis fuerit, lõgitudine expositę rationali, secũda appellatur apotome. 3 Si autem neutra commensurabilis fuerit expositæ rationali longitudine, tertia appellatur apotome. 4 Siquidem tota commensurabilis fuerit expositæ rationali lõgitudine, appellatᷓ apotome quarta. 5 Siuerò congruens, quinta. 6 Si autem neutra, sexta.

Commune initium trium priorum diffinitionum.

Supposita rationali & apotomæ, siquidẽ tota, cõgruẽte maius potuerit eo quod fit ex sibi lõgitudine cõmẽsurabili.

Commune initium trium posteriorum diffinitionum.

Rursus supposita rationali & apotomæ, si tota maius potuerit congruẽte eo quod fit ex sibi longiore incommensurabili.

Euclid. ex Camp. *Propositio 80.*



80 Esiduum primum inuestigare.

CAMPANVS. Ab inuentione omnium specierum residui, facilè nos absoluat inuentio per ordinem omnium specierum binomij. Nam in qualibet specie binomiorum si minor portio abscindatur de maiori, linea reliqua erit residuum similis speciei ut patet ex diffinitionibus tam binomiorũ quàm residuorum. Proprijs tamen inuentionibus residuorum insistentes: sic inquiramus primum. Sit linea a rationalis posita, cui cõmensurabilis in longitudine sumatur b c, sitq; e numerus quadratus diuisus in f nõ quadratum & in quadratum g, sitq; proportio quadrati lineæ b c ad quadratum lineæ c d, sicut e ad f, eritq; per ultimã partẽ septimę, c d, rationalis in potentia tantum. Cum itaq; sit c b potentior c d in quadrato lineæ sibi communicantis in lõgitudine, quod patet in explanatione binomij primi, constat ex diffinitione lineam b d esse residuum primum.

Euclid. ex Zãb. *Problema 19.* *Propositio 85.*

85 Inuenire primam apotomen.

THEON *ex Zamb. Exponatur rationalis α, & ipsi α longitudine commensurabilis esto β η, rationalis igitur est β η. Exponanturq; bini quadrati numeri δ ε, ε ζ, quorũ excessus δ ζ non sit quadratus. Igitur (per correlarium 1 lemmatis 28 decimi) ε δ, ad δ ζ, rationẽ non habet quam numerus quadratus ad quadratum numerum. Fiatq; (per correlariũ 6 decimi) sicut ε δ, ad δ ζ, sic quod ex β η quadratũ ad id quod ex η γ quadratũ, cõmensurabile igitur est quod ex β η, ei quod ex η γ. Rationale autem quod ex β η, rationale igitur & quod ex η γ. Rationalis igitur est (per diffinitionem) & η γ. Et quoniam ε δ ad δ ζ rationalem non habet quam quadratus numerus ad quadratum numerum, neq; igitur quod ex β η, ad η γ rationem habet quam quadratus numerus ad quadratũ numerum. Incommensurabilis igitur est β η ipsi η γ longitudine, utræq; autem sunt rationales. Ipsæ igitur β η, η γ, per 9 decimi) rationales sunt potẽtia commensurabiles. Igitur ipsa β γ, apotome est (per 73 decimi) Dico quòd & prima. Quo nãq; maius est quod ex β η, eo quod ex η γ, sit quod ex θ. Et quoniam sicut ε δ ad δ ζ, sic est quod ex β η, ad id quod ex η γ, conuertendo igitur (per correlarium 18 quinti) sicut δ ε, ad ε ζ, sic quod ex η β ad id quod ex θ. At δ ε ad ε ζ, rationem habet, quam quadratus numerus ad quadratum numerum, uterq; enim quadratus est. Quod igitur ex η β, ad id quod ex θ, rationem habet quam quadratus numerus ad quadratum numerum, commensurabilis igitur est β η ipsi θ longitudine, & β η ipsa η γ maius potest, eo quod ex θ, ipsa igitur β η ipsa η γ maius potest eo quod ex sibi lõgitudine cõmensurabile, estq; tota β η, ipsi α expositæ rationali cõmẽsurabilis. Igi-*

tur (per tertias diffinitiones.) β γ apotome est prima. Inuēta igitur est prima apotome β γ: quod erat agendum.

Euclid. ex Camp. Propositio 81.



Esiduum secundum patefacere. 81

Campanus. Ad habendum residuum secundum, sit a linea rationalis posita, eiq́ communicans in longitudine c d, & sit quadratum c d ad quadratum b c, sicut f ad e, eritq́ b d residuum secundum ex diffinitione. Si dubitas, aut positas non seruas hypotheses aut binomij secundi repetitione indiges.

Euclid. ex Zamb. *Problema 19.* *Propositio 86.*

Inuenire ad secundam apotomen. 86

THEON *ex Zamb. Exponatur rationalis α, & ipsi α longitudine cōmensurabilis esto ε γ. Rationalis igitur est ε γ. Et exponātur bini numeri quadrati δ ι, & ι ζ, quorū excessus δ ζ, nō sit quadratus. Fiatq́ (p correlariū 1 lēmatis 28 decimi) sicut δ ζ ad δ ι, sic quadratū qd' ex ε γ, ad quadratū qd' ex ε β, cōmēsurabile igitur est (p 11 decimi) qd' ex ε γ quadratū, ei qd' ex ε β, quadrato. Ratiōale autē est qd' ex γ ε, rōnale igitur est qd' ex ε β. Rationalis igitur est β ε. Et quoniā quod ex ε γ quadratū ad id qd' ex ε β, rōnem nō habet quā quadratus numerus ad quadratū numerū, incōmēsurabilis igitur est (p 19 decimi) γ ε, ipsi ε β lōgitudine, & ambæ sunt rōnales. Ipsæ igitur γ ε, ε β, rōnales sunt potētia tantū cōmensurabiles. Igitur (p 73 decimi) β γ apotome est. Dico q̄ & secūda. Quo etenim maius est qd' ex β ε, eo qd' ex ε γ, esto quod ex θ. Quoniā igitur est (p correlariū 6 decimi) sicut qd' ex β ε, ad id qd' ex ε γ, sic est ι δ numerus ad δ ζ, numerum, cōuertendo igitur (p correlariū 19 quinti) est sicut qd' ex β ε, ad id quod ex θ, sic est δ ι, ad ι ζ, et uterq; ipsorū δ ι, ι ζ, quadratus est, quod igitur ex β ε, ad id quod ex θ, (per 9 decimi) rationē habet quā quadratus numerus ad quadratū numerū, cōmēsurabilis igitur est β ε, ipsi θ, & β ε, ipsa ε γ, maius potest, eo quod ex θ. igitur β ε, ipsa ε γ, maius potest eo qd' ex sibi lōgitudine cōmēsurabili. Et cōgruēs est γ ε, cōmensurabilis lōgitudine ipsi α expositæ rationali. Ipsa igitur β γ (per tertias diffinitiones) secunda est apotome. Inuenta est igitur secunda apotome β γ: quod facere oportebat.*

Euclid. ex Camp. Propositio 82.



Esiduum tertium perscrutari. Campanus. Residuum tertiū sic habetur. Posita ut prius a rationali numeroq́ e quadrato diuiso in f non quadratū & g quadratū assumptoq́ h numero primo, sit quadratū lineæ a ad quadratū lineę b c, sicut h ad e, sitq́ quadratum lineæ b c ad quadratū lineæ c d, sicut e ad f, eritq́ ex diffinitione (de quo si hæsitas consule binomium tertium) linea d b, residuum tertium. 82

Euclid. ex Zamb. *Problema 20.* *Propositio 87.*

Inuenire tertiam apotomen. 87

THEON *ex Zamb. Exponatur rationalis α, explicentur tres numeri ι, β γ, γ δ, rationē adinuicē nō habentes quā quadratus numerus ad quadratū numerū. Ipse autē β γ, ad δ β rationē habeat, quā quadratus numerus ad quadratū numerū. Fiatq́ (p correlariū 6 decimi) sicut ι ad β γ, sic qd' ex α quadratū ad id quod ex ζ ε, quadratū, sicut uerò β γ ad γ δ, sic qd' ex ζ ε, quadratū ad id quod ex ε θ. Quoniā igitur est sicut ι ad β γ, sic qd' ex α, quadratū ad id qd' ex ζ ε quadratū, qd' igitur ex α, quadratū ei qd' ex ζ ε quadrato est cōmēsurabile. Quadratū autē ex α, rōnale est: ratiōale igitur est & qd' ex ζ ε, ratiōalis igitur est ζ ε. Et quoniā ι, ad β γ, rationē nō habet quā quadratus numerus ad quadratū numerū, neq; igitur qd' ex α, quadratū, ad id qd' ex ζ ε, quadratū rationē habet quā quadratus numerus ad quadratū numerū. Incōmensurabilis igitur est (per 9 decimi) α, ipsi ζ ε lōgitudine. Rursus quoniam est sicut β γ ad γ δ sic quod ex ζ ε, quadratum ad id quod ex ε θ, commensurabile igitur est quod ex ζ ε, ei quod ex ε θ. Rationale autem est quod ex ζ ε. Rationale igitur quod ex ε θ, rationalis igitur est ε θ. Et quoniam β γ, ad γ δ, rationem non habet quam quadratus numerus ad quadratum numerum, neque igitur quod ex ζ ε, ad id quod ex ε θ, rationem habet quam quadratus numerus ad quadratū numerum. Incommensurabilis igitur est ζ ε, ipsi ε θ longitudine. Et utræq; sunt rōnales, ipsæ igitur ζ ε, ε θ, rationales sunt, potētia tantū cōmensurabiles. Apotome igitur est ζ θ (per 73 decimi). Dico q̄ et tertia. Quoniā enim est sicut ι ad β γ, sic quod ex α quadratū, ad id quod ex ζ ε*

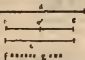
qua

quadratū, sicut autē β γ, ad γ δ, sic quod ex ζ η ad id quod ex η θ, ex æquali igitur (per 22 quinti) sicut ε ad γ δ, sic quod ex η ad id quod ex θ η. Sed ε ad γ δ rationē non habet quā quadratus numerus ad quadratū numerū. Neq; igitur quod ex η ad id quod η θ rationē habet quā quadratus numerus ad quadratum numerū. Incommensurabilis igitur est α ipsi η θ longitudine. Neutra igitur ipsarū ζ η, η θ, cōmensurabilis est longitudine ipsi α expositæ rationali. Quo nempe maius est quòd ex ζ η eo quod ex η θ, esto id quod ex κ. Quoniā igitur est sicut ε γ, ad γ δ, sic est quod ex ζ η, ad id quod ex η θ, conuertendo igitur (per correlariū 19 quinti) est sicut β γ ad γ δ, sic est quod ex ζ η, quadratū ad id quod ex κ. At β γ, ad β δ rationem habet quā quadratus numerus ad quadratū numerū, & quod ex ζ η, igitur ad id quod ex κ rationem habet quā quadratus numerus ad quadratū numerū, commensurabilis igitur est ζ η, ipsi κ longitudine. Et ζ η, ipsa η θ, maius potest, eo quod ex κ, ipsa igitur ζ η, ipsa η θ, maius potest, eo quod ex sibi commensurabili. Et neutra ipsarum ζ η, η θ, commensurabilis est longitudine ipsi α expositæ rationali. Igitur (per 3 diffinitiones) ζ θ, apotome est tertia. Inuenta igitur est tertia apotome: quod erat agendum. Euclid. ex Camp. Propositio 83.



Esiduum quartum inuenire.

83 CAMP. Hic (sicut in inuentione residui primi) sit linea b c, communis lineæ a rationali positæ, numerus autem e quadratus, sit diuisus in f & g, quorū sit uterq; nō quadrat^9, sitq; quadratū lineæ b c, quadratū lineæ d c, sicut e ad f, & scies ex diffinitione, lineam d b esse residuum quartum, si eorum quę in inuentione binomij quarti didiceras, oblitus non fueris.



Euclid. ex Zamb. Problema 21. Propositio 88.

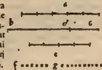
Inuenire quartam apotomen.

88 THEON ex Zāb. Exponatur rationalis α, & ei lōgitudine cōmensurabilis esto β η, rationalis igitur est & β η. Exponāturq; (p lēma secūdū 28 decimi) bini numeri δ ζ, ζ ε, ut totus δ ε ad utrūq; ipsorū δ ζ, ζ ε, rationē nō habeat quā quadratus nūerus ad quadratū numerū. Fiatq; (p correlariū 6) sicut δ ε ad ε ζ sic quod ex β η, quadratū cōmēsurabile igitur est (per correlariū 12 decimi) quod ex β η, ei quod ex η γ. Rationale autē est id quod ex β η, rationale igitur & quod ex η γ, rationalis igitur est (per 7 diffinitionē decimi) & η γ. Et quoniā δ ε ad ε ζ, rationē nō habet quā quadratus numerus ad quadratū numerū, neq; igitur quod ex β η, ad id quod ex η γ rationē habet quā quadratus nūerus ad quadratū numerū. Incōmēsurabilis igitur est (per 9 decimi) β η, ipsi η γ lōgitudine. Et utræq; rationales. Ipsæ igitur β η, η γ, rationales sunt potētia tātū cōmēsurabiles. Apotome igitur est β γ. Dico q; & quarta. Quo nēpe maius est quod ex β η, eo quod ex η γ, esto (per lēma 13 decimi) quod ex θ. Quoniam igitur est sicut δ ε, ad ε ζ, sic est quod ex β η, ad id quod ex η γ, et cōuertendo igitur (per correlariū 18 quinti) sicut ε δ, ad δ ζ, sic quod ex η β, ad id quod ex θ. Sed ε δ, ad δ ζ, rationē nō habet quā quadratus numerus ad quadratū numerū, neq; igitur quod ex η β ad id quod ex θ, rationē habet quā quadratus numerus ad quadratū numerū. Incōmēsurabilis igitur est (per 9 decimi) β η, ipsi θ lōgitudine, & η β, ipsa η γ, maius potest, eo quod ex θ, ipsa igitur β η, ipsa η γ maius potest, eo quod ex sibi incōmensurabili, estq; tota β η, cōmensurabilis lōgitudine ipsi α rationali expositæ. Ipsa igitur β γ (per 3 diffinitiones) apotome est quarta. Inuenta igitur est quarta apotome: quod faciendum erat. Euclid. ex Camp. Propositio 84.



Esiduum quintum demonstrare.

84 CAMP. Cū residuū quintū inuenire libuerit, erit linea c d cōmunicans lineæ a rationali positę in longitudine sicut erat in inquisitione secundi, & erit quadratus numerus e diuisus in f & e, quorū neuter quadratus sicut in præmissa erit quadratū lineæ c d ad quadratū b c, sicut f ad e, ex quibus à diffinitione concludere licet (habita sufficienti notitia binomij quinti) lineā d b esse residuū quintū. Eucl. ex Zā. The. 22. Prop. 89.



Inuenire quintam apotomen.

89 THEON ex Zamb. Exponatur rationalis α & ipsi α lōgitudine commensurabilis esto γ η, rationalis igitur est γ η. Exponaturq; (per secundum lemma 28 decimi) bini numeri δ ζ, ζ ε, ad utrunque ipsorum δ ζ, ζ ε, rationem rursus non habeat quam quadratus numerus ad quadratum numerum. Fiatq; (per correlarium 6 decimi) sicut ζ ε, ad ε δ, sic quod ex η γ ad id quod ex η β, commensurabile (per 12 decimi) igitur est quod ex γ η, et quod ex β η. Rationale autem est quod ex γ η, rationale & quod ex η ζ, rationalis igitur est β η. Et quoniā est sicut δ ε ad ε ζ, sic est quòd ex ζ η ad id quod ex η γ, at δ ε, ad ε ζ, rationem nō habet numerus quadratus ad quadratum nu-

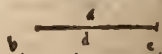
merũ, neq; igitur quod ex ζε ad id quod ex εγ rationem habet quam quadratus numerus ad quadratum numerum, incommensurabilis igitur est (per 9 decimi) βε ipsi εγ longitudine. Et utræq; sunt rationales. Ipsæ igitur βε, εγ, rationales sunt potẽtia tantũ cõmẽsurabiles. Igitur βγ, apotome est (p 73 decimi) Dico quòd et quinta. Quo nãq; maius est id quod ex ζε, eo quod ex εγ, esto id quod ex θ. Quoniã igitur est sicut quod ex βε, ad id quod ex εγ sic est δε ad εζ, cõuertẽdo igitur (p correlariũ 18 quinti) est sicut εδ, ad δζ, sic quod ex ζε, ad id q. ex θ. At εδ, ad δζ, rationẽ nõ habet quàm quadratus numerus ad quadratũ numerũ, neq; igitur quod ex βε, ad id quod ex εθ, rationẽ habet quã quadratus numerus ad quadratũ numerũ. Incõmensurabilis igitur (p 9 decimi) ζε, ipsi θ, longitudine. Ipsaq; εζ, ipsa εγ, maius potest eo quod ex θ. Ipsa igitur εζ ipsa εγ maius potest, eo quod ex sibi lõgitudine incõmẽsurabili, & cõgruẽs est lõgitudine cõmensurabilis ipsi α expositæ rationali. Ipsa igitur βγ, apotome est quinta. Inuenta igitur est apotome quinta: quod ostendendum fuerat. Euclid. ex Camp. Propositio 85.



Esiduum sextum demum præsto sit reperire. 85

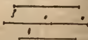
Camp. Residuũ sextũ sic reperitur. Erit ut pri° linea a rationalis posita, & c numerus quadratus diuisus in f & g nõ quadratos, et erit h numerus primus. Et quadratũ 3

lineę a ad quadratũ lineę b c, sicut h ad e, at uerò quadratũ lineæ b c, quadratũ c d, ut e ad f, eritq; ex diffinitiõe linea d b, residuũ sextũ. Cui nõ plane anim° tu° assenserit, exerceri te cõuenit in inuẽtione binomij sexti. Euc. ex Zãb. Prob. 23. Prop. 90.



Inuenire sextam apotomen. f .... g 90

THEON ex Zãb. *Exponatur rationalis α, & tres numeri εβ, βγ, γδ, rationẽ nõ habentes adinuicẽ quã quadratus numerus ad quadratũ. Insuperq; & ζγ, ad ζδ rationẽ nõ habeat quã quadratus numerus ad quadratũ numerũ. Fiatq; (per correlariũ 6 decimi) sicut ε ad βγ, sic quod ex α ad id quod ex ζη, sicut autẽ βγ ad γδ, sic quod ex ζη ad id quod ex ηθ. Quoniã igitur est sicut ε ad βγ, sic est quod ex α ad id quod ex ζη cõmẽsurabile igitur est (per 6 decimi) quod ex α ei quod ex ζη, rationale autẽ quod ex α rationale igitur est & id quod ex ζη, rationalis igitur est & ζη. Et quoniã ε ad βγ rationẽ non habet quã quadratus numerus ad quadratũ numerũ, neq; igitur quod ex α ad id quod ex ζη, rationẽ nõ habet quã quadratus numerus ad quadratũ numerũ. Incõmensurabilis igitur est (per 9 decimi) α ipsi ζη longitudine. Rursus quoniã est sicut βγ, ad γδ, sic quod ex ζη ad id quod ex ηθ, commensurabile igitur est (per 6 decimi) quod ex ζη, ei quod ex ηθ rationale autẽ est quod ex ζη, rationale igitur est, & quod ex ηθ, rationalis igitur & ηθ. Et quoniã βγ ad γδ rationẽ nõ habet quã quadratus numerus ad quadratũ numerũ, neq; igitur quod ex ζη, ad id quod ex ηθ, rationẽ habet quã quadratus numerus ad quadratũ numerũ, incõmensurabilis igitur est (per 9 decimi) ζη, ipsi ηθ longitudine. Et utræq; rationales. Ipsæ igitur ζη, ηθ, rationales sunt potentia tantũ cõmensurabiles. Igitur ζθ apotome est. Dico iã quod et sexta. Quoniã enim est sicut ε ad βγ sic quod ex α ad id quod ex ζη, sicutq; βγ ad γδ sic quod ex ζη ad id quod ex ηθ, ex æquali igitur (per 22 quinti) est sicut ε ad γδ, sic quod ex α ad id quod ex ηθ. At ε ad γδ rationẽ non habet quã quadratus numerus ad quadratũ numerũ. Neq; igitur quod ex α, ad id quod ex ηθ, rationẽ habet quã quadratus numerus ad quadratũ numerũ. Incõmẽsurabilis igitur est (per 9 decimi) α ipsi ηθ lõgitudine, & neutra ipsarũ ζη, ηθ, cõmensurabilis est longitudine ipsi α expositæ rationali. Quo nẽpe maius est quod ex ζη, eo quod ex ζθ, esto quod ex κ. Quoniã enim est sicut βγ ad γδ, sic quod ex ζη ad id quod ex ηθ, cõuertẽdo igitur (per correlariũ 18 quinti) est sicut ζγ, ad βδ sic est quod ex ζη, ad id quod ex κ. At γβ, ad ζδ rationem nõ habet quã quadratus numerus ad quadratũ numerũ, neq; igitur quod ex ζη, ad id quod ex κ ratio nem habet quã quadratus numerus ad quadratũ numerũ. Incommensurabilis igitur est ζη ipsi κ lõgitudine. Et ζη, ipsa ηθ maius potest, eo quod ex κ. Igitur ζη, ipsa ηθ maius potest eo quod est sibi lõgitudine incommensurabili, & utraq; ipsarũ ζη, ηθ, incõmensurabilis est lõgitudine ipsi α expositæ rationali. Ipsa igitur ζθ, apotome est sexta. Inuenta igitur est apotome sexta ζθ, quod erat agendũ.* Sit prædictarũ sex apotomarũ inuẽtionis ostensio cõcisior. Deturq; ut inueniatur prima. Exponaturq; ex binis nominibus prima αγ, cuius maius nomen sit αβ, & ab ipsa quidem αβ, auferatur ipsi quidem βγ, æqualis βδ. Ipsæ igitur αβ, βγ hoc est αβ, βδ, rationales sunt potentia tantũ cõmensurabiles, & αβ, ipsa βγ, hoc est ipsa βδ, maius potest, eo quod ex sibi incommensurabili, & αβ cõmensurabilis est expositæ rationali lõgitudine. Igitur αδ prima est apotome. Similiter iam & reliquas apotomas inueniemus eas quæ ex binis nominibus * in numeros exponentes.



β .... δ .... α

** longitudine, pari numero, id est eiusdem ordinis.*

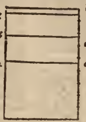
Euclid. ex Camp. Propositio 86.

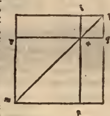


I fuerit superficies linea rationali residuo primo contenta, latus eius tetragonicum necesse est esse residuum. 86

Campa-

CAMPANVS. Sit superficies a c contẽta linea rationali a b & residuo primo b c, dico latus tetragonicũ superficiei a c, esse residuũ. Adiungatur enim ad lineã b c, linea c d, sitq; illa cuius detractione b c fuit residuũ primũ. Eritq; ex diffinitione, b d rationalis ex longitudine, & c d in potentia tantum, b d quoq; erit potentior d c, in quadrato lineæ secũ cõmunicantis in longitudine. Diuidatur igitur d c per æqualia in e, & tota b d diuidatur ea conditione in f, quod inter b f & f d sit e d medio loco proportionalis, eritq; ex secunda parte 13 b f cõmunicans in longitudine f d, per 9 igitur utraq; earũ cõmunicat cũ tota linea b d, quare per diffinitionẽ ambæ sunt rationales in longitudine. Ducantur itaq; lineæ f g, e h, & c K, æquidistantes a b, eritq; per 15 utraq; duarũ superficierũ a f & g d, rationalis. Sit quadratũ ergo l m, æquale superficiei a f, eritq; rationale, & latus eius rationale in potẽtia. Intra illud quadratũ protracta diagonali linea l m, describatur quadratum l n, æquale superficiei g d, eritq; ipsum rationale & eius latus rationale in potentia, protrahantur autẽ duę lineę m p, q n, æquidistãter lateribus totalis quadrati. Dico ergo quadratũ p r esse æquale superficiei a c, & eius latus quod est n p est residuũ. Cũ enim linea d e sit ex hypothesi medio loco proportionalis inter b f & f d, erit ex prima sexti superficies h d medio loco proportionalis inter duas superficies a f & g d, ideoq; & inter duo quadrata l m & n l. Cumq; ex prima sexti sit superficies l p medio loco proportionalis inter eadẽ duo quadrata, erit l p æqualis d h, & etiam h c. Et quia quadratũ l n est æquale g d, erit t r æquale g e, totus itaq; gnomo circũscriptus quadrato m n, est ęqualis c g. Et quia l m erat ęquale a f, relinquitur m n ęquale a c. Quòd autem n p latus quadrati m n sit residuum, sic collige. Est enim utraque duarum p t & t n rationalis in potentia, eo quod utrũq; quadratum l m & n l est rationale, unaq; earũ est incommẽsurabilis alij per primam sexti & 10 huius, eo quod quadratum l m est incommensurabile l r superficiei, sicut superficies a f superficiei h d. De quibus manifestum est quòd ipsæ sunt incommensurabiles, est enim per primam sexti una earũ ad alterã, sicut linea b f quæ est rationalis in longitudine ad lineam d e quæ est rationalis in potentia tantũ, ex 68 igitur linea p n, quæ potest in superficiem a c, est residuum: & hoc est quod intendimus.

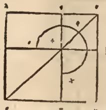




Euclid. ex Zamb. *Theorema 67.* *Propositio 91.*

91 Si areola cõprehẽdatur sub rationali & apotome prima, quę areolam potest, apotome est.

THEON *ex Zãb. Comprehendatur enim areola αβ, sub rationali αγ, & apotome prima αδ. Dico quòd ipsam αβ areolã potent, apotome est. Quoniã apotome est αδ, esto eidem cõgruens (per 79 decimi) δη. Ipsæ igitur αη, δη, rationales sunt potentia tantũ cõmẽsurabiles, & tota αη (per 3 diffinitiones) cõmensurabilis est ipsi αγ, expositæ rationali, & αη, ipsa ηδ (per 73 decimi) maius potest eo quod ex sibi longitudine cõmensurabili. Si igitur (per 28 sexti) quartæ parti eius quod ex δη æquum ad ipsam αη comparetur deficiẽs forma quadrata, incõmẽsurabilia ipsam (per 17 decimi) diuiserit. Secetur (per 10 primi) δη bifariàm in ε, & ei quod ex εη, æquũ ad ipsam αη cõparetur (per 28 sexti) deficiens forma quadrata, sitq; quod sub αζ, ζη, cõmẽsurabilis igitur est αζ, ipsi ζη. Et per εζη, signa (p 31 primi) ipsi αγ paralleli excitẽtur εθ, ζι, ηκ. Et quoniã cõmẽsurabilis est αη ipsi ζη, lõgitudine, et αη igitur utriq; ipsarũ αζ, ζη, cõmẽsurabilis est lõgitudine. Sed αη cõmẽsurabilis est ipsi αγ, & utraq; igitur ipsarũ αζ, ζη, cõmẽsurabilis est lõgitudine ipsi αγ, & rationalis est αγ, rationalis igitur est & utraq; ipsarum αζ, ζη, quare & utrunq; ipsorum αι, ζκ, rationale est. Et quoniam commensurabilis est δε, ipsi εη (æquales nanque) quæ uerò æqualia commensurabilia sunt longitudine: & δη, igitur utrique ipsarum δε, εη, longitudine commensurabilis est. Rationalis autem est δη, & ipsi αγ longitudine incommensurabilis, rationalis igitur est & utraque ipsarum δε, εη, & ipsi αγ, longitudine incommẽsurabilis, utrũq; igitur ipsorum δθ, εκ, mediũ est. Apponatur iam ipsi qdẽ αι, æquũ quadratũ λμ, ipsi autẽ ζκ, æquũ auferatur cõmunẽ ipsi λμ, angulũ habẽs eũ q sub λομ, sitq; νξ, circa eundẽ igitur dimetiẽtẽ sunt (per 26 sexti) ipsa λμ, νξ, quadrata, sit eorũ dimetiẽs οσ, ac describatur figura. Quoniam certè rectangulum cõprehensum sub αζ, ζη, æquum est ei quod ex εη, quadrato: est igi*



est igitur (per 17 sexti) sicut α ζ ad ι ε, sic ι ε ad ζ η. Sed sicut quidē α ζ, ad ι ε, sic (per 1 sexti) α ι, ad α ι ε, sicut autem ι ε ad ζ η, sic est ι κ, ad λ ζ. Ipsorū igitur α ι, λ ζ, mediū proportionale est ι κ, est autem ipsorum λ μ, ο ξ, medium proportionale, ν μ, sicut in præcedentibus patuit (per lemma 53 decimi) & α ι, ipsi quidem λ μ quadrato æquum est, at λ ζ ipsi ο ξ, & ι κ igitur, ipsi μ ν est æquale. Sed ι κ (per 36 primi) ipsi δ θ est æquale, & μ ν, ipsi λ ξ. Igitur δ κ, æquū est ipsi υ φ χ, gnomoni, & ipsi ν ξ. Est autē & α λ æquū ipsis λ μ, ν ξ, quadratis. Reliquum igitur α β (per 45 primi) æquū est ipsi σ τ, hoc est ei quod ex λ ν quadrato. Quod igitur ex λ ν quadratū, ipsi α β, æquum est. Ipsa igitur λ ο ipsam α ζ areolam potest. Dico quòd & λ ν apotome est. Quoniam enim rationalia sunt α ι, ζ κ, & æqualia sunt ipsis λ μ, ν ξ, & utrūq; igitur ipsorū λ μ, ν ξ, rationale est, hoc est quod ex utraq; ipsarū λ ν, ο ν, & utraq; igitur ipsarum λ ο, ο ν, rationalis est. Rursus quoniā δ θ mediū est, & ipsi λ ξ, est æquale, mediū igitur est λ ξ. Et quoniam λ ξ medium est, & ν ξ rationale, incōmensurabile igitur est λ ξ, ipsi ν ξ. Sicut autem λ ξ ad ν ξ, sic est λ ο ad ο ν. Incōmensurabilis igitur est (per 11 decimi) λ ο, ipsi ο ν longitudine. Et utræq; rationales, ipsæ igitur λ ο, ο ν, rationales sunt potentia cōmensurabiles. Apotome igitur est (per 73 decimi) λ ν & ipsam α β areolam potest. Quæ igitur ipsam α ζ areolam potest, apotome est. Si areola igitur comprehendatur sub rationali & apotome prima, quæ areolam potest, apotome est: quod erat ostendendum.

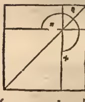


Euclid. ex Camp. Propositio 87.

SI superficies aliqua linea rationali residuoq; secundo contineatur, linea in eandem potens erit residuum mediale primum. 87

CAMPANVS. In hac quoq; argue sicut in præmissa ex diffinitione residui secūdi & secunda parte 13 & nona & decimanona & 15 & 69.

Si areola comprehensa fuerit sub rationali & apotome secunda quæ areolam potest, mediæ apotome est prima. 92





THEON ex Zamb. Areola nāq; α ζ, cōprehendatur sub rationali α γ, & secūda apotome α δ. Dico quòd quæ α β, areolam potest, mediæ apotome est prima. Esto enim (per 79 decimi) ipsi α δ congruens δ η. Ipsæ igitur α η, η δ, rationales sunt potētia tantū commēsurabiles (per 3 diffinitiones) & ipsa δ η, cōgruēs commensurabilis est ipsi α γ, expositæ rationali, ipsa cōmensurabilis est ipsi α γ, expositæ rationali, ipsa verò α η tota ipsa cōgruente η δ maius potest eo quod ex sibi cōmensurabili. Quoniam igitur ipsa α η plus quā η δ potest eo quod ex sibi incommensurabili longitudine. Si igitur quartæ parti eius quod ex η δ, æquum ad ipsam α η, comparetur (per 28 sexti) forma deficiens quadrata, ipsam dirimet in cōmensurabilia (per 17 decimi) Secetur (per 10 primi) nēpe δ η, bifariam in ε, & ei quod ex ε η, æquū ad ipsam α η, comparetur forma deficiens à quadrata, sitq; quod sub α ζ, ζ η, commensurabilis igitur est α ζ, ipsi ζ η, longitudine. Et per ipsa ε ζ η, signa (per 31 primi) ipsi α γ, paralleli excitentur ε θ, ζ ι, η κ. Et quoniam (per 15 decimi) α ζ ipsi ζ η, longitudine cōmensurabilis est, & α η igitur utriq; ipsarum α ζ, ζ η, lōgitudine cōmensurabilis est. Rationalis autem est α η, & ipsi α γ, longitudine incommensurabilis, & utraq; igitur ipsarū α ζ, ζ η, rationalis est, & ipsi α γ longitudine incommensurabilis, utrunq; igitur ipsorum α ι, ζ κ, medium est. Rursus quoniā cōmēsurabilis est δ ε ipsi ε η, & δ γ, igitur (per 6 decimi, & per 15 decimi) utriq; ipsarū δ ε, ε η, cōmensurabilis est. Sed δ γ, ipsi α γ longitudine commensurabilis est. Rationalis igitur est utraq; ipsarum δ ε, ε η, & ipsi α γ longitudine commensurabilis, igitur & utrunq; ipsorum δ θ, ε κ (per 19 decimi) rationale est. Constituatur ergo (per 14 secundi) ipsi quidem α ι æquum quadratum λ μ, ipsi autem ζ κ æquum auferatur ν ξ, circa eundem existens angulum ipsi λ μ qui sub λ ο μ. Circa eundem igitur dimetientem sunt ipsa λ μ, ν ξ, quadrata. Esto (per 26 sexti) ipsorum dimetiens ο ρ, & describatur figura. Quoniam nempe ipsa α ι, ζ κ, media sunt, & adinuicem commensurabilia, & eis quæ ex λ ο, ο ν, sunt æqualia, & quæ igitur ex λ ο, ο ν, media sunt, & ipsæ λ ο, ο ν, igitur mediæ sunt potentia tantum commensurabiles. Et quoniam quod sub α ζ, ζ η, æquum est ei quod ex ε η, est igitur sicut α ζ, ad ε η, sic ε η, ad ζ η. Sed sicut quidem α ζ ad ε η, sic α ι,

ad ι κ

αδ ιh, ſicut autẽ ιn, ad ζο, ſic ιn, ad ζκ. Ipſorum igitur αι, ζκ, mediũ proportionale eſt ιn. Sed ipſorum λμ, νξ, quadratorũ, mediũ proportionale eſt (per lẽma 53 decimi) μν, & αι, quidem æquum eſt ipſi λμ, & ζh ipſi νξ. Igitur μν ipſi ιn, æquum eſt. Sed ipſi quidem ιn, æquũ eſt δθ, at μο, ipſi λξ (per 36 primi) eſt æquale. Totũ igitur δh, æquum eſt ipſi νφχ, gnomoni & ipſi νξ. Quoniam ergo totum αn, æquum eſt ipſis λμ, νξ, quorum δn æquum eſt ipſi οφχ gnomoni & ipſi νξ, reliquum igitur αb ipſi ογ, eſt æquale. Hoc eſt, ei quod ex λν, quod igitur ex λν, ipſi αb, areolæ æquũ eſt, ipſam igitur αb areolã, ipſa λν poteſt. Dico quòd λν, mediæ apotomæ eſt prima. Quoniã enim ιn rationale eſt, & ipſi νμ æquale, hoc eſt ipſi λξ, rationale igitur eſt λξ, hoc eſt id quod ſub λο, ον (per cõſtructionẽ) Oſtẽſum autẽ eſt, quòd νξ mediũ eſt. Igitur λξ, ipſi νξ, eſt incõmẽſurabile. Sicut autẽ λξ, ad οξ ſic λο, ad ον. Ipſæ igitur λο, ον lõgitudine ſunt incõmẽſurabiles. Ipſæ igitur λο, ον, mediæ ſunt potẽtia tantũ cõmẽſurabiles, rationale cõprehẽdentes. Ipſa igitur λν, mediæ apotome eſt prima (per 74 decimi) Et ipſam αb poteſt areolã. Igitur quæ ipſam αb areolã poteſt, mediæ apotome eſt prima. . Si areola igitur cõprehenſa fuerit, et quæ ſequũtur reliqua: quod erat oſtẽdendũ.

Euclid. ex Camp. Propoſitio 88.

88 SI linea rationali reſiduoq́ tertio ſuperficies cõtineatur, erit linea ſuper eam potens reſiduum mediale ſecundum.

CAMP. Priori demõſtrationi inſiſte, & facile cõcludes propoſitũ ex diffinitiõe reſidui tertij & ſecũda parte 13 & 9 & 19 & 70. Eucl. ex Zã. Theor. 69. Prop. 93.

93 Si areola cõprehẽdatur ſub rationali & apotome tertia, quæ areolam poteſt, mediæ apotomæ eſt ſecunda.

THEON ex Zamb. *Areola enim αb, comprehendatur ſub rationali αγ, & apotome tertia αδ. Dico quòd quæ ipſam αb, areolã poteſt, mediæ apotome eſt ſecunda. Eſto enim (per 79 decimi) ipſi αδ congruens δn. Ipſæ igitur αn, nδ, rationales ſunt potentia tantũ cõmenſurabiles, & neutra ipſarum αn, nδ, ipſi αγ, expoſitæ rationali cõmenſurabilis eſt longitudine. At (per 87 decimi) tota αn, ipſa δn, cõgruente maius poteſt, eo quod ex ſibi cõmenſurabili. Si igitur quartæ parti eius quod ex δn, æquum ad ipſam αn, apponatur forma deficiens quadrata, in incommenſurabilia (per 18 decimi) ipſam diuiſerit, ſecetur (per 10 primi) nempe δn bifariã in ε, & (per 18 ſexti) ei quod ex εn, æquum ad ipſam αn, comparetur forma deficiens quadrata, ſitq́ quod ſub αζ, ζn. Excitenturq́ (per 31 primi) per εζn, ſigna ipſi αγ, paralleli εθ, ζh, nκ cõmenſurabiles igitur ſunt αζ, ζn, cõmenſurabile igitur eſt & αι ipſi ζh. Et quoniã αζ, ζn, commẽſurabiles ſunt longitudine, & αn, igitur (per parabolẽ) utriq́ ipſarũ αζ, ζn, cõmenſurabilis eſt longitudine. Rationalis autẽ eſt αn, & ipſi αγ, longitudine incommenſurabilis, & utraq́ igitur ipſarũ αζ, ζn, rationalis eſt, & ipſi αγ, longitudine incõmenſurabilis, & utrunq́ igitur ipſorum αι, ζκ (per 21 decimi) mediũ eſt. Rurſus quoniã cõmenſurabilis eſt δε, ipſi εn, longitudine & δn, igitur utriq́ ipſarũ δε, εn, longitudine commenſurabilis eſt (per 16 decimi) Rationalis autẽ eſt γδ, & ipſi αγ, lõgitudine incõmenſurabilis, rationalis igitur eſt & utraq́ ipſarũ δε, εn, & αγ, longitudine incõmenſurabilis. Vtrũq́ igitur ipſorũ δθ, εκ (per 23 decimi) mediũ eſt. Et quoniam αn, nδ potentia tantũ ſunt cõmenſurabiles, incommenſurabilis igitur eſt longitudine αn, ipſi εδ. Sed αn, ipſi quidẽ αζ lõgitudine cõmẽſurabilis eſt: & δn, ipſi εn, incõmenſurabilis igitur eſt αζ ipſi εn longitudine. Sicut autem αζ, ad εn, ſic αι ad εh, incommenſurabile igitur eſt αι, ipſi εκ. Conſtituatur igitur (per 14 ſecundi) ipſi quidem αι æquũ quadratũ λμ, ipſi aũt ζκ, æquũ auferatur νξ, circa eundem exiſtens angulũ cũ μλ. Circa igitur eundem dimetientẽ ſunt λμ, & νξ, eſto (per 26 ſexti) ipſorum dimetiens ορ deſcribaturq́ figura. Quoniam igitur quod ſub αζ, ζn, æquum eſt ei quod ex εn, eſt igitur (per 17 ſexti) ſicut αζ, ad εn ſic εn ad ζn. Sed ſicut quidẽ αζ ad εn, ſic eſt αι ad ζκ, ſicut autẽ εn ad ζn, ſic eſt εκ, ad ζh, & ſicut igitur αι ad εκ, ita εκ ad ζκ. Ipſorum igitur αι, εκ, mediũ proportionale eſt εκ, eſt autem (per lemma 53 decimi) ipſorũ λμ, νξ, quadratorũ medium proportionale μν, & αι, æquum eſt ipſi λμ, & ζκ, ipſi νξ. Et εκ igitur æquum eſt ipſi μν. Sed μο ipſi λξ, eſt æquale, & εh, ipſi δθ æquum eſt (p 26 primi) & totũ igitur δκ æquũ eſt ipſi νφχ, gnomoni & ipſi νξ. Eſt autẽ & αn æquum ipſis λμ, νξ, reliquũ igitur αb, æquũ eſt ipſi ογ, hoc eſt ei quod ex λν quadrato. Igitur ipſa λν, ipſam αb, areolã poteſt. Dico id quòd λν mediæ apotomæ eſt ſecunda. Quoniam enim oſtẽſum eſt quòd αι, ζκ, media ſunt & æqualia eis quæ ex λο, ον, mediũ igitur eſt (p correlariũ 23 decimi) & utrunq́ ipſorũ quæ ex λο, ον, media igitur eſt utraq́ ipſarum λο, ον. Et quoniã αι ipſi ζh, cõmẽſurabile eſt, igitur quod ex λο, ei quod ex ογ, cõmẽſurabile eſt. Rurſus quoniã oſtẽſum eſt quod αι, ipſi εκ incõmẽſurabile eſt: incõmẽſurabile igitur eſt λμ ipſi μγ, hoc eſt quod ex λο, ei quod ex ſub λο, ον, quare & λο, incõmenſurabilis eſt lõgitudine ipſi ογ. Ipſæ igitur λο, ογ, mediæ ſunt potentia tãtũ cõmẽſurabiles. Dico iã q. & mediũ cõprehendũt. Quoniã patuit quòd εh, mediũ eſt, & ei eſt æquale quod ſub λο, ογ, medium igitur (p correlarium 23 decimi) eſt & quod ſub λο, ογ. Quare ipſæ λο, λν, mediæ ſunt potentia tãtum cõmenſurabiles medium cõprehendentes. Ipſa igitur λν mediæ apotomæ eſt ſecunda (per 75 decimi) & ipſam poteſt αb. Quæ igitur ipſam αb, areolam poteſt, mediæ apotomæ eſt ſecunda: quod oſtendere oportuit.*

Euclid. ex Camp. Propositio 89.

SI fuerit superficies linea rationali residuoque quarto cōtēta, li- 89
nea super eam potens erit linea minor.

CAMPANVS. In hac quoque non aliter procedas quàm prius, facile erit ibi propositū cōcludere, si præmissam non despicis, ex diffinitione residui quarti & secūda parte 14 & 9 & 19 & 15 & 71, & sic patebit propositum.

Euclid. ex Zamb. Theorema 70. Propositio 94.

Si areola cōprehendatur sub rationali & quarta apotome, quæ areo- 94
lam potest, minor est.

THEON ex Zamb. *Areola nāque αβ, cōprehendatur sub rationali αγ, & quarta apotome αδ. Dico quòd quæ αβ areolā potest, minor est. Sit enim (per 80 decimi) ipsi αδ congruens δη, ipsæ igitur αη, ηδ, rationales sunt potentia tantū cōmensurabiles, & αη, ipsi αγ, expositæ rationali longitudine commensurabilis est, & tota αη, ipsa δη congruente maius potest eo quod ex sibi lōgitudine incōmensurabili. Quoniam igitur (per 51 decimi) αη ipsa ηδ maius potest, eo quod ex sibi longitudine incōmensurabili, si igitur quartæ parti eius quod ex δη, æquum ad ipsam αη, comparetur (per 28 sexti) forma deficiens quadrata, in incōmensurabili (per 18 decimi) ipsam diuiserit. Secetur (per 10 primi) igitur δη, bifariàm in ε, & ei quod ex εη (per 28 sexti) æquum ad ipsam αη cōparetur forma deficiens quadrata, sitque quod sub αζ, ζη. Incommensurabilis igitur est longitudine αζ, ipsi ζη. Excitentur igitur (per 31 primi) per εζη signa paralleli ipsis αγ, βδ, sintque εθ, ζι, ηκ. Quoniam igitur rationalis est αη, & ipsi αγ longitudine cōmensurabilis, rationale igitur est totum ακ. Rursus quoniam cōmensurabilis est δη ipsi αγ longitudine, & utræque sunt rationales, mediū igitur est δκ (per 21 decimi) Rursus quoniā incōmensurabilis est αζ, ipsi ζη longitudine, incōmensurabile igitur est (per 9 decimi) & αι ipsi ζκ. Constituatur igitur (per 14 secundi) ipsi quidem αι æquum quadratū λμ, ipsi autem ζκ, æquum auferatur νξ, ad eundem existens ipsi λμ, angulū qui sub λομ, circa igitur eundem dimetientem sunt (per 26 sexti) ipsa λμ νξ quadrata. Sit ipsorum dimetiens οπ, describaturque figura. Quoniam igitur quod sub αζ, ζη, æquū est ei quod ex εη, proportionaliter igitur est (per 17 sexti) sicut αζ, ad εη, sic εη, ad ζη. Sed sicut quidem αζ ad εη, sic αι ad εκ, sicut autem (per 1 sexti) εη ad ζη, sic εκ, ad ζκ. Ipsorum igitur αι, ζκ, mediū proportionale est εκ. Ipsorum autē λμ, νξ, quadratorum (per lēma 53 decimi) medium proportionale est μν, & αι, æquum est ipsi λμ, & ζκ, ipsi νξ, & εκ, igitur ipsi μν est æquale. Sed ipsi quidē εκ, æquum est δθ, ipsi autem μν, æquum est λξ. Totū igitur δκ, æquum est ipsi υφχ, gnomoni, & ipsi νξ. Quoniam igitur ακ, totum æquum est ipsis λμ, νξ, quadratis, quorū δκ, æquū est ipsi υφχ, gnomoni & ipsi νξ quadrato, reliquum igitur αβ (per 2 cōmunē sententiā) æquum est ipsi στ, hoc est ei quod ex λν, quadrato. Igitur λν, ipsam αβ, areolam potest. Dico quòd λν irrationalis est, appellata minor. Quoniam enim ακ rationale est, & eis est æquale quæ ex λο, ον, sunt quadratis, conflatum igitur ex iis quæ ex λο, ον, rationale est (per diffinitionem) Rursus quoniam δκ medium est, & δκ, æquum est ei quod bis sub λο, ον, quod igitur bis sub λο, ον, medium est. Et quoniam patuit quod αι, ipsi ζκ, est incommensurabile: incommensurabile igitur est (per 11 decimi) quadratum quod ex λο, ei quod ex ον quadrato. Ipsæ igitur λο, ον (per 76 decimi) potentia sunt incommensurabiles, efficientes conflatum quidem earū quadratis rationale, quod uerò bis sub ipsis medium. Ipsa igitur λν, irrationalis est appellata minor, & ipsam areolam αβ potest. Quæ igitur ipsam αβ areolam potest, minor est: quod erat ostendendum.*

Euclid. ex Camp. Propositio 90.

SI fuerit linea rationali residuoque quinto superficies cōtēta, la- 90
tus eius tetragonicū erit cū rationali componēs mediale.

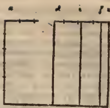
CAMPANVS. Nitere præmissa argumentatione ex diffinitione residui quinti & secunda parte 14 & 9 & 19 & 15 & 72. quod propositum est concludere.

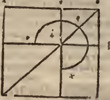
Euclid. ex Zamb. Theorema 71. Propositio 95.

Si areola cōprehendatur sub rationale et quinta apotome, quę areolā 95
potest, est quæ cum rationali medium totum conficit.

THEON ex Zāb. *Areola etenim αβ, cōprehēdatur sub rationali αγ, & quinta apotome αδ. Dico quòd quæ*

quæ ipsam areolã α ζ, potest, est quæ cũ rationali mediũ totum conficit. Sit nanq; (per 79 decimi) ipsi α δ congruens δ ε, ipsæ igitur α ε, ε δ (per 80 decimi) rationales sunt potentia tantũ cõmẽsurabiles, & congruens ε δ, commensurabilis est longitudine ipsi α γ, expositæ rationali. Et tota α ε congruens δ ε maius potest eo quod ex sibi incõmẽsurabili. Si igitur (per 28 sexti) quartæ parti eius quod ex δ ε, æquum ad ipsam α ε (per 17 decimi) comparetur deficiens forma quadrata, in incommẽsurabilia ipsam diuidet. Secetur igitur (per 10 primi), δ ε, bifariam in η signo, & ei quod ex η ε (per 18 decimi) æquũ ad α ε cõparetur forma deficiens quadrata, sitq; quod sub α ζ, ζ ε. Incõmensurabilis igitur est (per 9 & 34 decimi) α ζ, ipsi ζ ε longitudine. Excitenturq; (per 31 primi) per η, ζ, ε, signa ipsi α γ paralleli η θ, ζ ι, ε κ. Et quoniã α ε ipsi α γ longitudine est incõmẽsurabilis, & utræq; sunt rationales, medium igitur est α κ. Rursus quoniam δ ε est rationalis et ipsi α γ longitudine cõmensurabilis, rationale igitur est δ κ. Constituatur igitur (per 14 secundi) ipsi quidẽ α ι æquũ quadratũ λ μ, ipsi autẽ ζ κ, æquum quadratum auferatur ν ξ. Ad eundẽ angulum qui sub λ ο μ sunt ipsa λ μ, & ν ξ, ad eandem igitur diametrum sunt λ μ, ν ξ quadrata. Sit (per 26 sexti) ipsorũ dimetiens ο ρ, describaturq; figura. Similiter iam ostendemus, quòd λ ν, potest ipsam α κ areolam, dico quòd ipsa λ ν, est quæ cum rationali medium totũ conficit. Quoniã enim ostẽsum quod α κ mediũ est, et ei sunt æqua quæ ex λ ο, ο ν, conflatum, igitur ex eis quæ ex λ ο, ο ν, medium est (per correlariũ 23 decimi) Rursus quoniam δ κ rationale est, & ei est æquum quod bis sub λ ο, ο ν, & quod bis igitur sub λ ο, ο ν, rationale est. Et quoniã incommensurabile est α ι ipsi ζ κ, incommensurabile igitur est quod ex λ ο, ei quod ex ο ν. Ipsæ igitur λ ο, ο ν, potentia incommensurabiles efficientes conflatum ex ipsarum quadratus medium, quod autem bis sub ipsis rationales, reliqua igitur λ ν (per 77 decimi) irrationalis est appellata cũ rationali medium totã efficiens. Et ipsam α ζ, areolam potest, quæ igitur ipsam α κ, areolam potest, est quæ cum rationali medium totũ efficit: quod oportuit demonstrare.





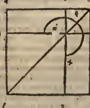
Euclid. ex Camp. Propositio 91.

91 SI linea ratiõali residuoq; sexto superficies cõtineatur, latus tetragonicum quod super eam potest cum mediali constituẽs, totũ mediale esse comprobatur.

CAMPANVS. Nunc quoq; ultimo quod per hanc dicitur præmisso modo satage concludere ex diffinitione residui sexti, & secũda parte 14 & 19 & 73. In his autem omnibus processum tuũ nihil offendere poterit, si primã earũ et perfecte didiceris et memoriter tenueris, et quid quoque supponet soleriter attenderis. Quod si forsan de aliquo in quadrato l m te dubitare contigerit, ad suum æquale in superficie a d tibi recurrendum erit, & patebunt tuo ingenio.

Euclid. ex Zamb. Theorema 62. Propositio 96.

96 Si areola cõprehẽdatur sub rationali & apotome sexta, quæ areolã potest, est quæ cum medio mediũ totum efficit.



THEON ex Zamb. Areola nanq; α β comprehendatur sub rationali α γ & apotome sexta α δ. Dico quòd quæ α β areolã potest, est quæ cũ medio mediũ totũ efficit. Esto enim (per 79 decimi) ipsi α δ cõgruens δ ε, ipsæ igitur α ε, ε δ (per 90 decimi) rationales sunt potentia tantũ commensurabiles. Et neutra ipsarum α ε, ε δ (per 3 diffinitiones) cõmensurabilis est ipsi α γ expositæ rationali longitudine, & tota α ε ipsa δ ε congruente maius potest eo quod ex longitudine incõmensurabili. Quoniam igitur α ε ipsa ε δ, maius potest eo quod ex sibi longitudine incõmẽsurabili, si igitur (per 28 sexti) quartæ parti eius quod ex δ ε, æquũ ad ipsam α ε cõparetur forma deficiens quadrata in incõmensurabilia ipsam (p 17 decimi) diuidet. Secetur igitur (p 10 primi)

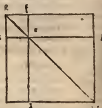
α ν, bifariàm in signo ι, & ei quod ex ι ν (per 28 sexti) æquũ ad ipsam α ν, comparetur forma deficiens quadrata, sitq; quod sub α ζ, ζ ν. Incommensurabilis igitur est (per 18 decimi) α ζ, ipsi ζ ν, longitudine. Sicut autem (per 1 sexti) ι ζ, ad ζ ν, sic α ι ad ζ ν, incommensurabile igitur est (per 9 decimi) α ι ipsi ζ α. Et quoniã ipsæ α ν, ν γ, rationales sunt potentia tantũ cõmensurabiles, medium est α λ. Et quoniam ipsæ α γ, δ ν, rationales sunt longitudine incõmensurabiles, mediũ est & δ ν (per 21 decimi) Quoniam igitur ipsæ α ν, ν δ, potẽtia tantũ sunt commensurabiles, igitur α ν, ipsi δ ν longitudine est incõmensurabilis. Sicut autem α ν ad ν δ sic est α κ ad ν δ sic est α κ, ad δ κ, incommensurabile igitur est α κ, ipsi ν δ. Cõstituatur igitur (per 14 secundi) ipsi α ι, æquũ quadratũ λ μ, ipsi autẽ ζ ν, æquũ auferatur ν ξ, ad eundẽ angulũ ipsi λ μ, circa eũdẽ dimetientẽ igitur (p 26 sexti) sunt ipsa λ μ, ν ξ, quadrata esto ipsorũ dimetiẽs ι ξ, describaturq; figura. Similiter iã ex præcedẽtibus ostẽdemus q̃ λ ν, potest ipsam α β areolã. Dico q. ipsa λ ν est quæ cũ medio mediũ totũ efficit. Quoniã nãq; patuit quod α κ mediũ est & eis est æquale quæ ex λ ο, ι ν: cõflatũ igitur ex iis quæ ex λ ο, ο ν, mediũ est (p correlariũ 23 decimi) Rursus quoniã patuit qđ δ κ mediũ est, et ei æquale qđ bis sub λ ο, ο ν, & qđ igitur bis sub λ ο, ο ν, mediũ est. Et quoniã patuit qđ α κ, ipsi δ λ est incõmẽsurabile, incõmẽsurabilia igitur sunt et quæ ex λ ο, ο ν, sunt quadrata ei quod bis sub λ ο, ο ν. Et quoniã α ι, ipsi ζ ν, est incõmẽsurabile, incõmensurabile est igitur & quod ex λ ο, ei quod ex ο ν. Ipsa λ ο, ο ν, igitur (per 78 decimi) potentia sunt incommensurabiles, efficientes conflatũ ex ipsarum quadratis medium, & quod bis sub ipsis medium insuper quæ ex ipsis quadrata incommensurabilia ei, quod bis sub ipsis. Ipsa igitur λ ο, irrationalis est, appellata cum medio medium totum efficiens: quod erat demonstrandum.

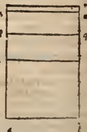
Euclid. ex Camp. Propositio 92.



I ad lineã rationalẽ superficies ęqualis quadrato residui applicetur, alterum latus residuum primum esse necesse est. 92

Campanus. Hæ sex sequentes, sunt cõuersæ sex præcedentium per ordinem. Huius autem primæ hęc est intentio, quod si sit superficies a c adiuncta ad lineam rationalem a b, æqualis quadrato residui quod sit d e, erit eius latus secundũ quod est b c necessario residuum primum. Adijciatur enim lineæ d e quæ proponitur esse residuum, linea per cuius abscisionem ipsa d e fuerit residuũ, sitq; ei adiuncta e f, eritq; ex 68 utraq; duarum linearũ d f & f e, rationalis in potẽtia, & una earũ incõmẽsurabilis alij. Describatur ergo quadratũ lineę f e, quod sit e g, & quadratũ d e quæ posita est esse residuũ, quod sit e h, & adijciantur supplementa d k & f l, eritq; quadratum g h, tanquam quadratũ lineæ d f, et quadratũ e h erit sicut superficies a c. Erit etiam utrunq; quadratorũ g h & g e, rationale. Sit igitur superficies a m adiuncta ad lineã a b, ęqualis quadrato g h, eritq; ob hoc rationalis, quare per 16 linea m n est rationalis, in longitudine, superficies uerò p n sit ęqualis quadrato e g, quæ propter hoc erit rationalis, & per 16 linea m n rationalis in longitudine, itaq; tota linea b n est ratiõalis per 9. Diuidatur autẽ c n per æqualia in q, & ducatur q r æquidistans a b, eritq; ex prima sexti c r æqualis r n. Manifestũ uerò est quod cũ tota superficies a n sit æqualis duobus quadratis g h & e g pariter acceptis quæ sunt quadrata duarũ linearũ d f & f e, & superficies a c sit ęqualis quadrato lineæ d e quod est e h, erit per 7 secundi superficies residua ex a n quæ est c s æqualis duplo superficiei ex d f in f e, quare & horũ dimidia quæ sunt r n & d g, necesse est esse æqualia. Cũq; igitur ex prima sexti sit superficies d g medio loco proportiõalis inter duo quadrata g h & g e, erit quoq; superficies r n medio loco proportionalis inter duas superficies a m & p n, ideoq; per primam sexti erit etiam q n medio loco proportionalis inter duas lineas b m & m n. Cumq; sit q n dimidium lineæ n c, et linea b n diuisa per pũctum m in duo cõmunicantia inter quæ cadit q n medio loco proportionalis, sequitur ex prima parte 13 quod linea b n sit potẽtior linea n c in quadrato lineæ secum cõmunicantis in longitudine.





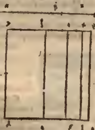
Quia ergo superficies d g est medialis ex 19, ex hypothesi autem superficies c r sibi æqualis medialis, & linea c q rationalis in potentia tantũ per 20, ideoq; etiã duplũ eius quod est linea n c est rationalis tantũ in potentia, quia ergo b n est rationalis in lõgitudine cõmunicantis lineæ a b positæ rationali, & potentior n c in quadrato lineæ sibi incommunicantis in longitudine, sequitur ex diffinitione lineam b c esse residuum primum: quod est propositum.

Euclid.

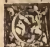
Euclid. ex Zamb. Theorema 73. Propositio 97.

97 Quod ex apotome ad rationalẽ comparatum latitudinem, primam efficit apotomen.

THEON ex Zamb. Sit apotome αβ, rationalis autẽ sit γδ, & ei quod ex αβ, æquũ ad ipsam γδ, cõparetur γε, latitudinem efficiens γζ. Dico q. γζ, est prima apotome. Esto enim (per 79 decimi) ipsi αβ congruens βη, ipsæ igitur αη, ηβ (per 80 decimi) rationales sunt potentia tantũ cõmensurabiles. Et ei quidem quod ex αη (per 44 primi) æquũ, ad ipsam γδ, cõparetur γθ, ei autẽ quod ex βη, comparetur κλ. Totũ igitur γλ, æquũ est eis quæ ex αη, ηβ, quorũ γε æquũ est ei quod ex αβ, reliquũ igitur ζλ, æquũ est ei quod bis sub αη, ηβ. Secetur (per 10 primi) ζμ bifariã in signo ν, et excitetur (per 31 primi) per ν ipsi γδ parallelus νξ. Vtrũq; igitur ipsorũ, ζξ, λν, æquum est ei quod sub αη, ηβ. Et quoniã quæ ex αη, ηβ, rationalia sunt, & eis quæ ex αη, ηβ, æquũ est δμ, rationale igitur est (per diffinitionẽ decimi) δμ. Et ad rationalẽ apponitur γδ, latitudinem efficiens γμ, rationalis igitur est γμ (per 20 decimi) & ipsi γδ longitudine cõmensurabilis. Rursus quoniã quod bis sub αη, ηβ, medium est (per 21 decimi) & ei quod bis sub αη, ηβ, æquum est ζλ, mediũ igitur est ζλ. Et ad ipsam γδ rationalem apponitur latitudinem efficiens ζμ, rationalis igitur est ζμ, & ipsi γδ longitudine incõmensurabilis. Et quoniam quæ ex αη, ηβ, rationalia sunt, quod autẽ bis sub αη, ηβ, medium est, incõmensurabilia igitur sunt quæ ex αη, ηβ, ei quod bis sub αη, ηβ. Et eis quidem quæ ex αη, ηβ æquum est γλ, ei autẽ quod bis sub αη, ηβ, æquum est ζλ, incommensurabile igitur est (per 9 decimi) δμ ipsi ζλ. Sicut autẽ (per 1 sexti) δμ, ad ζλ, sic est γμ, ad ζμ, incommensurabilis igitur est (per 23 decimi) γμ ipsi ζμ, lõgitudine. Et utræq; sunt rationales, igitur γμ, μζ (per 11 decimi) rationales sunt potentia tantũ commensurabiles. Igitur γζ apotome est. Dico insuper q. & prima. Quoniam nẽpe eorũ quæ ex αη, ηβ, medium proportionale est quod sub αη, ηβ, & quod ex αη, æquum est ipsi γθ, ipsi autem quod sub αη, ηβ, est νλ, ei autem quod ex βη, æquũ est κλ, & ipsorum igitur γθ, κλ, medium proportionale est νλ. Est igitur (per 1 sexti) sicut γθ ad νλ, sic est νλ, ad κλ. Sed sicut quidẽ γθ ad νλ, sic est γκ ad νμ, sicut autẽ νλ ad κλ, sic est νμ ad κμ, & sicut igitur (per 11 quinti) γκ ad νμ, sic νμ, ad κμ. Quod igitur sub γκ, κμ (per 17 decimi) æquum est ei quod ex νμ, hoc est quartæ parti eius quod ex ζμ. Et quoniam quod ex αη, ei quod ex ηβ est incommensurabile, commensurabile est γθ ipsi κλ. Sicut autem γθ ad κλ, sic γκ, ad κμ, commensurabilis est igitur (per 11 decimi) γκ ipsi κμ. Quoniam igitur binæ rectæ lineæ sunt inæquales scilicet γμ, μζ, & quartæ parti eius quod ex ζμ æquũ ad ipsam γμ apponitur forma deficiens quadrata quod scilicet sub γκ, κμ, & γκ ipsi κμ commensurabilis est, ipsa igitur μγ, ipsa μζ maius potest eo quod ex sibi longitudine commensurabilis. Et γμ, cõmensurabilis est ipsi γδ, expositæ rationali longitudine. Ipsa igitur γζ (per 85 decimi) apotome est prima. Quod igitur ex apotome ad rationalem comparatum latitudinem, efficit primã apotomẽ: quod erat ostendendum.



Euclid. ex Camp. Propositio 93.

93 Vm adiuncta fuerit superficies æqualis quadrato residui medialis primi ad lineã rationalẽ, alterũ latus eius erit residuum secundum.

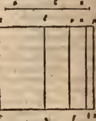
CAMP. Hic erit linea d e residuũ mediale primũ, & linea e f erit linea illa per cuius abscisionẽ d e fuerat residuũ mediale primũ. Dico quod b c erit residuũ secundũ. Quod nescire nõ poteris, si demonstrationi præmissæ (quousq; eam solido amplectaris habitu) institeris, & quales lineas oporteat esse d f & f e uigilanter attenderis: de quo si dubitas, 69 requirenda erit.

Euclid. ex Zamb. Theorema 74. Propositio 98.

98 Quod ex mediæ apotomæ prima ad rationalem comparatũ latitudinem, secundam efficit apotomen.

THEON ex Zãb. Sit mediæ apotome prima αβ, rationalis autẽ esto γδ, & ei quod ex αβ (p 44 primi) æquum ad ipsam γδ, apponatur γε, latitudinẽ efficiens γζ. Dico q. γζ apotome est secunda, esto nanq; ipsi αβ congruens βη, ipsæ igitur αη, ηβ, mediæ sunt potentia tantũ cõmensurabiles, rationale comprehendentes. Et ei quidem quod ex αη æquum ad ipsam γδ comparetur (per 44 primi) γθ, latitudinẽ efficiens γκ, ei autem quod ex ηβ, æquum ad ipsam κθ comparetur κλ latitudinẽ efficiens κμ. Totum igitur γλ, æquũ est eis quæ ex αη, ηβ, medium igitur est & γλ. Et ad ipsam γδ rationalem comparatur, latitudinẽ efficiens γμ, rationalis igitur est & γμ, & ipsi γδ in longitudine incõmensurabilis (per 22 decimi) Et quoniam γλ æquũ est eis quæ ex αη, ηβ quadratis, quorũ quod ex αβ, æquum est ipsi γε, reliquum igitur quod bis sub α

η, ο ζ, æquũ est ipsi ζ λ. Rationale autẽ est quod bis sub α ν, ν β, cõprehenditur: rationale igitur et ζ λ. Et ad ζ ο rationalem comparatur, latitudinem efficiens ζ μ, rationalis igitur est (per 20 decimi) & ζ μ, & ipsi γ δ lõgitudine cõmensurabilis. Quoniam igitur quæ ex α ν, ν β, hoc est ipsum γ λ, medium est, quod autem bis sub α ν, ν β, hoc est ipsum ζ λ rationale, incommẽsurabile igitur est (per 9 decimi) γ λ ipsi ζ λ. Sicut autem γ λ, ad ζ λ sic est γ μ, ad ζ μ, incommensurabilis igitur γ μ, ipsi ζ μ lõgitudine, & utræq; sunt rationales. Ipsæ igitur γ μ, μ ζ, rationales sunt potentia tãtũ cõmensurabiles, ipsa igitur γ ζ, apotome est (per 73 decimi) Dico etiã q, & secũda. Secetur nãq; (per 10 primi) ζ μ bifariam in ν. Exciteturq; (per 31 primi) per ν, ipsi γ δ, parellelus ν ξ, utrunq; igitur ipsorum ζ ξ, ν λ, æquũ est ei quod sub α ν, ν β. Et quoniam (per lemma 53 decimi) ipsorum quæ ex α ν, ν β, quadratorum medium proportionale est quod sub α ν, ν β, & quod ex α ν, æquũ est ipsi γ θ, quod verò sub α ν, ν β, ipsi ν λ quod autẽ ex β ν ipsi κ λ, & ipsorũ igitur γ θ, κ λ, medium proportionale est ν λ (per idem lẽma) Est igitur sicut γ θ ad ν λ, sic ν λ, ad κ λ, sed sicut quidẽ γ θ ad ν λ, sic est γ κ ad ν μ, sicut autẽ ν λ ad κ λ, sic est ν μ ad μ κ. Sicut igitur (p 11 quinti) γ κ ad ν μ, sic est ν μ, ad κ μ. Igitur quod sub γ κ, κ μ (per 17 decimi) ei est æquum quod ex ν μ, hoc est quartæ parti eius quod ex ζ μ. Et quoniã quod ex α ν, cõmensurabile est ei quod ex β ν, cõmensurabile est (per 1 sexti & 11 decimi) & γ θ ipsi κ λ, hoc est γ κ, ipsi κ μ. Quoniã igitur binæ rectæ lineæ inæquales sunt γ μ, & μ ζ, quartæ autem parti eius quod ex μ ζ (per 17 decimi) æquum ad maiorẽ γ μ apponitur deficiens forma quadrata, quod scilicet sub γ κ, κ μ, & ipsam in commensurabilia dispescit, ipsa igitur γ μ ipsa μ ζ (per eandem) maius potest eo quod ex sibi incommensurabili. Et congruens ζ μ (per 85 decimi) est commensurabilis longitudine ipsi γ δ expositæ rationali. Ipsa igitur γ ζ, apotome est secunda (per 3 diffinitiones) Quod igitur a mediæ apotomæ prima ad rationalem comparatum latitudinem, secundam efficit apotomen: quod erat ostendendum.



Euclid. ex Camp. Propositio 94.



Si superficies ęqualis quadrato residui medialis secũdi applicata fuerit ad lineam rationalẽ, alterum latus eius residuum tertium esse conueniet. 94

CAMPANVS. Hic etiam erit d e residuũ mediale secundũ, & sequetur ut sit e b residuum tertium. Quod ut facile concludas, primę demonstrationi insistas & quales lineas conueniat esse d f & f e, ex 70 collige.

Euclid. ex Zamb. Theorema 75. Propositio 99.

Quod ex mediæ apotomæ secunda ad rationalem cõparatum latitudinem tertiam apotomen conficit. 99

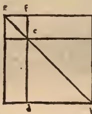
THEON ex Zamb. *Esto mediæ apotome secunda α β, rationalis autem esto γ δ, & ei quod ex α β (per 44 primi) æquum ad ipsam γ δ apponatur γ ε, latitudinem efficiens γ ζ. Dico q, γ ζ est apotome tertia. Sit nãq; α β, congruens β η, ipsæ igitur α η, η β (per 81 decimi) mediæ sunt potentia tantum commensurabiles medium cõprehendentes. Et ei quidem quod ex α η (per 44 primi) æquum ad ipsam γ δ, comparetur γ θ, latitudinem efficiens γ κ, ei autẽ quod ex β η (per eandem) æquum ad ipsam κ θ comparetur κ λ, latitudinem efficiens κ μ. Totum igitur γ λ, æquũ est eis quæ ex α η, η β. Et ea quæ ex α η, η β, media sunt, medium igitur est & γ λ. Et ad ipsam γ δ apponitur, latitudinem efficiens γ μ. Rationalis igitur est γ μ, & ipsi γ δ longitudine incommensurabilis. Et quoniã totũ γ λ, æquum est eis quæ ex α η, η β, quorũ γ ε æquum est ei quod ex α β, reliquum igitur λ ζ (per 7 secundi) æquũ est ei quod bis sub α η, η β. Secetur igitur (per 10 primi) ζ μ, bifariam in ν, signo & ipsi γ δ (p 31 primi) parallelus excitetur ν ξ, utrunq; igitur ipsorum ζ ξ, ν λ, æquũ est ei quod sub α η, η β. Medium autem est quod sub α η, η β, medium igitur est & λ ζ. Et ad ipsam ε ζ rationalem cõparetur, latitudinem efficiens ζ μ, rationalis igitur est (per 22 decimi) ζ μ, et ipsi γ δ, longitudine incommensurabilis. Et quoniam ipsæ α η, η β, potentia tantum sunt commensurabiles, incommensurabilis igitur est (per 9 decimi) α η, ipsi η β longitudine. Incõmensurabile igitur est & quod ex α η, ei quod sub α η, η β. Sed ei quidẽ quod ex α η, cõmẽsurabilia sunt quæ ex α η, η β, ei autem quod sub α η, η β, cõmensurabile est quod bis sub α η, η β. Incõmensurabilia igitur sunt quæ ex α η, η β, ei quod bis sub α η, η β. Sed eis quidẽ quæ ex α η, η β, æquũ est γ λ ei autẽ quod bis sub α η, η β, æquũ est ζ λ. Incõmensurabile igitur est γ λ, ipsi ζ λ. Sicut autẽ γ λ ad ζ λ, sic est*

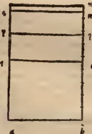
(per 1

(per 1 sexti, & 11 decimi) γμ ad ζμ, incommensurabilis igitur est γμ, ipsi ζμ longitudine. Et utræq; sunt rationales. Ipsæ igitur γμ, μζ, rationales sunt potentia tantum cõmensurabiles. Apotome igitur est γζ. Dico q. & tertia. Quoniam enim quod ex αη commensurabile est ei quod ex ζη, commensurabile igitur est γθ ipsi κλ, quare & γκ, ipsi κμ. Et quoniam eorum quæ ex αη, ηβ (per lemma 53 decimi) mediũ proportionale est quod sub αη, ηβ, & ei quidẽ quod ex αη æquũ est γθ, ei autem quod ex ηζ æquũ est κλ ei: autẽ quod sub αη, ηβ, æquum est νλ, & ipsorum γθ, κλ, igitur (per lẽma 53 decimi) medium proportionale est νλ. Est igitur sicut γθ ad νλ, sic est νλ ad κλ. Sed sicut γθ ad νλ, sic (per 1 sexti) est γκ ad νμ, sicut autem νλ, ad κλ, sic est νμ, ad κμ. Sicut igitur γκ, ad νμ, sic est νμ ad κμ: quod igitur sub γκ, κμ, æquũ est ei quod ex μν hoc est quartæ parti eius quod ex ζμ. Quoniã igitur binæ rectæ lineæ inæquales sunt γμ, μζ, & quartæ parti eius quod ex ζμ (per 17 decimi) æquũ ad ipsam γμ apponitur forma deficiens quadrata, & incõmẽsurabilia ipsam diuidit, igitur γμ ipsa μζ maius potest, eo quod ex sibi cõmensurabili. Et ipsarũ γμ, μζ, neutra cõmensurabilis est longitudine ipsi γδ expositæ rationali. Ipsa igitur γζ (per 95 decimi) apotome est tertia. Quod igitur ex mediæ apotome secunda ad rationalem comparatum latitudinem, efficit tertiã apotomen: quod erat ostendendum. Euclid. ex Camp. Propositio 95.

95 Vm adiuncta fuerit lineę rationali superficies ęqualis quadrato lineæ minoris, latus eius secundum, erit residuũ quartum.

CAMP. Si fuerit d e linea minor, asserit hæc 95 quòd b c erit residuũ quartum. Est autẽ sumẽdum ex 71 quales lineas esse necesse sit d f & f e, cũ d e fuerit linea minor, & est astruendum propositum prẽmisso modo, excepto quòd in hac & duabus sequentibus necesse est lineã b n diuidi ad punctum m in duo incommẽsurabilia, quæ in trib⁹ præmissis diuidebatur necessariò duo cõmensurabilia, nam in tribus præmissis fuerant duæ lineæ d f & f e communicãtes in potentia tantũ, & ideo earũ quadrata cõmunicantia, propter quod & superficies a m & p n quadratis earum æquales communicãtes, quapropter etiam & duæ lineæ b m & m n, ideoq; fuit in tribus præmissis linea b n potentior linea n c, in quadrato lineę secum communicantis in longitudine ex prima parte 13. In hac autẽ & duabus sequentibus sunt duæ lineæ d f & f e incommensurabiles in potentia, ut apparet ex 71 & 72 & 73, & ideo earum quadrata, propter quod & superficies a m & p n incõmensurabiles, propter quod & duæ lineę b m & m n incõmẽsurabiles: ideoq; per primã partẽ 14 tã in hac quàm in duabus sequentibus necesse est lineã b n esse potentiorẽ linea n c, in quadrato lineæ sibi incommensurabilis in longitudine: cætera perquire ut prius.

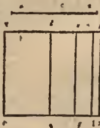




Euclid. ex Zamb. Theorema 76. Propositio 100.

100 Quod ex minori ad rationalem comparatũ latitudinem, efficit quartam apotomen.

THEON ex Zãb. Sit minor αβ, rationalis autẽ esto γδ, & ei qđ ex αβ (per 44 primi) æquum ad ipsam γδ cõparetur γε, latitudinẽ efficiens γζ. Dico q. γζ apotome est quarta. Sit (per 79 decimi) ipsi αβ, cõgruens βη. Ipsæ igitur αη, ηβ (per 80 decimi) potentia sunt incõmẽsurabiles, efficiẽtes cõflatũ ex ijs quæ ex αη, ηβ, quadrata rationale, qđ autẽ bis sub αη, ηβ, mediũ. Et ei quidẽ quod ex αη (per 28 sexti) æquũ ad ipsam γδ cõparetur γθ, latitudinẽ efficiẽs γκ, ei autẽ quod ex βη æquũ ad ipsam κθ cõparetur κλ latitudinẽ efficiẽs κμ. Totũ igitur γλ, æquũ est eis quod ex αη, ηβ, & conflatũ ex ijs quæ ex αη, ηβ, rationale est: rationale igitur est & γλ, & ad rationalẽ γδ comparatur, latitudinem efficiens γμ, rationalis igitur est (per 20 decimi) γμ, & ipsi γδ longitudine commensurabilis. Et quoniã totum γλ æquum est eis quæ ex αη, ηβ, quorum γε, æquum est ei quod ex αβ, reliquũ igitur ζλ (per 7 secundi) æquũ est ei quod bis sub αη, ηβ. Secetur (per 10 primi) ζμ, bifariàm in ν signo. Exciteturq; (per 31 primi) per ν signum, utriq; ipsarũ γδ, μλ, parallelus νξ: utrunq; igitur ipsorũ ζξ, νλ, æquũ est ei quod sub αη, ηβ. Et quoniam quod bis sub αη, ηβ, medium est & ipsi ζλ æquale: medium igitur est &



ζλ. Et ad ipsam ζι rationalē comparetur: latitudinem efficiens ζμ, rationalis igitur est ζμ, & ipsi γδ, longitudine incōmensurabilis. Et quoniā conflatū quidem ex ijs quæ ex αη, ηβ, rationale est, quod aūt bis sub αη, ηβ, mediū: incōmensurabilia igitur sunt quæ ex αη, ηβ, ei quod bis sub αη, ηβ. At γλ, æquum est eis quæ ex αη, ηβ, ei autē quod bis sub αη, ηβ, æquū est ζλ. Incōmēsurabile igitur est (per 9 decimi) γλ, ipsi ζλ. Sicut autē γλ, ad ζλ (p 1 sexti & 11 decimi) sic est γμ, ad μζ. Incōmensurabilis igitur est γμ, ipsi ζμ longitudine. Et utræq; sunt rationales. Ipsæ igitur γμ, μζ (per 73 decimi) rationales sunt potētia tātū cōmēsurabiles. Apotome igitur est γζ. Dico q. & quarta. Quoniā enim ipsæ αη, ηβ, potentia sunt incōmensurabiles, incōmensurabile est igitur & quod ex αη, ei quod ex ηβ. Et ei quidē quod ex αη, æquū est γθ, ei autem quod ex ηβ, æquū est & κλ. Incōmensurabile igitur est γθ, ipsi κλ. Sicut autē γθ ad κλ, sic est γκ ad κμ, incōmensurabilis igitur est (per 9 decimi) γκ ipsi κμ longitudine. Et quoniā ipsorum quæ ex αη, ηβ, mediū proportionale est (per lēma 53 decimi) quod sub αη, ηβ, & id quod ex αη, æquū est ipsi γθ, quod autē ex ηβ, æquum est ipsi κλ, quod uerò sub αη, ηβ, æquū est ipsi νλ, ipsorū igitur γθ, κλ, mediū proportionale est (per idē lēma νλ) Est igitur sicut γθ ad νλ, sic est νλ ad κλ. Sed sicut quidē γθ ad νλ, sic (per 1 sexti) est γκ ad κμ, sicut autē νλ ad κλ, sic est νμ ad κμ, & sicut igitur (p 11 qnti) γκ ad μν, sic est μν ad κμ. Quod igitur sub γκ, κμ, æquū est ei quod ex μν, hoc est quartæ parti eius quod ex ζμ. Quoniā igitur binæ rectæ lineæ inæquales sunt γμ & μζ, & quartæ parti eius quod ex μζ (per 17 decimi) ad ipsam γμ, apponitur forma deficiēs quadrata, qđ scilicet sub γκ, κμ, & in incōmēsurabilia ipsam diuidit, ipsa igitur γμ, ipsa μζ, maius potest eo quod ex sibi incōmensurabili, & tota γμ, ipsi γδ, expositæ rationali cōmēsurabilis est lōgitudine. Ipsa igitur γζ apotome est quarta (per 95 decimi) quod ex minori ad rationalē igitur cōparatū latitudinē, quartā efficit apotomē: quod erat ostendendum. Euclid. ex Camp. *Propositio 96.*

Si ad lineā rōnalē quadrato lineę cū rōnali cōstituētis mediale equalis supficies adiūgat̄, latus eius secūdū, erit residuū qntū. 96

CAMP. Pone similiter hic lineā d e esse illam quæ iūcta cū rationali cōponat totū mediale, & attēde ex 72 quales lineas oporteat esse d f & f e, & cōcludes sine offendiculo, si prius habitæ demonstrationi oportune institeris, lineam b e esse residuum quintum.

Euclid. ex Zamb. *Theorema 77.* *Propositio 101.*

Quod ex ea quæ cū rationali medium totū efficit, ad rationalē comparatum latitudinem, quintam efficit apotomen. 101

THEON *ex Zāb. Sit cū rationali mediū totū efficiēs αβ, rationalis autē esto γδ, & ei quod ex αβ (per 44 primi) æquū ad ipsam γδ, cōparetur γι, latitudinē efficiēs γζ. Dico q. ζγ, apotome est quinta. Sit enim (per 77 decimi) ipsi αβ, cōgruēs βη. Ipsæ igitur αη, ηβ, rectæ lineæ potentia tātū, sunt incōmēsurabiles, efficiētes conflatū quidē ex ipsarū quadratis medium, quod autē bis sub ipsis rationale. Et ei quidē qđ ex αη (per 44 primi) æquū ad ipsam γδ comparetur γθ, ei autē quod ex ηβ, æquū esto κλ. Totū igitur γλ æquū est eis quæ ex αη, ηβ. Quod autē conflatū ex ijs quæ ex αη, ηβ, simul mediū est, mediū igitur est (per 22 decimi γλ) Et ad ipsam rationalē γδ, apponitur, latitudinē efficiens γμ, rationalis igitur est γμ, & ipsi γδ, incōmensurabilis. Et quoniā totū γλ, æquū est ijs quæ ex αη, ηβ, quorū γι, æquū est ei quod ex αβ, reliquū igitur ζλ, æquū est ei quod bis sub αη, ηβ. Secetur inquā (per 10 primi) ζμ, bifariàm in ν, exciteturq; per ν (per 31 primi) utriq; ipsarum γδ, μλ, parallelus νξ. Vtrūq; igitur ipsorum ζξ, νλ, æquum est ei quod sub αη, ηβ. Et quoniā quod bis sub αη, ηβ, rationale est & ipsi ζλ est æquale, ratiōale igitur est ζλ. Et ad rationalē ιζ, cōparatur latitudinem efficiens ζμ, rationalis igitur est (per 20 decimi) ζμ, & ipsi γδ lōgitudine commensurabilis. Et quoniā γλ quidem medium est, at ζλ rationale, igitur γλ ipsi ζλ est incommensurabile. Sicut autem γλ ad ζλ, sic γμ, ad μζ, incommensurabilis igitur est γμ, ipsi μζ longitudine. Et utræq; sunt rationales, ipsæ igitur γμ, μζ (per 73 decimi) rationales sunt potentia tantum commensurabiles. Igitur γζ, apotome est. Dico q. & quinta. Similiter nāq; ostendemus quòd sub γκ, κμ, æquum est ei quod ex νμ, hoc est quartæ parti eius quod ex ζμ. Et quoniā quod ex αη ei quod ex ηβ est incommensurabile, quod uerò ex αη æquum est ipsi γθ, quod autem ex ηβ ipsi κλ, incōmensurabile igitur est γθ, ipsi κλ. Sicut autem γθ ad κλ, sic est γκ, ad κμ. Igitur γκ, ipsi κμ longitudine est incōmensurabilis. Quoniā igitur binæ rectæ lineæ inæquales sunt γμ, μζ, & quartæ parti eius quod ex ζμ (p 17 decimi) æquum ad ipsam γμ apponitur forma deficiens quadrata, & in incōmensurabilia ipsam diuidit, igitur (p 85 decimi) γμ, ipsa μζ, maius potest eo quod ex sibi lōgitudine incōmensurabili Et cōgruens ζμ, ipsi γδ rationali expositæ est cōmensurabilis. Igitur γζ, est apotome quinta. Quod ex ea igitur quæ cum rationali medium totum, & reliqua quæ sequuntur: quod fuerat ostendendum.* Euclid. ex Camp. *Propositio 97.*

Si ad lineā rationalē superficies æqualis quadrato lineæ cū mediali componētis mediale adiungatur, latus eius alterum erit residuum sextum. 97

CAMPANVS. Nunc ultimò conuenit lineā d e esse illā, quæ iuncta cum mediali componit totū mediale, cui adiūcta linea e f (quę uidelicet sit illa per cuius abiectionē linea d e relinquitur quæ proponitur) si quales lineas d f & f e esse oporteat ex 73 didiceris, prioremq́ argumentationē in memoria tenueris, sine obice quoquā lineam b c esse residuum sextum cōcludere poteris. Si autem forsassis in aliquo te hæsitare contigerit, quicquid illud fuerit de quadrato g h ad sibi æqualē superficiē a n conferendum erit, & sic patebit propositum nostrum.

Euclid. ex Zamb. Theorema 78. Propositio 102.

102 Quod ex ea quæ cum medio medium totum efficit, ad rationalē comparatum latitudinem, efficit sextam apotomen.

THEON ex Zāb. *Sit cū medio medium totū efficiēs α β, rationalis autē esto γ δ, & ei quidem quod ex α β (per 44 primi) æquum ad ipsam γ δ, cōparetur γ ε, latitudinē efficiens γ ζ. Dico q. γ ζ sexta est apotome. Sit inquā (per 84 decimi) ipsi α β congruens β η, ipsæ igitur α η, η β, potentia sunt incommensurabiles, efficientes conflatū quidem ex ijs quæ ab ipsis sunt quadratis medium, & quod bis sub α η, η β medium, insuper incommēsurabilia quæ ex α η, η β, et quod bis sub α η, η β. Comparetur inquam ad ipsam γ δ, ei quidem quod ex α η, æquum γ θ, latitudinem efficiens γ κ, et autē quod ex β η, sit κ λ. Totum igitur γ λ, æquum est eis quæ ex α η, η β. Igitur γ λ, medium est. Et ad rationalē γ δ, cōparatur, latitudinē efficiens γ μ: rationalis igitur est (per 22 decimi) γ μ & ipsi γ δ lōgitudine incōmensurabilis. Quoniā igitur γ λ, æquū est eis quæ ex α η, η β, quorū γ ε æquum est et quod ex α β, reliquū igitur ζ λ æquū est ei quod bis sub α η, η β. Et quod bis sub α η, η β, medium est et ζ λ igitur medium est. Et ad ipsam ζ ε, cōparatur, latitudinem efficiens ζ μ, rationalis igitur est (per 22 decimi) ζ μ, & ipsi γ δ longitudine incommensurabilis. Et quoniā quæ ex α η, η β, incōmensurabilia sunt ei quod bis sub α η, η β, & eis quidem quæ ex α η, η β, æquum est γ λ, ei uerò quod bis sub α η, η β, æquū est ζ λ, incommensurabile igitur est γ λ ipsi ζ λ. Sicut autē γ λ ad ζ λ, sic est γ μ, ad ζ μ, incōmensurabilis igitur est (per 9 decimi) γ μ ipsi μ ζ longitudine. Et utræq. sunt rationales, ipsæ igitur γ μ, μ ζ, rationales sunt potentia tantū cōmensurabiles. Apotome igitur est γ ζ (per 73 decimi) Dico q. & sexta. Quoniā ζ λ, æquum est ei quod bis sub α η, η β, secetur (per 10 primi) in ν ipsa ζ μ, bifariam, excitetur q. (per 31 primi) per ν ad ipsam γ δ, parallelus ν ξ. Vtrunq. igitur ipsorū ζ ξ, ν λ, æquū est ei quod bis sub α η, η β. Et quoniā ipsæ α η, η β, potētia sunt incommensurabiles, incommēsurabile igitur est quod ex α η, ei quod ex η β. Sed et quidē quod ex α η, æquum est γ θ, ei autem quod ex η β æquum est κ λ: incōmensurabile igitur est γ θ, ipsi κ λ. Sicut autem γ θ, ad κ λ, sic est γ κ ad κ μ: incōmensurabilis igitur est (per 9 decimi) γ κ, ipsi κ μ. Et quoniā eorū quæ ex α η, η β, medium proportionale est (per lēma 53 decimi) quod sub α η, η β, & quod ex α η, æquum est ipsi γ θ, ei autem quod ex η β, æquū est κ λ, et uerò quod sub α η, η β, æquū est ν λ, ipsorum igitur γ θ, κ λ, medium est proportionale ν λ. Est igitur sicut γ θ ad ν λ, sic est ν λ, ad κ λ, & id propterea iam (per 85 decimi) γ μ, ipsa μ ζ maius potest, eo quod ex sibi incōmensurabili, & ipsarū neutra ipsi γ δ, expositæ rationali est cōmensurabilis, ipsa igitur γ ζ, sexta est apotome. Quod ex ea igitur quæ cum medio, & quæ sequuntur reliqua: quod erat ostendendum.*

Euclid. ex Camp. Propositio 98.



98 OMnis linea residuo cōmensurabilis, ipsa quoq; in termino & ordine est idem residuum.

CAMPANVS. Quod 60 & quatuor eā sequentes de binomio eiusq; comitibus quinq; proposuerūt, hæc 98 & quatuor eā sequētes de residuo suisq; quinq; comitibus uerū esse proponūt, quibus qui usq; ad solitū habitū institerit, has ignorare nō poterit. Quidquid autē in illis de cōmunicāte in lōgitudine & potētia tātū dictū est, in his quoq; idē oportet intelligi, nā omnis linea residuo cōmunicans in longitudine, siue in potentia tantū, ipsa etiā est residuū. Sed si cōmunicat in lōgitudine, non solū est ipsa residuū, sed etiā eiusdē speciei residuū, uerbi gratia, linea cōmunicās in lōgitudine residuo primo, est residuū primū, & secundo communicans est secundū, sic quoq; in cæteris. Quod autē linea communicans residuo in potētia tantū, ipsam quoq; necesse est esse residuū, sed non eiusdē speciei: immo impossibile est, ut linea communicās in potētia tātū residuo primo aut secūdo aut tertio aut quarto aut quinto cadat simul cū eo sub eadē specie, sed necesse est ut ambo cadāt simul sub tribus primis speciebus, aut ambo simul sub tribus postremis. Sit itaq; exēpli gratia, a residuum: cui

communicet b in longitudine, dico quòd b erit residuũ eiusdem speciei cum a. Adiungatur enim linea c ad lineam a, & c illa sit per cuius absciſionẽ a fuit residuum. Et ad b adiungatur alia quæ sit d, ad quam sic se habeat b sicut a ad c, sitq; composita ex a & c e: cõposita uero ex b & d, sit f, eritq; ex permutata proportionalitate a ad b, sicut c ad d, & per 13 quinti erit e ad f, sicut a ad b, uel sicut c ad d. Cum itaq; a communicet cum b, erit per 10 c communicans cum d, et e communicans cum f. Et quia etiam est necessariò ex permutata proportionalitate e ad c sicut f ad d, sequitur per 12 ut si fuerit e potentior c in quadrato lineæ sibi cõmunicantis in longitudine, uel si forte incommensurabilis, sit similiter f potentior d. At quoniam omnis linea communicans in longitudine lineæ rationali, est similiter illi rationalis (similiter dico, quia ambæ erunt rationales in longitudine, uel ambę in potentia tantum) sequitur ex diffinitionibus residuorum ut b sit residuũ eiusdem speciei cum a. Si autem b cõmunicat in potentia tantùm cum a, ipsa quoq; erit residuũ, non tamen eiusdẽ speciei necessariò, sed quemadmodũ dictum est, cuius demonstratio ex ijs quæ in 60 de binomijs dicta sunt, colligenda est.

Euclid. ex Zamb. *Theorema 79.* *Propositio 103.*

Quæ ipsi apotomæ longitudine est commensurabilis, apotome est & in ordine eadem. 103

THEON *ex Zãb. Sit apotome αβ, & ipsi αβ, lõgitudine cõmensurabilis esto γδ. Dico quòd et γδ apotome est, & in ordine eadẽ. Quoniã enim αβ apotome est, sit ei cõgruẽs (per 79 decimi) βε. Ipsæ igitur αε, εβ, (per eandẽ) rationales sunt potentia tantũ cõmẽsurabiles. Et ipsius αβ ad γδ, ratione eadẽ fiat ratio ipsius βε, ad δζ. Et igitur sicut (per 12 quinti) unum ad unũ, omnia sunt ad omnia, est igitur & sicut tota αε, ad totam γζ, sic est αβ, ad γδ. Commensurabilis autẽ est αβ, ipsi γδ lõgitudine, cõmensurabilis igitur est (per 11 decimi) & αε, ipsi γζ, & βε ipsi δζ. Et ipsæ αε, εβ, rationales sunt potentia tantũ commensurabiles, & ipsæ igitur γζ, ζδ, rationales sunt potentia tantũ cõmensurabiles. Apotome igitur est γδ. Dico etiã quòd in ordine eadẽ ipsi αβ. Quoniã est sicut αε, ad γζ, sic est βε, ad δζ, uicißim igitur (per 16 quinti) est sicut αε, ad εβ, sic est γζ, ad δζ. Iam ipsa αε, ipsa εβ, aut maius potest eo quod ex sibi cõmensurabili, aut eo quod ex sibi incõmensurabili. Si quidem αε, ipsa εβ maius potest eo quod ex sibi cõmensurabili, & γζ, ipsa ζδ, (per 14 decimi) maius poterit eo quod ex sibi commensurabili. Et siquidem cõmensurabilis est αε ipsi expositæ rationali longitudine, & (per 13 decimi) γζ, quoq;, si uerò βε, & δζ etiam, si autem neutra ipsarum αε, εζ, & neutra ipsarum γζ, ζδ. Si uerò αε, ipsa εβ, maius poterit eo quod ex sibi incommensurabili, & γζ, ipsa ζδ maius poterit eo quod ex sibi incõmensurabili. Et ipsi αε, ipsi expositæ rationali commensurabilis est longitudine, & γζ, (per 13 decimi) si autem βε, & δζ etiam, si uero neutra ipsarum αε, εζ, neutra etiam ipsarũ γζ, ζδ. Igitur γδ apotome est, & ipsi αβ, in ordine eadem. Quæ ipsi igitur apotomæ, & reliqua quæ sequuntur: quod erat ostendendum.*

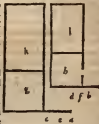
α β ε
γ δ ζ

Euclid. ex Camp. *Propositio 99.*

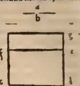


Mnis linea utrilibet residuo mediali communicans, est sub ipsius termino & in ordine residuum mediale. 99

CAMPANVS. Verum est quod dicitur, siue communicet linea cum utrolibet residuo mediali in longitudine, siue in potentia. Sit enim a utrumlibet residuũ mediale, cui b communicet in longitudine uel potentia. Dico quòd b est etiam residuũ mediale, quale fuerit a. Adiungatur enim linea c ad lineam a, & sit c per cuius absciſionem a fuit residuum mediale. Et ad b adiungatur alia quæ sit d, sitq; b ad d, sicut a ad c, totaq; composita ex a & c, sit e: & ex b, d, sit f. Describãtur igitur quadrata c & d, quæ sint g & h, & superficies e in c, sit k, & f in d, sit l. Et quia est ut prius e ad f & c ad d sicut a ad b, sunt autẽ e & c mediales potentia tantũ communicantes ex 69 & 70, sequitur ex 21 ut f & d eis cõmunicãtes sint etiam mediales potentia tantũ cõmunicantes. Constat autem ex prima sexti, quòd sit K ad g sicut e ad c, & l ad h sicut f ad d. Et quia est e ad c sicut f ad d, sequitur ut sit K ad g sicut l ad h. Et permutatim K ad l, sicut g ad h. Cũ ergo g communicet cum h, sequitur ut k cõmunicet cum l. Si igitur k est rationale (quod est in residuo mediali primo) erit etiam per diffinitionem l rationalis, quare per 69 b etiam est residuum mediale primum. Si autem k sit medialis (quod est in residuo mediali secundo) erit per 21 etiã l medialis, ideoq; b per 70 residuũ mediale secundũ: quare cõstat propositũ.



IDEM aliter. Si linea b communicat cum linea a (quæ est utrumlibet residuũ mediale) in longitudine uel in potentia, sit superficies c e adiũcta ad lineam rationalem c d, æqualis quadrato a, & f g æqualis quadrato b, eruntq; ob hoc c e & f g communicantes, quemadmodũ & quadrata linearum a & b eis æqualia, ideoq; per primam sexti & 10 huius, d e & e g sunt communicãtes in longitudine. Et quia si a est residuum mediale primum linea d e est residuum secundum per 93, & si a est residuum mediale secundum linea d e est residuum tertium per 94, at cum d e est residuum secundum, linea e g est etiam residuum secundum, & cum illa tertium similiter, & hæc est tertium per 98, sequitur itaq; ex 87 & 88 ut b sit residuum mediale primum aut secundum, prout fuerit a. Et sic patet quod intendimus.

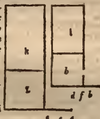


Euclid. ex Zamb. *Theorema 80.* *Propositio 104.*

104 Mediæ apotomæ commensurabilis, mediæ apotomæ est, & in ordine eadem.

THEON ex Zãb. *Sit mediæ apotome αβ, & ipsi αβ cõmensurabilis esto γδ. Dico q. & γδ mediæ apotome est, & in ordine eadem ipsi αβ. Quoniã enim mediæ apotome est αβ, esto ei congruens (per 80 decimi) ipsa βε, ipsæ igitur αε, εβ, mediæ sunt potẽtia tantũ cõmensurabiles, fiatq; (per 12 sexti) sicut αβ ad γδ, sic βε ad δζ: cõmensurabilis igitur est (per 6 decimi) & αε ipsi γζ, & βε ipsi δζ. Ipsæ autẽ αε, εβ, mediæ sunt potentia tantum cõmensurabiles. Ipsæ igitur γζ, ζδ, mediæ sunt in potentia tantũ cõmensurabiles, mediæ igitur apotome est (per 74 & 75 decimi) γδ. Ostendendũ est quòd & in ordine eadẽ est ipsi αβ. Quoniã enim est sicut αε ad εβ, sic γζ ad ζδ sed sicut quidẽ αε ad εβ, sic quod ex αε, ad id quod sub αε, εβ, sicut autem γζ ad ζδ, sic quod ex γζ, ad id quod sub γζ, ζδ, est igitur (per 11 quinti) & sicut quod ex αε, ad id quod sub αε, εβ, sic quod ex γζ, ad id quod sub γζ, ζδ. Et uicissim (per 16 quinti) sicut quod ex αε ad id quod ex γζ, sic quod sub αε, εβ, ad id quod sub γζ, ζδ. Cõmensurabile autẽ est quod ex αε, ei quod ex γζ cõmensurabile igitur est & quod sub αε, εβ, ei quod sub γζ, ζδ. Si quidẽ igitur quod sub αε, εβ, rationale est, rationale est & quod sub γζ, ζδ. Si autem medium est quod sub αε, εβ, mediũ est & quod sub γζ, ζδ, mediæ igitur apotome est γδ, & ipsi αβ, in ordine eadem: quod erat ostendendum.*

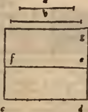




Eucl. ex Camp. *Propositio 100.*

100 I linea aliqua lineæ minori communicet, ipsa quoq; erit linea minor.

CAMPANVS. Facile est hanc probare duplici modo sicut præmissam, siue cõmunicet linea aliqua cum linea minori in longitudine, siue in potentia. Hoc autem apposito, quantum ad primum modũ, quòd cum sit f ad d sicut e ad c, erit ex secunda parte 18 sexti quadratum f ad quadratum d, sicut quadratũ e ad quadratum c, & coniunctim quadrata duarũ linearũ f & d ad quadratum d, sicut quadrata duarum linearum e & c ad quadratum c, & permutatim quadrata duarum linearum f & d ad quadrata duarum linearum e & c, sicut quadratũ d ad quadratum c. Communicat autem quadratum d, cum quadrato c, ergo duo quadrata duarum linearum f & d pariter accepta, communicant cum duobus duarum linearum e & c pariter acceptis. Et quia ex 71 quadrata duarum linearum e & c pariter accepta sunt rationale: erit etiam per diffinitionem & duo duarum linearum f d & d pariter accepta rationale. Cumq; sit superficies K medialis, erit etiam l sibi communicans medialis, igitur ex 71 b est linea minor. Quantum autem ad secundum modum erit per 95 linea d e residuũ quartũ, ideoq; per 98 & linea e g erit etiam residuum quartum, ideoq; etiam per 89 linea b est linea minor.



Euclid. ex Zamb. *Theorema 81.* *Propositio 105.*

105 Minori commensurabilis, minor est.

THEON ex Zãb. *Sit minor αβ, & ipsi αβ, cõmẽsurabilis esto γδ. Dico q. γδ, minor est. Fiãt inquã ſu prædicta. Et quoniã ipsæ αε, εβ, potentia sunt incommensurabiles, & ipsæ γζ, ζδ, potentia sunt incommensurabiles*

ſurabiles. Quoniã igitur eſt ſicut αι, ad ις, ſic eſt γζ ad ζδ, eſt igitur (per 22 ſexti) & ſicut quod ex αι ad id quod ex ιβ, ſic qđ ex γζ ad id quod ex ζδ. Cõponendo igitur (per 18 quinti) eſt ſicut quod ex αι, ιβ, ad id qđ ex ις, ſic eſt quod ex γζ, ζδ, ad id quod ex ζδ, & uiciſsim (per 16 quinti.) Cõmenſurabile autẽ eſt (p 6 decimi) quod ex βι ei quod ex δζ, cõmenſurabile igitur eſt & conflatũ ex ipſarũ αι, ις, quadratis, conflato ex ipſarũ γζ, ζδ, quadratis. Rationale autẽ eſt (per 22 decimi) conflatũ ex ipſarũ αι, ιβ, quadratis, ratiõale igitur eſt (per correlariũ 25 decimi & 12 quinti) & cõflatũ ex ipſarũ γζ, ζδ, quadratis. Rurſus quoniã eſt ſicut quod ex αι ad id quod ſub αι, ιβ, ſic quod ex γζ, ζδ, ad id qđ ſub γζ, ζδ, et uiciſsim: cõmenſurabile autẽ eſt (per 6 decimi) quod ex αι quadratũ ei quod ex γζ, quadrato, cõmenſurabile igitur eſt quod ſub αι, ιβ, ei quod ſub γζ, ζδ. Medium autem quod αι, ιβ, mediũ itidem quod ſub γζ, ζδ. Ipſæ igitur γζ, ζδ, (per 82 decimi) ſunt incommenſurabiles, ſunt efficientes quidem conflatum ex ipſarum quadratis rationale, quod uero bis ſub ipſis medium. Ipſa igitur γδ, minor eſt. Minori cõmenſurabilis igitur, & quæ ſequuntur: quod erat oſtendendum.

α β ε

γ δ ζ

Euclid. ex Camp. *Propoſitio 101.*



Mnis linea communicans lineæ cum rationali componẽti mediale, eſt cum rationali componens mediale. 101

CAMPANVS. Hanc quoq; duplici prædicto modo non eſt difficile probare, ſiue de communicantia in lõgitudine ſiue de communicantia in potentia tantum intelligatur. Sed quantum ad primum modum, erunt duo quadrata duarũ linearum f & d pariter accepta mediale per 21, quemadmodum ſunt duo quadrata duarum linearum e & c pariter accepta ex 72, quibus ipſa communicant, ſuperficies l erit rationalis, per diffinitionem, quemadmodum eſt ſuperficies K ex 72 cui ipſa communicat. Igitur ex 72 b eſt cum rationali componens mediale. Quantum ad ſecundum modum, erit d e reſiduum quintum ex 69, ideoq; & e g ex 98. quare b eſt cum rationali componens mediale per 90.

Figura propoſitionis 100

Euclid. ex Zamb. *Theorema 82.* *Propoſitio 106.*

Cum rationali medium totum efficienti commenſurabilis, & eadem cum rationali medium totum efficiens eſt. 106

THEON *ex Zamb. Eſto cũ rationali mediũ totũ efficiẽs αβ, et ipſi αβ cõmenſurabilis eſto γδ. Dico q; γδ eſt cũ rationali mediũ totũ efficiẽs. Sit inquã (per 79 decimi) ipſi αβ cõgruens βε. Ipſæ igitur αε, εβ (per 80 decimi) potẽtia ſunt incõmenſurabiles, efficiẽtes quidẽ ex ipſarũ quadratis mediũ, quod autẽ ſub ipſis rationale & eædẽ cõſtruãtur. Similiter iã oſtẽdemus ex præcedentibus, qđ ipſæ γζ, ζδ, in eadẽ ſunt ratiõe ipſis αε, εβ, & conflatũ quidem ex ipſarũ αε, εβ, quadratis, cõmenſurabile eſt conflato ex iis quæ ex γζ, ζδ, quadratis, quod autem ſub αε, εβ, ei quod ſub γζ, ζδ. Quare et ipſæ γζ, ζδ, potentia ſunt incõmenſurabiles, efficientes conflatũ quidem ex ipſarum γζ, ζδ, quadratis mediũ, quod autem ſub ipſis rationale. Ipſa igitur γδ eſt cum rationali totum efficiens medium. Cum rationali ergo medium totum efficienti, & quæ ſequuntur reliqua: quod oſtendere oportebat.*

α β ε

γ δ ζ

Euclid. ex Camp. *Propoſitio 102.*



Mnis linea commenſurabilis lineæ cum mediali conſtituens mediale, eſt cum mediali conſtituens mediale. 102

CAMPANVS. Hic quoq; pone lineam aliquam communicare cum ea quæ cum mediali componit mediale, indifferẽter in longitudine uel potentia tantum prout uolueris, & duplici modo præmiſſo ſine difficultate concludes eam quoq; cum mediali componere mediale. Erit etiam quantum ad primum modum, ſuperficies l medialis quemadmodum & k, & duo quoq; quadrata duarum linearũ f d pariter accepta mediale, ſicut & duo quadrata duarum e & c. Et quia duo quoque duarum linearum e & c ad k ſicut duo duarum f & d ad l, cum duo prima non communicent cum duplo K ex 73, neque duo ſecunda communicabunt cum duplo l ex 10. Igitur ex ſeptuageſima tertia b eſt cum mediali componens mediale. Quantum autem ad ſecundum modum, erit d e reſiduum ſextum ex 97, ideoq; & e g ex 98. Quare b eſt cum mediali componens mediale ex 91.

Figura eadem.

Euclid. ex Zamb. *Theorema 83.* *Propoſitio 107.*

Cum medio medium totum efficienti commenſurabilis, & eadem cum medio medium totum efficiens eſt. 107

THEON

THEON ex Zāb. Esto cū medio mediū, totū efficiēs αβ, & ipsi αβ, cōmensurabilis esto γδ. Dico q. γδ cū medio mediū totū efficiēs est. Sit (p 78 decimi) ipsi αε, cōgruēs εβ, et eadē cōstruātur. Ipsæ igitur αε, εβ, (per eādem potentiā) sunt incōmensurabiles, efficientes conflatū ex ipsarū quadratis mediū, & quod sub ipsis mediū, & insuper incōmensurabile conflatū quidē ex ipsarū quadratis ei quod sub ipsis. Suntq; sicut ostensum est, ipsæ αε, εβ, cōmensurabiles ipsis γζ, ζδ, conflatum ex ipsarū αε, εβ, quadratis cōflato ex iis quæ ex γζ, ζδ, quod autem sub αε, εβ ei quod sub γζ, ζδ. Et ipsæ igitur γζ, ζδ, potentia sunt incōmensurabiles, efficientes conflatū ex ipsarū quadratis mediū, & quod sub ipsis mediū, & insuper incōmensurabile conflatum ex ipsarum quadratis ei quod sub ipsis. Igitur γδ, cum medio medium totum efficiens est. Cum medio medium totum igitur, & quæ sequuntur reliqua: quod erat ostendendum.

Euclid. ex Camp. Propositio 103.

103 SI de superficie rationali superficies medialis abscindatur, linea in reliquam superficiem potens, erit alterutra duarum irrationaliū aut residuū, aut linea minor.

CAMPANVS. Sit enim tota superficies constans ex a & b, rationalis, a qua detrahatur b quæ sit medialis. Dico quòd linea potens in a reliquum, aut est residuum aut linea minor. Esto nanq; linea c d rationalis, superficiesq; c e sibi adiuncta sit tanquam a, & f g tanquam b, & tota c g sicut tota a b, eritq; c g rationalis, ideoq; per 16 linea d g rationalis, in longitudine, & f g medialis, ideoq; per 20 e g rationalis in potentia tantum, est igitur ex diffinitione linea d e, residuum primum aut quartum, ergo per 86 & 89 linea potens in superficiem c e, & ideo in superficiem a sibi æqualem est residuū aut linea minor. Quod est propositum.

Euclid. ex Zamb. Theorema 84. Propositio 108.

103 A rationali, media ablata, reliquam areolam potēs una duarum irrationaliū est, uel apotome uel minor.

THEON ex Zamb. A rationali enim βγ, auferatur media βδ. Dico quòd quæ reliquam areolam δγ potest, una duarum irrationalium est, uel apotome uel minor. Exponatur enim rationalis ζε, & ipsi (per 44 primi) æquum ad ipsam ζε, comparetur rectangulū parallelogrammū εθ. Ipsi autem δβ, æquū auferatur εκ, reliquū igitur δγ, (per 3 communē sententiā) æquum est ipsi λθ. Quoniam igitur βγ rationale est, mediū autem βδ, æquum uero βγ ipsi εθ, & βδ, ipsi εκ, rationale igitur est εθ, mediū autem εκ, & ad ipsam ζε comparetur, rationalis igitur est (per 20 decimi) ζθ, & ipsi ζε, cōmensurabilis longitudine, rationalis autem (per 22 decimi) ζκ, & incōmensurabilis longitudine ipsi ζε. Incōmensurabilis igitur est (per lēma 12 decimi) ζθ ipsi ζκ longitudine. Et utræq; rationales, ipsæ igitur ζθ, ζκ, rationales sunt potentia tantum cōmensurabiles. Apotome igitur est κθ, congruēs autem ei est κζ. At ζθ, ipsa κζ aut maius potest eo quod ex sibi commensurabili, aut eo quod ex sibi incommensurabili. Possit prius eo quod ex sibi cōmensurabili, & tota θζ, commensurabilis est ipsi ζε, expositæ rationali lōgitudine, apotome igitur prima est κθ, (p 3 diffinitiones & 85 decimi) Areolam autem sub rationali & apotome prima cōprehensam potens, apotome est (per . 1 decimi) Quæ igitur λθ, hoc est δγ potest, apotome est. Si autem θζ, ipsa ζκ maius potest eo quod ex sibi incommensurabili, & tota ζθ cōmensurabilis est longitudine expositæ rationali ζε apotome quarta est κθ. Areolā autem sub rationali & apotome quarta cōprehensam potens, minor est (per 94. decimi) A rationali media ablata igitur, reliquā, & quæ sequūtur reliqua: quod erat ostēdēdum.

Eucl ex Camp. Propositio 104.

104 SI de superficie mediali superficies rationalis detrahatur, linea in reliquam superficiem potēs erit alterutra duarum irrationalium linearum, aut residuum mediale primum, aut cum rationali componens mediale.

CAMP.

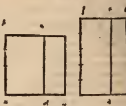


CAMPANVS. Hæc quoque sicut præmissa probatur. Erit enim tota a b medialis, b autem rationalis, & tunc dico quòd in a reliquum potest, aut est residuum mediale primum, aut cum rationali componens mediale. Cum enim c g æqualis sit a b, erit per 20 linea d g rationalis in potentia tantum. & cum sit f g æqualis b, erit per 16 linea e g rationalis in longitudine, ergo à diffinitione erit linea d e, residuum secundum aut quintum, quare per 87 & 90 latus tetragonicum superficiei c e, & ideo superficiei a, est residuum mediale primũ, aut cum rationali componẽs mediale: quod est propositum nostrum.

Euclid. ex Zamb. *Theorema 85.* *Propositio 109.*



A medio, rationali sublato, aliæ duæ irrationales fiunt uel mediæ apotomæ prima, uel cum rationali medium totum efficiens. 109

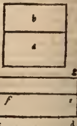


THEON ex Zãb. *A medio βγ, rationale auferatur βδ. Dico quod quæ reliquũ potest εγ, una duarũ irrationaliũ est, aut mediæ apotomæ prima, aut cum rationali medium totum efficiens. Exponatur enim rationalis ζη, & comparentur similiter areolæ. Consequenter est autem rationalis quidem ζθ, & ipsi ζη longitudine incommensurabilis. Rationalis autem est (per 22 decimi) ηζ, & ipsi ζε, longitudine commensurabilis. Ipsæ igitur ζδ, ζη, (per 20 decimi) rationales sunt potẽtia tantum commensurabiles. Apotome igitur est ipsa ηδ. Congruẽs autẽ est ζη. At ζθ, ipsa ζη, uel maius potest eo quod ex sibi cõmensurabili, uel ex eo quod ex incommensurabili. Si quidem θζ, ipsa ζη, maius potest eo quod ex sibi commensurabili & est congruens (per 80 decimi) ζη commensurabilis ipsi ζε expositæ rationali longitudine, ipsa ηθ apotome est secunda (per 3 diffinitiones) Rationalis autem est ζη. Quæ autem potest quod sub rationali & apotome secunda, mediæ est prima (per 92 decimi.) Quare λδ, hoc est γε, potẽs, mediæ apotomæ est prima. Si autem θζ, ipsa ζη maius potest eo quod ex sibi incommensurabili, & ζη congruens est commensurabilis longitudine ipsi ζε, expositæ rationali, apotome quinta est ηθ. Quare ipsam εγ potens, (per 95 decimi) cum rationali mediũ totum efficiens est. A medio igitur, rationali sublato, & quæ sequuntur reliqua: quod erat ostendendum.*

Euclid. ex Camp. *Propositio 105.*



SI superficies medialis de superficie mediali detrahaẽ, fueritque reliqua toti incommẽsurabilis, quæ in ipsam reliquã potest alterutra erit duarum irrationaliũ, uidelicet aut residuũ mediale secundum, aut cum mediali componens mediale. 105



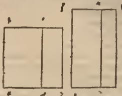
CAMPANVS. Si a duarum præmissarum demonstratione non deuias, concludes sine difficultate propositum. Sint enim tota a b & b mediales, & sit a reliqua incommensurabilis toti (aliter enim esset a medialis ex 21, & eius latus tetragonicum mediale ex 19) tunc dico quòd linea potens in a, est residuum mediale secundũ, aut cum mediali componens mediale. Nam cum sit c g æqualis a b, erit per 20 linea d g rationalis in potentia tantum, per eandem quoque cum sit f g æqualis b, erit etiam e g rationalis in potentia tantum, & cum sit a incommensurabilis toti a b, erit etiam f g incõmensurabilis c g, ideoque per primam sexti & 10 huius erit etiam e g incommensurabilis d g, igitur à diffinitione linea d e, erit residuum tertium, aut sextum, quare per 88 & 91 latus tetragonicum superficiei c e, & ideo superficiei a, est residuum mediale secundum, aut cum mediali componens mediale.

Euclid. ex Zamb. *Theorema 86.* *Propositio 110.*

A medio, medio ablato incõmensurabili toti, reliquæ duæ irrationales fiunt, uel mediæ apotomæ secunda, uel cum medio mediũ efficiens. 110

THEON

THEON ex Zamb. *Auferatur enim sicut in præcedentibus descriptionibus, à medio βγ, medium γδ, incommensurabile toti. Dico quòd quæ εγ potest, una est duarum irrationalium, aut mediæ apotomæ secunda, uel cum medio medium totum efficiens. Quoniam enim medium est (per 22 decimi) utrunque ipsorum, γβ, βδ, & γβ, ipsi βδ, est incommensurabile, erit per consequens rationalis utraque ipsarum ζθ, ζη, & ipsi ζη longitudine incommensurabilis. Et quoniam incommensurabilis est βγ, ipsi γδ, hoc est εθ ipsi ηκ, incommensurabilis est (per 1 sexti & 11 decimi) & ζθ, ipsi ζκ, & ipsæ igitur θζ, ζη (per 73) rationales sunt potentia tantum commensurabiles. Apotome igitur est ηθ, congruens autem est ζκ. At θζ, ipsa ζκ maius potest, aut eo quod ex sibi commensurabili, aut eo quod ex sibi incommensurabili. Siquidem igitur θζ, ipsa ζκ, maius potest eo quod ex sibi commensurabili: & neutra ipsarum θζ, ζη commensurabilis est ipsi ζε, expositæ rationali longitudine, apotome tertia est ipsa κθ. Rationalis autem κλ. Quod autem sub rationali & apotome tertia comprehensum rectangulum, irrationale est, & quæ illud potest irrationalis est, appellaturque mediæ apotomæ secunda (per 93 decimi) quare λθ, hoc est εγ, potens mediæ est apotomæ secunda. Si autem θζ, ζκ, maius potest eo quod ex sibi incommensurabili longitudine, & neutra ipsarum θζ, ζη, ipsi ζε, longitudine est commensurabilis, apotome sexta est θη. Quæ autem potest id quod sub rationali & apotome sexta, est cum medio medium totum efficiens, quare quæ ipsum λθ, hoc est εγ potest, cum medio medium totum efficiens est (per 96 decimi) A medio igitur, medio ablato, & quæ sequuntur reliqua: quod erat ostendendum.*



Euclid. ex Camp. Propositio 106.

106  Inearum irrationalium quæ sunt residuum & post ipsam subsecutæ, ullam, alij termino & ordine subesse impossibile est, residuo quoque, binomij terminũ uel ordinem conuenire, non est possibile.

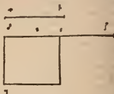
CAMPANVS. Vult autem per hanc 106, quod residuum, & aliæ quinque lineæ irrationales eam sequentes differunt specie & diffinitione adinuicem, & nulla linea una potest esse sub duabus neque sub pluribus speciebus harum sex linearum irrationalium quæ sunt residuum, & eius quinque comites, & quod omnes species residui differunt ab omnibus speciebus binomij, nec est possibile lineam unam simul esse residuum & binomium cuiuscunque speciei residui uel binomij. Pars prima sic constat, quoniã superficies æquales quadratis residui & suarum quinque comitum cum adiunguntur ad lineam rationalem, habent secunda latera necessariò diuersa ab inuicem ex 92 & quinque eam sequentibus, sunt autem secunda latera residuum primum & secundum & deinceps usque ad sextum. Secunda pars constat hoc modo. Si eadem linea potest esse simul residuum & binomium sit a, cuius quadrato superficies æqualis adiungatur ad rationalẽ lineam b c, sitque b d, eritque ex 54 linea c d binomiũ primum, & ex 92 residuum primum, inquantum ergo binomium primum, diuidatur in suas binomiales portiones ad punctum e, sitque maior portio c e, quæ erat rationalis in longitudine per diffinitionem, inquantum autem est residuum primum, ei adiungatur d g, per cuius abscisionem fuerat residuum primum, eritque etiam ex diffinitione c g rationalis in longitudine. Cum itaque sit utraque duarum linearum c g & c e rationalis in longitudine, erit etiam per 9 linea e g rationalis in longitudine. At quia linea d e est rationalis in potentia tantum, cum ipsa sit per hypothesin minor portio binomij primi, erit per 68 linea d g residuum, & quia ipsa erat rationalis in potentia tantum, cum per eins abscisionem esset linea c d residuum, sequitur impossibile per 68. Quod ut clarius pateat, esto superficies b d adiuncta ad lineam rationalẽ b c, æqualis quadrato lineæ d g. Cũm itaque linea d g sit rationalis in potentia, erit per 16 linea c d rationalis in longitudine. At cum etiam linea d g sit residuũ, erit ex 92 linea c d residuum primum, quod esse non potest, cum linea quæ dicitur residuum, sit irrationalis per 68.



Euclid. ex Zamb. Theorema 87. Propositio 111.

111 Apotome non est eadem ei quæ ex binis nominibus.

THEON *ex Zamb. Esto apotome αβ. Dico quòd αβ non est eadem ei quæ ex binis nominibus. Si enim possibile est, esto, exponatur rationalis δγ. Et ei quod ex αβ (per 44 primi) æquũ ad ipsam γδ, comparetur rectangulum γε, latitudinem efficiens δε. Quoniam igitur apotome est αβ, apotome igitur est (per 93 decimi) prima ipsa δε. Esto ei (per 79 decimi) congruens εζ, ipsæ igitur δζ, ζε, rationales sunt potentia tantum commensurabiles, & δζ, ipsa ζε maius potest eo quod ex sibi incõmensurabili, & δζ, commensurabilis est ipsi δγ expositæ rationali longitudine. Rursus quoniam ex binis nominibus est αβ, ex binis igitur nominibus est prima (per 60 decimi) ipsa δε. Diuidatur (per 42 decimi) in nomina in η, sitq; maius nomen δη, ipsæ igitur δη, ηε, rationales sunt potentia tantum commensurabiles, & δη, ipsa ηε maius potest, eo quod ex sibi commensurabili, & δη, commensurabilis est longitudine ipsi δγ expositæ rationali, & δζ igitur ipsi δη longitudine est commensurabilis. & reliqua igitur ηζ (per 12 decimi) commensurabilis est longitudine ipsi δζ. Quoniam igitur δζ, ipsi ηζ est commensurabilis, rationalis autem est δζ, rationalis igitur est & ηζ. Quoniam igitur commensurabilis est δζ ipsi ηζ, incommensurabilis autem est δζ, ipsi ζε, incommensurabilis igitur est longitudine ζη ipsi ζε, & sunt rationales. Ipsæ igitur ηζ, ζε, rationales sunt, potentia tantum commensurabiles. Apotome igitur est (per 73 decimi) ηε, sed & rationalis, quod est impossibile. Igitur apotome non est eadem ei quæ ex binis nominibus: quod erat ostendendum.*



Euclid. ex Camp. Propositio 107. 107

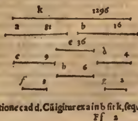


Linea quæ residuum dicitur, ulla ue irrationalium, quæ post eam sunt, nequit esse sub termino binomij, aut sub termino & ordine ullius cæterarum linearum irrationalium quæ binomium subsequuntur. Cùm autem possibile sit linearum irrationalium seriem in infinitum produci, non est possibile ullam earum cum ea quæ præcesserit in termino & ordine conuenire.

Campanvs. Vult per hanc ultimam libri decimi, quòd tredecim irrationales lineæ, de quibus in hoc decimo demonstratum est, (& ipsæ sunt linea medialis, binomium & eius quinq; comites residuum & eius quinq; comites) sint abinuicem singulæ à singulis specie differentes, & quòd nulla linea una potest esse simul sub duabus aut pluribus speciebus earum, & quòd species linearum irrationalium possunt in infinitum produci, quarum nulla cum alia cõueniat in diffinitione & ordine. Quod autem hæ tredecim lineę, uidelicet medialis, binomiũ & eius quinq; comites, residuũ & eius quinq; comites, sint irrationales, demonstratũ esse superius memento: de mediali quidem, ex 19, de binomio autẽ & eius quinq; comitibus, ex 30 & quinq; eam sequentibus, at uerò de residuo suisq; quinq; comitibus, ex 68, & quinq; eam sequẽtibus. Nullam autem harũ tredecim linearum irrationaliũ posse conuenire in specie cum aliqua aliarũ, sic collige. Esto enim ut ad unã eandemq; lineã rationalem in longitudine adiungãtur superficies æquales quadratis prædictarũ tredecim linearũ irrationalium, secundũ quòd ordine se inuicẽ sequuntur, eritq; ex 20 secundum latus primæ istarum tredecim superficierum & quinq; eam sequẽtium, rationale in potentia tantum. Secunda autẽ latera secundę istarum tredecim superficierum & quinq; eam sequentium esse omnes species binomiorũ per ordinẽ, uidelicet binomium primum, secundũ, & deinceps usq; ad sextũ, ex 54 & quinq; eam sequentibus demonstratũ esse memineris. Secunda uerò latera octauæ superficiei & quinq; eam sequentiũ, sunt species residuorũ in ordine, uidelicet residuum primum & residuum secundũ, & deinceps usq; ad sextum, quod ex 92 & quinq; eam sequentibus didicisti. Cùm igitur ipsa linea rationalis in potentia tantum nõ conueniat cum aliqua specie binomiorũ aut cum aliqua residuorum, quoniam omne binomium per 30 et omne residuum per 68 est linea irrationalis & in longitudine & in potentia: & cùm nulla species residuorum conueniat cum aliqua specie binomiorum ex secunda parte penultimæ huius decimi, sequitur ut omnia secunda latera harũ tredecim superficierũ sint abinuicẽ diuersa, ideoq; per primã sexti & ipsæ tredecim superficies sunt diuersæ, cũ earũ omniũ altitudo sit una, quare etiã hæ tredecim lineę irrationales propositę, sunt singulę à singulis diuersę. Possunt aũt harũ tredecim linearũ irrationaliũ species, in infinitũ produci, infinitę enim sunt species linearũ medialiũ, infinitę quoq; binomiorũ, & sic de singulis. Quod hoc modo cõstat. Esto linea a medialis, sumaturq; unitas & quotlibet numeri primi ut 3 5, & 7,

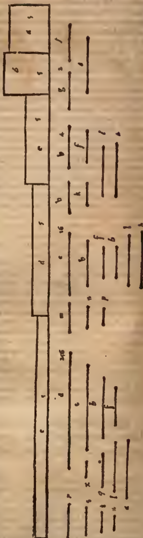
5,& 7,& sint totidem lineæ b,c,d, quot sunt sumpti numeri primi, sintq; quadrata istarum linearum b c d ad quadratum a, sicut hi numeri primi ad unitatem, eruntq; lineæ b c d, mediales ex 21, quoniam ipsæ communicant in potentia cum linea a mediali. Omnes autem erunt diuersæ in longitudine ab a, & a se inuicem per ultimam partem 7: quoniã nullius istorum numerorum ad unitatem, nec alicuius eorum ad alterum per 16 & 8 & correlarium secundæ octaui & præsentis hypothesis est proportio sicut numeri quadrati ad numerum quadratum, erit ergo a & omnes sibi communicantes in longitudine, sub prima specie linearum medialium, b uero & omnes sibi communicãtes in longitudine, sub secunda, c autem & omnes eidem communicantes uel commensurabiles, sub tertia, d quoq; & omnes sibi communicantes in longitudine, sub quarta. Et quia numeri primi sunt infiniti ut ex 21 noni didistici, necesse est species linearũ medialium esse infinitas. Quod autem est dictum de linea mediali: intellige de binomio suisq; quinq; comitibus, & residuo suisq; quinq; comitibus, nam sicut omnis linea communicans mediali est medialis, siue communicet ei in longitudine siue in potentia, ut probatum est in 21. ita etiam omnis linea communicans binomio aut alicui suarum quinq; comitum, uel etiam residuo aut alicui suarum quinq; comitum in lõgitudine uel in potentia, est secum sub eadem specie, ut probatum est in 60 & quatuor eam sequentibus, & 98 & quatuor eam sequentibus. Sunt igitur species harum tredecim linearum irrationalium infinitę, quarum nulla conueniet cum pręcedenti in ordine uel diffinitione. Conuenit quoq; aliter demonstrare, species linearum irrationalium esse infinitas. Nam omne latus tetragonicum superficiei dictæ à numero non quadrato, est irrationale per ultimam partem 7 & per diffinitionem. Cùm itaq; tales numeri sint infiniti, erunt etiam species harum linearum irrationalium infinitæ. Tertio modo cõtingit secundam partem huius ultimæ conclusionis libri decimi sic exponi, ut dicamus ab unaquaq; linea rationali in potentia tantum, infinitas linearum irrationalium species produci, quarum nullam cum aliqua earum quæ ipsam præcesserint, possibile est in diffinitione & ordine cõuenire. Verbi gratia, Sumatur aliqua superficies rationalis dicta à numero non quadrato ut 5, eritq; latus eius tetragonicum irrationale in longitudine, quoniam ipsum est incommensurabile lateri tetragonico superficiei rationalis dictæ à numero quadrato ex ultima parte 7. Dico ergo quòd huius lateris latus, itemq; secundi lateris latus, & rursus huius tertij lateris latus, & sic in infinitum, sunt lineæ irrationales tam in longitudine quàm in potentia, & quod nulla earum conuenit diffinitione uel specie cum aliqua quę eam præcesserit in ordine: estq; latus tetragonicum præmissæ superficiei quæcunq; dicta fuerit à numero non quadrato earum omnium sicut radix & principium, & quælibet ipsarum est principium omnium ipsam sequentium, & quæcunq; ab aliquo tetragonico latere cuiusq; talis superficiei proficiscuntur, diuersæ sunt in longitudine & potentia ab omnibus quæ à quoquam alio tetragonico lateris tàlis superficiei generantur. Et hoc dico, cum ipsarum superficierum non fuerit proportio sicut numerorum quadratorum. Hæc autem ut possimus firma demonstratione colligere, antecedens ad ipsa præmittere oportet. Sitq; istud,

Quibuslibet duobus inuicem ductis si quid licet producatur, quota latera tetragonica duorum præcedentium inuicem duces, totum tetragonicum latus ipsius producti produces.



Verbi gratia. Sit ut ex a in b fit k: at c d sint latera tetragonica a & b: fiat autem e, ex c in d: sintq; iterũ f & g latera tetragonica c & d, & fiat h ex f in g. Dico quòd h est latus tetragonicum e, & quod e rursus est latus tetragonicũ k. Cùm enim ex f in se & in g fiant c & h, erit c ad h sicut f ad g, sed & sic h ad d, sicut f ad g, eo quod ex g in f & in se fiunt h & d, sunt igitur c h d, continue proportionales. Itaq; ex h in se, quantũ ex c in d, quare h, est latus tetragonicum e. Eadem quoq; rõne cũ ex c in se fit a, & in d fit e, & ex d in se fit b, erunt etiã a e b, continue proportionales in proportione c ad d. Cũ igitur ex a in b fit k, sequi

tur etiam ut ex e in se sit k, quare e est latus tetragonicum k. Constat itaq; quod dicitur. Restat itaq; demonstrare quod propositum est. Sit igitur superficies a, rationalis, dicta à numero non quadrato ut 5, sitq; linea a, eius tetragonicum latus, & sumantur quotlibet lineæ rationales in longitudine quæ sint b c d e. Sintq; dictæ à numeris quorum quilq; præcedens sit tetragonicum latus proximo sequentis, ut si b sit 2, c 4, d 16, e uero 256, ad has autem lineas rationales in longitudine, adiungatur superficies æqualis a, eruntq; secunda latera singularũ rationalia in longitudine per 16: ut secundum latus b, 2 & dimidium, secundum c, unum & quarta, secundum uerò d, una quarta & una 16, at uero superficiei e secundũ latus, erit una 64 & una 256. Sit ergo f tetragonicum latus b: g uerò sit tetragonicum latus secundi lateris superficiei b, eritq; per præmissam antecedens ut ex f in g fit a. Rursus sit h tetragonicum latus secundi lateris c, k quoq; sit tetragonicum latus h, eritq; per prædictum antecedens ut ex b in h sit a, & ex f in k sit tetragonicum latus a, quòd sit l. Sit iterum m tetragonicũ latus secundi lateris superficiei d, sed cum n sit tetragonicum latus m, & p tetragonicũ n, eritq; per prædictum antecedẽs ut ex c in m fiat a, & ex b in n l, & ex f in p tetragonicum latus l quod sit q. Amplius autem sit r, tetragonicum latus lateris secundi superficiei e, sit quoq; s tetragonicum r & t s, sit & u tetragonicum t, sequiturq; per dictum antecedens, ut ex d in r fiat a, & ex c in s l, & ex b in t, sit q, & etiã ex f in u, tetragonicũ latus q, quod sit x, & sic in infinitum. Dico ergo has lineas a l q x, quarum a est tanquã radicale principium, esse irrationales, a quidem in longitudine tantum, cæteræ uerò in longitudine & in potentia, & dico quòd nulla earum conuenit cum alia in diffinitione uel ordine. Cùm enim ex f in g & k fiãt a & l: erit a ad l, sicut g ad k. Et quia ut patet ex dictis hypothesibus g & k sunt incommẽsurabiles in longitudine & in potentia, sequitur etiã ut a & l sint incõmensurabiles in longitudine & in potentia. Ea dẽ ratione a & q, est enim a ad q, sicut g ad p. Et propter eandem causam etiam a & x, cum sint sicut g & u. Et hac uia quoq; necesse est, ut l & q sint simpliciter incõmensurabiles tam in lõgitudine quàm in potentia, cum enim ex f in k & p, fiant l & q, erit l ad q, ut k ad p. At k & p nec cõmensurabiles sunt in longitudine nec in potentia. Si enim sint, erunt h & n commensurabiles, sed nõ sunt, at uerò l & x oportet esse utroq; modo incõmensurabiles, est enim l ad x sicut k ad u, eo quòd ex f in k & u fiunt l & x. Sunt autẽ k & u, utroq; modo incõmensurabiles, sin autẽ accider d & h esse cõmensurabiles, quòd est inconueniens, q uerò & x quod sint quoq; incommensurabiles, potentia & lõgitudine, ex eo patet, quòd est q ad x sicut p ad q: constat autem quod p & u sunt incommensurabiles, nam si non, erunt n & c cõmensurabiles, ideoq; m & s, sed non sunt. Manifestum est itaq; infinitas lineas irrationales in longitudine & in potentia incommẽsurabiles, & ideo diffinitione & specie differentes, produci ex linea a rationali in potentia tantum. Restat autem nunc ostendere quòd quæcunq; irrationales lineæ ab aliqua linea rationali in potẽtia tantum hac uia generãtur, diuersæ sunt ab omnibus tam in lõgitudine quàm



in

in potentia quæ à qualibet alia linea rationali in potentia tantum quadratū, cuius ad quadratum prioris nō sit sicut numeri quadrati ad numerum quadratū, hac eadem uia egrediūtur: hoc quoq; sic constat. Sint a & b rationales in potētia tantum siue tetragonica latera duarum superficierum dictarum à numeris non quadratis: sitq; ut illi numeri non sint in proportione aliquorum numerorum quadratorum, lineæ quoq; quæ procedunt hac uia ab a, sint c d e, & a b procedant f g h. Dico quòd nulla ex lineis c d e communicat in longitudine uel potentia cum aliqua ex lineis f g h, cum enim sint c & f tetragonica latera a & b, at d & g tetragonica latera c & f, & e & h, tetragonica latera d & g, non est possibile ut aliqua ex c d e, communicet cum sua compari ex f g h, uel longitudine uel potētia. Si enim alterutro modo communicet e cum h, sequitur ut d communicet cum g, & c cum f, quare & a cum b etiam in longitudine, quod est contra hypothesin. Vniuersaliter autem uerum est dicere quamlibet harum esse utroq; modo incōmensurabilem cuilibet. Dato namq; quod d communicet cum h etiam in potentia tantum, sequitur ut c quoq; communicet cum g, & a cum f, quod non est possibile. Attendere autem oportet, quòd cum dico latus lateris, nihil aliud intelligo quàm latus superficiei denominatæ à latere priori, unde tetragonicum latus lineæ a, uoco lineam illam quæ potest in superficiem dictam a linea a, talis autem superficies est quam continet linea a & linea rationalis in longitudine dicta ab uno. Si ergo libet inuenire tetragonicum latus cuiuslibet lineæ, sit linea a, cuius tetragonicum latus uolo inuenire, b uerò sit linea rationalis in longitudine dicta ab unitate, & ipsa est minima omnium linearum rationalium numeratarum ab integris, medio loco proportionalis inter eas sit c, est igitur per 16 sexti c tetragonicum latus a: idē enim fit ex a in b & ex c in se. At uero ex a in b fit superficies dicta ab a. Quicquid enim à quolibet in unum ducto producitur, ab eo quod unum multiplicat, denominatur. Et nota quòd cum c fuerit latus tetragonicum lineæ a, indifferenter contingit lineam c esse maiorem linea a & minorem, prout b etiam fuerit maior aut minor.

THEON ex Zamb. *Apotome & quæ post eam irrationales, neq; mediæ, neq; adinuicem sunt eædem. Quod ex media namq; ad rationalem comparatum latitudinem efficit rationalem & ei ad quam apponitur longitudine incōmensurabilem (per 22 decimi) Quod uerò ex apotome ad rationalem comparatū latitudinem, primam efficit apotomen (per 97 decimi) Quod autem ex mediæ apotome prima ad rationalem appositū latitudinem, secundā efficit apotomen (per 98 decimi) Quod ex mediæ secunda apotome ad rationalem appositū latitudinem, tertiā efficit apotomen (per 99 decimi) Quod ex minori ad rationalem appositū latitudinem, quartā efficit apotomen (per 100 decimi) Quod ex efficiēte cum rationali medium totum ad rationalem appositū latitudinem, efficit quintā apotomen (per 101 decimi)*

Quod ex efficienti uerò cum medio medium totum ad rationalē comparatum latitudinē, sextam efficit apotomen (per 102 decimi) Quoniā igitur prædictæ latitudines à prima & adinuicē differunt (à prima quidem quoniā rationalis est, adinuicē uerò quia in ordine nō sunt eædem) patet quòd & ipsæ irrationales differunt adinuicē. Et quoniam ostensum est (per 111 decimi) quòd apotome nō est eadem ei quæ ex binis nominibus, ad rationalem autem appositæ latitudinē efficiant, quæ sane post apotomen apotomas, consequenter unaquæq; quæ in ordine circa eandem: quæ uerò post eas quæ ex binis nominibus, eas quæ ex binis nominibus, & easdem, ordine cōsequenter: aliæ igitur sunt quæ post apotomen, & aliæ quæ post eam quæ ex binis nominibus, ut omnes irrationales sint tredecim, hæ uidelicet:

1 *Media.* 2 Ex binis nominibus. 3 Ex binis prima medijs. 4 Ex binis secunda medijs. 5 Maior. 6 Rationale mediumq; potens. 7 Bina potens media. 8 Apotome. 9 Mediæ prima apotome. 10 Mediæ secunda apotome. 11 Minor. 12 Cum rationali medium totū efficiens. 13 Cum medio mediū totum efficiens. Eucl. ex Zā. Theor. 88. Propos. 112.

112 Quod ex rationali ad irrationalē, eā quæ ex binis nominib. appositū latitudinē efficit apotomē, cuius noīa cōmēsurabilia sunt noīb. eius quæ ex binis noīb. est, & in eadē rōne, & insuper apotome quæ gignit, eundē habebit ordinē ei quæ ex binis noībus est.

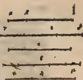
THEON ex Zāb. *Sit rōnalis quidē α, ex binis nominibus sit βγ, cuius maius nomē esto δγ, et ei quod ex α æquū esto id quod sub βγ, εζ. Dico q. ipsa εζ apotome est, cuius noīa cōmensurabilia sunt ipsis γδ, δβ, & in eadē ratione, et insuper εζ eundē ordinē habet ipsi βγ. Sit enim rursus ei quod ex α, æquū id quod sub βδ, η. Quoniā igitur quod sub βγ, εζ, æquū est ei quod sub βδ, δη, est igitur (p 14 qnti) sicut γβ, ad βδ, sic est η ad εζ, maior aūt est γβ, ipsa βδ, maior igitur et η ipsa εζ. Esto ipsi η æqualis εθ. Est igitur (p 7 & 11 quinti) sicut γβ ad βδ, sic est θε ad εζ, diuidēdo igitur est (p 17 qnti) quod sicut γδ, ad δβ, sic est θζ ad ζε. Fiat sicut θζ ad ζε sic ζκ, ad κε, & tota igitur θκ (per 12 quinti) ad totā κζ, est sicut ζκ ad κε. Sicut enim unū antecedētium ad unū cōsequentium, sic omnia antecedētia ad omnia sequentia. Sicut autem (per 12 quinti) ζκ ad κε, sic est γδ*

ad δβ, & sicut igitur (per 11 quinti) θκ, ad κζ, sic γδ, ad δβ, cõmensurabile aũt est (per 11 decimi) quod ex γδ, ei quod ex βδ, cõmensurabile igitur est et quod ex ικ, ei quod ex ζκ. Et est sicut (per 22 sexti) quod ex ικ, ad id quod ex κζ, sic est θκ, ad κι. Et quoniã ipsæ tres ικ, ηζ, κι, sunt proportionales: cõmensurabilis igitur est (per 11 decimi) θκ, ipsi κζ lõgitudine, quare & ιι, ipsi ιη longitudine est cõmensurabilis. Et quoniã (per corrolariũ 20 sexti) quod ex α æquũ est ei quod sub ιε, βδ, rõnale autẽ est id quod ex α, rõnale igitur est et id quod sub ει, εδ. Et ad ipsam εδ, rõnalem apponitur, rõnalis igitur est & ιε, & ipsi βδ lõgitudine cõmensurabilis, quare & ei cõmensurabilis ιη, rõnalis est, & ipsi βδ, longitudine cõmensurabilis. Quoniã igitur est sicut γδ, ad δε, sic ζη ad ηι, ipsæ aũt γδ, δε, potentia tantũ cõmensurabiles, & ipsæ igitur ζη, ηι (p 11 decimi) potẽtia tantũ sunt cõmensurabiles. Rõnalis aũt est κι, & ipsi βδ lõgitudine cõmensurabilis. Rõnalis igitur est & ζκ, & ipsi γδ lõgitudine cõmensurabilis. Ipsæ igitur ζκ, κι, rõnales sunt potẽtia tantũ cõmẽsurabiles (p 11 decimi) Igitur ζι apotome est. Verũ γδ, ipsa δε, aut maius põt eo quod ex sibi cõmensurabili, aut quod ex sibi incõmensurabili. Si quidẽ γδ, ipsa δε, maius põt eo quod ex sibi cõmẽsurabili, & ζη (p 13 decimi) ipsa κι maius põt eo quod ex sibi cõmẽsurabili. Et si γδ, ipsi expositæ rõnali cõmensurabilis est longitudine, & ζκ, si aũt δε, & κι, si uero neutra ipsarũ γδ, δε, & neutra ipsarũ ζκ, κι. Si aũt γδ, ipsa βδ maius põt eo quod ex sibi incõmensurabili, & ζκ, ipsa κι, maius põt eo quod ex sibi incõmensurabili. Et si quidẽ γδ cõmensurabilis est ipsi expositæ rõnali lõgitudine, & ζκ, si aũt βδ, et ηι, si uero neutra ipsarũ γδ, δε, & neutra ipsarũ ζκ, κι. Quare ipsa ζι apotome est, cuius nomina ζκ, κι, cõmẽsurabilia sunt eis noibus quæ sunt ex ea quæ ex binis nominib. hoc est ipsis γδ, βδ, & in eadẽ rõne, eũdẽ habet ordinẽ ipsi βγ. A rõnali igitur et reliqua: qđ erat ostẽdẽdũ. Eucl. ex Zã. Theor. 89. Prop. 113

Quod ex rõnali ad apotomẽ cõparatũ latitudinẽ efficit eã quę ex binis noib. cuius noĩa cõmẽsurabilia sunt ipsius apotomes noĩbus, et in eadẽ rõne, & ĩsuper q̃ gignit̃ ex binis noib. ipsi apotomę eũdẽ obtĩet ordinẽ. 113

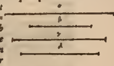
THEON ex Zã. Esto rõnalis quidẽ α, apotome aũt sit βδ, & ei quidẽ quod ex α, æquum esto quod sub εδ, ηθ, ut quod ex α rõnali ad ipsam βδ apotomen cõparatũ latitudinẽ efficiat ipsam κθ. Dico q̃ κε ex binis nominib. est, cuius noĩa cõmensurabilia sunt eis quæ ipsius βδ, sunt nominibus, & in eadẽ rõne, & q̃ ipsa ηλ, eundẽ habebit ordinẽ ipsi εδ. Sit inquã (p 80 decimi) ipsi εδ cõgruens δγ. Ipsæ igitur βγ, γδ (p 80 decimi) rõnales sunt potentia tantum cõmensurabiles. Et ei qđ ex α, æquũ esto id qđ sub βγ κ, rõnale aũt est qđ ex α, rõnale igitur & qđ sub βγ κ, & ad rationalẽ βγ comparatũ, rõnalis igitur est (p diffinitionẽ decimi) ipsi ν, & ipsi εγ lõgitudine cõmensurabilis. Quoniã igitur (p 20 decimi) qđ sub βγ ν, æquũ ei qđ sub εδ, κε, pportionaliter igitur est (p 16 sexti) sicut εγ, ad βδ, sic est κε ad ν, maior autẽ εε, ipsa εδ, maior igitur est & κθ, q̃ ν. Ponatur (p 2 primi) ipsi ν, æqualis κι. Cõmensurabilis (p 12 decimi) igitur est κι ipsi εε, longitudine. Et quoniam est sicut γβ ad βδ, sic est θκ, ad ηι, cõuertendo igitur est (p correlarium 18 qnti) sicut βε ad γδ, sic est ηλ ad λι. Fiat (per 12 quinti) sicut ηθ, ad λι, sic λζ, ad ζι, & reliqua igitur κζ, ad λζ, est sicut ηλ, ad θι, hoc est sicut βγ, ad γδ. Ipsæ autẽ βγ, γδ, potẽtia tãtum sunt cõmensurabiles, & ipsæ igitur κζ, ζε (p 11 decimi) potentia tantum sunt cõmensurabiles. Et quoniã est sicut κθ ad θι, sic κζ, ad ζθ, sed sicut κλ, ad θι, sic θζ, ζι, & sic ut igitur (p 11 quinti) κζ ad ζλ, sic θζ ad ζι. Quare (p correlarium 19 sexti) & sicut prima ad tertiã, sic qđ ex prima ad id qđ ex secunda, & sicut igitur (p 11 qnti) κζ, ad ζι, sic qđ ex κζ, ad id qđ ex ζθ, cõmensurabile autẽ est (p 9 decimi) qđ ex κζ, ei quod ex ζθ. Ipsæ ηζ, ζθ, potẽtia sunt cõmensurabiles: igitur est κζ, ipsi ζι, lõgitudine, quare & ικ, ipsi ζι, lõgitudine cõmensurabilis est. Rõnalis autẽ est κι, & ipsi βγ lõgitudine commensurabilis: rõnalis igitur est (per 12 decimi) κζ, & ipsi βγ lõgitudine cõmensurabilis. Et quoniã est sicut βγ ad γδ sic ηζ, ad ζλ, uicißim quoq; (per 16 qnti) & sicut βγ ad κζ, sic δγ, ad ζλ, cõmensurabilis autẽ est βγ ipsi κζ: cõmensurabilis igitur est & ζθ, ipsi γδ. Ipsæ autẽ βγ, γδ, rõnales sunt potentia tãtum cõmensurabiles, & ipsæ igitur κζ, ζθ, rationales sunt potẽtia cõmensurabiles. Ex binis igitur nominibus est κλ. Siquidem igitur βγ, ipsa γδ, maius potest eo qđ ex sibi cõmensurabili, & κζ, ipsa ζθ, maius potest eo quod ex sibi commensurabili. Et si βγ, cõmensurabilis est lõgitudine ipsi expositæ rõnali, et κζ quoq;. Si aũt εδ cõmensurabilis est longitudine ipsi expositæ rationali, & ζθ quoq;: si aũt neutra ipsarũ βγ, γδ, & neutra ipsarum κζ, ζθ. Si uero βγ, ipsa γδ maius potest eo quod ex sibi incommensurabili, & ηζ, ipsa ζθ maius poterit eo quod ex sibi incommensurabili. Et si εγ ipsi expositæ rationali commensurabilis est longitudine, & κζ, si autem γδ, & ζθ, si uero neutra ipsarum βγ, γδ, & neutra ipsarum κζ, ζθ. Ex binis nominibus igitur est κθ, cuius nomina κζ, ζθ, cõmensurabilia sunt ipsis βγ, γδ nominibus ipsius apotomes & in eadem ratione, et insuper ηλ, ipsi εγ eundẽ habebit ordinẽ: qđ erat ostendendũ. Euclid. ex Zãb. Theorema 90. Propositio 114.

Si areola comprehẽdatur sub apotome & ea quæ ex binis nominibus cuius nomina cõmensurabilia sunt ipsius apotomes nominibus, & in eadem ratione quæ areolam potest, rationalis est. 114

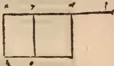


THEON ex Zamb. Comprehendatur areola sub apotome αβ, & ea quæ ex binis nominibus γδ, cuius maius nomen γε, sintq́; eius quæ ex binis nominibus nomina γε, εδ (per 115 decimi) commensurabilia ipsius apotomes nominibus αζ, ζβ, & in eadem ratione. Sitq́; potens id quod sub αβ, γδ, ipsa η. Dico quòd ipsa η rationalis est. Exponatur enim rationalis θ, & ei quod ex θ, æquum ad ipsam γδ comparetur, latitudinem efficiens κλ, igitur ipsa κλ, apotome est (per 113 decimi) cuius nomina sint κμ, μλ, commensurabilia nominibus eius quæ ex binis nominibus hoc est ipsis γε, εδ, & in eadem ratione. Iam & ipsæ γε, εδ (per 12 decimi) commensurabiles sunt ipsis αζ, ζβ, & in eadem ratione, est igitur sicut αζ, ad ζβ, sic est κμ, ad μλ, uicißim igitur (per 16 quinti) est sicut αζ, ad κμ, sic est ζβ ad λμ, & reliqua igitur αβ (per 12 quinti) ad reliquam κλ est, sicut αζ, ad κμ. Commensurabilis autem est αζ, ipsi κμ, commensurabilis igitur est (per 9 decimi) & αβ ipsi κλ. Estq́; (per constructionem) sicut αβ ad κλ, sic est quod sub γδ, αβ, ad id quod sub γδ, κλ. Commensurabile igitur est & quod sub γδ, αβ, ei quod sub γδ, κλ. Aequum autem est id quod sub γδ, κλ, ei quod ex θ, commensurabile igitur est quod sub γδ, αβ, ei quod ex θ. Quod autem sub γδ, αβ, æquum est ei quod ex η, commensurabile igitur est & quod η, ei quod ex θ. Rationale autem est id quod ex θ, rationale igitur est & id quod ex η. Rationalis igitur est (per diffinitionem decimi) η, & ipsam potest areolam quæ sub γδ, αβ. Si areola igitur comprehendatur sub apotome, & quæ sequuntur reliqua: quod erat ostendendũ. CORREL. Fitq́; nobis & id propterea manifestum, qđ possibile est rationalẽ areolã sub irrationalibus rectis lineis cõtineri. Euclid. ex Zãb. Theorema 91. Propositio 115.

115 A media infinitæ irrationales fiunt, neq; ulla ulli earum quæ prius est eadem.



THEON ex Zamb. Esto media α. Dico quòd ab α infinitæ irrationales fiunt neq; ulla ulli earum quæ prius est eadem. Exponatur rationalis β, et ei quod sub βα (per 14 secundi) æquum esto id quod ex γ. Igitur γ irrationalis est. Quod enim sub irrationali, & rationali (per lemma 38 decimi) irrationale est, & nulli earum quæ prius est eadem. Nõ enim quòd ex ulla earum quæ prius ad rationalem appositum latitudinem efficit mediam. Rursus iam ei quod sub βγ, æquum esto id quod ex δ. Irrationale igitur est id quod ex δ, irrationalis igitur δ, & nulli earũ quæ prius eadem est. Non enim quod ex ulla earum quæ prius ad rationalem appositum latitudinem efficit γ. Similiter quoq; iam & huiusmodi ordo sequetur, si in infinitũ extendas, manifestum est igitur quòd à media infinitæ fiunt irrationales, neq; ulla ulli earum quæ prius eadem. ALITER. Esto media αγ. Dico quòd ab αγ, infinitæ sunt irrationales, neq; ulla ulli earum quæ prius est eadem. Excitetur (per 11 primi) ipsi αγ ad angulos rectos αβ, sit rationalis αβ, compleaturq́; βγ, irrationale igitur est (per 11 decimi) et ipsum potens irrationalis est. Poßit aũt (per lemma 38 decimi) ipsum γδ, igitur γδ est irrationalis & nulli earum quæ prius eadem est. Nõ enim quod ex ulla earum quæ prius ad rationalem appositũ latitudinem efficit mediã. Rursus compleatur εδ, irrationale igitur est εδ, & ipsum potens irrationalis est, poßit autem ipsum δζ, irrationalis igitur est δζ, & nulli earum quæ prius eadem. Non enim quod ex ulla ipsarum quæ prius ad rationalem appositum latitudinem efficit εδ, à media igitur infinitæ irrationales, & quæ sequuntur reliqua: quod erat ostendendum.

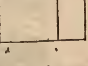


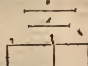


Euclid. ex Zamb. Theorema 92. Propositio 116.

116 Minori commensurabilis, minor est.

THEON ex Zãb. Esto minor α, & ipsi α cõmensurabilis esto (per 11 decimi) β. Dico quòd β minor est. Exponatur γδ rationalis, et ei quòd ex α (per 44 primi) æquũ ad ipsam γδ cõparetur γε, latitudinẽ efficiens γζ. Apotome igitur est quarta γζ. Ei autem qđ ex β (per eandem) æquũ ad ipsam ζε cõparetur ζη, latitudinẽ efficiens ζθ. Quoniã igitur commensurabilis est α ipsi β, cõmensurabile igitur est & qđ ex α, ei qđ ex β. Sed ei quidẽ qđ ex α, æquũ γε: ei autem qđ ex β, æquũ est ζη, cõmensurabile igitur est γε, ipsi ζη. Sicut autem γε, ipsi ζη, sic est γζ, ad ζθ. Cõmensurabilis igitur est γζ, ipsi ζθ longitudine. Apotome aũt quarta est (per 100 decimi) ipsa γζ. Igitur & ζθ, quarta est apotome. Rõnalis aũt est ζε. Si uero areola cõprehendatur sub rationali et quarta apotome, quæ areolã põt minor est (per 64 decimi) ipsam aũt ζη areolã, ipsa β potest, ergo β minor est: qđ erat ostendendũ.





Euclid. ex Zamb. Theorema 93. Propositio 117.

117 Cum rationali medium totum efficienti commensurabilis, cum rationali medium totum efficiens est.

THEON ex Zã. Sit cũ rationali mediũ totum efficiens α, cõmensurabilis autem esto β. Dico quòd β cũ rationali mediũ totum efficiẽs est. Exponatur rõnalis γδ, & ei quidẽ qđ ex α æquum ad ipsam γδ comparetur γε, latitudinẽ efficiẽs γζ

Inuentis iam longitudine incommensurabilibus rectis ut α, β, & plures aliæ magnitudines ex binis dimensionibus comperimur (plana intelligo) adinuicem incommensurabiles. Quoniam si ipsarum α, β, linearum rectarum mediam proportionalem susceperimus γ, erit igitur sicut α ad β, sic quæ ex α species ad eam quæ ex γ similem similiterq; descriptam *speciem, siue quadrata, siue aliæ rectilineæ similes descriptæ fuerint, siue etiam circuli circa dimetientes α γ, quippe quoniam circuli adinuicem sunt sicut ea quæ ex dimetientibus sunt quadrata. Inueniuntur igitur & areolæ planæ adinuicem incõmensurabiles. Cum ostenderimus quòd ex binis interuallis diuersæ areolæ incommensurabiles, ostendemus ea quæ ex solidis speculationes, qualiter sunt solida commensurabilia & incommensurabilia adinuicem. Si enim in ijs quæ ex α, β, quadratis aut eis æqualibus rectilineis figuris constituamus altitudine æqualia solida parallelepipeda, uel pyramides, uel prismata, erunt ipsa constituta adinuicem sicut bases & siquidem bases sint cõmensurabiles, commensurabilia erunt ipsa solida. Si uerò incommensurabiles, incommensurabilia. Sed & si duobus expositis circulis α β, ipsis conos uel cylindros altitudine æquales describemus, erunt adinuicem sicut bases, hoc est, sicut ipsi circuli. Et ipsi circuli sunt commensurabiles & ipsi coni & cylindri commensurabiles erunt. Si uerò ipsi circuli erunt incommensurabiles, ipsi coni & cylindri erũt incõmensurabiles, Et nobis fit manifestum, quòd nõ solũ in lineis & superficiebus sunt cõmensurabiles & incõmẽsurabiles, sed in solidis quoq; figuris hoc reperitur.*

** interuallis*

** figura*



DECIMI LIBRI FINIS.

EVCLIDIS MEGARENSIS
GRAECI PHILOSOPHI, GEOMETRICORVM ELEmentorum, *Liber undecimus.*

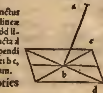
Ex Campano. *Diffinitiones.*



Orpus, est quod longitudinem & latitudinem, et altitudinẽ habet. Cuius termini, sunt superficies.

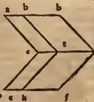
Linea erecta supra superficiem, est quę cum singulis sibi conterminalibus lineis in ea superficie expassis angulos rectos facit. Linea autem hæc supra eam superficiem perpendicularis esse, & ad eandem orthogonaliter insistere dicitur.

Intelligatur enim linea a b exurgere supra planũ, ita quòd punctus a imagineiur in aëre, & b in plano, & à pũcto b ducãtur plures lineæ in codẽ plano: ut b c, b d, & quotlibet aliæ. Si igitur ita fuerit quòd linea a b cũ linea b c, & cũ linea b d, & cũ qualibet alia linea protracta à pũcto b in plano illo angulũ rectũ cõtineat, ipsa dicetur esse perpendicularis ad illam superficiẽ in qua protractæ sunt hę lineę, uidelicet b c, & b d, & aliæ cum quibus ipsa ponitur continere angulum rectum.



Superficies aũt erecta super superficiẽ est, quoties puncto uno eodẽ lineæ quæ est cõmunis terminus illarũ superficierũ duæ perpẽdiculares cõterminales superstant, quæ rectũ cõtinentes angulum in eisdem superficiebus sitæ sunt.

Verbi gratia imaginemur superficiem a b c d exurgere, superficiẽ uerò c d e f iacere, & intelligam⁹ lineã c d esse cõmunẽ terminũ ambarũ. In ea itaq; signetur pũct⁹ g à quo ad lineã c d extrahãtur duę lineę perpẽdiculares, una uidelicet in superficie c d e f, quę sit g k & alia in supficie a b c d quę sit g h. Si igitur ãgul⁹ conti-



quem continent hæ duæ lineæ perpendiculares, uidelicet g h & g k, erit rectus: superficies a b c d dicitur orthogonaliter erecta super superficiem c d e f.

Superficies æquidistãtes sunt, quæ in utramlibet partem protractæ non concurrent, etsi in infinitum producantur. 4

Intellectum est quod dicitur. Scire tamẽ debes, quòd omnes planæ superficies, aut sunt æquidistantes abinuicem, aut in omnem partem protractæ concurrent alicubi & super rectam lineam se secabunt. Lineas autem rectas non est necessarium uel esse æquidistantes uel in utranque partem protractas concurrere, quippe quæ in eadem superficie non sunt nec æquidistant ab inuicem, nec tamen quantumlibet protractæ concurrent.

Æqua corpora sunt atque similia, quorum terminales superficies numero ac quantitate æquales unius creationis sint atque similes. 5

Similia corpora, sunt quæ similibus superficiebus numero æqualibus continentur. 6

Si has duas diffinitiones de corporibus æqualibus & similibus, non intelligis, ad diffinitionem similium superficierum positam in principio sexti recurre.

Corpus serratile dicitur, quod quinque superficiebus, quarum tres parallelogrammæ sunt, duæ uerò triangulæ, continentur. 7

Domui quatuor parietes æquidistantes habenti, rectum unico fastigio supremis duorum parietum lateribus æquali & æquidistanti superpositum, serratilis corporis expressam similitudinem gerit.

Sphæra, est transitus arcus circunferentiæ dimidij circuli quoties sumpto uel supremo semicirculo lineaq; diametri fixa donec ad locum suum redeat, arcus ipse circunducitur. 8

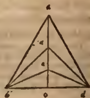
Super quamlibet lineam semicirculo descripto, si linea illa fixa semicirculus tota reuolutione circunducatur, corpus quod describitur, sphæra nominatur. Cuius centrum, constat esse cẽtrum semicirculi circunducti.

Pyramis laterata, est figura corporea, quam continent superficies à quarũ una reliquæ sunt ad unum oppositũ punctum sursum erectæ. 9

In omni laterata pyramide cunctæ superficies ipsam ambientes, ab ipsius basi ad unum punctum subleuantur, qui conus pyramidis dicitur: suntq; omnes hæ laterales superficies, triangulæ, basis uerò frequenter non est triangula.

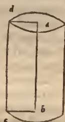
Pyramis rotunda, est figura solida, estq; transitus trianguli rectanguli alterutro suorum laterum rectum angulum continẽtium fixo, donec usq; ad locum unde moueri cœpit, redeat, triangulo ipso circunducto. Si igitur latus fixum lateri circunducto fuerit æquale, erit figura rectangula. Si autem longius, acutiangula. Si uerò breuius, obtusi angula erit. Axis autem ipsius figuræ, est latus fixũ. Basisq; sua, circulus. Dicitur autem figura hæc, pyramis columnæ rotundæ. 10

Sit trigonus a b c, rectum angulum habens qui sit b, figaturq; alterum duorum laterum ambientium rectum angulum b, sitq; latus quod figitur a b, quo fixo, circũdatur trigonus quousq; ad locũ unde moueri cœperit redeat. Corporea ergo figura quæ huius trigoni motu describitur, rotunda pyramis appellatur. Cuius tres sunt differentiæ. Alia enim est rectangula, alia acutiangula, tertia obtusiangula. Et prima quidem est, quando latus a b lateri b c fuerit æquale. Esto enim ut linea b c, quũ rotatu trigoni peruenerit ad situm lineæ b d, ita quòd punctus c cadat super punctum d, fiat linea una: hoc est, ut ipsa tunc cõiungatur

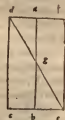


gatur situi à quo moueri cœpit secundũ rectitudinem, eritq; linea hæc, quasi b c d. Et quia (ex 32 primi & 5 eiusdem) angulus c a b est medietas recti, erit angulus c a d rectus, ideoq; pyramis hæc dicitur rectangula. Si autem latus a b sit longius latere b c, erit acutiangula. Erit enim tunc (ex trigesimasecunda primi & 19) eiusdem angulus c a b, minor medietate recti: ideoq; totus angulus c a d est minor recto & acutus, quare pyramis acutiangula. Quòd si latus a b fuerit breuius latere b c, erit angulus c a d maior medietate recti (ex 32 primi & 19 eiusdem) & totus c a d, qui est duplus ad ipsum c a b, maior recto & obtusus, igitur & pyramis conueniẽter tunc dicitur obtusiangula. Axis autem huius pyramidis, dicitur linea a b. Basis uerò eius, circulus quem describit linea c b super centrum b. Dicitur quoq; hæc pyramis columnæ rotundæ, illius uidelicet quam motu suo describeret parallelogrammum proueniens ex a b & b c, latere a b manente fixo.

21 Figura corporea rotunda, cuius bases sunt circuli duo plani extremitatibus, & crassitudine, idest altitudine æquales, est transitus parallelogrammi rectanguli latere rectum angulũ continente fixo, ipsaq; superficie donec ad locum suum redeat circunducta. Diciturq; hęc figura, columna rotunda. Columnæ itaq; rotundæ atq; sphæræ circuliq;, unũ atque idem est centrum.



Sit parallelogrammum rectangulũ a b c d, figaturq; latus a b, & eo fixo totum parallelogrammum, quousq; ad locũ suum cadat uel redeat, circundatur. Corporea ergo figura huius parallelogrammi motu descripta, rotunda columna nominatur, cuius bases sunt duo circuli, & est unus eorum, circulus quem describit motu suo linea b c, cuius circuli centrum est punctus b, alter uerò est, quem motu suo designat linea d a, & eius centrum est punctus a. Axis autem huius columnæ, dicitur linea a b, quæ manet fixa in motu parallelogrammi. Quòd si imaginati fuerimus parallelogrãmum a b c d cũ peruenerit rotatu suo ad sitũ a b e f, coniũgi situi à quo moueri cœpit secũdum continuitatem superficiei planæ, ut scilicet totum sit unum parallelogrammum d c, e f, & protraxerimus in eo diametrum d e, erit quoq; diameter d e diameter columnæ. Quod autem dicitur columnæ & sphæræ & circuli idem esse centrum, intelligi debet cum horũ una est eademq; diameter. Verbi gratia, diximus enim quòd d e est diameter istius columnæ. Sphæram igitur atq; circulum quorũ diameter est linea d e, necesse est idem centrum habere cum centro propositæ columnæ. Sit enim ut linea d e secet lineam a b in puncto g, eritq; g centrũ columnę: diuidit enim axẽ colũnæ per æqualia, quod patet per 25. primi, nam & anguli qui sunt ad g sunt æquales ex 15. primi, & anguli qui sunt ad a b, recti ex hypothesi, linea quoq; a d, est æqualis lineæ b e, itaq; d g est æqualis e g, & a g æqualis g b. Cũq; anguli c & f sint recti, si super punctum g secundum spacium d g, ac super lineam d e circulus describatur, transibit ex cõuersa primę partis 30 tertij per puncta c & f, itaq; punctum g est centrũ circuli, cuius diameter est diameter columnæ, ideoq; & sphæræ. Quare & manifestum est omni parallelogrammo rectangulo circulum, omniq; columnæ rotundæ sphæram esse circũscriptibiles. Sicq; patet quod uoluit istud theorema.



22 Angulus corporeus siue solidus, est quem continent anguli plani plures quàm duo, qui haudquaquam in una superficie siti ad unum punctum angularem conueniunt.

Duo anguli plani angulum solidum perficere nequeunt: sicut nec duæ rectæ lineæ nequeũt superficiem claudere. Angulos quoque planos solidum angulum continentes in eadem superficie non conuenit esse sitos, sed in diuersis, quemadmodum duas rectas lineas planum perficientes angulum, non conuenit sibi inuicem secundum situm rectitudinis applicari.

Similes

Similes ſunt figuræ corporeæ rotundæ, ſiue ſint colũnę, ſiue earum 13
pyramides, quarũ axes diametris ſuarum baſium ſunt proportionales.

Propoſitis enim duabus pyramidibus rotundis, aut duabus columnis rotundis, ſi fuerit proportio axis unius earum ad diametrum ſuæ baſis ſicut alterius ad diametrum ſuæ baſis, illæ duæ columnæ aut pyramides ſimiles adinuicem eſſe dicuntur.

Ex translatione Zamberti *Diffinitiones.*



Olidum, eſt quod longitudinē, latitudinē, & craſſitudinē habet. Solidi uerò terminus, ſuperficies eſt. 2 Recta linea ad planum recta eſt, quãdo ad omnes cõtingentes ipſam rectas lineas & in ſubiecto plano exiſtẽtes, rectos efficit angulos. 3 Planum ad planũ rectum eſt, quando communi ſegmento ipſorum planorum ad angulos rectos ductæ rectæ lineæ in uno ipſorũ planorũ, reliquo plano ad angulos rectos fuerint. Rectæ lineæ ad planum inclinatio eſt, quãdo à termino ſublimi rectę lineæ in planum ducta perpendiculari, à ſigno facto & à termino lineæ in plano, recta cõiuncta fuerit, angulus acutus qui ſub ducta linea & ſtante continetur. 4 Plani ad planum inclinatio, eſt angulus acutus comprehenſus ſub ĳs quæ ad angulos rectos cõmuni ſegmento ducunẽ ad idẽ ſignũ in utroq; ipſorũ planorũ. 5 Planum ad planum ſimiliter inclinari dicitur, & alterum ad alterum, quando prædicti inclinationũ anguli ſibi inuicem æquales fuerint. 6 Parallela plana, ſunt quæ contactum nõ admittunt. 7 Similes ſolidæ figuræ ſunt, quæ ſub ſimilibus planis, ęqualibus multitudine comprehẽdunẽ. 8 Similes ſolidæ figuræ & æquales, ſunt quæ ſub ſimilibus planis, multitudine & magnitudine æqualibus, cõprehẽdunẽ. 9 Angulus ſolidus, eſt ſub pluribus duabus lineis ſeſe ad inuicẽ tangentibus & nõ exiſtẽtibus in eadẽ ſuperficie ad oẽs lineas inclinatio. *Aliter*

Solidus angulus, eſt qui ſub pluribus duobus planis angulis cõprehenditur, non exiſtentibus in eodẽ plano ad unum ſignum conſtitutis. 10 Pyramis, eſt figura ſolida planis cõprehenſa ab uno plano ad unum ſignum cõſtituta. 11 Priſma, eſt figura ſolida planis comprehenſa, quorũ duo quæ ex oppoſito æqualia & ſimilia et parallela ſunt, reliqua uerò parallelogrãma. 12 Sphæra, eſt quãdo ſemicirculi manẽte dimetiẽte circũductus ſemicirculus in ſeipſum rurſus reuoluitur unde incepit, circũ aſſumpta figura. 13 Axis ſphæræ, eſt manẽs recta linea quã circũ ſemicirculus uertitur, 14 Centrũ ſphæræ, eſt illud quod & ſemicirculi. 15 Dimetiens ſphæræ, eſt recta quædam linea per centrum acta & terminata ex utraq; parte ſub ipſius ſphæræ ſuperficie. 16 Conus, eſt quando rectãguli, trianguli manente uno eorũ quę circa rectum angulum latere, circumductum triangulum in idem rurſus unde ſumpſerat exordium circumuoluitur, ea aſſumpta figura. Etſi manens

recta

recta linea æqua fuerit reliquæ quæ circum rectum circumductæ, rectangulus erit conus. Si uerò minor, amblygonius. Si autem maior, oxygonius. 17 Axis coni est, manens quædam recta linea quam circum triangulū uertitur. Basis autem est, circulus sub circūducta recta linea descriptus. 18 Cylindrus est, quando rectanguli parallelogrammi manente uno eorum quæ circum rectū angulū latere circumductū parallelogrammū in idē unde sumpsit exordium steterit, ea assumpta figura.

19 Axis cylindri, est manens quædam recta linea quam circū parallelogrammū uertitur. Basis autē circuli, qui sub ijs quæ ex opposito circūductis lateribus sunt descripti. 20 Similes coni & cylindri, sunt quorū axes & dimetientes basium, sunt proportionales. 21 Cubus est, figura solida sub sex quadratis contenta lateribus. 22 Octaedrū est, figura solida sub octo æqualibus & æquilateris contenta triangulis.

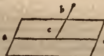
23 Dodecaedrum est, figura solida sub duodecim quinquangulis æqualibus & æquilateris & æquiangulis comprehensa. 24 Icosaedrum est, figura solida sub uiginti triangulis æqualibus & æquilateris comprehensum.

Euclid. ex Camp. *Propositio 1.*



Ineæ rectæ partem esse in plano & partem in sublimi, est impossibile.

CAMPANVS. Sit linea a b recta. Dico quòd nō est possibile, ut pars eius sit in plano, & pars sursum eleuata. Si enim est impossibile, sit pars eius quæ est a c sita in plano, & pars eius quę est c b in sublimi posita, & protrahatur directè a c in plano, in quo ipsa sita est, usque ad d, eritq́ ut uni eidemq́ lineæ quæ est linea a c, duæ lineæ penitus diuersæ quæ sunt lineæ c b & c d ex eadem parte directè adijciantur: quod est impossibile ex 13 primi.



Euclid. ex Zamb. *Theorema 1.* *Propositio 1.*

Rectæ lineę partem in subiecto plano, partem uerò in sublimi esse, est impossibile.

THEON ex Zamb. *Si enim possibile, rectæ lineæ α β γ, pars quidē α β esto in plano, pars autē β γ esto in sublimi, erit iam quædam ipsi α β, continua recta linea in rectum in supposito plano, sit β δ. Igitur binis datis rectis lineis α β γ, α β δ. cōmune segmentum est α β, quod est impossibile. Recta linea namq; cū recta linea non concurrit in pluribus signis uno si adinuicem ipsæ rectæ lineæ congruentes non fuerint. Rectæ igitur lineæ partem in subiecto plano, partem autem in sublimi esse, est impossibile: quod fuerat ostendendum.*



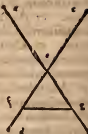
Euclid. ex Camp. *Propositio 2.*



Mnes lineæ duę quarū altera alterā secat, in una superficie sitæ sunt, omnisq́ triangulus, in una superficie totus cōsistit.

CAMPANVS. Sint duę lineæ rectæ a b & c d, se inuicē secantes in puncto e. Dico eas esse in superficie una, & omnem triangulū dico esse in superficie una totū. Signetur enim punctus f, in linea c d, & pūctus g, in linea a b, & ducatur linea f g.

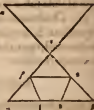
Quia igitur impossibile est partẽ trianguli e f g esse in plano & partẽ in sublimi, quinetiã suarũ terminaliũ linearũ unius aut pluriũ pars similiter sit in plano et pars similiter in sublimi, cũ de lineis hoc sit impossibile per pręmissam, erit quoq; impossibile de triangulo. Itaq; totus triangulus e f g, est in superficie una. Ex hac igitur secũda parte & pręmissa, cõstat pars huius secũdæ propositionis.



Euclid. ex Zamb. Theorema 2. Propositio 2.

Si binę rectę lineę se adinuicẽ secuerint, in uno sunt plano, & omne triãgulũ in uno plano est.

THEON ex Zamb. *Binæ, inquã rectæ lineæ α β, γ δ, se adinuicem secent in signo ε. Dico quòd ipsæ α β, γ δ, in uno consistunt plano & omne triangulũ in uno est plano. Assumantur in ipsis ε γ, ε β, signa utcunq;, sintq; ζ η, cõnectãturq; ζ γ, ζ θ, extẽdanturq; ζ θ, η κ, dico primũ quod triãgulũ ε ζ γ in uno est plano. Si ipsius nanq; triãguli ε γ β pars, aut ζ γ θ, aut η β κ in subiecto plano est, reliquũ uerò in alio, erit etiam unius ipsarũ ε γ, ε β, rectarũ linearũ pars in subiecto plano, pars autẽ in alio. Si autẽ ipsius ε γ β triãguli, ζ γ β η, pars fuerit in subiecto plano, reliquũ uerò in alio, erit & ambarũ ε γ, ε ζ, rectarũ linearũ pars quidẽ in subiecto plano, & pars in alio, quod (per 1 undecimi) impossibile esse ostẽsum est. Igitur triangulũ ζ γ ε in uno est plano. In quo enim est triangulũ β γ ε, in eo est & utraq; ipsarũ ε γ, ε ζ. In quo autẽ est utraq; ipsarũ ε γ, ε ζ, in eodẽ sunt & α β, γ δ (per eandem) Ipsæ igitur α β, γ δ, rectæ lineæ, in uno existunt plano, & omne triangulum in uno est plano: quod erat ostẽdendũ.*

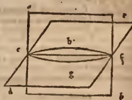


Euclid. ex Camp. Propositio 3.



Mnium duarũ superficierũ se inuicẽ secantiũ, cõmunis sectio est linea recta.

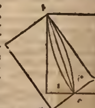
CAMPANVS. De planis superficieb⁹ intellige, & uerũ erit quod dicitur. Sint itaq; duæ superficies planę a b & c d, se inuicẽ secãtes. Dico quòd earũ cõmunis sectio, erit linea recta. Esto enim duo pũcta e & f termini cõmunis sectionis earũ quæ cõtinẽtur per lineã rectã quæ sit e f. Si igitur linea e f est in utraq; duarũ superficierũ a b & c d, cõstat propositũ. At uerò si in neutra, aut si nõ in altera, cũ ambo pũcta e & f sint in utraq; superficierũ a b & c d, in ea superficie in qua ipsa nõ fuerit, protrahatur linea recta quæ sit e h f, erunt igitur duæ rectæ lineę e f & e h f, habẽtes duos terminos cõmunes. Quod est impossibile. Sic enim duæ rectæ lineæ includerent superficiem, quod est contra petitionem ultimam primi libri.



Euclid. ex Zamb. Theorema 3. Propositio 3.

Si bina plana se adinuicẽ secuerint, cõmunis eorũ sectio recta linea est.

THEON ex Zãb. *Bina etenim plana α β, β γ, se adinuicẽ dispescant, cõmunis autẽ sectio sit linea δ β. Dico quòd δ β linea recta est. Si autẽ non, connectantur δ β ipso α β plano, recta linea δ ε β, & in ipso β γ plano, recta linea δ ζ β, erunt nẽpe duarũ rectarũ linearũ δ ε β, δ ζ β, iidem fines, & perinde areolã cõprehendent, quod (per ultimã cõmunẽ sententiã) est impossibile. Ipsæ igitur δ ε β, δ ζ β, rectæ lineæ non sunt. Similiter quoq; ostendemus, quòd neq; ulla alia ex δ in β ducta recta linea est, præter ipsam δ β cõmunẽ sectione ipsorũ α β, β γ, planorũ. Si bina igitur plana se adinuicẽ secuerint, ipsorũ cõmunis sectio recta linea est: quod erat ostendendum.*

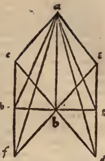


Euclid. ex Camp. Propositio 4.



I fuerit linea orthogonaliter ab incisione duarũ linearũ erecta intersecantiũ se, ipsa ad earundẽ superficiem perpendicularis erit. 4

CAMPANVS. Sit linea a b orthogonaliter erecta super incisionẽ duarũ linearũ c d &



c d & e f secantium se in puncto b, de quibus cõstat per ante præmissam quòd ipsæ sunt sitæ in una superficie. Dico quòd linea a b, perpendicularis est ad ipsarum superficiẽ. Sint enim c b & b d, æquales, at uerò f b & b e æquales, & protrahãtur lineæ e d & c f, quæ erunt æquales per 4 primi, & æquidistantes per 27 eiusdem. Signato itaq; puncto aliquo in linea e d, qui sit g, ducatur linea g b h, eritq; ex 26 primi e g, æqualis f h, igitur à pũcto a uel quouis pũcto lineæ a b, demittantur hypothenusaliter lineæ a c, a d, a e, a f, a g, a h. Eritq; ex 4 primi a c, æqualis a d & a e ęqualis a f. Itẽq; per 8 eiusdẽ æqualis erit angulus a e d, æqualis angulo a f c, ergo per 4 ipsius erit a g æqualis a h, & ideo per 8 eiusdem erit angulus a b g, ęqualis angulo a b h, quare ex diffinitione uterq; est rectus, et linea a b perpẽdicularis ad lineã g h. Simili quoque modo probabis eandẽ esse perpendicularẽ ad omnes lineas protractas à pũcto b in superficie duarũ linearũ c d & e f, igitur ex diffinitione cõstat, lineã a b esse perpendicularẽ ad superficiẽ in qua sitæ sunt duæ lineę c d & e f seinuicẽ secãtes: quod est propositum. *Euclid. ex Zamb.* *Theorema 4.* *Propositio 4.*

4 Si recta linea duabus rectis lineis se adinuicẽ dispescẽtibus in cõmuni sectione ad rectos angulos steterit, & ad earũdẽ planũ ad angulos rectos erit.

THEON ex Zãb. *Recta enim linea quędam εζ, duabus rectis lineis αβ, γδ seinuicẽ dispescẽtibus in ε signo, ex ε ad angulos rectos constituatur. Dico quòd εζ etiã ad ipsarũ αβ, γδ planum ad angulos est rectos. Assumantur nãq; ipsę αε, εβ, γε, εδ, sibi inuicem ęquales. Extendaturq; quędã recta linea per ε utcunq;, sitq; ηεθ, cõnectãturq; ipsę ζα, ζη, ζδ, ζγ, ζθ, ζβ. Et quoniã binę αε, εδ, duabus γε, εβ, sunt ęquales, & ęquales cõprehendũt angulos (per 15 primi) igitur (per 4 primi) basis αδ ęqualis est basi γβ, & triangulũ αεδ ipsi γεβ triãgulo ęquum est, quare & angulus qui sub δαε angulo qui sub εβγ est ęqualis. Est autẽ & qui sub αεη angulus ei, qui sub βεθ ęqualis: bina igitur sunt triãgula (per 26 primi) αηε, βεθ, binos angulos binis angulis ęqualia habentia alterũ alteri, & unũ latus uni lateri ęquum ad ęquos angulos, αε ipsi εβ & reliqua igitur latera, reliquis lateribus ęqualia habebũt: ęqualis igitur est ηε ipsi εθ, & αη ipsi βθ. Et quoniã ęqualis est αε ipsi εβ, cõmunis autem & ad angulos rectos ζε, basis igitur ζα (per 7 primi) basi ζβ, est ęqualis. Id propterea & ζγ ipsi ζδ est ęqualis. Et quoniã ęqualis est αδ ipsi γβ, est autem & ζα ipsi ζβ ęqualis, duę igitur ζα, αδ, duabus ζβ, βγ, ęquales sunt altera alteri, & basis ζδ, basi ζγ est ęqualis: & angulus igitur qui sub ζαδ, angulo qui sub ζβγ est ęqualis. Et quoniam rursus ostensum quod αη ipsi βθ est ęqualis, sed ζα ipsi ζβ est ęqualis, binę iã ζα, αη, duabus ζβ, βθ, sunt ęquales, & angulus qui sub ζαη, ostensus est ęqualis ei qui sub ζβθ, basis igitur ζη (per 4 primi) basi ζθ est ęqualis. Et quoniã rursus ęqua est ostensa ηε ipsi εθ, cõmunis autem εζ, duę igitur ηε, εζ, duabus θε, εζ sunt ęquales & basis ζθ, basi ζη est ęqualis: angulus igitur qui sub ηεζ, angulo qui sub θεζ est ęqualis, uterq; igitur ipsorũ ηεζ, θεζ, angulorũ rectus est. Ipsa igitur ζε, ad ipsam ηθ contingenter per ε ductã, recta est. Similiter iã demonstrabimus, quod ζε ad omnes eam tangentes rectas lineas & in subiecto existentes plano, rectos efficiet angulos. Recta enim linea ad planũ (per 2 diffinitionem 11) recta eis, quando ad omnes eam tangentes rectas lineas & in eodem existentes plano, rectos efficit angulos. Igitur ipsa ζε in subiecto plano, est ad angulos rectos. Subiectũ autem planũ, est quod fit per ipsas αβ, γδ, rectas lineas. Ipsa igitur ζε ad angulos rectos est ei quod per αβ, γδ, est plano. Si recta igitur linea duabus rectis lineis & quę sequuntur reliqua: quod erat ostendendum.*

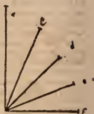


Euclid. ex Camp. *Propositio 5.*

5 SI super tres lineas conterminales cõmuni earũ termino erecta linea quædam orthogonaliter insistat, eædem tres lineę in una superficie sitæ erunt.

CAMPANVS. Sit linea a b orthogonaliter erecta super communẽ terminum triũ linearum b c, b d, b e, angulariter se contingentium in puncto b, quarũ nulla alij directè applicetur, quod idẽ est ac si inuicem secent in puncto e, protractæ enim se secabunt. Dico quòd tres li-

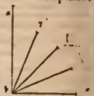
neæ b c, b d, b e sunt in una superficie sitæ. Constat autẽ de quibusq; earũ duabus quòd ipsæ sunt in una superficie sitæ, per 2 huius uel per primã partẽ secũdę huius. Si igitur linea b d nõ fuerit in superficie duarũ linearũ b c & b e, sed illæ duæ in plano, hæc autẽ in sublimi, erit ut hæc superficies in qua sitæ sunt duæ lineæ a b & b d, si protrahatur & per illud quod notũ est super quartã, secet illã in qua sitæ sunt b c & b e, eritq; per 3 huius cõmunis earũ sectio linea recta, et ipsa sit b f. Quia igitur ex præmissa, linea a b est perpẽdicularis ad superficiẽ duarũ linearũ b c & b e, sequitur ex diffinitione ut ipsa sit perpẽdicularis ad lineã b f, quare angulus a b f, est rectus. Cũq; etiã angul⁹ a b d sit rect⁹ ex hypothesi, sequitur impossibile: uidelicet partẽ suo toti esse ęqualẽ.



Euclid. ex Zamb. *Theorema 5.* *Propositio 5.*

Si recta linea tribus rectis lineis se adinuicẽ tangẽtibus, ad angulos re- 5
ctos in cõmuni cõtactu extiterit, ipsę tres rectæ lineę in uno sunt plano.

THEON ex Zamb. *Recta enim linea quędã α β, tribus rectis lineis β γ, β δ, β ε, ad rectos angulos communi contactu β cõstituatur. Dico quòd ipsæ β γ, β δ, β ε, in uno sunt plano. Nõ enim, sed si poßibile est, sint ipsæ quidem β δ, β ε, in subiecto plano ipsa autẽ β γ in sublimi, protendaturq; per ipsas α β, β γ, planũ. Cõmunẽ sectionẽ, inquã, faciet in subiecto plano, & rectã efficiet lineam (per 3 undecimi) β ζ. In uno igitur sunt plano deducto per ipsas α β, β γ, ipsæ tres rectæ lineæ α β, β γ, β ζ. Et quoniam α β recta est ad utranq; ipsarũ β δ, β ε, & ei igitur quod per β δ, β ε, plano recta est ipsa α β. Subiectũ autẽ planũ est quod per β δ, β ε. Ipsa igitur α β, recta est ad subiectum planũ, quare (per 3 diffinitionẽ undecimi) ad omnes eã tangẽtes rectas lineas & in subiecto plano existẽtes, rectos efficit angulos ipsa α β. Tangit autẽ ipsam β ζ existens in subiecto plano. Angulus igitur qui sub α β ζ, rectus est. Supponitur autẽ qui sub α β γ, rectus æqualis igitur est & qui sub α β ζ, angulus ei qui sub α β γ, & in uno sunt plano. Quod est impoßibile. Ipsa igitur β γ, recta linea in altiori plano nõ est. Tres igitur rectæ lineæ β γ, β δ, β ε, in uno sunt plano (per 2 undecimi) Si recta linea igitur tribus rectis lineis sese adinuicẽ tangentibus in contactu ad rectos angulos extiterit, ipsæ tres rectæ lineæ in uno sunt plano: quod erat ostendendum.*

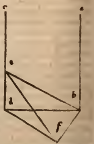


Euclid. ex Camp. *Propositio 6.*



SI fuerint duę lineę super unam superficiẽ perpendiculares, eas 6
æquidistantes esse necesse est.

CAMPANVS. Sint duæ lineę a b & c d, perpendiculares ad unam superficiem. Dico eas esse ęquidistantes. Protrahatur enim linea b d, eruntq; ex diffinitione, duo anguli a b d & c d b, recti. Si igitur duæ lineæ a b & c d sint in superficie una, ipsę sunt æquidistãtes per secũdã partẽ 28 primi. Ipsas aũt esse in superficie una sic collige. A puncto b super lineam b d, in plano cui perpẽdiculariter insistũt a b & c d, protrahe orthogonaliter lineã b f, & ex linea c d, sume d e æqualẽ b f, & protrahe lineas e b & e f. Erunt igitur duo latera e d & d b, trianguli e d b, æqualia duobus lateribus f b & d b, trianguli f b d, & angulus e d b æqualis angulo f b d, cũ uterq; sit rectus, itaq; per 4 primi linea b e, est æqualis lineæ d f. Itemq; cũ duo latera e b & b f trianguli e b f sint æqualia duobus lateribus f d & d e trianguli f d e, & basis e f communis, erit (per 8 primi) angulus e b f æqualis angulo f d e. Quia igitur angulus f d e est rectus ex diffinitione, erit etiam angulus e b f rectus: itaq; linea f b, perpendiculariter est erecta super cõmunem terminũ triũ linearũ b a, b d, b e, se cõtingentiũ angulariter in pũcto b, quare per præmissam ipsæ sunt in superficie una. Cũ igitur ex secunda parte secundæ huius linea c d sit in eadẽ superficie cũ utraq; linearũ e b & b d, sequitur a b & c d esse in superficie una: constat ergo propositũ.



Euclid. ex Zamb. *Theorema 6.* *Propositio 6.*

Si binę rectæ lineæ in eodem plano ad angulos rectos fuerint, paralle- 6
læ erunt ipsæ rectæ lineæ.

THEON ex Zamb. *Binæ inquam, rectæ lineæ α β, γ δ, subiecto cuidam plano sint ad angulos rectos. Dico quòd parallelus est α β, ipsi γ δ. Concurrant enim in signis subiecto plano β δ, connectanturq; β δ. Et (per 11 primi) ipsi β δ ad angulos rectos in subiecto plano excitetur δ ε, ponaturq; (per 2 primi) ipsi α β æqualis δ ε, cõnectanturq; β ε, α ε, α δ. Et quoniã recta α β linea est ad subiectũ planũ, & ad omnes igitur eam tangentes*

tangentes rectas lineas (per 2 diffinitionē undecimi) & in subiecto plano existentes, rectos efficiet angulos ipsa αε. Tangit autē ipsam αβ, utraq; ipsarū εδ, εζ, existens in subiecto plano, rectus igitur est uterq; ipsorū angulorū αεδ, αεζ, id propterea etiā uterq; ipsorū γδβ, γδε, rectus est. Et quoniā αβ ipsi δε est æqualis, cōmunis autē βδ, duæ igitur αβ, βδ, duabus εδ, δβ, sunt æquales, & rectos cōprehendunt angulos: basis igitur αδ (per 4 primi) basi βε est æqualis. Et quoniā æqualis est αβ ipsi δε, sed & αδ ipsi βε, duæ igitur αβ, βε, duabus εδ, δα, sunt æquales, & ipsorū cōmunis basis est αε, angulus igitur qui sub αβε (per 8 primi) angulo qui sub εδα, est æqualis: rectus autē qui sub αβε, rectus igitur & qui sub εδα. Igitur εδ, ad ipsam δα, recta est, est autē & ad utranq; ipsarū βδ, δγ, recta. Igitur εδ, tribus rectis lineis βδ, δα, δγ, ad angulos rectos in cōtactu stetit. Igitur ipsæ tres rectæ lineæ βδ, δα, δγ (per 5 decimi) in uno sunt plano, et in quo sunt ipsæ βδ, δα, in eodem & αβ: omne enim triangulū in uno est plano (per 2 undecimi) Ipsæ igitur αβ, βδ, δγ, rectæ lineæ, in uno sunt plano. Et uterq; ipsorū αβδ, βδγ, angulorū, rectus est: parallelus igitur est αβ, ipsi γδ (p 28 primi) Si duæ igitur rectæ lineæ eidē plano ad āgulos fuerint rectos, parallelæ erūt ipsæ rectæ lineæ: quod erat ostendendum.

Euclid. ex Camp. Propositio 7.

7 Si in duabus lineis æquidistantibus, duobus pūctis signatis, ab altero ad alterū recta linea ducatur, in qua superficie illæ duæ lineæ sitæ sunt, eā quoq; in eandē sitam esse necessariò comprobatur.

CAMPANVS. Sint duæ lineæ a b & c d æquidistantes, de quibus cōstat per diffinitionē quòd ipsæ sunt in superficie una, in eis autē signētur duo pūcta e et f, & producatur linea recta e f. Dico itaq; lineā e f, esse sitā in superficie linearū a b & c d. Sin autē sit e f in alia superficie ut in sublimi, depēdēs quoq; superficies si protrahatur, secabit necessariò superficiē in qua sitæ sunt duæ lineæ a b & c d, eritq; per 3 huius, communis sectio earū, linea recta eisdē punctis terminata. Quod est impossibile, sic enim duæ rectæ lineæ concluderent superficiem.

Euclid. ex Zamb. Theorema 6. Propositio 7.

7 Si fuerīt binæ rectæ lineæ parallelæ, assumanturq; in ipsarū utraq; cōtingētia signa, ad ipsa signa cōnexa recta linea in eodē est plano cū ipsis parallelis.

THEON ex Zāb. Sint binæ rectæ lineæ parallelæ αβ, γδ, sumaturq; in ipsarū utraq; utcunq; signa εζ. Dico quod ad ipsa εζ signa adiecta recta linea, in eodē est plano cū ipsis parallelis. Nō enim, sed si possibile esto in sublimiori sicut εηζ, & exciteturq; per εηζ, planū, sectionē iā faciet in supposito plano rectā lineā, efficiat (p 3 undecimi) εζ. Binæ igitur rectæ lineæ εηζ, εζ, areolā cōprehendunt. Quod est impossibile (per ultimā communē sententiā) Igitur quæ ex ε in ζ adiecta recta linea, in sublimiori plano nō est. In eo igitur (in quo & αβ & γδ parallelæ) est plano, quæ ex ε in ζ adiūcta est recta linea. Si fuerint igitur binæ rectæ lineæ parallelæ, assumāturq; in ipsarū utraq; utcūq; signa, ad ipsa signa adiecta recta linea, in eodē est cū ipsis parallelis plano: quod ostendere oportebat.

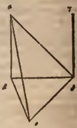
Euclid. ex Cāp. Propositio 8.

8 Si in idē planū duæ rectæ lineæ æquedistāter erigātur, altera uerò earū orthogonaliter sistat reliquā quoq; idem planum perpendicularē esse cōueniet.

CAMPANVS. Hæc est quasi cōuersa sextæ. Sint enim duæ lineæ a b & c d æquidistantes, & sit earū altera ut c d erecta perpēdiculariter super superficiē quālibet. Dico reliquā earū quæ est a b, esse perpēdicularē ad eādē superficiē. Fiat enim prorsus eadē dispositio quæ in sexta, eritq; ut ibi uterq; duorū angulorum f b e, & f d e, rectus: primus quidē, per positionē, secūdus autē, per 8 primi, quare per 4 huius, linea f b. est perpēdiculariter erecta super superficiē in qua sunt duæ lineæ b d & b e. Cūq; per præmissam duæ lineæ a b & c d sint in eadē superficie cū

duabus lineis b d & b e, ſequitur lineā f b eſſe perpendiculariter erectā ſupra ſuperficiē in qua eſt līnea b a. A diffinitione igitur erit angulus f b a, rectus. Et quia etiā angulus d b a eſt rectus per ultimā partē 29 primi, ſequitur ꝑ 4 huius, lineā a b eſſe perpēdicularē ad ſupficiē in qua ſitæ ſunt duæ lineæ b d & b f: quare cōſtat propoſitum. *Euclid. ex Zāb. Theorema 2. Propoſitio 8.*

Si fuerint binę rectę lineæ parallelæ, altera autē ipſarū plano alicui ad angulos fuerit rectos, & reliqua eidem plano ad angulos rectos erit.



THEON ex Zāb. Sint binæ rectæ lineæ parallelæ αβ, γδ, altera autē ipſarū, hoc eſt αβ, in ſubiecto plano ad angulos ſit rectos. Dico q reliqua γδ, eidem plano ad angulos rectos erit. Cōcurrāt enim ipſæ αβ, γδ, in ſubiecto plano in ſignis βδ, cōnectāturq; (per 1 poſtulatū) βδ. Igitur ipſæ αβ, γδ, βδ, in uno ſunt plano. Exciteturq; (per 11 primi) ipſi βδ ad angulos rectos in ſubiecto plano δε, ponaturq; (per 2 primi) ipſi αβ æqualis δε, cōnectanturq; βε, αδ. Et quoniā αβ recta eſt ad ſubiectū planū, & ad omnes igitur eā tāgētes rectas lineas & in ſubiecto plano exiſtētes (per 2 undecimi diffinitionē) recta eſt ipſa αβ. Igitur uterq; ipſorū αβδ, αβε, angulorū rectus eſt. Et quoniā in parallelos αβ, γδ, recta linea incidit βδ, igitur ipſi anguli αβδ, γδβ, duobus rectis ſunt æquales (per 29 primi) rectus autē eſt qui ſub αβδ, rectus igitur & qui ſub γδβ, igitur γδ, ad βδ recta eſt. Et quoniā αβ ipſi δε eſt æqualis, cōmunis autē βδ, duæ igitur αβ, βδ, duabus εδ, δβ, ſunt æquales, & angulus qui ſub αβδ, angulo qui ſub εδβ eſt æqualis, rectus enim uterq;: baſis igitur αδ (per 4 primi) baſi βε eſt æqualis. Et quoniā αβ ipſi δε eſt æqualis, et βε ipſi αδ, binæ igitur αβ, βε, ſunt æquales altera alteri, et cōmunis ipſarū baſis αε. Angulus igitur qui ſub αβε, angulo qui ſub εδα eſt æqualis (per 8 primi) Rectus autē eſt qui ſub αβε, rectus igitur & qui ſub εδα. Igitur εδ, ad αδ recta eſt, ſed recta eſt etiā ad ipſam δβ, igitur εδ, ad id quod per βδ, δα, planū recta eſt: & ad omnes igitur eā tāgentes rectas lineas & exiſtentes in eo quod per βδ, αβ, plano rectos efficiet angulos ipſa εδ (per 2 undecimi diffinitionē) In eo autē quod per βδ, δα, plano eſt ipſa δγ. Quoniā igitur in eo quod per βδ, δα, plano ſunt ipſæ αβ, βδ, in quo autē ipſæ αβ, βδ, in eodē eſt & δγ, igitur εδ ipſi δγ ad angulos eſt rectos. Quare & γδ, ipſi δε ad rectos angulos eſt. Eſt autē et γδ ipſi δβ ad angulos rectos. Igitur ipſa γδ, duabus rectis lineis ſe adinuicē diſpeſcētibus δε, δβ, ab ipſa δ ſectione ad angulos rectos ſtetit. Quare ipſa γδ, in eo quod per δε, δβ, plano ad angulos rectos eſt (per 4 undecimi) Subiectū autē planū eſt, quod per δε, δβ. Igitur ipſa γδ in ſubiecto plano ad angulos eſt rectos. Si igitur fuerint duæ rectæ lineæ parallelæ, altera autē ipſarū plano alicui ad angulos fuerit rectos, & reliqua eidē plano ad angulos rectos erit: quod oſtēdiſſe oportuit. *Euclid. ex Camp. Propoſitio 9.*

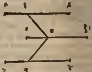


I duæ lineæ uni nō in una ſuperficie æquidiſtāt, eas quoq; ſibi inuicē æquidiſtare neceſſe eſt. 9

CAMP. Sit utraq; duarū linearū a b & c d æquidiſtās lineæ e f, nec ſint oēs in ſuperficie una. Dico quòd eædē quoq; ſibi inuicē ſunt æquidiſtātes. De ijs quidē quæ ſunt oēs in ſuperficie una, probatū eſt per 30 primi. At uerò de ijs quę in una ſuperficie nō ſunt, ut eſt hic e f quæ intelligatur ſurſū erecta in ſublimi, reſtat hoc loco probādū. Signetur itaq; in ea pūct° g, à quo educātur duę perpēdiculares ad duas lineas a b et c d, quę ſint g h et g k, eritq; per 4 huius linea e f, perpēdicularis ad ſuperficiē, uidelicet illā in qua ſunt ſitæ duæ lineæ g h & g k. Itaq; per præmiſſam bis aſſumptā utraq; illarum duarum linearū a b & c d, perpēdicularis eſt ad eandē ſuperficiē uidelicet ad illam in qua ſitæ ſunt dictæ duæ lineæ g h & g k, per 6 huius, igitur ipſæ ſunt ſibi inuicem æquidiſtantes: quod eſt propoſitum.

Euclid. ex Zamb. Theorema 9. Propoſitio 9.

Quæ eidē rectæ linee parallelæ nec eidē in eodē exiſtentes plano, adinuicē ſunt parallelæ. 9

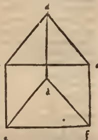


THEON ex Zāb. Sit enim utraq; ipſarū αβ, γδ, ipſi εζ parallelus nō exiſtēs eidē in eodē plano. Dico q parallelus eſt αβ ipſi γδ. Sumatur enim in ipſa εζ, utcūq; ſignū η. Et ab ipſo η, ipſi εζ, in eo quod per εζ, αβ, plano ad angulos rectos excitetur ηθ (per 11 primi) in eo autē quod per ζε, γδ, ipſi εζ rurſus ad angulos excitetur rectos ηκ. Et quoniā εζ ad utrāque ipſarū ηθ, ηκ, recta eſt, igitur (per 4 undecimi) εζ, ad id quod per ηθ, ηκ, planū ad angulos eſt rectos, et εζ ipſi αβ parallelus eſt, & αβ igitur ei quod per θη, ηκ, plano ad angulos eſt rectos. Et id propterea ipſa γδ, ei quod

δ, ei quod per η θ, η κ, plano ad angulos est rectos. Vtraq; igitur ipsarum α β, γ δ, ei quod per η θ, η κ, plano ad angulos est rectos. Si autẽ binæ rectæ lineæ eidẽ plano ad rectos fuerint angulos, parallelæ erunt ipsæ rectæ lineæ (per 6 undecimi) Parallelus igitur est α β, γ δ: quod erat ostendendum.

Euclid. ex Camp. Propositio 10.

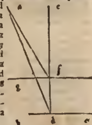
10 SI duæ lineæ se angulariter cõtingẽtes, duabus alijs se cõtingẽtibus eis oppositis æquidistãtes fuerint, nõ autem in superficie una, qui ab eis fiũt duo anguli æqui sibi inuicem esse comprobantur.



CAMPANVS. Sint duæ lineæ a b & a c, se angulariter cõtingẽtes in pũcto a, æquidistãtes alijs duabus quæ sunt d e & d f, se quoq; angulariter cõtingentibus in pũcto d, nec sint cũ eis in superficie una. Dico angulũ a esse æqualem angulo d. Esto enim linea d e æqualis lineæ a b, cui ipsa posita est esse æquidistãs, & d f æqualis a c, cui etiã ipsa æquidistare ponitur, & ducantur lineę d a & e b & f c, eritq; ex 33 primi bis assumpta, utraq; duarum linearum b e & e f, æqualis & ęquidistans lineę a d: per conceptionem igitur et pręmissam, eędem sunt ęquales & ęquidistantes sibi inuicẽ, et itaq; per 33 primi denuo repetitam duę lineæ b c & e f, sunt etiam æquales & æquidistantes. Igitur per 8 primi constat propositum.

Euclid. ex Zamb. Theorema 10. Propositio 10.

10 Si binæ rectæ lineæ sese inuicẽ tãgẽtes, ad binas rectas lineas sese inuicẽ tãgẽtes parallelæ, in eodẽ nõ fuerint plano, æquales angulos cõprehẽdent.



THEON ex Zamb. *Binæ, inquã, rectæ lineæ sese inuicem tangentes α β, β γ, ad binas rectas lineas δ ε, ε ζ, sese inuicem tangentes parallelæ sint non tamẽ in eodẽ plano. Dico q angulus qui sub α β γ, equus est angulo δ ε ζ. * Suscipiantur enim ipsæ β α, β γ, ε δ, ε ζ, sibi inuicẽ æquales, cõnectãturq; α δ, γ ζ, β ε, α γ, δ ζ. Et quoniam β α ipsi ε δ æqualis & parallelus est, & α δ igitur ipsi β ε, æqualis & parallelus est. Idq; propterea ipsa γ ζ, ipsi β ε est æqualis & parallelus. Vtraq; igitur ipsarũ α δ, γ ζ, ipsi ε β est æqualis & parallelus (per 33 primi) Quæ autẽ eidem rectæ lineæ parallelæ, & in eodẽ plano non existentes, & adinuicẽ sunt parallelæ (per 9 undecimi) parallelus igitur est α δ ipsi γ ζ, & æquales eidem. Et ipsas connectunt, ipsæ α γ, δ ζ. Igitur (per 33 primi) et α γ ipsi δ ζ est æqualis, & parallelus. Et quoniã binæ α β, β γ, duabus δ ε, ε ζ, sunt æquales, & basis etiã α γ basi δ ζ est æqualis, angulus igitur qui sub α β γ (per 8 primi) angulo qui sub δ ε ζ est æqualis. Si igitur duæ rectæ lineæ inuicẽ sese tãgentes, fuerint ad binas rectas lineas inuicẽ sese tangentes parallelæ, non in eodem plano, æquos angulos comprehendunt: quod erat ostendendum.*

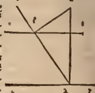
Euclid. ex Camp. Propositio 11.

11 PVncto in aẽre assignato, ab eo ad datã superficiẽ perpẽdicularẽ ducere. CAMP. Sit pũctus a, sursum in aẽre, á quo uolum[us] ad superficiẽ subiacẽtẽ, perpẽdicularẽ ducere. Ducatur igitur in plano illo linea b c utcũq; cõtigerit, ad quã ab ipso puncto a ducatur perpẽdicularis a d, secũdũ doctrinã 12 primi. Rursusq; á pũcto d, in plano illo ad quod ducenda est perpẽdicularis á puncto a, extrahatur linea d e quæ sit perpendicularis ad lineã b c, ut docet 11 primi. Ad hanc quoq; lineã d e, ducatur alia linea perpẽdicularis á pũcto a, quæ sit a f. Hanc dico esse eã quã intendimus. Sit enim linea f g æquidistãs lineę b c. Et quia uterq; duorũ angulorũ b d a & b d f, est rectus, erit ex 4 huius, linea b d perpendicularis ad superficiẽ in qua est triangulus a d f, ideoq; etiã per 8 huius erit linea g f perpendicularis ad eãdem superficiem. Igitur á diffinitione erit angulus g f a, rectus. Cũq; etiam angulus d f a, sit rectus, sequitur ex 4 huius, lineã a f esse perpendicularem ad superficiem in qua sunt duæ lineæ d f & f g: quod est propositum.

Euclid. ex Zamb. Problema 1. Propositio 11.

11 A dato signo in sublimi, ad subiectũ planũ perpẽdicularẽ lineã ducere.

THEON ex Zamb. *Sit datum quidē signū in sublimi α, datū autē planū suppositū. Oportet iam*
διόρθω *ab ipso α signo, in subiectū planū perpendicularē rectā lineā ducere. Extendatur enim quædam in subiecto plano recta linea utcunq;, sitq; βγ, exciteturq; (per 12 primi) ab ipso α signo, in ipsam βγ, perpendicularis αδ. Si igitur αδ perpendicularis est ad subiectū planū factū iam est quod quæritur. Si autē non, excitetur (per 11 primi) ab ipso δ signo ipsi βγ in subiecto plano ad angulos rectos δε. Exciteturq; (per 12 primi) ab ipso α, in ipsam δε, perpendicularis αζ, & per ζ signū ipsi βγ paralellus excitetur (per 31 primi) ζθ. Et quoniā βγ utriq; ipsarum δα, δε, ad angulos est rectos, igitur (per 4 undecimi) βγ ad id quod per εδα planū ad angulos est rectos. Et ei paralellus est ηθ. Si autem fuerint binæ rectæ lineæ paralellæ, altera uerò ipsarū plano alicui ad angulos fuerit rectos, & reliqua ad idem planū ad angulos erit rectos (per 8 undecimi) linea igitur ηθ ei quod per εδ, α, plano ad angulos est rectos, & ad omnes rectas lineas eam tangentes, & in eo quod per εδα, plano existentes, ipsa ηθ recta est (per conuersionē diffinitionis 2 undecimi.) Tangit autē ipsam, ipsa αζ existens in eo quod per εδ, δα, plano. Igitur ηθ, ad ipsam ζα recta est (per 2 undecimi.) Quare & ζα, recta est ad ipsam ηθ. Est autē & αζ ad ipsam δε recta, igitur αζ utrāq; ipsarum θη, δε, recta est. Si autem recta linea (per 4 undecimi) duabus rectis lineis inuicem se tangentibus in cōtactu ad angulos rectos steterit, & ad id quod per ipsa planū ad angulos rectos erit. Igitur ζα ad id quod sub εδ, ηθ, planū ad angulos rectos est. Quod autē per εδ, ηθ, planū est subiectū. Ipsa igitur αζ, ipsi subiecto plano ad angulos rectos est. A dato igitur signo in sublimi α, in subiectum planum perpendicularis recta linea acta est: quod facere oportebat.* Euclid. ex Zamb. Propositio 12.





Vperficie proposita, punctoq; in ea assignato, ab eo pūcto ad datam superficiem, lineam orthogonaliter erigere. 12

CAMPANVS. Cum à pūcto quolibet in superficie proposita assignato, perpēdicularē educere libuerit, à quolibet puncto sursum in aēre ad libitū posito, ad eā dē superficiem perpēdicularē (quemadmodū præmissa docuit) demitte, quæ si in assignatum punctum ceciderit, ipsa est quam quæris. Sin autem, ab ipso assignato puncto ad demissam perpendicularem, æquidistantem ducito, eamq; per 8 huius probabis esse quam quæris.

Euclid. ex Zamb. *Problema 2.* *Propositio 12.*

Ad datū planū, à dato in eo signo, ad angulos rectos rectā lineā constituere. THEON ex Zamb. *Sit datū planū suppositū, signū autē in eo sit α. Oportet ab ipso α signo, ipsi supposito plano ad angulos rectos rectam lineam constituere. Intelligitur signū quoddā in sublimi, sitq; β, & ab ipso β (per 11 undecimi) ad subiectū planū perpendicularis excitetur βγ, exciteturq; (per 31 primi) ab ipso α signo, ad angulos rectos αδ. Quoniā igitur binæ rectæ lineæ parallelæ sunt αδ, γβ, altera autē ipsarū βγ ad subiectum planū ad rectos est angulos, reliqua igitur αδ ad subiectū ad angulos est rectos (per 8 undecimi:) ad datum igitur planum, à signo in eo dato α, ad rectos angulos constituta est αδ. Quod facere oportebat.* Euclid. ex Camp. Propositio 13.



Vas lineas super punctum unum ad superficiem unam orthogonaliter insistere, impossibile est. 13

CAMPANVS. Si enim possibile est ut duæ lineæ uni eidemq; superficiei super punctū unum perpendiculariter insistant, superficies in qua ipsæ perpendiculares sitæ sunt intelligatur produci quousq; secet in superficiē, cui dictæ lineæ perpendiculariter insistunt, eritq; per 3 huius, communis earum sectio linea recta. Et quia ex diffininone utraq; illarū duarū perpendicularium cum cōmuni sectione continet angelum rectū, sequitur ut angulus rectus sit pars anguli recti. Quod est impossibile. Quemadmodum autē demōstratum est, impossibile esse ab uno eodēq; puncto extra superficiē duas lineas super punctū unum ad eandē superficiē esse perpendiculares, ita etiā demonstrabimus impossibile esse duas lineas ab uno eodēq; puncto extra superficiē signato ad eandē superficiē protractas ad ipsam esse perpendiculares. Si enim hoc fuerit, ipsæ erunt æquidistantes ex 6 huius. Quod est impossibile ex diffinitione linearum æquidistantiū. Constat igitur ex hac, quód si aliqua superficies plana aliā planam superficiem orthogoualiter secet, & ab aliquo puncto secantis superficiei ad superficiem sectam perpendicularis ducatur, in communi earum sectione eam cadere necesse est. Alioqui ab eodem puncto secātis superficiei ad communem earum sectionem perpendicularis protrahatur, docet 12 primi, & à puncto in quo incidit cum communi sectione, alia perpendicularis ad eandem communem sectionem in superficie secta educatur ut docet 11 primi. Eritq; ex diffinitione superficiei super aliam superficiem orthogonaliter erectæ angulus quem continēt hæ duæ lineæ perpendiculares, rectus: quare per 4 huius prima harum duarum perpendicularium,

etiam est perpendicularis ad superficiem sectã. Ergo ab uno pũcto protractæ sunt duæ lineæ perpendiculares ad eandem superficiem, quod est impossibile, relinquitur itaq; propositũ nostrum.

Euclid. ex Zamb. *Theorema 11.* *Propositio 13.*

13 Ab eodem signo, ad idem planũ binę rectæ lineæ ad angulos rectos non constituentur ad easdem partes.

THEON *ex Zamb. Si enim possibile, ac eodem signo α, ad idem planũ binæ rectæ lineæ αβ, αγ, ad angulos rectos constituantur ad easdem partes. Extẽdaturq; per βα, αγ, planũ. Quod iam efficiet sectionem per α in subiecto plano lineã rectã, efficiat lineã δαε. Ipsæ igitur αβ, αγ, δα, in uno sunt plano (per 3 undecimi) Et quoniã γα ad subiectũ planũ ad angulos rectos est, & ad omnes igitur rectas lineas eam tãgentes & in subiecto plano existentes, rectos efficiet angulos (per 2 undecimi diffinitionem) Ipsam autem tangit δαε in subiecto existens plano. Igitur angulus qui sub γαε, rectus est, & id propterea angulus qui sub βαε, rectus est. Aequalis igitur est angulus qui sub γαε ei qui sub βαε, & in uno sunt plano. Quod est impossibile. Ab eodem igitur signo, ad idem planum binæ rectæ lineæ ad angulos rectos non constituentur ad easdem partes: quod oportuit demonstrasse.*

Euclid. ex Camp. *Propositio 14.*

14 I linea una super duas superficies assignatas orthogonaliter insistat, illæ duæ superficies si etiam in infinitum in quamcunq; partem protrahantur, nunquam concurrent.

CAMPANVS. Posita enim una linea duabus superficiebus orthogonaliter insistere, si impossibile est superficies illas cõcurrere, in earum communi sectione, quę per 3 huius erit linea recta, punctus quocũq; modo signetur, à quo duæ lineæ in illis duabus superficiebus ad lineam illam quæ ipsis perpendiculariter superstat protrahatur, erit constitutus triangulorum ex his duabus lineis & perpendiculari. Huius itaq; trianguli uterq; duorum angulorum qui super perpendicularẽ cõsistunt, est rectus, ut patet ex diffinitione lineę super superficiem perpendiculariter stantis, hoc autem est impossibile per 32 primi. E conuerso quoq;, uidelicet,

Si super duas superficies æquidistãtes linea recta ceciderit, quæ ad alterã earũ perpẽdicularis sit, ipsa quoq; perpẽdicularis erit ad reliquam.

Positis enim duabus superficiebus æquidistantibus, intelligatur linea recta ambas penetrans quæ alteri earũ perpendiculariter superstat. Dico quòd eadẽ linea reliquæ superficiei perpẽdiculariter superstat. Sit enim superficies una secãs positas superficies æquidistãtes, super lineã eas penetrantẽ, eritq; cõmunis sectio huius superficiei secantis & alterius sectarũ uidelicet illius cui linea penetrans ponitur perpendiculariter insistere, consistens angulũ rectũ cum ipsa linea penetrãte ex diffinitione lineæ perpendicularis ad superficiẽ. Si igitur alia cõmunis sectio ipsius superficiei secãtis & reliquæ duarũ sectarũ cũ eadem linea penetrãte non contineat angulũ rectũ, erit ex ultima petitione, primi, ut illæ duæ cõmunes sectiones in alterutrã partẽ protractę necessariò concurrant, quare & superficies quæ positæ sunt æquidistãtes, necessariò cõcurrẽt. Et quia hoc est impossibile, erit ille angulus rectus. Eodẽq; modo erit de qualibet alia superficie eadẽ superficies æquidistãtes secãte super eandẽ lineã, igitur ex quarta huius & ex ista 14, cõstat uerũ esse quod diximus.

Euclid. ex Zamb. *Theorema 12.* *Propositio 14.*

14 Ad quæ plana eadem recta linea recta est, parallela sunt ipsa plana.

THEON *ex Zamb. Recta enim quædã linea αβ, ad utrũq; γδ, εζ, planorũ, esto ad angulos rectos. Dico q; parallela sunt ipsa plana. Si aũt nõ, extẽsa cõcurrũt. Cõcurrãt. Efficiẽt iã cõmunẽ sectionẽ lineã rectã, efficiãt ηθ (p 3 undecimi) assumaturq; in ipsa ηθ, utcũq; signũ κ, cõnectãturq; ακ, βκ. Et quoniã αβ recta est ad ipsum εζ planũ, & ad ipsam igitur βκ rectã lineam existentẽ in ipso εζ extenso plano, recta est ipsa αβ. Igitur angulus qui sub αβκ, rectus est. Et id propterea etiam angulus qui sub βακ, rectus est. Trianguli igitur αβκ, anguli qui sub αβκ, βακ, duobus rectis sunt æquales. Quod est impossibile (per 17 primi) Igitur ipsa γδ, εζ, plana, extẽsa nõ cõcurrũt, parallela igitur sunt ipsa γδ, εζ, plana. Plana igitur ad quæ eadem recta linea recta est, parallela sunt: quod oportebat ostendere.*

Eucl. ex Camp. *Propositio 15.*

15 SI fuerint duæ lineæ se contingentes angulariter, æquidistãtes alijs duabus se contingentibus, non autẽ in superficie una, ab

eisdem lineis contentæ duæ superficies in nulla parte quantumcunque producantur, possunt concurrere.

CAMPANVS. Sint duæ lineæ a b & a c, seangulariter contingentes in puncto a, æquidistantes duabus lineis d e & d f, seangulariter contingentibus in puncto d, & non sint in superficie una, dico earum superficies in quamcunq; partem & quantumcunq; protrahantur, nunquam concurrere. Protrahatur etenim a puncto d, prout docet 5 huius, perpendicularis ad superficiem duarũ linearũ a b & a c, sitq; d g, & à puncto g, ducatur g h æquidistãs a b, & g K, æquidistãs a c, eritq; ex diffinitione uterq; duorum angulorũ d g h, d g k, rectus, & per 9 erit linea d f æquidistans lineæ g K, & linea d e æquidistans lineæ g h, quare per ultimam partem 29 primi, uterq; duorum angulorũ e d g, f d g erit rectus, ideoq; per 4 huius linea d g, erit perpendicularis ad superficiem duarum linearum d e & d f. Cumq; ipsa eadem sit etiam ex hypothesi perpendicularis ad superficiem duarum linearum a b & a c, ex præmissa liquet quod est propositum.

Euclid. ex Zamb. *Theorema 13.* *Propositio 15.*

Si binæ rectæ lineæ seinuicem tangentes ad binas rectas lineas seinuicem tangentes fuerint parallelæ, non tamen in eodem plano existentes, parallela sunt quæ per ipsas plana. 15

THEON *ex Zamb. Binæ, inquam, rectæ lineæ sese inuicem tãgentes αβ, βγ, ad binas rectas lineas sese inuicẽ tangentes δε, εζ, sint parallelæ, sed non in eodem existentes plano. Dico quòd * educta quæ per αβ, βγ, & δε, εζ, plana, non concurrunt adinuicẽ. Excitetur, inquam, (per 11 undecimi) ab ipso β signo, in id quod per δε, εζ, planum perpendicularis βη, & * extẽdatur in planũ per η signũ. Et per η, ipsi quidẽ εδ parallelus excitetur (p 31 primi) ηθ, ipsi autẽ εζ, ipsa ηκ. Et quoniã βη ad id quod p δε, εζ, planũ recta est, & ad omnes igitur eam tangentes rectas lineas (per 2 undecimi diffinitionẽ) & in eodem quod per δε, εζ, plano existentes, rectos efficiet angulos. Tangit autẽ ipsam utraq; ipsarũ ηθ, ηκ, existens in eo quod per δε, εζ, plano, rectus igitur est (per 4 undecimi) uterq; ipsorũ qui sub βηθ, βηκ, angulorũ. Et quoniã parallelus est βα ipsi ηθ, ipsi igitur sub ηβα, βηθ, anguli (per 29 primi) duobus rectis sunt æquales, sed rectus est qui sub βηθ, rectus igitur est qui sub ηβα, igitur ipsa ηβ, ipsi βα, ad angulos rectos est. Id propterea etiã βη, ipsi βγ ad angulos rectus est. Quoniã igitur recta linea βη duab. rectis lineis βα, βγ, sese inuicẽ tangentibus ad angulos rectos stetit, igitur (per 4 undecimi) βη, & ad id quod per βα, βγ, planũ ad rectos angulos est. Est autem & ei quod per ηθ, ηκ, plano recta quod uero per ηθ, ηκ planũ, id est quod per δε, εζ, ipsa igitur βη ei quod per δε, εζ, plano recta est. Igitur βη ad utrũq; eorum quæ per αβ, βγ, δε, εζ, planorũ, recta est. Plana autem ad quæ eadẽ recta linea recta est, parallela sunt (per 14 undecimi) Parallelum igitur est quod per αβ, βγ, planum, ad id quod per δε, εζ. Si binæ igitur rectæ lineæ sese inuicem tangentes, ad binas rectas lineas sese inuicẽ tangentes fuerint parallelæ, sed non in eodẽ plano parallela sunt quæ per ipsas plana: quod erat ostendendum.* *Euclid. ex Camp.* *Propositio 16.*



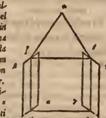
SI duas superficies æquidistantes una superficies secet, cõmunes earum sectiones æquidistantes erunt. 16 CAMP. Constat equidẽ ex tertia, quod una superficie quascũq; duas superficies æquidistãtes secãte, cõmunes earũ sectiones erũt duæ lineæ rectæ. Quę cũ sint amb; sitæ in superficie secante, si ipsæ non fuerint ęquidistãtes, concurrent ad quodlibet unũ punctũ concurrere, erit itaq; ut unus atq; idẽ punctus sit in utraq; illarum duarũ sectionũ communium. Cumq; una illarũ communium sectionum sit in una duarũ superficierum sectarum & reliquã in altera, sequitur superficies illas quæ positæ sunt esse æquidistantes concurrere, hoc autem impossibile est. Erunt igitur communes earum sectiones æquidistantes: quod est propositum.

CAMPANVS. Ex hac & præmissa potes elicere conclusionem unam similem trigesimæ primi, uidelicet istam ipsam. Si fuerint duæ superficies uni æquidistantes, ipsæ quoq; erunt adinuicem æquidistantes. Positis enim tribus superficiebus, quarum utraque duarum extremarum æquidistat mediæ, dico quòd necesse est ipsas extremas æquidistare adinuicem. Secentur omnes illæ tres superficies duabus superficiebus se quoque inuicem secantibus, eruntq; ex hac

ex hac 16 communes sectiones duarum extremarũ superficierum, æquidistantes sectionibus mediæ. Quare ex 30 primi ipsæ etiam sectiones duarum extremarum superficierum, erũnt æquidistantes adinuicem. Et quia ipsæ contingunt se in communi sectione duarum superficierum tres positas superficies secantium, ex præmissa euidenter constat quod diximus.

Euclid. ex Zãb. *Theorema 14.* *Propositio 16.*

16 Si bina plana parallela à plano aliquo dissecta fuerint, communes ipsorum sectiones parallelæ sunt.



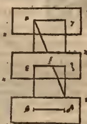
THEON ex Zãb. *Bina, inquã, plana parallela αβ, γδ, à plano εζ ηθ secentur, communes autẽ ipsorũ sectiones, sint εζ, ηθ. Dico q̃ parallelus est εζ, ipsi ηθ. Si autẽ nõ, productæ ipsæ εζ, ηθ, uel ad partes ζθ, uel ad εη concurrunt. Producantur primũ ad ζθ partes, & concurrant in κ. Et quoniã εζκ est in plano αβ, & omnia igitur quæ in ipsa εζκ signa in ipso αβ sunt plano (per 2 undecimi) Vnũ autẽ eorũ quæ in εζκ recta linea signorũ, est κ: igitur κ, in ipso est αβ plano, & id propterea etiam κ, in ipso γδ, est plano. Igitur αβ, γδ, plana, producta concurrunt. Non concurrunt autem per hypothesin, quoniam parallela supponuntur. Ipsæ εζ, ηθ, rectæ lineæ productæ ad partes ζθ, non concurrunt. Similiter quoq; ostendemus, quod ipsæ εζ, ηθ, rectæ lineæ neq; ad partes εη productæ concurrunt. Quæ autem in nulla parte concurrunt (per ultimã diffinitionẽ primi) parallelæ sunt: parallelus igitur est εζ, ipsi ηθ. Si bina igitur plana, & quæ sequuntur reliqua: quod erat ostẽdendũ.* Euclid. ex Cãp. Prop. 17.

17 I superficies tres uel plures æquidistãtes duas rectas lineas seinuicem contingentes uel æquidistantes secent, illarum linearum portiones proportionales esse probantur.

CAMPANVS. Intelligãtur enim duæ rectæ lineæ penetrantes qualitercunq; cõtigerit tres superficies æquidistantes, aut etiã plures trib. dico itaq; duas portiones illarũ linearũ inter quaslibet duas superficies interceptas, proportionales esse quibusq; duabus inter alias duas ex illis æquidistantib. superficiebus interceptis. Coniungantur enim duæ extremitates illarum duarũ linearũ, ducta inter eas linea una diagonaliter, eritq; hæc diagonalis, cũ utraq; illarũ duarũ linearũ penetrantiũ superficies propositas, in superficie una illas æquidistãtes superficies positas secante. Si ergo harum superficierum communes sectiones, quæ per præmissam erunt æquidistantes, cogitatione protraxeris, ex prima parte secundæ sexti constabit propositum.

Euclid. ex Zamb. *Theorema 15.* *Propositio 17.*

17 Si binæ rectæ lineæ à planis parallelis secẽtur, in easdẽ rationes secabũtur.



THEON ex Zamb. *Binæ, inquam, rectæ lineæ αβ, γδ, à planis parallelis ηθ, κλ, μν, secentur in α, ε, β, γ, ζ, δ, signa. Dico quòd est sicut αε recta linea ad εβ, sic est γζ ad ζδ. Connectantur αγ, βδ, αδ, & concurrat αδ ipsi κλ plano in ξ signo, connectaturq́; εξ, ξζ. Et quoniã bina plana parallela κλ, μν, à plano εβδξ, secantur, ipsorum communes sectiones εξ, βδ, parallelæ sunt (per 16 undecimi) Idq́; propterea quoniã bina plana parallela ηθ, κλ, à plano αξζγ, secantur, communes ipsorum sectiones αγ, ξζ, parallelæ sunt (per 16 undecimi.) Et quoniam lateri βδ trianguli αβδ, recta linea parallelus ducta est εξ, proportionaliter igitur sicut αε ad εβ, sic est αξ ad ξδ. Rursus quoniam lateri αγ trianguli αδγ, recta linea parallelus ducta est ξζ, proportionaliter igitur sicut αξ ad ξδ, sic γζ ad ζδ, patuit autem & sicut αξ ad ξδ, sic αε ad εβ, & sicut igitur (per 11 quinti) αε ad εβ, sic γζ ad ζδ. Si binæ igitur rectæ lineæ à planis parallelis secẽtur.*

Eucl. ex Camp. *Propositio 18.*

18 S I in superficie assignata orthogonaliter steterit linea, omnis superficies à linea illa quorsumlibet ducta, ad eandem assignatam superficiem erit orthogonaliter erecta.

CAMPANVS. Sit enim linea a b erecta perpendiculariter super assignatam superficiẽ, & à linea a b producatur superficies quorsum libuerit. Quam dico super propositam superficiem esse perpendiculariter erectam. Cum enim ipsa secet superficiem

ciem assignatã, erit earũ communis sectio linea recta ex 3 huius, sitq; b d. In hac ergo communi sectione signato puncto quolibet qui sit d, extrahatur ab eo in superficie quæ producta est á linea a b, linea quædam perpendicularis ad lineam b d, quæ sit d c. Eritq; ex secunda parte 28 primi, linea c d, æquidistans lineæ a b, ideoq; ex 8 huius, linea c d, est etiam perpendicularis ad superficiem propositam. Quia ergo hoc modo quælibet linea protracta orthogonaliter á quolibet puncto lineæ b d, ad ipsam lineam b d, in ipsa superficie quæ producta est á linea a b, est perpendicularis ad propositam superficiem, ex diffinitione superficiei supra superficiem orthogonaliter erectæ: constat uerum esse quod propositum est.

Euclid. ex Zamb. *Theorema 26.* *Propositio 18.*

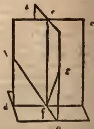
Si recta linea plano alicui ad angulos fuerit rectos, & omnia quę per ipsam plana ad idem planum ad angulos rectos erunt. 18

THEON *ex Zamb. Recta enim linea α β, subiecto plano ad angulos rectos esto. Dico quòd & omnia quæ per α β plana, ad subiectũ planum ad angulos rectos sunt. Extẽdatur, inquam, per α β, planum δ ε, sitq; (per 3 undecimi) communis sectio ipsius δ ε linea plani, & subiecti, γ ε, & sumatur in γ ε, contingens signũ ζ, & ab ipso ζ, (per 11 undecimi) ipsi γ ε ad angulos rectos excitetur in δ ε plano ipsa ζ η. Et quoniam α β ad subiectũ planum recta est, & ad omnes igitur ipsam tangentes rectas lineas & in subiecto plano existentes recta est ipsa α β (per 2 undecimi diffinitionem) quare & ad γ ε recta est. Igitur angulus qui sub α β ζ, rectus, est autem qui sub η ζ β, rectus, igitur (per 28 primi) α β, ipsi ζ η parallelus est. Ipsa autem α β, ad subiectum planũ ad angulos rectos est, & ζ η igitur ad subiectum planum ad angulos rectos est. Et quoniam (per 3 diffinitionem undecimi) planũ ad planũ rectum est quando quæ cõmuni sectioni planorũ ad angulos rectos ductæ rectæ lineæ in uno planorum, ad reliquũ planum ad angulos fuerint rectos, & ipsi γ ε sectioni planorũ cõmuni, in uno planorum δ ε scilicet ad angulos rectos acta ζ η, ostensa est supposito plano ad angulos rectos esse, igitur planum δ ε rectum est ad suppositum planum. Similiter iam ostendetur quod omnia quæ per α β plana, recta sunt ad subiectum planum. Si recta igitur linea plano alicui ad angulos fuerit rectos, & omnia quæ per ipsam plana ad idem planum ad angulos rectos erunt: quod oportuit demonstrasse.*

Euclid. ex Camp. *Propositio 19.*



I duæ superficies seinuicem secantes, supra unam superficiem erectæ fuerint orthogonaliter, cõmunis earum sectio ad eandem superficiem perpendicularis erit. 19



CAMPANVS. Sint duæ superficies a b & c d seinuicem secantes, erectæ orthogonaliter super assignatam superficiẽ, sitq; cõmunis earũ sectio linea recta e f. Hanc dico esse perpendicularẽ ad assignatam superficiem. Alioqui á puncto f qui est communis terminus sectionum duarum superficierum secantium & tertiæ superficiei sectæ, producatur una linea recta quæ sit f g, in superficie a b, perpendicularis ad superficiem assignatam, itemq; ab eodem puncto ducatur alia perpendicularis ad eandem superficiem, quæ sita sit in superficie c d & ipsa sit f h, eruntq; duæ lineæ f g & f h, orthogonaliter insistentes super punctum unum ad superficiẽ assignatã. Hoc autem, impossibile est per 13 huius. Tales autem lineas posse protrahi á puncto f in utraq; duarum superficierũ a b & c d, cum e f non fuerit perpendicularis ad assignatam superficiem, dubitare non conuenit. Intelligatur quidem linea f b cõmunis sectio superficiei a b & superficiei assignatæ, & linea f d, superficiei c d & superficiei assignatæ. Si igitur linea e f fuerit perpendicularis ad utranq; duarũ linearum f b & f d, ipsa etiam erit perpendicularis ad superficiem assignatã ex quarta huius. Si autem ad neutram, sit f g perpẽdicularis ad f b, & f h perpẽdicularis ad f d. Deinde á puncto f protrahe in superficie assignata unam lineam perpẽdicularẽ ad lineam f b, quæ ex diffinitione superficiei super aliam superficiem orthogonaliter erectæ, cum linea f g

continebit

contin ebit angulum rectum: per quartam igitur huius erit linea f g, perpendicularis ad superficiem asignatam. Eodem quoq; modo protracta alia linea à puncto f in superficie asignata, quæ sit perpendicularis ad lineam f d, sequetur ex diffinitione prædicta & ex quarta huius, lineam f h esse perpendicularem ad superficiem asignatam, quod est impoßibile per 13 huius. Quod si conficeare lineam e f esse perpendicularem ad lineam f b, sed non ad lineam f d, sequetur modo consimili duas lineas e f & f h esse perpendiculares ad superficiem asignatã. Quod nihil minus est impoßibile.

Euclid. ex Zamb. *Theorema 17.* *Propositio 19*

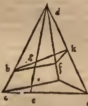
19 Si bina plana sese inuicem dispescentia, plano alicui ad angulos rectos fuerint, & ipsorum communis sectio ad idem planum ad angulos rectos erit.



THEON *ex Zamber.* *Bina etenim plana αβ, βγ, subiecto plano ad angulos sint rectos, communis autem ipsorum sectio sit βδ. Dico quod ipsa βδ, ad subiectũ planum ad angulos est rectos. Non sit. Et excitentur (per 12 undecimi) ab ipso δ signo in plano quidem αβ, ipsi αδ rectæ lineæ, ad angulos rectos ipsa δε, in plano autem βγ, ipsi γδ ad angulos rectos δζ. Et quoniam planum αβ ad subiectum planum rectum est, & communi ipsorum sectioni αδ ad angulos rectos, αδ in ipso αβ plano excitatur δε, igitur δε ad subiectum planum recta est. Similiter iam demonstrabimus, quod & δζ ad subiectum planum recta est. Ab eodem igitur signo δ, ad subiectum planum binæ rectæ ad angulos rectos constitutæ sunt ad easdẽ partes. Quod est impoßibile. Igitur ad subiectum planum, α signo γ ad angulos rectos non cõstituetur alia, præter δζ communem sectionem, ipsorum βα, ζγ, planorum. Si bina igitur plana inuicem sese dispescentia ad planum aliquod ad angulos fuerint rectos, & communis ipsorum sectio ad idem planum ad angulos rectos erit. Quod ostendere oportebat.*

Eucl. ex Camp. *Propositio 20.*

20 SI tres anguli superficiales solidum angulum contineant, illorum trium angulorum quiq; duo pariter accepti reliquo sunt maiores.



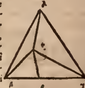
CAMPANVS. Sint tres lineæ a b, a c, a d, pyramidaliter erectæ supra superficiem b c d, continentes tres superficiales angulos, ex quibus solidus perficitur angul⁹ in pũcto a. Dico quoslibet duos ex ipsis superficialibus angulis solidum angulum in puncto a cõstituentibus, pariter acceptos, tertio esse maiores. Si enim hi tres anguli superficiales fuerint sibi inuicem æquales, aut si duo tantum æquales existente tertio minore utrolibet duorum æqualiũ, constat per cõmunem scientiam uerum esse quod dicitur. Quod si eorum unus utrolibet duorum reliquorum maior fuerit siue illi duo ponantur æquales siue non æquales, adhuc constat illum maiorem & utrumlibet duorum reliquorum pariter acceptos, tertio esse maiores. Sed & illos duos minores pariter acceptos hoc tertio qui maior utrolibet ponitur, esse maiores, sic collige. Esto enim trium propositorum angulorum superficialium angulus a c d, maior utrolibet reliquorum duorum. Ex ipso ergo abscindam angulum e a d æqualem angulo b a d, protracta linea a e. Et sumam ex hac linea a e, lineam a g, & ex linea a b, lineã a f, quas ponam esse æquales. Et protraham lineam à puncto g qualitercunq; contingat, in superficie duarum linearum a c & a d, quousq; secet a c in puncto h, & a d in puncto k, & ipsa sit h g k. Et producam lineas f h & f k. Cum sit igitur a f æqualis a g, posita a k communi, erit per 4 primi f k æqualis k g. Et quia ex 20 primi duæ lineæ h f & f k sunt maiores linea h k, erit per conceptionem h f maior h g. Ideóq; per 25 primi cum sit linea a f æqualis lineæ a g, erit angulus f a l, maior angulo h a g. Per conceptionem igitur constat duos angulos h a f, f a k, pariter acceptos, esse maiores angulo h a k. Quod erat demonstrandum.

Euclid. ex Zamb. *Theorema 18.* *Propositio 20.*

21 Si solidus angulus sub tribus angulis plenis comprehendatur, quiuis duo reliquo maiores sunt quomodocunq; suscepti.

THEON *ex Zamb.* *Solidus angulus qui ad α, sub tribus planis, hoc est βαγ, γαδ, δαζ, comprehendatur. Dico quod bini quomodocunq; suscepti, reliquo sunt maiores. Si quidem ipsi qui sub βαγ,*

γαδ, δαβ, anguli sunt inuicem æquales, manifestum est quòd bini reliquo, quomodocunq; suscepti sunt maiores. Si autem non, sit maior qui sub βαγ, constituaturq; (per 23 primi) ad αβ rectam lineam, & ad signum in ea α, angulo qui sub δαβ, in eo quod per βαγ plano, æqualis angulus βαε, ponaturq; (per 2 primi) ipsi αδ æqualis αε, & per ε signũ ducta βεγ linea, dissecet ipsas αβ, αγ, rectas lineas in signis β, γ, connectanturq; δβ, δγ. Et quoniã δα ipsi αε est æqualis, cõmunis aũt αβ, duæ igitur δα, αβ duabus εα, αβ, sunt æquales, & angulus qui sub δαβ, angulo qui sub βαε est æqualis: basis igitur δβ (per 4 primi) basi βε est æqualis. Et quoniã duæ δβ, δγ, ipsa βγ sunt maiores, quarum δβ ipsi βε ostensa est æqualis, reliqua igitur δγ, reliqua εγ maior est. Et quoniam ipsa δα ipsi αε æqualis, cõmunis autẽ αγ, & basis δγ basi εγ maior est, angulus igitur qui sub δαγ, angulo qui sub εαγ maior est. Ostensum autem est, quòd & qui sub δαβ, est æqualis ei qui sub βαε. Ipsi igitur qui sub δαβ, δαγ, eo qui sub βαγ sunt maiores. Si solidus igitur angulus sub tribus angulis planis comprehendatur, duo quomodocunq; assumpti sunt maiores reliquo. Quod erat ostendendum.



Euclid. ex Camp. *Propositio 21.*



Omnis angulus solidus quatuor rectis angulis minor esse probatur. 21

Campanvs. Anguli solidi quantitas, ex angulorum superficialium ipsum solidum continentium quantitate determinatur. Hac ergo 21 propositione id etiam proponitur, quoslibet superficiales angulos solidum quemlibet continentes pariter acceptos, quatuor rectis angulis esse minores. Sit enim triangula pyramis a b c d, cuius supremus angulus cum possit esse quilibet suorum angulorum, hic tamen sit a, de quo dico, quod tres superficiales anguli ipsum a continentes, sunt minores quatuor rectis. Constat enim ex 32 primi, nouem angulos trium triangulorum hanc pyramidem circumstantium (& ipsi sunt a b c, a c d, a d b) esse æquales sex angulis rectis, de tribus autem angulis basis eius quę est triangulus b c d, constat quoq; per eandem, quòd ipsi sunt æquales duobus rectis. Cum igitur sex anguli trium triangulorum prædictorũ hanc nostram pyramidem (de cuius supremo angulo disputamus) circundantium, qui inquam sex anguli cum tribus angulis basis reliquos tres angulos solidos pyramidis continent, sint ex præmissa ter assumpta maiores tribus angulis basis, sequitur ipsos sex angulos esse maiores duobus rectis, ex nouem igitur angulis trium triangulorum pyramidem circundantium his sex angulis demptis erunt ex communi scientia reliqui tres (& ipsi sunt qui constituunt solidum angulum a) minores 4 rectis. Si autem angulus a supremus in assumpta pyramide pluribus angulis superficialibus quàm tribus contineatur, quod erit secundum multitudinem angulorum suæ basis, cum igitur omnes anguli omnium triangulorum ipsam pyramidem circundantium pariter accepti sint ex 32 primi, tot rectis angulis æquales quantus est numerus angulorum suæ basis duplicatus, eo quòd tot necesse est esse triangulos pyramidem circundantes quot fuerint anguli suæ basis, cumq; omnes anguli suæ basis sint tot rectis angulis æquales quantus est numerus angulorum suorũ duplicatus, demptis inde 4 ut in 32 primi demonstratum est: cumq; igitur omnes anguli triangulorum pyramidem circundantium, qui super latera basis ipsius pyramidis cõsistunt pariter accepti sint maiores omnibus angulis basis pariter acceptis, ut euidenter constat ex præmissa toties quot angulos basis habuerit repetita, adhuc necessariò sequitur ex communi scientia, superficiales angulos solidum angulum a continentes pariter acceptos esse minores quatuor rectis, eo inquam minores quo omnes anguli trigonorum pyramidem circundantium qui super latera basis statutæ pyramidis consistunt, excedunt omnes angulos basis pariter acceptos.

Euclid. ex Zamb. *Theorema 19.* *Propositio 21.*

Omnis solidus angulus, sub paucioribus, quàm quatuor rectis angulis planis comprehenditur. 22

THEON ex Zamb. *Sit solidus angulus qui ad α, comprehensus sub planis angulis qui sub βαγ, δαγ,*

δαγ, δαβ. Dico quòd ipsi βαγ, γαδ, δαβ, anguli, quatuor rectis sunt minores. Assumatur, inquam, in unaquaq; ipsarū αγ, αβ, αδ, rectarū linearū signa utcunq;, sintq; β, γ, δ, cōnectanturq; βγ, γδ, δβ. Et quoniā solidus angulus est qui ad β, sub tribus enim planis angulis cōprehenditur, hoc est, sub iis qui sub γβα, αβδ, & γβδ (per 20 undecimi) bini utcunq; sumpti, reliquo sunt maiores. Igitur qui sub γβα, αβδ, eo qui sub γβδ sunt maiores. Et id propterea qui sub βγα, αγδ, eo qui sub βγδ sunt maiores, & insuper qui sub γδα, αδβ, eo qui sub γδβ sunt maiores. Igitur sex anguli γβα, αβδ, βγα, αγδ, γδα, αδβ, tribus, hoc est eis qui sub γβδ, βγδ, γδβ, sunt maiores. Sed ipsi tres qui sub γβδ, βδγ, βγδ, duobus rectis sunt æquales, igitur qui sub γβα, αβδ, βγα, αγδ, γδα, αδβ, sex anguli, duobus rectis sunt maiores. Et quoniam uniuscuiusq; ipsorum αβγ, αβδ, αγδ, triangulorum tres anguli duobus rectis sunt æquales (per 32 primi,) trium igitur triangulorum anguli nouem qui sub γβα, αγβ, βαγ, αγδ, δαγ, γδα, αδβ, δβα, βαδ, sex rectis sunt æquales. Quorū qui sub αβγ, βγα, αγδ, γδα, αδβ, δβα, sex anguli, duobus rectis sunt maiores: reliqui igitur qui sub βαγ, γαδ, δαβ, tres anguli, comprehendentes solidum angulum, quatuor rectis sunt minores. Omnis igitur solidus angulus sub minus quatuor rectis angulis planis comprehenditur: quod erat ostendendum.

Eucli. ex Camp. Propositio 22.

22 SI tres anguli superficiales quorum quiq; duo pariter accepti tertio sint maiores, cunctis sibi inuicem æquis lineis cōtineantur, de tribus basibus angulos illos ab ipsorum linearum æqualium terminis subtendentibus, triangulum substitui uel constitui possibile est.

CAMPANVS. Sint tres superficiales anguli b a c, e d f, h g k, ut proponitur, tales uidelicet ut quiq; duo eorū tertio sint maiores, sintq; sex latera eos cōtinentia, æqualia, quæ sunt a b, a c, d e, d f, g h, g k, & subtendantur eis tres bases quæ sint b c, e f, h k. Ex his ergo tribus basibus, triangulū aio constitui posse. Esto enim angulus a b l æqualis angulo d, & linea a l lineæ d e, & protrahātur l b, l c, eritq; ex 4 primi, linea l b, æqualis lineæ e f. Ex hypothesi uerò constat, totalem angulū a esse maiorem angulo g, erant enim quiq; duo ex tribus angulis b a c, d & g, tertio maiores. Igitur ex 24 primi linea l c, linea h k est maior. Cumq; sint ex 20 primi duæ lineæ l b & b c maiores linea l c, sequitur duas lineas l b & b c esse multo fortius maiores linea h k. Quia igitur l b est æqualis e f, erūt duæ lineæ b c & e f maiores linea h k. Constat itaq; hoc modo, quasque duas lineas ex tribus lineis b c, e f, h k, esse lōgiores tertia. Igitur ex 22 primi constat uerum esse quod dicitur. Hoc dūtaxat addito, quod si duo anguli b a c & d pariter accepti sint æquales duobus rectis, erunt duę lineæ l a & a c ex 14 primi linea una, quæ cū sit æqualis ex hypothesi duabus lineis g h & g k quæ ex 20 primi longiores sunt linea h k, cumq; ex eadem lineæ duæ l b & b c sint longiores linea l c, sequitur ut prius b c & e f pariter acceptas esse longiores h k. At uerò si duo prædicti anguli sunt maiores duobus rectis, erunt ex 21 primi duæ lineæ a l & a c (ideoq; & duæ g h & g k) breuiores duab. quæ sunt l b & b c. Quare ut prius, b c & e f pariter acceptæ sunt longiores linea h k.

Euclid. ex Zamb. *Theorema 20.* *Propositio 22.*

22 Si fuerint tres anguli plani, quorū bini reliquo sint maiores quomodocunq; assumpti, comprehendant autem ipsos æquales rectæ lineæ, ex cōnectentibus æquales rectas lineas triangulū cōstitui, est possibile.

THEON *ex Zamb. Sint tres anguli plani qui sub αβγ, δεζ, & ηθκ, quorū bini reliquo sint maiores quomodocunq; sumpti, hoc est αβγ, δεζ, ipso ηθκ, ipsi autem qui sub δεζ, ηθκ, ipso αβγ, & insuper qui sub ηθκ, αβγ, eo qui sub δεζ, sintq; æquales αβ, βγ, δε, εζ, ηθ, θκ, rectæ lineæ, cōnectanturq; αγ, δζ, ηκ. Dico quod ex æqualibus ipsis αγ, δζ, ηκ, triangulū constituere est possibile, hoc est quod ipsarum αγ, δζ, ηκ, binæ quomodocūq; sumptæ reliqua sunt maiores. Si quidem qui sub αβγ, δεζ, ηθκ, anguli inuicem sunt æquales, manifestū quod & ipsis αγ, δζ, ηκ, æqualibus adinuicē factis, est possibile ex æqualibus ipsis*

α γ, δ ζ, η κ, triangulū construi. Si autē non, sint inæquales. Constituaturq; (per 23 primi) ad ipsam θ κ rectā lineā, & ad signū in ea θ, angulo qui sub α β γ, equalis, angulus qui sub κ θ λ, & ponatur (per 2 primi) uni ipsarū α β, β γ, δ ε, ε ζ, η θ, θ κ, equalis θ λ, cōnectanturq; κ λ, η λ. Et quoniā binæ α β, β γ, duabus κ θ, θ λ, sunt æquales, & angulus qui ad β angulo qui sub κ θ λ est æqualis, basis igitur α γ (per 4 primi) basi κ λ est æqualis. Et quoniam qui sub α β γ, η θ κ, eo qui sub δ ε ζ sunt maiores, æqualis autē qui sub κ θ λ eis qui sub α β γ, & η θ κ, qui igitur sub η θ λ eo qui sub δ ε ζ maior est. Et quoniā duæ η θ, θ λ, duab. δ ε, ε ζ sunt æquales, & angulus qui sub η θ λ angulo qui sub δ ε ζ maior est, basis igitur η λ (per 24 primi) basi δ ζ maior est. Sed ipsæ η κ, κ λ, ipsa η λ sunt maiores, multomagis igitur η κ, κ λ, ipsa δ ζ sunt maiores. Aequalis autem est κ λ, ipsi α γ: ipsæ igitur α γ, η κ, reliqua δ ζ sunt maiores. Similiter iā ostēdemus, quòd & ipsæ quidē α γ, δ ζ, ipsa η κ sunt maiores, & η κ, δ ζ, ipsa α γ. Possibile igitur est, ex æqualibus ipsis α γ, δ ζ, η κ, triangulū cōfici: quod ostēdendū erat.

ALITER. *Sint dati tres anguli plani qui sub α β γ, δ ε ζ, η θ κ, quorū duo reliquo sint maiores quomodocūq; assumpti. Cōprehendant autē ipsos æquales rectæ lineæ α β, β γ, δ ε, ε ζ, η θ, θ κ. Cōnectanturq; ipsæ α γ, δ ζ, η κ. Dico quòd ex æqualibus ipsis α γ, δ ζ, η κ, triāgulū cōstrui est possibile, hoc est rursus quòd duæ reliquæ sunt maiores quomodocūq; assumptæ. Siquidē rursus qui ad β, ε, θ, signa anguli sunt æquales, erunt quoq; ipsæ α γ, δ ζ, η κ æquales, & duæ reliqua erūt maiores. Si autē non, sint inæquales qui ad ipsa β, ε, θ, signa anguli, sitq; maior angulus qui ad β, utroq; ipsorum ε, θ: maior igitur est (per 24 primi) & α γ recta linea, utraq; ipsarū δ ζ, η κ, & manifestū, quod α γ cum utraq; ipsarū δ ζ, η κ, reliqua maior est. Dico quod & δ ζ, η κ, reliqua α γ sunt maiores. Cōstituatur (per 23 primi) ad α β rectā lineā ad signūq; in ea β, ei qui sub η θ κ angulo æquus qui sub α β λ, ponaturq; (per 2 primi) uni ipsarū α β, β γ, δ ε, ε ζ, η θ, θ κ, equalis β λ: cōnectāturq; α λ, λ γ. Et quoniam duæ α β, β λ, duabus η θ, θ κ, sunt æquales altera alteri, & æquos angulos cōprehēdūt: basis igitur α λ (per 4 primi) basi η κ est æqualis. Et quoniā qui ad ε, θ, signa anguli, eo qui sub α β γ sunt maiores, quorū qui sub η θ κ, eo qui sub α β λ est æqualis, reliquus igitur qui ad ε angulus, eo qui sub λ β γ maior est, & quoniā duæ λ β, β γ, duabus δ ε, ε ζ, sunt æquales altera alteri, & angulus qui sub δ ε ζ, angulo qui sub λ β γ maior est, basis igitur δ ζ (per 24 primi) basi λ γ maior est. Ostēsum aūt est quòd æqualis est η κ ipsi α λ. Ipsæ igitur δ ζ, η κ, ipsis α λ, λ γ, sunt maiores. Sed ipsæ α λ, λ γ, ipsa α γ, sunt maiores, multomagis igitur δ ζ & η κ, ipsa α γ sunt maiores. Ipsarū igitur α γ, δ ζ, η κ, rectarum linearum duæ reliqua sunt maiores, quōcunq; assumptæ. Possibile igitur est, ex æqualibus ipsis α γ, δ ζ, η κ, triangulū confici: quod oportuit ostēdere.* κλ Euclid. ex Camp. Propositio 23.

TRibus angulis superficialibus propositis, quorum quiq; duo pariter accepti tertio sunt maiores omnes, & tres simul quatuor rectis angulis minores, ex tribus illis æqualibus qualescunq; sint, solidum angulum constituere. 23

CAMPANVS. Sint propositi tres anguli superficiales qui sunt a, b, c, de tribus illis æqualibus uolumus unū solidū angulū cōstituere. Oportet igitur ex 20 huius, ut quiq; duo eorū pariter accepti tertio sint maiores, & ex 21 huius ut oēs pariter accepti quatuor rectis angulis sint minores. Ex ipsis itaq; sint hæc posita. Latera uerò eos continētia cūcta adinuicē sint æqualia, eisq; subtēdātur tres bases, & ipsæ sint d e, e f, & f d, eritq; ex præmissa possibile, de tribus lineis his basibus æqualibus triāgulū cōstitui. Sit igitur ex eis secūdū doctrinā 22 primi, triāgulus d e f, cōstitutus, cui sicut docuit 5 quarti, circūscribatur circulus d e f supra cētrū g, & pertrahatur g d, g e, g f. Quæ cū sint adinuicē æquales ex diffinitiōe circuli, lateraq; tres propositos angulos ambiētia æqualia ex hypothesi, necesse est ut earum quælibet quolibet illorū laterū sit minor, æqualē aūt aut maiorē esse est impossibile. Si enim linea exiēs à cētro g, circūferētiā circuli d e f esset æqualis alicui laterum a d, a e, b e, b f, c f, c d, sequeretur propterea quæ posita sunt, annuēte 8 primi, tres angulos a, b, c, propositos, esse æquales tribus angulis d g e, e g f, f g d. Cumq; hi tres sint æquales quatuor rectis angulis, ut facile patet ex 13 primi,

protracta

protracta paulisper una linearũ exeuntium à centro ad circũferentiã in cõtinuũ & directũ, essent etiã tres anguli a,b,c, æquales etiã quatuor rectis. Quod est cõtra posita. Quod si esset maior superpositis tribus triangulis quorũ sunt anguli a,b,c, tribus triangulis diuidentibus triangulũ d e f unoquoq; illi cũ quo cõmunicat in basi, ita qd' bases superponantur basibus æquales uidelicet æqualibus, & anguli a b c cadant ad partẽ puncti g, sequeretur ex 21 primi tres angulos a,b,c, esse maiores tribus qui sunt d g e, e f g, f g d. Essent itaq; maiores quatuor rectis. Quod est amplius contrariũ positis. Relinquitur itaq; unũquodq; ex sex lateribus tres propositos angulos ambientibus, maius esse linea egrediente à centro g, ad circumferentiã d e f, ideoq; etiã potentius. Sit igitur potentius in linea g h, quæ sit secundũ 12 huius orthogonaliter erecta super superficiem anguli uel circuli d e f, demittanturq; tres hypothenusæ h d, h e, h f, quas dico cõtinere angulos tres superficiales æquales tribus propositis, cõstituẽtes angulũ solidũ in puncto h. Cũ enim quadratũ lineæ a d sit æquale duobus quadratis duarũ linearũ d g & g h ex hypothesi, at quadratũ lineæ d h sit æquale eisdẽ ex penultima primi, necesse est lineã a d esse æqualẽ lineæ d h. Eodemq; modo & lineã a e, lineæ e h. Igitur ex 8 primi cum bases etiã sint æquales, erit angulus a æqualis angulo d h e. Simili quoq; modo erit angulus b æqualis angulo e h f, & angulus c æqualis angulo f h d. Quare constat factũ esse quod facere disposuimus. *Euclid. ex Zamb.* *Theorema 3.* *Propositio 23.*

23 Ex tribus angulis planis quorũ duo quomodocũq; sumpti sint reliquo maiores, solidum angulũ conficere, oportet uerò ipsos tres, quatuor rectis esse minores.

THEON ex Zãb. *Sint dati tres anguli plani qui sub α β γ, δ ε ζ, η θ κ, quorũ duo quomodocunq; assumpti reliquo sint maiores, insuperq; ipsi tres quatuor rectis minores, oportet iã ex æqualibus eis q sub α β γ, δ ε ζ, η θ κ, solidũ cõstituere angulũ. Assumãtur æquales α β, β γ, δ ε, ε ζ, η θ, θ κ, cõnectanturq; α γ, δ ζ, η κ. Igitur (per 21 undecimi) ex æqualibus ipsis α γ, δ ζ, η κ, triangulũ cõfici est possibile. Cõstruatur, sitq; λ μ ν, sic ut α γ æqua sit ipsi λ μ, & δ ζ ipsi μ ν & η κ ipsi λ ν. Circũscribatur aũt (per 5 quarti) ipsi λ μ ν triangulo, circulus λ μ ν, sumaturq; (p 1 tertij) ipsius centrũ, qd' quidẽ erit aut intra triãgulũ λ μ ν, aut in uno laterũ ipsius, aut extra, sit prius intra triangulũ, sitq; ξ, cõnectanturq; λ ξ, μ ξ, ν ξ. Dico quod α β, ipsa λ ξ maior est. Si autẽ non, aut α β ipsi λ ξ est æqualis, aut ea minor. Sit primũ æqualis. Et quoniã α β ipsi λ ξ est æqualis, sed α β ipsi β γ est æqualis, igitur λ ξ ipsi β γ est æqualis. Ipsa autẽ λ ξ ipsi ξ μ (per 15 diffinitionem primi.) Duæ iã α β, β γ, duabus λ ξ, ξ μ, sunt æquales altera alteri, & basis α γ, basi λ μ supponitur æqualis, angulus igitur qui sub α β γ (per 8 primi) angulo qui sub λ ξ μ est æqualis. Id propterea etiam & qui sub δ ε ζ, ei qui sub μ ξ ν est æqualis, & præterea qui sub η θ κ, ipsi qui sub ν ξ λ. Ipsi igitur qui sub α β γ, δ ε ζ, η θ κ, anguli; ipsis tribus qui sub λ ξ μ, μ ξ ν, ν ξ λ, sunt æquales. Sed tres qui sub λ ξ μ, μ ξ ν, ν ξ λ, quatuor rectis sunt æquales, & tres igitur qui sub α β γ, δ ε ζ, η θ κ, quatuor rectis sunt æquales. Supponũtur & quatuor rectis minores. Quod est impossibile. Igitur α β ipsi λ ξ æqualis nõ est. Dico etiã quod nec minor est α β, ipsa λ ξ. Si enim possibile, esto, ponaturq; (per 2 primi) ipsi α β æqualis ξ ο, ipsi aũt β γ æqualis ξ π, cõnectaturq; ο π. Et quoniam æqualis est α β ipsi β γ, æqualis est & ξ ο ipsi ξ π: quare & reliqua ο λ, reliquæ π μ est æqualis. Parallelus igitur est (per 2 sexti) λ μ ipsi ο π, & æquiangulũ est λ μ ξ ipsi ο π ξ, quẽadmodum igitur ξ λ ad ipsam λ μ, sic est ξ ο ad ο π: uicissim igitur (per 16 quinti) sicut λ ξ ad ξ ο, sic λ μ ad ο π. Maior aũt est λ ξ ipsa ξ ο, maior igitur est & λ μ, ipsa ο π. Sed ipsa λ μ, posita est ipsi α γ æqualis, & α γ igitur, ipsa ο π maior est. Quoniã igitur binæ rectæ lineæ α β, β γ, duabus ο ξ, ξ π, sunt æquales, & basis α γ basi ο π maior est, angulus igitur qui sub α β γ, angulo qui sub ο ξ π maior est (per 25 primi.) Similiter iã ostendemus, qd' & qui sub δ ε ζ, eo qui sub μ ξ ν maior est, & qui sub η θ κ eo qui sub ν ξ λ. Ipsi igitur tres anguli qui sub α β γ, δ ε ζ, η θ κ, tribus qui sub λ ξ μ, μ ξ ν, ν ξ λ sunt maiores. Sed qui sub α β γ, δ ε ζ, η θ κ, quatuor rectis supponuntur minores: multo igitur magis qui sub λ ξ μ, μ ξ ν, ν ξ λ, quatuor rectis sunt minores. Sed & æquales. Quod est impossibile. Nõ igitur α β minor est quàm λ ξ. Ostẽsum autẽ est, qd' neq; æqualis, maior igitur est α β quã λ ξ.*

Constituatur iā à signo ξ ipsius λμν circuli plano ad angulos rectos ξρ (per 12 undecimi) Et quo maius est quadratū qd' ex αβ, eo qd' ex λξ, ei æquū esto qd' ex ξρ, cōnectāturq; ρλ, ρμ, ρν. Et quoniā ρξ recta est & ad ipsius λμν circuli planū, & ad unāquāq; igitur ipsarū λξ, μξ, νξ, (per cōuersionē 2 diffinitionis undecimi) recta est ipsa ρξ. Et quoniā æqualis est λξ ipsi ξμ, cōmunis autem & ad angulos rectos est ξρ, basis igitur ρλ (per 4 primi) basi ρμ est æqualis. Iā id propterea & ρν, utriq; ipsarū ρλ, ρμ, est æqualis. Ipsæ igitur tres ρλ, ρμ, ρν, sibi inuicē sunt æquales. Et quoniā quo maius est qd' ex αβ eo qd' ex λξ, ei supponitur æquū qd' ex ξρ, quod ex αβ igitur æquū est cis quæ ex λξ, ξρ. Eis aūt quæ ex λξ, ξρ, æquū est (per 47 primi) qd' ex λρ, rectus enim est qui sub λξρ. Quod igitur ex αβ, æquū est ei qd' ex ρλ. Aequalis igitur est αβ, ipsi ρλ. Sed ipsi quidē αβ, æqualis est unaquæq; ipsarū βγ, δε, εζ, ηθ, θκ, ipsi aūt ρλ, æqualis est utraq; ipsarū ρμ, ρν. Vnaquæq; igitur ipsarū αβ, βγ, δε, εζ, ηθ, θκ, unicuiq; ipsarū ρλ, ρμ, ρν, æqualis est. Et cūm duæ λρ, ρμ, duabus αβ, βγ, sunt æquales, & basis λμ basi αγ supponitur æqualis, angulus igitur q sub λρμ (p 8 primi) ei q sub αβγ est æqualis. Id propterea & q sub μρν, ei qui sub δεζ est æqualis, & qui sub λρν, ei qui sub ηθκ. Ex tribus igitur angulis planis qui sub λρμ, μρν, λρν, qui sunt æquales tribus datis scilicet cis qui sub αβγ, δεζ, ηθκ, solidus angulus cōstruitur qui ad ρ, cōprehensus sub λρμ, μρν, & λρν angulis: quod facere oportebat. Sed iā esto centrū circuli in uno laterum trianguli, sitq; in μν, estoq; ξ. Connectaturq; λξ. Dico rursus quod maior est αβ quā λξ. Si autē nō, aut αβ est æqualis ipsi λξ, aut ea minor. Sit primū æqualis. Duæ iā αβ, βγ, hoc est δε, εζ, duabus μξ, ξλ, hoc est ipsi μν sunt æquales. Sed ipsa quidē μν, ipsi δζ supponitur æqualis, & ipsæ igitur δε, εζ, ipsi δζ sunt æquales. Quod est impoßibile. Igitur αβ, ipsi λξ, æqualis nō est. Similiter iā ostēdemus, qd' neq; minor, igitur ipsa αβ, maior est quā λξ. Et si similiter quo maius est quod ex αβ eo qd' ex λξ, ei æquum & ad angulos rectos ad circuli planū cōstituemus sicut quod ex ρξ, cōstituetur problema. Sed iā esto centrū circuli extra triangulū λμν, sitq; ξ. Cōnectanturq; λξ, μξ, νξ. Dico quod & sic maior est αβ quā λξ. Si aūt non, aut æqualis est aut minor. Sit prius æqualis. Duæ igitur αβ, βγ, duabus μξ, ξλ, sunt æquales altera alteri, & basis αγ basi μλ est æqualis, angulus igitur qui sub αβγ (per 8 primi) angulo qui sub μξλ est æqualis. Idq; propterea etiā qui sub ηθκ, ei qui sub λξν est æqualis. Totus igitur qui sub μξν, duobus qui sub αβγ, ηθκ, est æqualis. Sed qui sub αβγ, ηθκ, ipso qui sub δεζ sunt maiores. Et qui sub μξν igitur, eo qui sub δεζ maior est. Et quoniam duæ δε, εζ, duabus μξ, νξ, sunt æquales, & basis δζ basi μν est æqualis, angulus igitur qui sub μξν (per 8 primi) ei qui sub δεζ est æqualis. Patuit aūt quod & maior. Quod est absurdū. Igitur αβ ipsi λξ non est æqualis. Itidēq; ostēdemus quod neq; minor. Igitur ipsa αβ, maior est quā λξ. Et si etiā angulos rectos in circuli plano rursus cōstituamus ipsam ξρ, & ipsi æqualē ponamus eā quæ potest id quo maius est quod ex αβ eo quod ex λξ, constituetur problema.

Dico insuper quod αβ nō est minor quā λξ. Si enim poßibile, esto. Ponaturq; (per 2 primi) ipsi quidē αβ æqualis ξο, ipsi aūt βγ æqualis ξπ. Connectaturq; οπ. Et cūm æqualis est αβ ipsi βγ, æqualis est ξο ipsi ξπ, quare & reliqua ολ, reliquæ μπ, est æqualis. Parallelus igitur est (per 2 sexti) λμ ipsi πο, & æquiāgulū est triāgulū λξμ ipsi triāgulo πξο. Est igitur (per 4 sexti) sicut λξ ad λμ, sic ξο ad πο, & uicißim (per 16 quinti) sicut λξ ad ξο, sic λμ ad οπ. Maior autē est λξ, quàm ξο, maior igitur est & λμ, quā οπ. Sed λμ, ipsi αγ est æqualis, igitur & αγ, quā οπ maior est (per 14 quinti.) Quoniā igitur duæ αβ, βγ, duabus οξ, ξπ, sunt æquales altera alteri, & basis αγ basi οπ maior est, angulus igitur qui sub αβγ (per 25 primi) angulo qui sub οξπ maior est. Similiter iam & si ipsam ξρ æqualem utriq; ipsarum ξο, ξπ, assumamus, & connectamus ipsam ορ, ostendemus quod & qui sub ηθκ angulus eo qui οξρ maior est. Constituatur iā (per 23 primi) ad ipsam λξ rectā lineam, ad signumq; in ea ξ, ei quidē qui sub αβγ angulo æquus angulus qui sub λξσ, ei autem qui sub ηθκ æqualis qui sub λξτ, ponaturq; (per 2 primi) utraq; ipsarū ξσ, ξτ, ipsi οξ æqualis, & connectātur οσ, οτ, στ. Et quoniā binæ αβ, βγ, binis οξ, ξσ, sunt æquales, & angulus qui sub αβγ angulo qui sub οξσ est æqualis, basis igitur αγ (per 4 primi) hoc est λμ, basi οσ est æqualis. Idq; propterea etiam λν, ipsi οτ est æqualis. Et quoniā duæ λμ, λν, duabus οσ, οτ, sunt æquales, & angulus qui sub μλν angulo qui sub σοτ maior est, basis igitur μν (per 25 primi) basi στ maior est. Sed ipsa quidem μν, ipsi δζ est æqualis: & ipsa igitur δζ quā στ maior est. Quoniam igitur duæ δε, εζ, duabus σξ, ξτ, sunt æquales, & basis δζ basi στ maior est, angulus igitur qui sub δεζ (per 25 primi) angulo qui sub σξτ maior est. Aequalis autē est qui

*est qui sub ε ξ ι, eis qui sub α β γ, η θ κ. Igitur qui sub δ ι ζ, eis qui sub α ζ ε, η θ κ, maior est. Sed & minor. Quod est impoßibile. Quomodo autē id quod ex ε ζ, æquum sumatur ei quo quod ex α β maius est eo quod ex λ ξ, sic ostendemus. Exponantur α β & λ ξ rectæ lineæ, sitq; maior α ζ, describaturq; super ipsa semicirculus α γ ζ, & in semicirculo α ε ζ * annectatur ipsi λ ξ rectæ lineæ æqualis ipsa α γ, connectaturq; γ β. Quoniā igitur in semicirculo α γ ζ angulus est qui sub α ε β, rectus igitur est qui sub α β γ (per 31 tertij.) Quod igitur ex α β (per 47 primi) æquum est eis quæ ex α γ, γ ζ, quare id quod ex α β, maius est eo quod ex α γ, eo quod ex γ β, æqualis autem est α γ ipsi λ ξ: quod igitur ex α β, maius est eo quod ex λ ξ, eo quod ex γ β. Si ipsi igitur γ β æqualem ξ θ assumamus, quod ex α β maius est quàm id quod ex λ ξ, eo quod ex ξ ι: quod facere proposueramus.*

Euclid. ex Camp. Propositio 24.

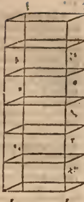
24 Si superficiebus æquidistantibus solidū contineatur, eius oppositæ superficies sibi inuicem æquales sunt & æquidistantium laterum.

CAMPANVS. Quicquid dicant alij, solidum æquidistātibus superficiebus contentū, superficiebus paribus necesse est contineri, quæ sicut esse non possunt pauciores sex, ita possunt esse in omni numero pari senariū excedente. Constat enim columnam hexagonā, posse octo superficiebus quæ binæ & binæ oppositæ sibi inuicē æquidistant, contineri. Sic quoq; octogonā 10, & decagonā 12, & ad istarum similitudinem, in infinitum. Sed horum omniū solidorū æquidistantibus superficiebus contentorū, quæ infinita esse pronūtio, solū illud dicitur parallelogrammū, cuius omnes superficies ipsum ambiētes parallelogrāmę sunt, & istud sex superficiebus duntaxat necesse est ambiri. De tali itaq; quod sex tantū superficiebus ambitur, dico debere intelligi quod hæc 24 proponit. Sit igitur tale solidū, corpus a b, cuius omnino superficies fac ut solido habitu mente cōprehendas, patebitq; tibi unāquāq; earum quatuor ex reliquis secare eius quatuor latera, cū sint communes sectiones ipsius secātis & quatuor sectarū. Sint autē illæ quatuor sectæ binæ & binæ secundū quod adinuicē opponuntur, æquidistantes ex hypothesi, sequitur ex 10 bis assumpta, ut quatuor latera huius superficiei secantis & quatuor sectarum sint adinuicē bina & bina æquidistantia. Constat itaq; secundū. At uero ex 34 primi manifestum est, omnia latera opposita istarū sex superficierū esse æqualia, erunt igitur bina latera angulum planū continentia cuiusq; earum, ęqualia binis lateribus angulum planū in superficie sibi opposita continētibus, anguli quoq; ab illis binis lateribus contenti, æquales per 10 huius. Igitur ex conuersa penultimæ cōmunis scientiæ in primo libro positæ, necesse est quasque duas superficies in solido a b oppositas, esse sibi inuicem æquales. Quod est propositum.

Euclid. ex Zamb. *Theorema 22.* *Propositio 24.*

24 Si solidum sub parallelis planis comprehendatur, quæ ex opposito ipsius plana, æqualia & parallelogramma sunt.

THEON *ex Zamb. Solidum, inquam, γ δ θ η, sub parallelis planis α γ, η ζ, α δ, δ ζ, ζ β, α ε, comprehendatur. Dico quod quæ ex opposito ipsius plana, æqualia & parallelogramma sunt. Quoniam enim bina plana parallela, hoc est β η, γ ε, à plano α γ secantur, communes ipsorum sectiones parallelæ sunt (per 16 undecimi.) parallelus igitur est α ζ ipsi γ δ. Rursus quoniā planū α γ dispescit plana bina parallela ζ ζ, α ε, cōes ipsorū sectiōes parallelæ sunt (per eādē) parallelus igitur est α δ, ipsi β ε. Patuit aūt quod & α β ipsi δ γ est parallelus: parallelogrammū igitur est α γ. Similiter iam ostendemus quod & unumquodq; ipsorum δ ζ, ζ η, η ζ, β ζ, α ε, parallelogrammum est. Connectantur α δ, δ ζ. Et quoniam parallelus est α β ipsi δ γ, & β δ, ipsi γ ζ, binæ iam α β, β θ, sese inuicem tangentes, binis rectis lineis δ γ, γ ζ, sese inuicem tangentibus parallelæ sunt, non tamen in*



solidū ad ι υ, δ solidum. Extēdatur enim κ θ ex utraq; parte, ponāturq; ipsi quidē ι ℓ æquales quotcūq;, θ μ, μ ν, ipsi aūt α ι æquales, α π, π λ, cōpleanturq; ipsa λ ς, π φ, ℓ χ, μ σ, parallelogramma, & ipsa λ π, π ρ, ℓ ρ, μ τ, solida. Et quoniā ipsæ λ π, π α, α ι, rectæ lineæ inuicē sunt æquales, æqualia quoq; sunt ipsa λ ς, α φ, α ς, parallelogrāma sibijnuicē (per 1 sexti,) & ipsa quoq; π ς, π β, α π, sibi inuicē (per eādē) sunt æqualia. Et similiter ipsa λ ψ, π π, α ρ, sibi inuicē (per 24 undecimi) sunt æqualia, ex opposito enim. Idq; propterea etiā ipsa quidem ι γ, ℓ χ, μ σ, parallelogrāma adinuicē sunt æqualia (per 1 sexti,) ipsa quoq; ℓ π, ℓ ι, ι ν, sibi inuicē (per eādē) sunt æqualia. Et insuper ipsa δ ℓ, μ π, ν τ, (per 24 undecimi) sunt æqualia (ex opposito enim.) Tria igitur plana ipsorū λ π, α ς, α ν, solidorū, tribus reliquorū planis sunt æqualia (idq; propterea & ipsorū ι δ, Δ π, μ τ, solidorū.) Sed tria, tribus quæ ex opposito (per 24 undecimi) sunt æqualia. Ipsa igitur tria solida λ π, π ς, α ν, inuicē sunt æqualia (per 8 undecimi diffinitionē) id propterea etiā tria solida ι δ, Δ π, μ τ, inuicē sunt æqualia. Quotuplex igitur est λ ς basis, ipsius α ς basis, totuplex est & λ ν solidū ipsius α ν solidi, & iā id propterea quotuplex est ν ς basis ipsius ς ℓ basis, totuplex est & ν ν solidū ipsius ℓ ν solidi, & si æqualis est λ ς basis ipsi ν ς basi, æquum est & λ ν solidū ipsi ν ν solido, & si excedit λ ς basis ipsam ν ς basin, excedit quoq; ipsum λ ν solidū ipsum ν ν solidū, & si deficit, deficit (per 1 & 14 quinti.) Quatuor iā existētibus magnitudinibus, binis quidē basibus α ς, ς θ, duobus aūt solidis α ν, ν θ, assumūtur æquè multiplicia, ipsius quidē α ς basis & α ν solidi, ipsa λ ς basis & λ ν solidū, ipsius aūt θ ς basis & ℓ ν solidi, ipsa ν ς basis & ipsum ν ν solidū. Ostēsumq; est, quòd si λ ς basis excedit basin ν ς, excedit quoq; λ ν solidū, ipsum ν ν solidum, & si æquale, æquale, & si deficit, deficit (per diffinitionē 6 quinti.) In eadem autē magnitudines esse dicūtur, & reliquæ. Est igitur sicut α ς basis ad ς θ basin, sic est α ν solidum ad θ ν solidū: quod erat ostendendum.

Euclid. ex Camp. *Propositio 26.*

26 V per datū pūctū datæ lineæ, angulo solido proposito æqualem angulū solidum cōstituere.

CAMPANVS. Solidus angulus propositus sit a, qui cōtineatur tribus lineis a b, a c, a d, tres superficiales angulos ipsum solidū perficiētes cōtinentibus, cuius super punctū e lineæ e f propositæ quę ad libitū proponētis iaceat aut in sublimi consurgat, iubemur æqualē angulū solidū cōstituere. Qualiscūq; sit situs lineæ e f, à pūcto g ubicūq; uolueris signato, producito lineā g e, eruntq; (ex 2 huius) duæ lineæ e f & g e, in superficie una. In hac itaq; superficie super pūctū e datum in assignata linea secūdū cōsiliū 23 primi cōstitue angulū æqualē angulo b a c, & ipse sit f e g, dehinc ex linea a d abscinde lineā a h sicut uolueris, & à pūcto h producito perpēdicularē h k ad superficiē in qua sunt duæ lineæ a b & a c. Quod qualiter faciendū sit, 11 huius docuit. Nec sit igitur tibi cura de pūcto k. Nihil enim refert, utrum perpēdicularis h k occurrat superficiei in qua sunt duæ lineæ a b & a c, inter ipsas lineas, aut extra aut in earū altera, ducito tamē lineā a k. Positoq; pūcto l in linea a b ubicūq; uolueris, protrahe lineas k l & l h, & pone angulū f e m in superficie linearū e f & e g, æqualē angulo b a k, & lineā e m æqualē lineæ a k, & ex linea e f, sume lineā e p æqualē lineæ a l, & à pūcto m educ lineā m n perpendicularē ad superficiē in qua sunt duæ lineæ e f & e g, & pone eā æqualē h k, & protrahe lineas e n, n p, & p m. Dico igitur tres lineas e f, e g, e n, cōtinere angulū solidū in puncto e, æqualē angulo a proposito. Cū sint enim ex hypodiesi duo latera a k & k h, triāguli a k h, æqualia duobus lateribus e m & m n triāguli e m n, & anguli qui sunt ad k & ad m recti ex diffinitione lineæ perpendiculariter erectæ supra superficiē, erūt ex 4 primi duæ lineæ a h & e n æquales, per eandem quoq; erūt duæ lineæ k l & m p, æquales: ideoq; etiā per eandē h l & n p æquales, cū sint h k & k l æquales m n & m p, & anguli h k l & m n p, recti: per 8 igitur primi, erit angul⁹ n e p, æqualis angulo h a l. Simili quoq; mō probabis, angulū g e n esse æqualē angulo c a d. Cōstat itaq; nos effecisse qd⁹ uolum⁹. Huic si studiosus institeris, quotcūq; lateribus, a solidus angulus propositus cōtineatur, quod à te petitur sine offendiculo perficere poteris.

Euclid. ex Zamb. *Problema 4.* *Propositio 26.*

26 Ad datam rectam lineam, ad signumq; in ea, dato solido angulo æquum solidum angulum constituere.

THEON

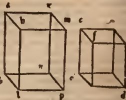


THEON ex Zamb. Sit quidem data recta linea α β, datúq; in ea signum sit α, datus angulus solidus sit qui ad δ, comprehensus sub ε δ γ, ε δ ζ, ζ δ γ, angulis planis. Oportet iam ad ipsam α β rectã lineã, & ad signũ in ea α, ei qui ad δ solido angulo æquũ solidũ angulũ cõstituere. Sumatur in ipsa δ ζ, contingẽs signũ ζ, excitetúrq; (per 14 undecimi) ab ipso ζ, ad id quod per ε δ, δ γ, planũ perpẽdicularis ζ η, & occurrat plano in η, cõnectatúrq; δ η, cõstituatúrq; (per 23 primi) ad ipsam α β, & ad signũ in ea α, ei qui sub ε δ γ angulo æqualis angulus qui sub β α λ, ei autem qui sub ε δ η, æqualis qui sub β α κ, ponatúrq; (per 2 primi) ipsi δ η æqualis α κ, constituatúrq; (per 19 undecimi) ab ipso κ signo, ei quod per β α λ plano ad angulos rectos κ θ, ponatúrq; (per 2 primi) κ θ ipsi η ζ æqualis, cõnectatúrq; θ α. Dico quod angulus solidus qui ad α, cõprehensus sub β α λ, β α θ, θ α λ, angulus æquus est ei qui ad δ solido angulo, cõprehenso sub ε δ γ, ε δ ζ, ζ δ γ, angulis. Auferantur enim æquales α ι, δ ε, cõnectantúrq; θ ι, η ι, ζ ε, ε η. Et quoniã ζ η recta est ad subiectũ planũ, & (per 3 diffinitionẽ undecimi) ad omnes igitur tangẽtes eã rectas lineas & in subiecto existẽtes plano, rectos efficiet angulos. Rectus est igitur uterq; ipsorũ qui sub ζ η δ, ζ η ε, angulorũ, & iã id propterea uterq; ipsorũ θ κ α, θ κ β, angulorũ, rectus est. Et quoniã binæ κ α, κ β, duabus η δ, δ ε, sunt æquales altera alteri, & æquales cõprehendunt angulos, basis igitur κ β (per 4 primi) basi η ε est æqualis, Est autẽ & κ θ ipsi η ζ æqualis, & rectos cõprehendunt angulos, æqualis igitur est & ι θ, ipsi ζ ε. Rursus quoniã duæ α κ, κ θ, duabus δ η, η ζ, sunt æquales, & rectos angulos comprehendunt, basis igitur α θ (per 4 primi) ipsi δ ζ est æqualis. Est autẽ & α ι, ipsi δ ε æqualis, binæ igitur θ α, α β, duabus ζ δ, δ ε, sunt æquales, & basis θ β, ipsi ζ ε est æqualis. Angulus igitur qui sub ι α θ, (per 8 primi) angulo qui sub ε δ ζ est æqualis. Iam id propterea & qui sub θ α λ ei qui sub ζ δ γ est æqualis. Quoniam si assumamus æquales α λ, δ γ, cõnectamúsq; ipsas κ λ, θ λ, η γ, ζ γ, quoniã totus qui sub β α λ, toti qui sub ε δ γ est æqualis, quorũ qui sub β α κ, ei qui sub ε δ η supponitur æqualis, reliquus igitur qui sub κ α λ, reliquo qui sub η δ γ est æqualis. Et quoniã binæ κ α, α λ, duabus η δ, δ γ, sunt æquales, & rectos cõprehendunt angulos, basis igitur κ λ (per 4 primi) basi η γ est æqualis. Est autẽ & κ θ, ipsi η ζ æqualis, binæ iam λ κ, κ θ, binis γ η, η ζ, sunt æquales, & angulos rectos cõprehendunt: basis igitur θ λ (per 4 primi) basi ζ γ est æqualis. Et quoniã binæ θ α, α λ, duabus ζ δ, δ γ, sunt æquales, & basis θ λ basi ζ γ est æqualis, & angulus igitur qui sub θ α λ (per 8 primi) angulo qui sub ζ δ γ est æqualis. Est autẽ & qui sub β α λ, ei qui sub ε δ γ æqualis, ad datam igitur rectã lineam α β, ad datumq; in ea signum α, dato angulo solido qui ad δ æqualis angulus solidus constitutus est: quod erat agendum.

Euclid. ex Camp. Propositio 27.



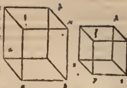
SVper assignatã lineã, dato solido æquidistantiũ superficierũ, simile solidũ cõstituere. 27



CAMPANVS. Sit assignata linea a b, de cuius situ utrũ in plano iaceat uel sursum exurgat, nil curetur, sitq; assignatum parallelogrammũ solidũ, corpus c d, cui super lineã a b, iubemur simile solidum fabricare. Sint igitur tres lineæ continentes superficiales angulos, ex quibus cõponitur solidus angulus c, inscriptæ literis c e, c f, c g. At secundũ præcepta præmissæ super punctũ a lineæ a b, cõstituatur angulus solidus æqualis c, quẽ contineant tres lineæ a b, a h, a k, & auxilio 10 sexti sit proportio c e ad a b, & c f ad a h, & g c ad a k, proportio una. Dehinc á tribus punctis b, h, k, protrahãtur sex lineæ h l æquidistãtes lineæ a b, & h m æquidistans lineæ a k, iterũ b l æquidistãs lineæ a h, & b n æquidistãs lineæ a k, rursus quoq; k n æquidistãs a b, & k m æquidistãs a h, amplius autẽ protrahãtur, m p æquidistãs h l, & p l æquidistãs h m, protrahatur quoq; & linea p n. Eritq; completũ solidũ parallelogrammũ a p, quod dico esse simile solido c d. Hoc autem ex diffinitione similium superficierum & diffinitione similium corporum si earum memineris, facile concludes. Euclid. ex Zamb. Problema 5. Propositio 72.

Ex data recta linea, dato solido parallelepipedo simile & similiter positũ solidũ parallelepipedũ describere. 27 THEON ex Zãb. Esto quidẽ data recta linea α β, datũ aũt solidũ parallelepipedũ esto γ δ. Oportet iã ex data recta linea α β, ipsi γ δ solido parallelepipedo dato simile similiterq; positũ solidũ parallelepipedũ describere. Cõstituatur enim (per 26 undecimi) ad ipsã α β rectã lineã, ad signũq; in ea α, ei q ad γ solido angulo æqualis q sub β α θ, θ α κ, κ α β, cõprehẽditur, ut æqualis sit q sub β α θ ei q sub ε γ ζ, q uerò sub θ α κ ei q sub ζ γ η, insup q sub κ α β ei q sub η γ ε. Fiatq; sicut ε γ ad γ ζ, sic β α ad α θ, sicut aũt ζ γ ad γ η, sic θ α ad α κ, & ex æquali igitur (p 22 quinti) sicut ε γ ad γ η, sic β α ad α κ.

Compleaturq; ipsum δβ parallelogrammum, & ipsum αλ solidum. Et quoniam est sicut ιγ ad γη, sic βα ad αμ, & quæ circum æquos angulos qui sub ιγη, βαμ, latera sunt proportionalia, igitur parallelogrammũ ηι ipsi λβ parallelogrammo est simile (per diffinitionem sexti.) Idq; propterea & ηι parallelogrammũ ipsi αζ parallelogrammo est simile, & insuper ipsum ζι ipsi θβ. Tria igitur parallelogramma ipsius γδ solidi, tribus parallelogrãmis ipsius αλ solidi sunt similia. Sed tria, tribus quæ ex opposito æqualia & similia sunt. Totum igitur γδ solidum, toti αλ solido simile est. A data igitur recta linea αβ, dato solido parallelepipedo γδ simile & similiter positum descriptum est αλ: quod fecisse oportuit.

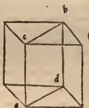


Euclid.ex Camp. Propositio 28.

28 

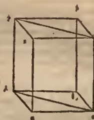
I superficies aliqua solidum parallelogrammum super duas quaslibet oppositas superficies eius terminales & super earum duas diametros secet, eandem superficiem corpus illud per æqualia secare necesse est.

CAMPANVS. Sit corpus a b solidũ parallelogrammum, de quo sit positum quòd superficies a b c d secet ipsum super diametros duarum superficierum oppositarum ipsum terminantium, quæ sint a d & c b. Dico quòd ipsa diuidit istud solidum propositum, per æqualia. Constat enim quòd ipsa diuidit illud solidum in duo serratilia, quorum superficies quadrilateras binas & binas adinuicem relatas, secũdum quòd ipsæ sunt opposita latera solidi propositi, manifestum est ex 24 huius esse æquales, cum solidum de quo loquimur, positum sit esse parallelogrammum. Eadem quoq; & 41 primi constat, trilateras superficies dictorum serratilium esse æquales. Igitur à diffinitione solidorum æqualium, liquet quod propositum est.



Euclid.ex Zamb. Theorema 23. Propositio 28.

28 Si solidum parallelepipedũ plano secetur per diagonios eorum quæ ex opposito planorum, ipsum solidum secabitur ab ipso plano bifariàm.



THEON ex Zamb. *Solidum enim parallelepipedum αβ, plano γδεζ secetur per diagonios eorum quæ ex opposito planorũ γζ, δε. Dico quòd ipsum αβ solidũ, ab ipso γδεζ plano bifariam secabitur. Quoniam enim (per 34 primi) γηζ triangulũ æquũ est triangulo γβζ, & triangulum αδε ipsi δθε, est autem γα parallelogrammum ipsi βε æquale, ex opposito enim, ipsum autem ηε ipsi γθ, & (per 21 undecimi) prisma igitur comprehensum sub duobus triangulis γηζ, αδε, & tribus parallelogrammis, hoc est ηε, αγ, γε, æquum est prismati comprehenso sub duobus triangulis γζβ, δθε, & tribus parallelogrammis, hoc est γθ, βε, γε. Sub æqualibus enim planis & multitudine & magnitudine comprehenduntur (per diffinitionem undecimi.) Quare totum αβ solidum bifariàm scinditur ab ipso γδεζ plano: quod erat ostendendum.*

ZAMBERTVS. *Diagonius, linea recta est quæ in figuris angularibus ab uno angulo insurgit, & sese in alium extendit angulum. Vt in hac figura patet.*



Euclid.ex Camp. Propositio 29.

29 

Vncta solida æquidistantiũ superficierũ æquè alta atq; in eadẽ basi super unam lineã constituta, probantur esse æqualia.

CAMPANVS. Verum est quòd solida æquidistantium laterum æquè alta, siue inter superficies æquidistantes super unam & eadem basin constituta, sunt adinuicem æqualia, sicut de superficibus æquidistantium laterum super unam basin, & inter lineas æquidistantes constitutis, in 35 primi demonstratum est. Sed talium solidorum quædam dicuntur constitui super lineam unam, & sunt illa, quorum supremarum superficierum duo opposita latera sunt secundum rectitudinem protracta, linea una, & de talibus hæc 29 proponit demon-

demonſtrandum, ipſa omnia eſſe æqualia adinuicem. Sunt autẽ eorum alta quæ non dicuntur conſtituta ſuper lineam unam, & ſunt illa quorum ſupremarum ſuperficierum duo latera oppoſita quæcunq; ſumãtur ſecundum rectitudinem protracta, non ſunt linea una, & de talibus ſequens demonſtrandum proponet, ipſa quoq; omnia eſſe adinuicem æqualia. Sint itaq; duo ſolida parallelogrãma æquè alta ſiue inter ſuperficies æquidiſtãtes a b & a c, conſtituta ſuper unam baſin quæ ſit a d, quorum ſupremæ ſuperficies ſunt e b & b c, ſintq; harum ſupremarum ſuperficierum duo latera oppoſita, cum ſecundum rectitudinem protrahantur, linea una, & ipſa ſunt c f & b c. Dico itaq; quod ſolida a b & a c, ſunt æqualia. Hoc autem (ſi figura eius ſecũdum quod oportet, actu uel cogitatione fabricaueris, & quemadmodum in 35 primi proceſſeris, idem faciẽs hic de ſerratilibus quod ibi de triangulis) facile concludere poteris, occurruntq; tibi hic eædem diuerſitates in ſolidis, quæ ibi in ſuperficiebus occurriſſe nouiſti.

Euclid. ex Zamb. *Theorema 24.* *Propoſitio 29.*

Super eadem baſi & ſub eadem altitudine ſolida parallelepipeda conſiſtentia, quorum ſtantes ſuper eiſdẽ ſunt rectis lineis, inuicem ſunt æqualia. 19

THEON ex Zãb. *Sint ſuper eadem baſi αβ, ſolida parallelepipeda γμ, γν, ſub eadem altitudine, quorum ſtantes, hoc eſt αζ, αη, λμ, λν, γδ, γι, βθ, & βκ, ſuper eiſdem ſint rectis lineis ipſi ζνδκ plano. Dico quod ſolidũ γμ, æquũ eſt ipſi γν ſolido. Quoniam enim parallelogrammũ eſt utrunq; ipſorũ γθ, γκ, æqualis eſt (per 34 primi) γβ utriq; ipſarum δθ, ικ. Quare & δθ, ipſi ικ eſt æqualis. Communis auferatur ιθ, reliqua igitur δι, reliquæ θκ eſt æqualis. Quare & ipſum quidem δγι triangulũ ipſi θκβ triangulo eſt æquale, & δκ parallelogrammum ipſi θν parallelogrammo, & id propterea triangulũ αηζ, triangulo μλν eſt æquale. Eſt autem & ipſum quidem γζ parallelogrammum, ipſi βμ parallelogrammo æquũ, & γη, ipſi βν, ex oppoſito nanq;. Igitur & priſma cõprehenſum ſub duobus quidem triangulis ζαη, δγι, tribusq; parallelogrammis αδ, δη, γη, æquum eſt priſmati comprehenſo ſub duobus quidem triangulis μλν, θβκ, & tribus parallelogrammis, hoc eſt βμ, νθ, βν. Commune apponatur ſolidum, cuius baſis quidẽ ſit parallelogrammum αβ, ex oppoſito autem ηιθμ. Totum igitur γμ ſolidum parallelepipedum, toti γν ſolido parallelepipedo eſt æquale. Super eadẽ igitur baſi exiſtentia ſolida parallelepipeda & ſub eadem altitudine, quorum ſtantes ſuper eiſdem ſunt rectis lineis, ſunt inuicẽ æqualia. Quod oportuit oſtendere.*

Eucl. ex Camp. *Propoſitio 30.*

Cuncta ſolida æquidiſtantium ſuperficierum æquè alta, quæ in eadẽ baſi non autem ſuper unam lineã fuerint conſtituta, probantur eſſe æqualia. 20

CAMPANVS. Sint nunc duo ſolida parallelogramma æquè alta ſiue inter ſuperficies æquidiſtãtes, ſintq; ſuper unam & eandem baſin, ſed non ſuper lineam unam conſtituta. Dico iterum ea eſſe æqualia. Eſto enim duo ſolida parallelogramma a b & a c æquè alta ſiue inter ſuperficies æquidiſtãtes, conſtituta ſuper unam baſin quæ ſit a d, ſed non ſuper unam lineam, ſintq; eorum ſupremæ ſuperficies e b & f c, quarum oppoſita latera ſecundum rectitudinem protracta, non erunt linea una. Cumq; ipſa ex hypotheſi ſint in una ſuperficie eo qđ ſolida propoſita ſunt inter ſuperficies æquidiſtantes, neceſſe eſt ut duo latera unius earum protracta ſecundum

secundùm rectitudinē, secent duo alterius earum protracta secundùm rectitudinem. Protrahantur itaq; duo opposita latera superficiei e b, quæ sint e g & h b, & duo opposita superficiei f c, quæ sint k f & c l, & secent quatuor puncta m, n, p, q, eritq; superficies m n p q, æquidistantiū laterum, æqualis unicuiq; trium superficierū, quarum una est basis propositis solidis cōmunis, & ipsa est a d, & duæ reliquæ sunt supremæ superficies eorundem solidorum, & ipsę sunt e b & c f. Ductis itaq; lineis à quatuor punctis m, n, p, q, ad quatuor angulos basis a d sibi inuicem directam habitudinem relatos, quæ sit n a, m r, p s, q d, perfectum erit solidum parallelogrammū a q in eadem basi cum utroq; duorum priorum, & æquè altum, & super lineam unam cum utroq; ipsorum. Per præmissam igitur utrunlibet duorum solidorum propositorum quæ sunt a b & a c, est æquale solido a q, per conceptionem ergo est solidum a b, æquale solido a c, quare constat propositū.

CAMPANVS. Potes quoq; conuersas huius & præmissæ probare si libet, ducendo ad impossibile. Pones enim quælibet duo solida parallelogramma esse æqualia & cōstituta super eandem basin æquidistantia, & demonstrabis ea esse æquè alta. Eruntq; hæc & promissa tuæ demonstrationis mediū. Impossibile autē ad quod duces, erit partē suo toti esse æqualem. Quod euidēter patebit, si de illo solido (quod altius esse mentitur aduersarius, cùm tamē ambo posita sint æqualia & super eandem basin constituta) unum solidum parallelogrammum ęquè altum demissiori abscideris. Hoc autem abscissum æquale esse demissiori conuinces ex hac & præmissa, ideo quoq; & toti illi à quo ipsum abscideris ex communi scientia.

Euclid. ex Zamb. *Theorema 25.* *Propositio 30.*

30 Super eadē basi existētia solida parallelepipeda & sub eadē altitudine, quorū stantes nō sunt super eisdē rectis lineis, inuicem sunt ęqualia.

THEON ex Zamb. *Sint super eadem basi αβ solida parallelepipeda γμ, γν, sub eadem altitudine, quorum stantes αζ, αη, λμ, λν, γδ, γε, βθ, βκ, nō sint super eisdem rectis lineis. Dico quòd solidum γμ, equum est ipsi γν solido. Extendantur, inquam, ipsæ νη, θκ, insuper & ipsæ μθ, ζδ, concurrantq; adinuicem in ο, ς, π, ξ, signis, connectanturq; αξ, λο, γπ, βρ. Aequum iam est (per 29 undecimi) ipsum γμ solidum, cuius basis est αγβλ, parallelogrāmum, ex opposito uerò ζδθμ, ipsi γο solido, cuius quidem basis αγβλ, parallelogrammum, ex opposito autem ξπρο, super eadem enim basi sunt αγβλ, quorū stantes αζ, αξ, λμ, λο, γδ, γπ, βθ, βρ, super eisdem sunt rectis lineis ζπ, μρ. Sed solidum γο, cuius basis quidem est αγ, βλ parallelogrammum, ex opposito autem ξπρο, equum est ipsi γν solido, cuius basis quidem αγβλ, parallelogrammum, ex opposito autem ηεκν, super eadem enim sunt basi αγβλ, & ipsorū stantes αη, αξ, γε, γπ, λν, λο, βκ, βρ, super eisdem sunt rectis lineis ηξ, επ, κ. Quare & γμ solidum, equum est ipsi γν solido. Super æqualibus igitur basibus existentia solida parallelepipeda & sub eadem altitudine, quorum stantes non sunt super eisdem rectis lineis, sunt inuicem æqualia: quod erat ostendendum.*

Eucl. ex Camp. *Propositio 31.*

31 SOlida æqdistātiū supficierū in basibus æqs cōstituta, si fuerint æquè alta, lineæq; eorū angulares supra bases orthogonaliter steterint, erunt æqualia.

CAMPANVS. Et hoc quoq; uerū est qđ omnia solida parallelogramma in æquis basibus atq; inter superficies æquidistantes, siue æquè alta constituta sunt ad inuicem æqualia, sicut de superficiebus æquidistantium laterum super æquales bases & inter lineas æquidistātes constitutis in 36 primi probatum est. At talium solidorum, alia quorum angulares lineæ super suas bases orthogonaliter eriguntur, de quibus hæc 31 proponit, demonstrandum ea esse æqualia. Alia uerò sunt quorum angulares lineæ super suas bases non sunt orthogonaliter erectæ, de quibus sequens demonstrandum proponit ea esse æqualia. Intelli-

ligantur itaque super duas bases a b & cd, quæ sint æquales & æquidistantium laterum non tamen unius creationis, sed sit a b tetragonus lõgus et c d dissimile helmuayn, duo solida æquidistãtium laterum constituta æquè alta, sintq; lineæ erectæ super angulos propositarum basium, perpendiculares ad ipsas. Dico hæc duo solida adinuicem esse æqualia. Protrahantur itaq; duo latera basis a b, et sint illa quæ continent angulũ b, usq; ad f & e, & fiat angulus f b g, qualis angulo c basis c d & sumantur duæ lineæ b f et b g, æquales duobus lateribus basis c d, quę continent angulum c & perficiatur superficies æquidistantium laterũ b h, quæ erit æqualis & similis basi c d. Dehinc protrahatur h e æquidistans b f, & fk æquidistans b e, eritq; quadrilatera superficies b k æquidistantium laterum, ęqualis b h ex 35 primi. Cumq; b h sit ęqualis c d, erit per conceptionẽ b k æqualis a b. Compleatur itaq; superficies æquidistantium laterum b l, protracta linea k f quousq; concurrat cum uno ex lateribus continentibus angulum a in puncto l. Age ergo super tres superficies æquidistantium laterum, quæ sunt b h, b k, b l, constituantur æquè alta solida solido constituto super basin a b, sintq; lineæ omnium solidorum istorum erectæ supet bases perpendiculares ad ipsas & appellẽtur bases, & solida super eas constituta eisdem nominibus. Manifestum est ergo ex diffinitione solidorum æqualium atq; similium, quòd duo solida b h & c d, ęqualia atq; similia sunt: de solidis autem b h & b k, cõstat ex 29 quòd ipsa sunt æqualia: sunt enim æquè alta & constituta super eandem basin, & ipsa est superficies erecta super lineã b f et super lineam unã, est autem per 25 proportio solidi a b ad solidum b l, sicut basis a b ad basin b l, & per eandem solidi b k, ad solidum b l l, sicut basis b k ad basin b l. Cũq; sit utriusq; duarum basium a b & b k ad basin b l una proportio ex prima parte 7 quinti, erit utriusque duorum solidorum a b & b K ad solidũ b l proportio una, igitur ex prima parte 9 quinti erũt duo solida a b & b k ęqualia. At quia solidum b k est æquale solido b h, solidumq; b h solido c d, sequitur ex cõmuni scientia solidũ a b esse æquale solido c d: quod est propositum.

Eucl. ex Camp. *Propositio 32.*



SI solida æquidistantium superficierum in æquis basibus cõstituta æquè alta fuerint, lineæ autem angulares supra bases orthogonaliter non steterint, ipsa esse æqualia necesse est. 32

CAMPANVS Fabricatis duobus corporibus, ut proponitur, uidelicet qui sint æquidistantiũ terminorum & æquè alta & super bases æquas perpendiculariter, non autem super bases suas erecta, sed ambo super eas inclinata, si autem à quatuor angulis supremarum superficierum ipsorum ad bases suas perpendiculares ducantur, quæ ex sexta erunt singulæ æquidistantes & etiã ex hypothesi singulæ singulis æquales (ipsæ enim solidorum propositorum altitudinem diffiniunt) & si inter eas solida æquidistantium laterum perficiantur, constabit ex præmissa hæc duo solida ultimò constituta esse adinuicem æqualia. Cumq; duorum priorum & duorũ posteriorum sint eædem bases, uidelicet eorum superficies supremæ, constat ex 29 uel 30 & hac communi scientia quæcunque æqualibus sunt æqualia sibi iuuicem sunt æqualia, uerum esse quod propositum est. Ex his potes conuersas huius & præmissæ eisdem mediantibus indirectę demonstrare si libet, eodem modo & ad idem inconueniens sicut in conuersis duarum istas antecedentium deducẽdo: pones enim duo solida parallelogramma esse æqualia & super æquales bases, & conuinces ea esse æquè alta, uel pones ea esse ea æquè alta & æqualia, & conuinces ea esse super bases æquales.

Euclid. ex Zamb, *Theor. 26.* *Propositio 31.*

Super æqualibus basibus solida parallelepipeda existentia, & sub eadem altitudine inuicem sunt æqualia. 31

THEON ex Zamberto. *Sint super æqualibus basibus α β, γ δ, solida parallelepipeda α ι, & γ ξ, sub eodem fastigio. Dico quòd solidũ α ι, æquum est ipsi γ ξ solido.* Camp. 31 *Sint primùm stantes ipsæ θ κ, β ι, α η, λ μ, ε π, δ ξ, γ ξ, & ζ ρ, ad angulos rectos ipsis α β, γ δ basibus, & angulus qui sub α λ ζ, æqualis non sit angulo qui sub γ ζ δ. Extendaturq; in rectam lineam γ ζ, ipsi ζ τ. Constituaturq; (per 23 primi) ad ipsam ζ τ rectam lineam, ad signumq; in ea ζ, ipsi α λ β, angulo æqualis angulus qui sub τ ζ υ, ponaturq; (per 3 primi,) ipsi quidem α λ, æqualis ζ τ. ipsi autem λ β æqualis ζ υ (per 31 primi) ipsi ζ τ parallelus excitetur χ υ compleaturq; basis ζ χ, & solidum ψ υ. Et quoniã binæ τ ζ, ζ υ, binis α λ, λ ζ, sunt æquales, & æquos angulos comprehendunt, æquũ igitur est & simile ζ χ, parallelogrammum ipsi α β, parallelogrammo. Et quoniam rursus æqualis est α λ quidem*

dē ipsi ζτ: λμ uerò ipsi ζσ, & angulos nostros cōprehendunt, æquū igitur & simile est ζψ parallelogrāmum ipsi αμ parallelogrammo. Iam idq; propterea & λψ ipsi σν est æquale, & simile. Tria igitur parallelogramma ipsius αι solidi, tribus parallelogrammis ipsius ψν solida æqua sunt & similia. Sed tria, tribus ijs quæ ex opposito æqua sunt & similia. Totū igitur solidum αι parallelepipedum, toti ψν, solido parallelepipedo æquum est. Extendantur (per 2 postulatum) ipsæ δζ & χν, quæ ueniant in congressum in ω, & per τ (per 31 primi) ipsi ζω parallelus excitetur τ T, extendaturq; τ T & ιδ quæ ueniant in congressum in A, cōpleanturq; ipsa ωψ, & ζι, solida. Aequū iam est ψω solidum, cuius basis quidem est ζψ, parallelogrammum, ex opposito uerò ωπ, ipsi ψω solido, cuius quidem basis est ζψ parallelogrammum, ex opposito uerò ωφ. In eadem siquidem sunt basi ζψ, sub eodēq; fastigio, & stātes ζω, ζω, τT, τχ, σς, σν, ψπ, & ψφ, super eisdem sunt rectis lineis ωχ, & ιφ. Sed solidum ψφ, ipsi αι, solido æquū est, & solidum igitur ψω, ipsi αι solido æquū est. Quoniam autē ipsum ζω, χτ, parallelogrāmum ipsi ωτ parallelogrāmo (per 35 primi) æquum est: æquū est autem & αβ, parallelogrammū ipsi ζχ, parallelogrammo, æquum igitur est & ωT ipsi αβ. Aequum autē est & γδ ipsi αβ, æquū igitur est & ωι ipsi γδ. Est autē aliud δτ, est igitur (per 7 quinti,) sicut γδ, basis ad δτ basin, sic ωτ basis ad δτ basin. Et quoniā parallelepipedū γι, plano ζξ secatur, parallelo existente eis quæ ex opposito planis, est igitur sicut γδ basis ad δτ basin, sic γξ, solidum ad ζι solidum. Idq; propterea iam quoniā solidum parallelepipedum ωι, plano ζψ, secatur parallelo existente eis quæ ex opposito planis: est igitur sicut ωτ basis ad δτ, basin, sic ωψ solidū ad ζι solidum. Sed sicut γδ basis ad δτ basin, sic ωτ, ad τδ: & sicut igitur (per 11 quinti,) γξ, solidū ad ζι solidum, sic ωψ solidū ad ζι. Vtrūq; igitur ipsorum γξ, ωψ, solidorū, ad ζι solidum eandē habet rationē. Aequū igitur est γξ solidū, ipsi ωψ solido. Sed ostensum est, quod ωψ, ipsi αι, æquum est, & γξ igitur ipsi αι æquum est. Non sint iam stantes ..., ad angulos rectos, ipsis αβ, γδ, basis. Dico quòd rursus solidū αι, æquum est ipsi γξ, solido. Excitētur (per 11 undecimi) ab ipsis ..., signis, ad suppositum planū, ..., perpendiculares, & cōnectantur ... Aequū iam est (per 31 undecimi) ..., solidum ipsi ... solido, in æqualibus siquidē sunt basibus ..., & sub eodē fastigio quorū stantes ad angulos rectos sunt ipsis basibus. Sed ipsum quidem ... solidum, ipsi αι, solido (per 30 undecimi) est æquale, & ... ipsi γξ, in eadem siquidē sunt basi & sub eodem fastigio, quorum stantes non sunt in eisdem rectis lineis. Et αι solidum igitur, ipsi γξ solido æquum est. Super æqualibus igitur basibus existentia solida parallelepipeda & sub eodem fastigio, inuicem sunt æqualia: quod demonstrare oportebat.

Eucl ex Camp. Propositio 33.

33 OMnia solida æquidistantium superficierum, æquè alta suis basibus sunt proportionalia.

Campanvs. Sint duo solida æquidistantiū superficierum æque alta, constituta super duas bases a b & c d. Dico quòd proportio illorum duorum solidorum unius ad alterum est sicut proportio suarum basiū quæ sunt a b & c d, unius ad alterā. Constat quidem ex 24, utramq; harum duarum basium esse æquidistantium laterum, duo igitur latera opposita & æquidistātium, in superficie a b protrahantur, & inter ea fiat superficies æquidistantium laterum quæ sit f e, æqualis c d. Dehinc supra superficiem f e, compleatur solidum parallelogrammum æquè altum ei quod constitutum est super basin a b, fitq; amborum communis terminis illa superficies, quæ exurgit super lineam b f, hæc autem solida & suæ bases, eisdem nuncupentur nominibus. Quia igitur basis f e, est æqualis basi c d, erit ex 31 uel 32 solidum f e æquale solido c d. At quia totale solidum a e secat superficies, exurgens super lineam b f æquidistanter duobus lateribus op-

positis, erit ex 25 proportio solidi f e ad solidum a b, sicut basis f e ad basin a b. Cumq; sint c d & f e tam bases quàm solida æqualia, bases quidem ex hypothesi, solida autem ex 31 uel 32, sequitur ex 7 quinti bis assumpta semel pro basibus & semel pro solidis, quòd solidorum a b & c d basiumq; a b & c d sit proportio una. Quod demonstrare uoluimus. Huius quoq; conuersam ipsa eadē median te demonstrare quemadmodum conuersas præcedentium, non est difficile. Pones enim duo solida parallelogrāma esse suis basibus proportionalia, & conuinces ea esse æquè alta. Abscisoq; ab eo quod altius mentietur aduersarius uno solido parallelogrammo æquè alto demissiori, erunt abscisum & demissius suis basibus proportionalia ex hypothesi & ex hac 33. Cumq; etiam essent totale altius à quo partiale abscidisti, & ipsum demissius eisdem basibus proportionalia ex hypothesi, sequitur (ex prima parte 9 quinti) totale quòd aduersarius dicit altius, & partiale quod ab eo abscidisti, esse æqualia.

Euclid. ex Zamb. *Theorema 27.* *Propositio 32.*

Sub eadem altitudine existentia solida parallelepipeda, adinuicem sunt sicut bases. 32

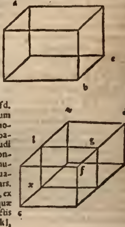
THEON ex Zamb. *Sint sub eadē altitudine solida parallelepipeda, αβ, γδ. Dico quòd ipsa αβ, γδ, solida parallelepipeda adinuicē sunt sicut bases, hoc est quod sicut αε basis, ad γζ, basin, sic est αβ solidum ad γδ solidum. Prætendatur enim (per 45 primi) ad ipsam ζη, ipsi αε æquū ζθ, & à basi quidem ζθ, altitudine autem ipsius γδ, solidum parallelepipedum compleatur κη. Aequū iam est (per 31 undecimi) αβ solidum, ipsi κη solido, in æqualibus enim sunt basibus αε, ζθ, & sub eadem altitudine. Et quoniam solidum parallelepipedū γκ, à plano δη, secatur parallelo existenti eis quæ opposito planis, est igitur (per 25 undecimi) sicut θζ, basis ad ζγ, basin, sic est γδ, ad ipsum κδ, solidū. Aequalis uerò est ipsa quidem ζθ, basis ipsi αε basi, & κη solidum ipsi αβ solido, est igitur & sicut αε basis ad γζ, basin, sic αβ solidū ad γδ solidum. Sub eadem igitur altitudine existentia solida parallelepipeda, & reliqua ut suprà, quod erat ostendendum.*

Euclid. ex Camp. *Propositio 34.*



I duo solida æquidistātium superficierum lineis altitudinum super bases orthogonaliter erectis fuerint æqualia, eorum bases eorūdem altitudinibus mutuas esse. Si uerò fuerint duæ bases suis altitudinibus mutuæ, ipsa solida sibi inuicem æqualia esse necesse est. 34

CAMPANVS. Quæcunque sint duo solida æquidistantium superficierum æqualia, eorum bases & altitudines necesse est esse mutekesias, & econuerso, quemadmodum de superficiebus æquidistantium laterum æquiangulis 13 sexti proposuit. Attamen hac 34 istud demonstrā dum proponitur de illis solidis parallelogrammis, in quibus lineę altitudinum suis basibus parallelogrammis orthogonaliter insistunt, ea uerò quæ sequitur, proponit idem de cæteris. Sint ergo nunc duo solida parallelogramma a b & c d æqualia, quorum bases sint a e & c f, lineæq; altitudinum ipsorum sint super has bases orthogonaliter erectæ, & sit altitudo solidi a b, linea e b, & solidi c d linea f d. Si igitur fuerint duæ lineæ e b & f d determinantes ipsorum solidorum altitudines, æquales adinuicem, cum ipsa quoque solida sint ex hypothesi æqualia, erunt ex conuersa 31 bases eorum quæ sunt a e & c f, æquales, ideoq; bases & altitudines erunt mutuæ, sicq; constabat propositi prima pars. E conuerso constabat secunda. Vt si altitudines & bases sint mutuæ, ponantur altitudines æquales, erunt quoq; bases æquales: ideoq; per 31 & solida æqualia: & sic constat secunda pars. At uerò si lineæ b & f d non fuerint æquales, sit f d maior, ex ea reseretur f g ad æqualitatē e b, tribusq; cæteris lineis quæ sunt altitudinis solidi c d ad eandem mensuram in punctis b, k l,



b,k,l,resectis perficiatur solidum parallelogrammum c g æquè altum solido a b, eritq; ex premissa, a b c g, sicut a e ad c f. Cum itaq; c d sit æquale a b, erit (ex prima parte 7 quinti) c d ad c g, sicut a e ad c f. Per præmissam autem est proportio c d ad c g, sicut m f ad f l, quod patet, si una ex lateralibus superficiebus solidi c d (& ipsa sit f m) intelligatur basis ipsius. At (per primam sexti) f m ad f l, sicut d f ad f g, ideoq; per sextã quinti sicut d f ad b e. Igitur a e a d e f, sicut d f ad b e. Cõstat itaq; prima pars. Secundam partem cũm sit conuersa primæ, conuerso modo probabis, sit enim eadẽ dispositione manente, proportio a e ad c f, sicut d f ad e b. Dico tunc solida a b & c d esse æqualia. Erit enim ex 7 quinti d f ad f g, sicut a e ad c f. Sed ex præmissa est a b ad c g, sicut a e ad c f. Igitur est a b ad c g, sicut d f ad f g, ex prima autem sexti est d f ad f g, sicut m f, ad f l, & ex præmissa c d ad e g sicut m f ad f l. Itaque c d ad g c, sicut a b ad c g. Igitur ex 9 quinti a b & c d sunt æqualia, quod est propositum.

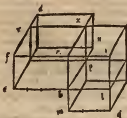
Euclid. ex Camp. *Propositio 35.*

35 I duo solida æquidistantium terminorum fuerint æqualia, eorum bases eorundem altitudinibus erunt mutuæ. Si uerò bases suæ altitudinibus suis mutuæ fuerint, quælibet duo corpora æquidistantium superficierum probãtur esse æqualia.

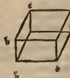
CAMPANVS. Quod præmia proposuit de solidis parallelogrammis, quorum lineæ altitudinum super bases suas orthogonaliter exurgunt, hæc 35 proponit indistinctè de omnibus. Demonstrare autem conuenit hanc ex præmissa, quemadmodũ demonstrauimus 32 & 33. Fabricatis enim duobus solidis æquidistantium laterum quibuscunq;, si lineæ altitudinum suis basibus orthogonaliter insistunt, constat uerum esse quod dicitur ex præmissa. Sin autem à quatuor angularibus punctis supremarum superficierum in utroq; solido quaternæ lineæ demittantur perpendiculariter ad bases, uel à punctis angularibus infimarum superficierum quaternæ erigãtur, inter quas duo solida parallelogramma perficiantur æquè alta solidis prioribus, eruntq; ex 29 & 30 hæc duo solida duobus prioribus solidis æqualia. Cum igitur horum & eorum sint eædem bases & eædem altitudines, sit autem ex præmissa de posterioribus, uerum quod hæc 35 proponit, uerum erit idem etiam de prioribus.

Euclid. ex Camp. *Propositio 36.*

36 I duo solida æquidistantium superficierum fuerint similia, proportio erit utriusq; ad alterum, tãquam cuiuslibet sui lateris ad suum relatiuum latus alterius proportio triplicata.



CAMPANVS. Sint enim duo solida a b & c d parallelogrãma & similia. Dico quòd proportio unius eorum ad alterum est sicut unius lateris eius ad unum latus alterius quod sibi refertur, proportio duplicata, quemadmodum duarum superficierum similiũ proportio est sicut suorum relatiuorum laterũ proportio duplicata, ut in 18 sexti demonstratũ est. Nã si solida a b & c d fuerint æqualia, cũ ipsa ponantur similia, erũt ex diffinitionibus similiũ corporum & similium superficierum cuncta latera unius æqualia suis relatiuis lateribus alterius. Ideoq; cum duarum quantitatum æqualium proportio triplicata aut quoueslibet sumpta non efficiat nisi æqualitatis proportionem, constat in hoc casu uerum esse quod proponitur. Si autem inæqualia, sit a b maius, cuius longitudo sit b e, latitudo e f, altitudo f a, basis e r, & suprema superficies a n: solidi uerò c d, sit longitudo d g, latitudo g h, altitudo h c. Constat itaq; ex diffinitionibus similium corporum & similium superficierum & præsenti hypothesi quod proportio a f ad c h, & f e ad h g, & e b, ad g d, sit proportio una. Sumatur igitur ex linea a f quã manifestũ est esse maiorem c h, linea f k, æqualis h c, cæteræq; tres determinantes altitudinem solidi a b, resecentur ad qualitatem eius, & inter eas compleatur solidum parallelogrammum k b æquè altum solido c d. Et protrahantur duæ lineæ basis e b, usq; ad l, & r b usq; ad m, sitq; b l



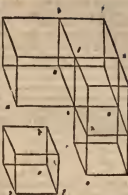
æqualis g d, & b m æqualis h g & perficiatur superficies æquidistantiū laterū m l, quæ erit æqualis & similis h d. Super eā igitur erigatur solidū parallelogrāmū p q secundū altitudinē præcisam ex altitudine solidi a b, eritq; p q æquale & simile solido c d. Rursusq; inter lineas r b & b l perficiatur superficies æquidistantiū laterū b t, super quā quoq; erigatur solidū parallelogrāmū x l æquè altū utriq; duorū solidorū k b & p q, replēdo alterutrū duorū angulorū hiānū inter ea. Cū autē duo solida a b, p q, sint similia, eo quod ambo posita sint similia solido c d, corpora uerò uni & eidē corpori similia inter se sunt similia, ut patet ex diffinitione similium corporū & 20 sexti, manifestū est ex 25 ter assumpta quod inter duo solida a b & p q, secundū continuam proportionalitatē cadunt duo solida k b & x l. Opportune ergo constituta uel cōstructa figura hypothesibusq; memoriæ sic me cōmendatis, ex prima sexti facile cōcludes propositū. Excute torporē & diligēter attēde, sciesq; ex 25 huius proportionē solidi a b ad solidū k b esse sicut superficiei a r ad superficiē K r, ideoq; ex prima sexti sicut lineæ a f ad lineā K f, & proportionē solidi k b ad solidū x l sicut superficiei k r ad superficiē x t, ideoq; sicut lineæ f r ad lineam r t, & proportionē solidi x l ad solidū p q, sicut superficiei r l ad superficiem l m, ideoq; sicut r b ad lineam b m. Ex hypothesi uerò liquet, quòd proportio lineæ f r ad lineam r t, & lineæ r b ad lineam b m, est sicut lineæ a f ad lineam k f. Itaq; ex diffinitione proportionis triplicatę posita in proœmio quinti, constat quòd proportio solidi a b ad solidum p q, ideoq; etiam ad solidum c d, est sicut lineæ a f ad lineam k f triplicata. Et quia linea k f posita est æqualis lineæ c h, patet uerum esse quod dicitur.

CAMPANVS. Scire autem oportet quod quicquid per hanc 36 & per 7 eam continue præcedentes demonstratū est de solidis parallelogrammis, idē quoq; uerū est de seratilibus, quorū bases cōmuniter sunt trigonæ aut cōmuniter tetragonæ. Hoc autem, ex 28 & hac 36 & 7 eam continue præcedentibus cōstabit ingenioso inspectori. Si enim fuerint seratilia quælibet æque alta super eādē basin uel super bases ęquales, cōmuniter tamē trigonas aut cōmuniter tetragonas. Cū ipsa sint dimidia solidorū parallelogrammorū suarū altitudinū ex 22, ipsa erunt æqualia ex 29 & tribus eā sequentibus, ex his enim constat, solida parallelogramma ipsis seratilibus dupla esse æqualia. Similiter quoq; si fuerint duo seratilia super bases cōmuniter trigonas aut communiter tetragonas æque alta, ipsa erunt suis basibus proportionalia quemadmodū de solidis parallelogrāmis ex 33 habetur. Ipsa enim sunt ex 28 dimidia solidorum parallelogrammorū suæ altitudinis, solidorū autem parallelogrammorū suæ altitudinis suarūq; basium est una proportio ex 33. Cum itaq; sit solidorū parallelogrammorū proportio sicut seratilium (quia sicut simplū ad simplū) sic duplū ad duplum ex 13 quinti, atq; basium solidorum parallelogrammorum est proportio sicut basium seratilium (Aut enim eædē erunt bases seratilium & solidorū parallelogrammorū, & hoc quidem erit cum bases seratilium fuerint tetragonæ, tūc enim ex seratilibus super easdem bases erunt solida parallelogramma complenda. Aut bases seratilium erunt subduplę ad bases solidorum parallelogrammorum, & hoc quidem erit cū bases seratiliū fuerint communiter trigonę, tunc enim erūt ex seratilibus solida parallelogrāma cōplenda adiūctis ad bases seratiliū superficiebus trigonis, ut fiant bases seratiliū cū trigonis adiunctis superficiebus, superficies æquidistantiū laterū) sequitur ut sit proportio seratiliū sicut suarū basiū. Eodēq; modo si seratilia fuerint æqualia, fuerintq; communiter super bases trigonas uel cōmuniter super bases tetragonas, bases eorū altitudinibus ipsorū mutuę erunt. Quod si bases eorū suis altitudinibus fuerint mutuæ, ipsa seratilia erunt æqualia quemadmodum de solidis parallelogrammis 34 & 35 proponunt. Hoc autē facile patet ex his quę dicta sunt in 33. Si uerò seratilia fuerint adinuicē similia, erit proportio unius ad alterū, sicut proportio lateris unius ad suum reliquum latus alterius proportio triplicata, quemadmodum de solidis parallelogrammis 36 proponit. Quod ex eadem 36 facile tibi patebit, si ex illis seratilibus similibus solidis parallelogrammis compleris solida ipsa probaueris esse similia. Quod ex diffinitione similiū corporū & similiū superficierū, & hoc quod seratilia ponūtur adinuicē similia, ex 34 primi leue est negociari. *Euclid. ex Zamb.* *Theorema 28.* *Propositio 33.*

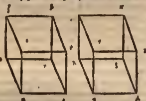
Similia solida parallelepipeda, adinuicem in triplici ratione sunt eiusdem rationis laterum. 33

THEON *ex Zāb. Sint similia solida parallelepipeda αβ, γδ, similis autē rationis esto αε ipsi γζ. Dico q. solidū αβ ad γδ solidum triplicē habet rationē, quā αε ad γζ. Extendātur enim in rectas lineas ipsis αε, ηε, θε, ipsæ εκ, ελ, εμ, ponaturq́; (per 2 primi) ipsi quidem γζ æqualis εκ, ipsi aūt ζν æqualis ελ, & insuper ipsi ζρ ipsa εμ, & cōpleatur κλ parallelogrāmū, & κο solidū. Et quoniam duæ κε, ελ, duabus γζ, ζν sunt æquales, sed & angulus qui sub κελ, ipsi qui sub γζν, est æqualis, quoniā & qui sub αεη, ei qui sub γζν, est æqualis propter similitudinē ipsorū αβ, γδ, solidorū, æquū igitur est & simile (per 24 sexti) ipsum κλ parallelogrāmum ipsi γν parallelogrāmo, & id id propterea & κμ parallelogrāmum æquū est et simile ipsi γρ parallelogrāmo, et insuper εο, ipsi ζδ. Tria igitur parallelogrāma ipsius κο solidi tribus parallelogrāmis ipsius γδ solidi similia & æqualia sunt, sed ipsa quidē tria tribus ijs quæ ex opposito, sunt æqualia & similia, totum igitur κο solidū, toti γδ solido simile est & æquale per diffinitionē 11) Cōpleatur ηκ parallelogrāmum, & à basibus quidem ηκ, κλ, parallelogrammis, altitudine aūt ipsius αβ, solida compleantur εξ, λπ. Et quoniā propter ipsorum αβ, γδ, solidorum similitudinē est sicut αε ad γζ sic εη ad ζν, & εθ,*

ad ξρ, æqualis autem est γζ, ipsi ικ, & ξρ, ipsi ιλ, & ξρ ipsi ιμ, est igitur (per cõuersionẽ diffinitionis secundæ) sicut κι ad ικ, sic est κι, ad ιλ, & θι, ad ιμ. Sed sicut quidem κι, ad ικ, sic est κι parallelogrãmum ad κκ parallelogrãmum, sicut autem κι ad ιλ, sic κι, ad κλ, sicut uerò (per 1 sexti) θι ad ιμ sic κι ad κμ, & sicut igitur (per 11 quinti) κο, parallelogrãmum ad κκ, parallelogrãmũ, sic κκ, ad κλ, et κι ad κμ. Sed sicut quidem κο ad οκ, sic est αβ solidum ad κξ solidũ, sicut autẽ κκ ad κλ, sic ξι, solidum ad κλ solidũ, sicutq́ κι, ad κμ sicut κλ, solidum ad κο solidũ. Et sicut igitur αβ solidũ ad κξ, solidum sic κξ, ad κλ, & κλ ad κο. Si uerò quatuor magnitudines continue fuerint proportionales, prima ad quartam (per 10 diffinitionẽ quinti) triplicẽ rationẽ habet quam ad secundã. Igitur αβ solidũ ad κο solidũ triplicem rationẽ habet, quam αβ ad κξ. Sed sicut αβ ad κξ, sic est κι, parallelogrammũ ad κκ, & κι, recta linea ad ικ, quare & αβ solidũ ad κο, solidũ triplicẽ rationẽ habet, quã κι ad ικ. Aequũ autem est ipsum quidem κο solidũ ipsi γδ solido, & ικ recta linea ipsi γζ, & αβ igitur solidum ad γδ solidum triplicem rationem habet, quàm similis rationis latus hoc est αι, ad similis rationis latus hoc est ad γζ. Similia igitur solida parallelepipeda, in triplici sunt ratione similis rationis laterum: quod ostendere oportebat.

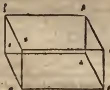


CORRELARIVM. Ex hoc, inquã, manifestum est, quod si quatuor rectæ lineæ proportionales fuerint, erit sicut prima ad quartam, sic quod ex prima solidũ parallelepipedum ad id quod ex secũda simile similiterq́ descriptũ, quandoquidem prima ad quartam triplicem rationem habet, quàm ad secundam.

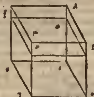


Eucl. ex Zamb. Theorema 29. Propositio 34.

34 Aequaliũ solidorũ parallelepipedorũ, reciprocæ sunt bases altitudinib. Et solida parallelepipeda quorũ bases altitudinibus sunt reciprocæ, sunt æqualia.



THEON ex Zãb. Sint æqualia solida parallelepipeda, αβ, γδ. Dico quod ipsorũ αβ, γδ, solidorũ parallelepipedorũ reciprocæ sunt bases altitudinib. estq́ sicut εθ, basis ad νκ basin, sic est ipsius γδ, solidi altitudo ad ipsius αβ solidi altitudinẽ. Sint enim primũ stantes αη, εζ, λβ, θκ, γμ, νξ, οδ, πρ, in ipsis basibus ad angulos rectos. Dico quod est sicut εθ basis ad νπ basin, sic est γμ ad αη. Si quidẽ igitur æqualis est εθ basis ipsi νπ basi, est aũt & αβ solidũ æquũ ipsi γδ solido, & γμ ipsi αη est æquali. Si enim ipsis εθ, νπ, basibus æqualibus existentibus, æquales nõ fuerint ipsæ αη, γμ, altitudines, neq́ igitur solidũ αβ, æquũ erit ipsi γδ, supponitur aũt æquale. Igitur altitudo γμ altitudini αη inæqualis nõ est, æqualis igitur. Eritq́ sicut basis εθ ad basin νπ, sic γμ ad αη, & manifestũ quòd ipsorũ αβ, γδ, solidorũ parallelepipedorũ reciprocæ sunt bases ipsis altitudinibus. Nõ sit iã æqualis εθ basis ipsi νπ, basi, sed esto maior εθ. Est aũt solidum αβ, ipsi γδ solido æquum maior igitur est & γμ, ipsa αη. Si autẽ nõ, neq́ igitur rursus, ipsa αβ, γδ, solida sũt æqualia, supponũtur aũt æqualia. Ponatur



igitur (per 2 primi) ipsi αη, æqualis γτ, compleaturq́ ex basi quidẽ νπ, altitudine autẽ γτ, solidum parallelepipedum γφ. Et quoniã solidum αβ æquum est ipsi γδ solido, aliud autẽ est ipsum φγ, ad idem aũt æqualia eãdem rationem habent (per 7 quinti) est igitur sicut αβ solidũ ad γφ solidum, sic est γδ solidũ, ad γφ solidum. Sed sicut quidẽ solidum αβ ad solidum γφ, sic εθ basis ad νπ basin (per 32 undecimi) sub æquali enim sunt altitudine, ipsa αβ, γφ, solida. Sicut autẽ solidum γδ ad solidum γφ, sic est μπ, basis ad πτ basin, & μγ ad γτ, & sicut igitur (per 11 quinti) εθ, basis ad νπ basin, sic μγ ad γτ. Aequalis autẽ est γτ, ipsi αη, &

ſicut igitur (per 9 quinti) ι θ baſis ad ν ξ, baſin ſic μ γ ad ξ π. Ipſorū igitur α ζ, γ δ, ſolidorū parallelepipedorū reciprocæ ſunt baſes altitudinibus. Rurſus ipſorū α ζ, γ δ, ſolidorū parallelepipedorū, reciprocæ ſint baſes altitudinib. ſitq́; ſicut ι θ baſis ad ν ξ baſin, ſic ipſius γ δ ſolidi altitudo ad ipſius α β ſolidi altitudinē. Dico q́ ſolidū α ζ æquū eſt ipſi γ δ ſolido. Sint enim rurſus ſtātes, ad angulos rectos ipſis baſibus. Et ſi quidem æqualis eſt ι θ baſis ipſi ν ξ baſi, eſtq́; ſicut ι θ baſis ad ν ξ baſin ſic ipſius γ δ ſolidi altitudo ad ipſius α ζ ſolidi altitudinem, æqua igitur eſt ipſius γ δ ſolidi altitudo, altitudini ipſius α β ſolidi. Super æqualibus autē baſibus exiſtentia ſolida parallelepipeda & ſub eadem altitudine, inuicē ſunt æqualia (per 31 undecimi) Igitur ſolidum α β, æquū eſt ipſi γ δ ſolido. Non ſit iā ι θ baſis ipſi ν ξ baſi æqualis, ſed eſto maior ι θ, maior igitur eſt & ipſius γ δ, ſolidi altitudo, ipſius α ζ ſolidi altitudine, hoc eſt γ μ, maior quàm α π. Ponatur (per 2 primi) ipſi α π, rurſus æqualis γ τ, & cōpleatur γ φ ſolidū. Quoniā eſt ſicut ι θ baſis ad ν ξ baſin, ſic μ γ ad α π, æqualis autē eſt α π ipſi γ τ, eſt igitur ſicut ι θ baſis ad ν ξ baſin, ſic γ μ ad γ τ, reciproca enim ſupponuntur. Sed ſicut quidem ι θ baſis ad ν ξ baſin ſic (per 32 undecimi) α β ſolidū ad γ φ ſolidum ſub æquali enim ſunt altitudine, ipſa α β, γ φ ſolida. Sicut autem γ μ ad γ τ, ſic (per 1 ſexti) μ α, baſis ad α τ baſin et (per 32 undecimi) γ δ ſolidū ad γ φ ſolidū, & ſicut igitur (per 11 & 9 quinti) α ζ ſolidū ad γ φ ſolidū, ſic γ δ ſolidū ad γ φ ſolidū. Vtrūq; igitur ipſorū α ζ, γ δ, ad ipſum γ φ eandē rationē habet. Aequū igitur eſt (per conuerſionē 7 quinti) α β, ſolidū ipſi γ δ ſolido. Quod oportuit oſtendere. Non ſint autē ſtantes ζ ι, ζ λ, κ α, θ κ, ν ζ, δ α, μ γ, δ π, ad angulos rectos baſibus eorū, excitenturq́; (per 10 undecimi) ab ipſis ζ κ, β κ, ξ μ, δ ξ, ſignis in ipſorū ι θ, ν ξ, baſium planis, perpendiculares, concurrantq́; planis ad ſigna τ ν, φ χ, ψ ω, ρ, cōpleanturq́; ipſa ζ ρ, ξ ω, ſolida. Dico q́ & ſic æqualibus exiſtentibus ipſis α β, γ δ, ſolidis reciprocæ ſunt baſes ipſis altitudinibus, eſtq́; ſicut ι θ, baſis ad ν ξ baſin, ſic eſt ipſius γ δ ſolidi altitudo, ad ipſius α β, ſolidi altitudinē. Quoniā enim α ζ ſolidū æquū eſt ipſi γ δ ſolido, ſed α β, quidem ipſi ζ τ (per 31 undecimi) eſt æquale (ſuper eadē) enim ſunt baſi ζ κ, & ſub eadē altitudine, quorū ſtantes nō ſunt ſuper eiſdem rectis lineis) at γ δ ſolidū (per 31 undecimi) ipſi δ ψ ſolido eſt æquale (ſuper eadem namq; ſunt baſi ξ ρ, & ſub eadem altitudine, quorū ſtantes nō ſunt ſuper eiſdē rectis lineis) igitur ſolidū β τ ipſi δ ψ ſolido æquū eſt. Aequaliū autem ſolidorū parallelepipedorum, quorū altitudines ad angulos rectos ipſis eorū baſibus ſunt, reciprocæ ſunt baſes ipſis altitudinib. Eſt igitur ſicut ζ κ baſis ad ξ ρ baſin, ſic ipſius δ ψ ſolidi altitudo ad ipſius ζ τ ſolidi altitudinē. Aequalis autē eſt ζ κ baſis ipſi ι θ baſi, & ξ ρ baſis ipſi ν ξ baſi, eſt igitur ſicut ι θ baſis ad ν ξ baſin, ſic eſt ipſius δ ψ ſolidi altitudo ad ipſius β τ ſolidi altitudinem. Eædem uerò altitudines ſunt ipſorū δ ψ & β τ ſolidorū & ipſorū δ γ & β α. Eſt igitur ſicut ι θ baſis ad ν ξ baſin, ſic ipſius γ δ, ſolidi altitudo ad ipſius α ζ, ſolidi altitudinē. Ipſorum igitur α ζ, γ δ, ſolidorum parallelepipedorū, reciprocæ ſunt baſes altitudinibus. Rurſus iā ipſorū α β, γ δ, ſolidorum parallelepipedorū, reciprocæ ſint baſes altitudinibus, ſitq́; ſicut ι θ, baſis ad ν ξ baſin, ſic ipſius γ δ ſolidi altitudo ad ipſius α β ſolidi altitudinē. Dico q́ ſolidū α ζ, æquum eſt ipſi γ δ ſolido. Eiſdē nāq; diſpoſitis, quoniā eſt ſicut ι θ baſis ad ν ξ baſin, ſic ipſius γ δ ſolidi altitudo ad ipſius α β, ſolidi altitudinem, æqualis autem eſt baſis ι θ, ipſi ζ κ & ν ξ, ipſi ξ ρ, eſt igitur ſicut ζ κ baſis ad ξ ρ baſin, ſic ipſius γ δ ſolidi altitudo ad ipſius α β, ſolidi altitudinē. Eædem autem ipſorum α β, γ δ, & β τ, δ ψ, ſolidorum ſunt altitudines. Eſt igitur ſicut ζ κ baſis ad ξ ρ baſin, ſic ipſius δ γ ſolidi altitudo ad ipſius ζ τ ſolidi altitudinem. Ipſorum igitur β τ, δ ψ, ſolidorum parallelepipedorum, reciprocæ ſunt baſes altitudinibus. Solida uerò parallelepipeda, quorū altitudines ad angulos rectos ſunt baſibus eorum, & reciprocæ ſunt baſes altitudinibus, æqualia ſunt (per 21 undecimi) Igitur ſolidum β τ, æquum eſt ipſi δ ψ ſolido. Sed ipſum quidē β τ, ipſi ζ α, æquum eſt (p 29 undecimi) ſuper eadē nāq; ſunt baſi ζ κ, et ſub eadē altitudine, quorum ſtātes ſunt ſuper eiſdē rectis lineis. Solidum autē δ ψ, ipſi δ γ, ſolido æquum eſt, ſuper eadē nāq; ſunt baſi ξ ρ, & ſub eadē altitudine, quorum ſtātes ſunt ſuper eiſdē rectis lineis. Igitur & α β ſolidum, ipſi γ δ, ſolido æquum eſt: quod demonſtrare oportebat. Euclid. ex Camp. Propoſitio 37.

Si fuerint duo anguli plani æquales ſuper quos duæ hypothe- 37
nuſæ in aëre ſtatuātur cū lateribus angulorū ſubiacētiū ſingulos ſingulis æquos angulos cōtinētes, atq; in illis hypothenuſis duo pūcta ſignētur à quibus punctis duæ perpendiculares ad ſuperficies angulorū propoſitorū demittantur, à pūctis autem ſu

per

per quæ perpendiculares ceciderint ad eosdē duos angulos planos duę rectæ lineæ ducantur, duo anguli qui ab illis duabus lineis atq; duabus hypothenusis continentur, æqui sibi inuicem esse probantur.

CAMPANVS. Sint duo anguli plani a & d æquales, contenti lineis a b & a c & d e & d f, & super eos erigantur duæ lineæ hypothenusaliter a g & d h, sitq; angulus g a c æqualis angulo h d f, & angulus g a b æqualis angulo h d e, atque in duabus hypothenusis a g & d h, signentur quomodolibet duo puncta k & l, à quibus secundum præcepta 11 huius demittantur ad superficies angulorum a & d, duæ perpendiculares quæ sint k, m & l n, & protrahantur duæ lineæ a m & d n. Dico igitur angulum g a m, esse ęqualem angulo h d n. Si linea a k est ęqualis d l, bene quidem. Sin autem, ex linea a g sumatur a p, æqualis d l, & à puncto p demittatur perpēdicularis ad superficiem anguli a, linea quę sit p q. Manifestum est igitur quod punctum q est in linea a m, quod ex 6 huius & diffinitione linearum æquidistantiū quas necesse esse in superficie una, facilè constat studiosè intuenti. Dehinc à pūcto q ducantur perpendiculares duæ, una ad lineam a b quę sit q r, & alia ad lineam a c quæ sit q s. Similiter quoq; à puncto n ducantur aliæ duæ perpendiculares, una ad lineam d e, quæ sit n t, & alia ad lineam d e, quæ sit n x, & protrahantur r s & t x. Iterumq; à punctis p & l, demittantur hypothenusę p q, p r, p s, & l n, l t, l x. His itaq; positis, figuraq; prudenter disposita, demonstrationē propositi sic collige. Constat ex penultima primi quòd quadratū lineæ a p est æquale quadratis duarum linearum a q, & p q, ac ex eadem quòd quadratum a q est æquale quadratis duarum linearum a s, s q, itaq; quadratū a p, est æquale quadratis trium linearum a s, s q, & q p Sed ex eadem, quadratū s p, est æquale quadratis duarum linearum s q & p q, ergo quadratum a p, est ęquale quadratis duarū linearū a s & s p, ideoq; ex ultima primi angul⁹ a s p est rect⁹. Similiq; modo ꝓbabis, unūquēq; triū angulorū d x l, a r p, d t l, esse rectū. Cū igitur ex hypothesi sit angul⁹ s a p ęqualis angulo x d l, & linea a p lineæ d l, erit ex 26 primi linea d x ęqualis a s, et x l æqualis s p. Eodē quoq; modo cū ex hypothesi sit angulus r a p ęqualis āgulo e d l, erit ex eadē linea a r ęqualis d t, & r p æqualis t l. Quare per 4 primi linea r s erit ęqualis lineæ t x & angul⁹ a r s ęqualis angulo d t x, & angulus a s r angulo d x t; est enim ex hypothesi angulus a, æqualis angulo d. A cōceptiōe igitur erit angulus s r q æqualis angulo x t n, & angulus r s q angulo t x n, sunt enim residui duorū rectorū, dēptis æqualibus. Necesse est itaq; ex 26 primi, ut linea r q sit æqualis t n, & q s ęqualis n x. Cūq; ex penultima primi quadratū lineę r p sit æquale quadratis duarū linearū r q & q p, & quadratū lineę t l æquale quadratis duarum linearum t n & l n, sint autem duæ lineæ r p & t l æquales, duæ quoque quæ sunt r q & t n ęquales, sequitur ex cōmuni scientia duas quæ sunt p q & l n esse æquales. Eodem modo cum quadratum lineæ a p sit æquale quadratis duarum linearum quæ sunt a q & q p, similiter quadratum lineæ d l quadratis duarum linearum quæ sunt d n & n l, sit autem a p æqualis d l, & p q æqualis l n, sequitur ex cōmuni scientia a q esse æqualem d n. Ex octaua igitur primi concludo propositum, uidelicet angulum p a m esse æqualem angulo l n d.

Euclid. ex Zamb. *Theorema 20.* *Propositio 35.*

35 Si fuerint bini anguli plani æquales, super quorum uerticibus sublimes rectæ lineæ steterint, ęquales angulos cōprehendentes cum ijs quę in principio rectis lineis, alterum alteri, in sublimibus autem sumpta fuerint contingentia signa, & ab eisdē ad plana in quibus sunt qui in principio anguli, perpendiculares actæ fuerint à signis autem quæ in planis à perpēdicularibus fiunt, ad eos qui in principio angulos cōiunctæ fuerint rectæ lineæ, æquos angulos cum sublimibus comprehendent.

THEON ex Zāb. *Sint bini anguli rectilinei æquales plani qui sub βαγ, εδζ, à signis autem α, δ, sublimes excitentur rectæ lineæ αη, δμ, æquos cōprehendentes angulos cum ijs quæ in principio rectis lineis alterum alteri, hoc est angulum μδε angulo ei qui sub ηαβ, eū aūt qui sub μδζ, ei qui sub ηαγ, sumanturq; in ipsis αη, δμ, cōtinētia signa η, μ, excitēturq; (p 11 undecimi) ab ipsis η, μ, signis ad ea quæ p βαγ, εδζ, plana perpendiculares ηλ, μν, coincidantq; ipsis planis in ν λ, connectanturq; ipsæ λα, νδ. Dico q;* angulus

angulus qui sub ε α λ, æquus est angulo μ δ ν, ponatur (per 3 primi) ipsi δ μ æqualis α θ, exciteturq́; (per 31 primi) per signum θ, ipsi η λ parallelus θ κ. At η λ, perpendicularis est ad id quod per β α γ planum. Igitur & θ κ, perpendicularis est ad id quod per β α γ, planum. Excitentur (per 12 primi) ab ipsis κ ν, signis ad ipsas α β, α γ, δ ζ, δ ε, rectas lineas perpendiculares κ γ, ν ζ, κ β, ν ε, connectanturq́; ipsæ θ γ, γ β, μ ζ, ζ ε. Et quoniã quod ex θ α (per 47 primi) æquũ est eis quæ ex θ κ, κ α, ei autem quod ex κ α, æqualia sunt quæ ex κ γ, γ α, igitur quod ex θ α æquũ est eis quæ ex θ κ, κ γ, γ α, eis uerò quæ ex θ κ, κ γ, æquũ est id quod ex θ γ, quod igitur ex θ α (per 47 primi) æquũ est eis quæ ex θ γ, γ α, rectus est igitur qui sub θ γ α, angulus. Idq́; propterea et qui sub δ ζ μ angulus, rectus est: æqualis igitur est qui sub θ γ α angulus, ei qui sub δ ζ μ angulo. Est autẽ & qui sub α γ θ, æqualis ei qui sub δ ζ μ. Bina igitur triangula sunt δ ζ μ & θ α γ, duos angulos duobus angulis æquos habẽtia alterũ alteri & unũ latus uni lateri æquũ, quod unum æqualiũ angulorũ subtendit, hoc est, θ α, ipsi δ μ, & reliqua igitur latera (per 26 primi) reliquis lateribus æqualia habebunt alterũ alteri, æqualis igitur est α γ ipsi δ ζ. Similiter ostendemus, quòd & α β ipsi δ ε est æqualis. Connectantur θ β, & μ ε. Et quoniã quod ex α θ (per 47 primi) æquũ est eis quæ ex α κ, κ θ, ei autẽ quod ex α κ (per eandẽ) æqua sunt quæ ex α β, β κ, quæ igitur ex α β, β κ, κ θ, sunt æqualia ei quod ex α θ. Sed eis quæ ex β κ, κ θ, æquũ est id quod ex β θ rectus enim est qui sub θ κ β angulus, quoniam θ κ perpendicularis est ad subiectũ planũ, igitur quod ex α θ æquũ est eis quæ ex α β, β θ, rectus igitur est qui sub α β θ angulus, & id propterea qui sub ε δ μ angulus, rectus est. Est autẽ & qui sub β α θ, angulus, ei qui sub ε δ μ æqualis: supponitur nanq́;, estq́; ipsa α θ, ipsi δ μ æqualis, æqualis igitur est (per 26 primi) α β, ipsi δ ε. Quoniã igitur æqualis est α γ, ipsi δ ζ, & α β, ipsi δ ε, binæ igitur γ α, α β, duabus ζ δ, δ ε, sunt æquales, sed et angulus qui sub γ α β, ei qui sub ζ δ ε, est æqualis. Basis igitur β γ (per 4 primi) basi ε ζ, est æqualis & triangulũ triãgulo & reliqui anguli reliquis angulis. Aequalis est igitur qui sub α γ β angulus, et qui sub δ ζ ε. Rectus autẽ & qui sub α γ κ, recto qui sub δ ζ ν est æqualis, et reliquus igitur qui sub β γ κ, reliquo qui sub ε ζ ν est æqualis. Et id propterea qui sub γ β κ, ei qui sub ζ ε ν, est æqualis. Bina igitur triãgula sunt (p 8 primi) β γ κ, ε ζ ν, binos angulos duobus angulis æquos habentia alterũ alteri, & unũ latus uni lateri æquũ, quod ad æquos angulos, hoc est β γ ipsi ε ζ et reliqua igitur latera, reliquis lateribus æqualia habebũt. Aequalis igitur est γ κ, ipsi ζ ν: est autẽ & α γ, ipsi δ ζ æqualis. Binæ igitur α γ, γ κ, duab. δ ζ, ζ ν, sunt æquales, & æquos cõprehẽdũt angulos, basis igitur α κ (p 4 primi) basi δ ν est æqualis. Et quoniã æqualis est α θ, ipsi δ μ, æquũ est qđ ex α θ ei qđ ex δ μ. Sed ei qđ ex α θ (p 47 primi) æqualia sunt quæ ex α κ, κ θ, rectus enim est q sub α κ θ. Ei autẽ quod ex δ μ, æqua sunt quæ ex δ ν, ν μ, rectus enim est q sub δ ν μ. Igitur quæ ex α κ, κ θ, sunt eis æqualia quæ ex δ ν, ν μ, quorũ quod ex α κ, æquũ est ei quod ex δ ν. Reliquum igitur quod ex κ θ, æquũ est ei quod ex ν μ. Aequalis igitur est θ κ, ipsi μ ν. Et quoniã binæ θ α α κ, duabus μ δ, δ ν, sunt æquales altera alteri, & basis θ κ, basi μ ν est æqualis, angulus igitur qui sub θ α κ (per 8 primi) angulo qui sub μ δ ν est æqualis. Si fuerint igitur bini anguli plani æquales, & quæ sequũtur reliqua: quod ostendere oportebat.

CORRELARIVM. *Ex hoc nẽpe manifestũ, quòd si fuerint bini anguli plani rectilinei æquales, steterintq́; super ipsis sublimes rectæ lineæ æquales æquos angulos cõprehendẽtes, unà cũ ijs quæ in principio rectis lineis alterum alteri, quæ ex ipsis perpendiculares ductæ ad plana in quibus sunt qui principio anguli, inuicem sunt æquales.*

Euclid. ex Camp. Propositio 38.

SOlidũ tribus lineis proportionalibus contentũ, æquũ erit solido quod à mediæ lineæ æquis lateribus cõtinetur, si anguli sui amborum sibi inuicem æquales fuerint. 38

CAMPANVS. De solidis parallelogrãmis intelligatur, de his enim qualiacũq; sint dũ tamẽ æquiãgula, uerũ est, quod contentũ à tribus lineis proportionalibus æquale est ei quod à media earũ continetur, quemadmodũ de superficiebus rectangulis probatũ est in 16 sexti, & de non rectãgulis elicitur euidenter ex secunda parte 15 eiusdẽ. Sint igitur tres lineæ a b, b c, & c d, continue proportionales, fiatq́; ex eis unus angulus solidus ad libitum, & perficiatur solidum æquidistantium laterum, cuius linea a b sit longitudo, b c uerò altitudo, sed c d latitudo, & ipsum solidum dicatur a d. Sumpta quoq; alia linea qualibet æquali b c quæ etiam uocetur b c, super ipsius extremitatẽ quæ est b, con-

constituatur angulus solidus æqualis angulo solido a, secundum quod docet 26 lineæq; cæteræ solidum angulum b continentes resecentur ad æqualitatẽ lineæ b c, & perficiatur solidum æquidistantium superficierum, cuius longitudo, latitudo, & altitudo sit linea b c, & ipsum appelletur b c. Dico itaq; duo solida a d & b c esse æqualia. Manifestum est enim, quòd cunctæ superficies unius sunt æquiangulæ suis relatiuis superficiebus alterius. Quod ex 34 primi patere potest, nam cũ solidus angulus b ponatur æqualis solido angulo a, necesse est ut unus angulus uniuscuiusq; superficiei solidi a d sit æqualis uni angulo suæ relatiuæ superficiei in solido b c, itaq; per 34 primi eorũ oppositi, erũt ęquales. At q̃a uniuscuiusq; superficiei quadrilateræ omnes anguli sunt æquales quatuor relictis ex 32 primi, necesse est duos reliquos unius esse æquales duobus reliquis suæ relatiuæ. Cumq; ipsi duo reliqui in qualibet sint etiam adinuicem æquales, conuincitur necessariò ut unaquæq; ex superficiebus solidi a d sit æquiangula suę relatiuę in solido b c, quare ex secunda parte 15 sexti bases duorum solidum propositorum erunt æquales: sunt enim ęquiangulæ & laterum mutuorum. Si itaq; lineæ altitudinum super bases ipsorum orthogonaliter insistunt, constat ex 31 ipsa esse æqualia, cum enim hæ lineæ sint æquales & ipsæ determinent altitudinem solidorum, erunt solida æque alta. At si lineæ altitudinum ipsorum non insistunt suis basibus orthogonaliter, ab ipsarum summitatibus ad bases perpẽdicularibus demissis, erunt ex præmissa hæ perpendiculares adinuicem æquales, ipsæ enim erunt, sicut erant & in præmissæ demonstrationis figura duæ lineę p q & l n, quas demonstrauimus oportere esse æquales. Quia igitur omnium solidorum altitudo ex perpendicularibus à summitatibus ipsorum ad suas bases descendentibus diffinitur, erunt ex 32 duo solida a d & c b æqualia. Conuersam quoq; huius possumus, si delectat, conuerso modo probare. Vt si parallelogrammum corpus a d sit æquale & æquiangulum corpori parallelogrammo b c, & corpus b c cõtineatur à media trium linearum continentium corpus a d, erunt tres lineæ continentes corpus a b continue proportionales. Cùm enim duo solida parallelogramma a d & c b sint æqualia & æque alta, ex hypothesi ipsa erunt super bases æquales per conuersas 31 & 32. Et quia ipsæ bases eorum sunt æquiangulæ, sequitur ex prima parte 15 sexti, quòd ipsæ sunt mutuorum laterum. Itaq; proportio a b ad b c, sicut b c ad c d: quare constat propositum.

Euclid. ex Zamb. *Theorema 31.* *Propositio 36.*

36 Si tres rectæ lineæ proportionales fuerint, ex ipsis tribus rectis lineis solidum parallelepipedum, æquum est ei quod ex media fit solido parallelepipedo, æquilatero quidem, æquiangulo autem prædicto.

THEON *ex Zamb. Sint tres rectæ lineæ proportionales α β γ, sicut α ad β, sic β ad γ. Dico quòd ex α β γ solidum, æquum est ei quod ex β solido æquilatero quidẽ, æquiangulo autem prædicto. Exponatur (per 23 undecimi) solidus angulus qui ad ε, comprehensus sub tribus angulis planis hoc est δ ε η, η ε ζ, ζ ε δ, ponaturq; (per 2 primi) ipsi quidẽ β, æqualis unaquæq; ipsarum δ ε, η ε, ε ζ, compleaturq; ipsum ε κ, solidum. Ipsi autẽ α, æqualis esto (per eandem λ μ) constituaturq; (per 26 undecimi) ad ipsam λ μ rectam lineam ad signumq; in ea λ, ipsi qui ad ε solido angulo æquus comprehensus sub ν λ ξ, ξ λ μ, μ λ ν, ponaturq; (per 2 primi) ipsi quidem β æqualis λ ξ, ipsi autem γ æqualis λ ν. Et quoniam est sicut α ad β, sic est β ad γ, æqualis autem est α ipsi λ μ, & β unicuiq; ipsarum λ ξ, ε ζ, ε η, ε δ, & γ ipsi λ ν, est igitur λ μ ad ε ζ, sic est δ ε ad λ ν, & circum æquos angulos qui sub μ λ ν, δ ε ζ, latera sunt reciproca. Igitur parallelogrammum μ ν, æquum est ipsi δ ζ, parallelogrãmo (per 14 sexti) Et quoniã bini anguli plani rectilinei æquales sunt, qui sub δ ε ζ, ν λ μ, & super ipsis sublimes rectæ lineæ sunt cõstitutæ λ ξ, ε η, inuicẽ æquales (per præcedentẽ) æquos angulos cõprehẽdentes*

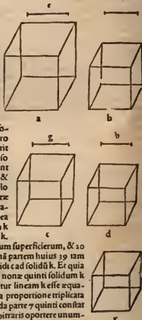
tes cum iis quæ in principio rectis lineis alterum alteri: ipsæ igitur quæ ex ν ξ, signis perpendiculares ductæ ad ea quæ per ν λ μ, λ ν ξ, plana (per correlarium præcedentis) inuicem sunt æquales. Quare λ θ, ν κ, solida, sub eadem sunt altitu tine. Super æqualibus autē basibus & sub eisdem altitudinibus constituta solida parallelepipeda, inuicem sunt æqualia (per 31 undecimi) Igitur solidum θ λ, solido ν κ est æquale. At λ θ, solidum, est ex ipsis α β γ, & ν κ, solidum est ex β. Igitur quod ex α β γ, solidum parallelepipedum, æquum est ei quod ex β solido æquilatero quidem, sed æquiangulo prædicto: quod erat ostendendum.

Euclid. ex Camp. *Propositio 39.*



SI fuerint quotlibet lineæ proportionales, solida quoque sua æquidistantium atq; similium uniuscuiusq; creationis superficierum, erunt proportionalia. Si uerò solida æquidistantium atque similium uniuscuiusq; creationis superficierum fuerint proportionalia, lineæ quoq; à quibus ipsa solida continentur, erunt proportionales. 39

CAMPANVS. Simile proponit uigesima prima sexti de superficiebus. Sint itaq; quatuor lineæ a b, & c d, proportionales, & super has fabricētur quatuor solida parallelogramma eisdem nominibus dicta, quæ sint expresse similia, duobus enim ad libitū fabricatis super duas lineas a & c, cætera secundū præcepta 27 constituenda erunt. Dico hæc 4 solida esse proportionalia. Et econuerso. Subiungātur enim duabus lineis a & b, in cōtinua proportione duæ quę sunt e & f, quemadmodum docet 10 sexti, & duabus lineis c & d, aliæ duæ quæ sint g & h. Constat igitur ex 36 & ex diffinitione proportionis triplicatæ, quæ posita est in principio quinti, & ex hac hypothesi quòd solida a & b sibi inuicem, & solida c & d sibi ad inuicem sunt expresse similia: quòd proportio solidi a ad solidum b est sicut proportio lineæ a ad lineā f: solidi quoq; c ad solidum d, sicut lineæ c ad lineā h. Et quia per 22 quinti proportio lineæ a ad lineā f est, sicut lineæ c ad lineam h, erit ex 11 quinti solidum a ad solidum b, sicut solidum c ad solidum d. Constat igitur prima pars. Secunda sic, Sint duo solida a & b sibi adinuicem, duoq; alia quæ sint c & d, sibi adinuicem expresse similia, sintq; cuncta parallelogramma, & ponantur proportionalia. Dico quòd lineæ a b, & c d, super quas sunt constituta, sunt proportionales. Sit enim ex 10 sexti sicut linea a ad lineam b, ita linea c ad lineam k. Et fiat secundum 27 huius super lineam k solidum expresse simile solido d, quod etiam dicatur k. Eritq; ex diffinitionibus similium corporum & similium superficierum, & 20 sexti, corpus k expresse simile corpori c, ideoq; per primā partem huius 39 iam probatam erit proportio solidi a ad solidum b, sicut solidi c ad solidū k. Et quia eadem erat solidi c ad solidum d, erit ex secunda parte nonæ quinti solidum k æquale solido d. Cumq; esset sibi expresse simile, sequitur lineam k esse æqualem lineæ d. Aequalitas enim non producitur ex aliqua proportione triplicata uel quotieslibet sumpta, nisi ex æquali. Igitur ex secunda parte 7 quinti constat etiam huiusmodi pars secunda. Deciperis autem si arbitraris oportere unumquodq; quatuor solidorum a b c d esse simile cuilibet aliorum. Necesse est enim duo solida a & b sibi adinuicem, itemq; duo c & d sibi adinuicem esse similia, solida autem c & d solidis a & b esse similia contingens est, necessarium autem non. Idem ex hac 39 de serratilibus facile poteris concludere.



Euclid. ex Zamb. *Theorema 32.* *Propositio 37.*

Si quatuor rectæ lineæ proportionales fuerint, & quæ ex ipsis solida parallelepipeda similia similiterq; descripta proportionalia erūt. Et si quæ ex ipsis 37

ipsis solida parallelepipeda similia similiterq́ descripta proportionalia fuerint, & ipsæ quoq; rectæ lineæ proportionales erunt.

THEON ex Zāb. *Sint quatuor rectæ lineæ proportionales αβ, γδ, εζ, ηθ, sicut αβ ad γδ, sic εζ ad ηθ, & describantur ab ipsis αβ, γδ, εζ, ηθ, similia similiterq́; iacentia solida parallelepipeda κα, λγ, μζ, νη. Dico quòd est sicut κα ad λγ, sic est μζ ad νη. Quoniā enim solidum κα parallelepipedum ipsi λγ simile est, igitur (per 33 undecimi) κα ad λγ triplicem rationē habet quam αβ ad γδ, & id propterea μζ ad νη triplā habet rationem quā εζ ad ηθ. Et sicut igitur (per 11 quinti) κα ad λγ, sic μζ ad νη. Sed iam esto sicut κα solidum ad λγ solidum, sic μζ solidum ad νη solidum. Dico quòd est sicut αβ recta linea ad ipsam γδ, sic est εζ ad ηθ. Quoniam enim rursus κα ad λγ triplam rationem habet quam αβ ad γδ, habet autem & μζ ad νη triplā rationem quā εζ ad ηθ, estq́; sicut κα ad λγ, sic μζ ad νη, & sicut igitur αβ ad γδ, sic εζ ad ηθ. Si quatuor igitur rectæ lineæ proportionales fuerint, & quæ sequuntur reliqua: quod erat ostendendum.*

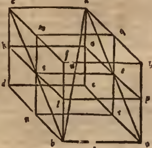
Euclid. ex Zamb. Theorema 33. Propositio 38.

38 Si planū ad planum rectū fuerit, à signo autē in altero planorū existente, in alterū planū perpendicularis ducta fuerit, in cōmunē ipsorū planorū sectionē cad't ipsa perpendicularis.

THEON ex Zamb. *Planum enim γδ, ad planum αβ, rectū esto, cōmunis autem ipsorum sectio sit δα, sumaturq́; in ipso γδ plano, contingens signū ε. Dico q. ab ipso ε in αβ planum perpēdicularis ducta, in ipsam δα cadit. Non enim, sed si possibile est, cadat extra sicut εζ, & concurrat ipsi αβ plano in ζ signo, & ab ipso ζ, in ipsam δα, in plano αβ (per 11 undecimi) perpendicularis excitetur ζη, quæ & ipsi γδ plano ad angulos rectos est. Connectanturq́; εη. Quoniam igitur ζη ipsi γδ plano ad angulos rectos est, tangit autem ipsam ipsa εη existens in ipso γδ plano, igitur angulus qui sub ζηε, rectus est. Sed & εζ, ipsi αβ plano ad angulos rectos: angulus igitur qui sub εζη, rectus est. Trianguli igitur ipsius εζη bini anguli, duobus rectis sunt æquales, quod (per 17 primi) est impossibile. Igitur ab ε in αβ planum perpendicularis ducta, non cadit extra ipsam δα, in ipsam igitur αδ cadit: quod erat ostendendum.*

Euclid. ex Camp. Propositio 40.

40 SI incisa fuerint latera duarū oppositarū superficierum cubi unūquodq; in duo media, exierintq́; à punctis sectionū duę superficies se uicissim secantes et cubū, cōmunē earum sectionē diametrū cubi per æqualia secare, & ab ipsa diametro uersa uice per æqualia secari necesse est.



CAMPANVS. Statue cubū qui sit a b, de quo constat per diffinitionē quòd oēs lineę ipsum cōtinentes sint æquales, & eius superficies rectangulæ, tale enim corpus, cubū dicimus. Huius igitur basis sit eius superficies a c d e, superficies uerò eius suprema b f g h, dextra uerò eius superficies sit a e g h, sinistra autē superficies b f c d, citerior quoq; sit d e b h, sed ulterior a c g f, eiusq; diameter sit a b. Diuidātur itaq; omnia latera duarū quarūlibet superficierū oppositarū eius per æqualia, & sint nūc superficies quarū latera diuidātur, dextra atq; sinistra. Diuidātur inquā, quatuor latera dextræ quidē super quatuor pūcta quæ sunt o p, q r, sinistrę uerò super quatuor quæ sint k l m n, & cōiūgātur pūcta in his superficiebus opposita, ductis lineis o p & q r quę secēt se in pūcto t, itēq; k l & m n quæ secēt se in pūcto s, & perficiātur duæ

superficies secantes se inuicem & cubum, protractis item lineis o k & p l, q m & r n fitq; harū duarum superficierum communis sectio lineas f t. Dico igitur quòd linea f t diuidit diametrū a b, & diuiditur ab eadem diametro per æqualia. Quod patet, utraq; enim earum transit per centrum cubi.

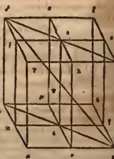
ALITER uerò conuenit quod propositum est demonstrare. Producantur enim duæ lineæ t a & t h, & item duæ f c, f b, eritq; ex 4 primi a t æqualis t h, & f c æqualis f b. Cōstat autem ex prima parte 29 primi, quòd angulus p t q est ęqualis angulo a q t, & ex 4 primi angulus h t p est æqualis angulo t a q. Itaq; ex 32 primi totus angulus h t q cum angulo q t a, ualet duos rectos, quare ex 14 primi linea a h erit linea una, similiter quoq; linea a b erit linea una. At quia ex nona huius, linea a c est æquidistans lineæ b h (utraq; enim est æquidistans lineæ d e) cumq; ipsæ sint æquales quia latera cubi, sequitur ex 33 primi duas lineas a h & c b esse æquales & æquidistantes: ideoq; per cōceptionem, earum medietates quæ sunt a t & b f, erunt æquales. Ex 7 autem huius manifestum est, quòd linea f c est in superficie duarum linearum a h & b c, & ex eadem linea a b quę est diameter cubi, est etiam diameter superficiei parallelogrāmę a c b h. Itaq; linea f t secat diametrū a b. Secet ergo ipsam in puncto u. Dico ergo lineā f u esse æqualē lineæ u t, & lineam etiam a u lineæ u b. Intelligantur duo trianguli a t u, b f u, quorū anguli qui sunt ad t & f sunt ęquales adinuicē, similiter anguli eorūdē qui sunt ad a et b ęquales adinuicē ex prima parte 29 primi, propter id qđ linea a t æquidistat lineæ f b. Et quia etiam ipsæ sunt adinuicem æquales, sequitur ex 26 primi, quod propositum est. Idem quoq; eodem modo concluditur, & si solidum a b non sit cubus, sed solidum corpus parallelogrammum siue æqualibus lineis siue non æqualibus contentū fuerit, siue quoq; super basin orthogonaliter erectum siue etiam & super ipsam inclinatum. Vnde ampliatur in hac 40 figuratio cubi, ad omnes figuras parallelogrammas solidas.

Euclid. ex Zamb. *Theorema 34.* *Propositio 39.*

Si solidi parallelepipedi eorū quę ex opposito planorū latera bifariàm secta fuerint, extēsaq; fuerint p sectiones plana, cōmunis ipsorū planorū sectio, & solidi parallelepipedi dimetiens bifariàm se adinuicē dispescēt. 39

ALITER. Si cubi eorū quæ ex opposito planorū latera, & reliqua quæ sequuntur, ut suprà.

THEON ex Zāb. *Solidi, inquam, parallelepipedi αβ, eorum quæ ex opposito planorū γζ, αδ, latera bifariàm dispescātur per κλ μν, & ξο πρ signū, & per sectiones protēdātur plana κν ξρ, cōmunis autem planorum ipsorū sectio esto υσ, ipsius autē αβ solidi parallelepipedi diagonius esto δυ. Dico iam q; & ipsæ υσ, δυ, sese inuicem dispescunt, hoc est quod υτ ipsi τσ est æqualis, & δτ ipsi τυ. Connectātur enim δυ, υι, ζσ, σο. Et quoniam δξ parallelus est ipsi οι, anguli alternatim positi (per 29 primi) qui sub δξυ, υοι inuicem sunt æquales. Et quoniā æqualis est δξ ipsi οι, & ξυ ipsi υο, & æquos angulos comprehendunt, basis igitur δυ (per 4 primi) ipsi υι est æqualis, & triangulum δξυ ipsi υοι triangulo est æquale, & reliqui anguli reliquis angulis. Igitur angulusqui sub ξυδ, æquus est ei qui sub ουι angulo, ac per hoc recta linea est ipsa δυι, & per eadem etiam ζσβ recta linea est, est & æqualis βσ ipsi σζ. Et quoniam γα ipsi δζ est æqualis & est parallela, sed γα ipsi βι est æqualis et parallela, et δζ igitur ipsi ιβ est æqualis & parallela (per primam communem sentētiam) & ipsas connectunt rectæ lineæ δι, ζβ, parallelus igitur est (per 33 primi) δι ipsi ζβ, & suscipiuntur in utrisq; cōtingētia signa, hoc est δυ, βσ, cōnectanturq; δβ, υσ. In uno igitur sunt plano (per 27 undecimi) ipsæ δβ, υσ. Et quoniā parallela est δι ipsi ζβ, æqualis igitur est (per 29 primi) qui sub ιδτ angulus ei qui sub ζβτ angulo: uicißim enim & qui sub δτυ ei qui sub βτσ. Bina iā triangula sunt, hoc est δτυ & βτσ, duos angulos duobus angulis æquos habentia, & unū latus uni lateri æquum, quod subtendit autem æqualium angulorum, hoc est δυ ipsi βσ, dimidiæ nanque ipsarum δι, ζβ, & reliqua igitur latera reliquis lateribus æqualia habebunt. Aequalis igitur est δτ ipsi τβ, & υτ ipsi τσ. Si solidi igitur parallelepipedi eorum quæ ex opposito planorum latera bifariàm secta fuerint extensaq; fuerint per sectiones planas, cōmunis ipsorum planorum sectio & solidi parallelepipedi dimetiens bifariàm se adinuicem dispescent: quod erat ostendendum.*



Euclid. ex Camp. *Propositio 41.*

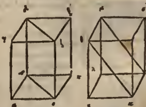
41 I duo corpora seratilia quorũ alterũ basin triangulã, alterũ uerò basin habeat æquidistantiũ laterũ ipsi basi triangulæ duplam, æque alta fuerint, illa duo corpora, necesse est esse æqualia.

CAMPANVS. Sit superficies a b c æquidistantiũ laterum dupla trilateræ superficiei e f g, & super has duas superficies fiãt duo corpora seratilia æquè alta. Sitq; seratile quod est supra basin quadrangulam a b c d, a b h d c k, cuius basis est superficies æquidistantiũ laterum proposita a b c d, alia eius superficiei ęquidistãtium laterum est a h d k, tertia uero est b h c k, duæ autem est eius triangulares superficies, sunt altera quidem triangulus a b h, reliqua uerò triangulus d ç k. Seratile autem quod est super basin triangulam e f g, sit e f g l m n cuius altera duarum trilaterarũ superficierũ est basis prędicta, reliqua uerò triangulus l m n, triũ autẽ superficierum eius ęquidistantium laterum prima quidem est e f l m, secunda uerò e g l n, tertia uerò f g m n. Dico itaq; hæc duo seratilia proposita, esse adinuicem æqualia. Perficiantur enim duo solida parallelogramma, adiungendo utriq; duorum propositorum seratiliũ aliud seratile sibi æquale. Primò quidẽ seratili super eandẽ basin fit adiunctũ seratile a p h d q k cuius duę trilateræ superficies sint a p h, d q k, tres autẽ quadrilateræ, prima quidẽ a h d k quæ est terminus communis sibi & ei cui adiungitur secunda uerò a d p q, tertia quoq; p q h K. Secundo autẽ seratili adiungatur aliud seratile sibi æquale hoc modo. Adiungatur primo triangulo e f g alius triangulus æqualis qui e g r, ita quòd tota superficies e f g r sit æquidistantium laterum, & super hunc triangulum fiat seratile e g l r l n s, quod cum illo cui adiungitur perficiat corpus parallelogrammum huius seratilis adiũcti, duæ trilateræ superficies sunt e g r, l n s, tres autem parallelogrãmæ sunt, prima quidem c l r s, secunda e l g n quæ est communis terminus sibi & ei cui adiungitur, tertia uerò g r n s. Manifestum igitur ex diffininone solidorum æqualium atq; similium, quòd duo serantia parallelogrammum componentia solidum a k, sibi inuicem, itemq; componẽtia solidum parallelogrammum e n, sibi adinuicem sunt æqualia. At uerò ex 31 uel ex 32 huius, duo solida a k & e n sunt sibi inuicem æqualia. Quia ergo horum solidorum medietates sunt seratilia proposita, per communem scientiam constat ea esse æqualia, quæcũq; enim fuerint æqualia, eorum meditates necesse est esse æquales. Liquet itaq; quod propositum est.

Euclid. ex Zamb. *Theorema 35.* *Propositio 40.*

40 Si fuerint bina prismata sub æquis altitudinibus, & alterũ quidẽ basin parallelogrammum habuerit, alterũ autẽ triangulum, duplũ autem fuerit parallelogrammum ipsius trianguli, ipsa prismata æqualia erunt.

THEON ex Zamb. *Sint bina prismata α β γ δ ε ζ, η θ κ λ μ ν, & alterum quidem habeat basin α ζ, parallelogrammum, alterum uerò η θ κ triangulum, duplum uerò sit α ζ parallelogrammum, ipsius η θ κ trianguli. Dico quòd prisma α β γ δ ε ζ, æquum est ipsi η θ κ λ μ ν prismati. Cõpleantur inquam, ipsa α ξ, η ο, solida. Et quoniã α ζ parallelogrammũ ipsius η θ κ triãguli duplum est, estq; θ κ parallelogrammũ (per 41 primi) duplum ipsius η θ κ trianguli, æquum igitur est α ζ parallelogrammum ipsi θ κ parallelogrãmo. Super æqualibus autem basibus existẽtia solida parallelepipeda & sub eadem altitudine, inuicẽ sunt æqualia (per 31 undecimi) Igitur solidum α ξ, æquũ est ipsi η ο solido & ipsius quidẽ α ξ solidi, dimidiũ est ipsum α β γ δ ε ζ prisma, ipsius autẽ η ο solidi, dimidiũ est ipsum η θ κ λ μ ν prisma. Igitur prisma α β γ δ ε ζ, ipsi η θ κ λ μ ν prismati est æquum. Si fuerint igitur bina prismata sub æquali altitudine, & alterum quidem habuerit basin parallelogrammum, alterum autem triangulũ, duplum autem fuerit parallelogrammum ipsius trianguli, æqualia sunt ipsa prismata: quod erat ostendendum.*



EVCLIDIS MEGARENSIS
GRAECI PHILOSOPHI, GEOMETRICORVM
elementorum, Liber duodecimus.

Ex Campano. *Propositio 1.*



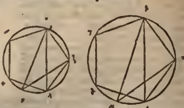
Omnium duarū superficierū similiū multiangularū inter duos circulos descriptarū, est proportio alterius ad alterā, tāquam proportio quadratorū quæ ex diametris circulorū eas circunscribentium proueniunt.

Campanus. Sint duo circuli a b c, d e f, quibus inscribantur duæ quælibet figuræ polygoniæ, quæ ponantur adinuicem similes, sintq; nunc pentagonæ inscriptæ, ut docet 11 quarti, & ipsæ sint a b g h K, d e l m n, diametri quoq; circulorū sint a c & d f. Dico itaq; quòd proportio pentagoni a b g h K ad pentagonum d e l m n, est sicut quadratum diametri a c ad quadratū diametri d f. Protrahantur enim in utroq; circulo duæ lineæ ab extremitate diametri; ad extremitatem unius lateris pentagoni diametro non conterminalis seinuicem cancellantes infra ipsum pentagonum: in hoc quidem, a g & c b, in illo autem d l & f e. Eritq; ex 6 sexti triangulus a b g, æquiangulus triangulo d e l. Nam cū pentagoni ponantur adinuicem similes, erunt ex diffinitione similiū superficierum angulus a b g æqualis angulo d e l, & latera ipsos continentia proportionalia, uidelicet proportio a b ad d e, sicut b g ad e l. Cum sint autem ex 20 tertij, duo anguli a c g & a g b sibi inuicem æquales, itemq; duo alij d f e & d l e sibi inuicē æquales, erūt duo qui sunt c & f adinuicē æquales ex hac communi sciētia, quæ æqualibus sunt æqualia, sibi quoq; æqua esse necesse est. Et quia ex prima parte 30 tertij, uterq; duorū angulorum a b c, d e f, est rectus, sequitur ex 32 primi duos triangulos a b c, d e f, esse æquiangulos. Quare per 4 sexti proportio diametri a c ad diametrum d f, est sicut lateris a b ad latus d e. Cum itaq; ex secūda parte 18 sexti, proportio duorum pentagonorum est sicut proportio lateris a b ad latus d e proportio duplicata, et per eandem proportio quadrati diametri a c ad quadratum diametri d f, sit sicut diametri a c ad diametrum d f duplicata: per hanc communem scientiam quorum dimidia sunt æqualia, ipsa quoq; adinuicem esse æqualia, manifestum est: quod propositum est.

Euclid. ex Zamb. *Theorema 1.* *Propositio 1.*



Quæ in circulis similes multangulæ figuræ, adinuicem se habent sicut quæ ex dimetientibus quadrata.



THEON ex Zāb. *Sint circuli αβγδε, ζηθκλ, & in eis sint similes figuræ multāgulæ αβγδε, ζηθκλ, dimetientes autē circulorum sint βμ, ην. Dico quòd est sicut quadratum quod ex βμ ad id quod ex ην quadratum, sic est multangulū αβγδε ad multangulū ζηθκλ. Cōnectātur enim βε, αμ, ηλ, ζν. Et quoniā multāgulū αβγδε ipsi ζηθκλ multāgulo simile est, æquus est et q sub βαε āgulus ei q sub ηζλ, estq; sicut βα ad αε, sic ηζ ad ζλ. Bina iā triāgula sunt βαε et ηζλ, unū āgulū uni angulo æquū habētia, q sub βαε ei qui sub ηζλ, circa aūt æquos angulos latera proportionalia: æquiangulum igitur est* (per

(per 1 diffinitionem sexti) α β ι triangulũ, ipsi ζ η λ triangulo: æqualis igitur est angulus qui sub α ι β, ei qui sub ζ λ η. Sed qui (per 21 tertij) sub α ι β ei qui sub α μ β est æqualis (in eandem nanq; circunferentiã ierunt) qui autẽ sub ζ λ η ei qui sub ζ ν η, & qui sub α μ β, igitur ei qui sub ζ ν η est æqualis. Est autẽ & rectus qui sub β α μ, ei qui sub η ζ ν recto (per 4 postulatum) æqualis: reliquus igitur, reliquo est æqualis (per 3 communẽ sententiam) Aequiangulum igitur est triangulum α μ β, ipsi ζ ν η triãgulo. Proportionaliter igitur est sicut β μ ad η ν sic β α ad η ζ. Sed ipsius quidem β μ ad η ν rationis, dupla est 14 quæ ipsius β μ quadrati ad id quod ex η ν quadratum. Ipsius autem β α ad η ζ, dupla est ipsius α β γ δ ι multanguli ratio ad ipsum ζ η θ κ λ multangulũ: & sicut igitur (per 11 quinti) quod ex β μ quadratum, ad id quod ex η ν quadratum, sic est multangulum α β γ δ ι ad multangulum ζ η θ κ λ. In circulis igitur similia multangula, sese adinuicem habent, sicut quæ ex dimetientibus quadrata: quod erat ostendendum.

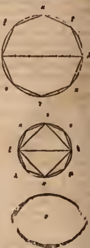
Euclid. ex Camp. Propositio 2.

2 OMniũ duorũ circulorũ est proportio alterius ad alterũ, tanq̃ proportio quadrati suæ diametri ad q̃dratũ diametri alterius.

CAMPANVS. Sint duo circuli a b & c d, quorum diametri quoq; dicantur a b & c d. Dico itaq; quòd proportio circuli a b ad circulum c d, est sicut quadrati diametri a b ad quadratum diametri c d. Manifestum enim est ex hac cõmuni scientia scilicet, quanta est quælibet magnitudo ad aliquam secundam, tantam necesse est esse quãlibet tertiam ad aliquam quartam, quod proportio quadrati diametri a b ad quadratũ diametri c d, est sicut circuli a b ad superficiem aliquã quæ sit e, cuiuscũq; figuræ aut formę ponatur. Hanc autem impossibile est maiorẽ esse aut minorẽ circulo c d. Si enim est possibile ipsam esse minorẽ circulo c d, sit itaq; minor in superficie f. Itaq; circulus c d, sit æqualis duabus superficiebus e & f pariter acceptis. Constat igitur ex 1 decimi, quod toties possit ex circulo c d, suisq; residuis subtrahi maius dimidio, quousque relinquatur quãtitas aliqua minor f. Inscribatur ergo sibi ut docet 6 quarti, quadratũ c d g h, de quo constat quòd ipsum sit maius medietate circuli: quadratũ enim quod est duplũ ad ipsum, est circulũ circũscribens, ut patet ex penultima primi & 7 quarti. Si igitur portiones circuli existentes super latera quadrati pariter acceptæ, fuerint minus superficie f, sufficit. Sint autẽ quatuor arcus existentes super dicta latera per æqualia diuidãtur, & pũcta ipsos arcus diuidentia cum extremitatibus laterũ continuẽtur per lineas rectas. Verbi gratia, arcus c g diuidatur per æqualia in puncto k, & protrahantur lineæ k c, K g, sicq; de cæteris. Eritq; quilibet triangulorũ descriptorũ super latera quadrati, maior medietate portionis in qua existit, eo quod omnis triangulus isosceles est medietas parallelogrãmi suæ basis per 41 primi, quod quidem parallelogrammum maius erit superficie ipso arcu chordaq; contenta. Sint itaq; portiones existẽtes super latera octogonij inscripti pariter acceptæ, minus superficie f. Si enim nondũ hoc esset, non cessarem diuidere arcus (quorum latera ultimę descriptę figurę sunt chordę) per æqualia, & inscribere figuram ęquilateram duplò pluriũ laterum primæ, semper subtrahẽdo ab ipsis circuli portionib. maius dimidiò, quousq; per 1 decimi, portiones super latera alicuius talis figurę circulo inscriptæ existẽtes pariter acceptę, erũt minus superficie f. Sint ergo nũc quæ dictæ sunt, eritq; ex conceptione octogonũ c d, maius superficie e. In circulo igitur a b eadẽ uia inscribatur simile octogonum quod dicatur a b, fitq; ex præmissa proportio octogoni a b ad octogonum c d, sicut quadrati diametri a b ad quadratũ diametri c d, ideoq; per 16 quinti sicut proportio circuli a b ad superficiem e, itaq; permutatim polygonij a b ad circulũ a b, sicut polygonij c d ad superficiẽ e. Cũq; sit polygoniũ c d maius superficie e, erit polygoniũ a b maius circulo a b, hoc autem impossibile. Nõ est ergo superficies e, minor circulo c d. Sed nec maior. Esto enim si possibile sit. Cũ igitur sit proportio quadrati diametri a b ad quadratũ diametri c d, sicut circuli a b ad superficiem e, erit econuersò quadrati diametri c d ad quadratũ diametri a b, sicut superficiei e ad circulũ a b. Et constat ex cõmuni scientia in principio huius demõstrationis posita, quod eadẽ est circuli c d ad aliquã superficiẽ quæ sit f, eritq; ex 14 quinti superficies f, minor circulo a b. Itaq; proportio quadrati diametri c d ad quadratũ diametri a b, erit sicut circuli c d ad superficiẽ f minorẽ circulo a b. Sed ex hoc demõstrauimus paulò antè sequi impossibile, uidelicet polygoniũ inscriptũ circulo maius esse circulo. Sicut ergo superficies e nõ potest esse minor circulo c d, ita nec maior, erit ergo necessariò æqualis. Quare per secundam partẽ 7 quinti, liquet quod propositum est.

Euclid. ex Zamb. Theorema 2. Propositio 2.

Circuli sese adinuicem habent, sicut quæ ex dimetientibus quadrata. 2



THEON ex Zamb. Sint circuli αβγδ, εζηθ, dimetiētes autē eorū sunt βδ, ζθ. Dico q. est sicut quod ex βδ quadratū ad id quod ex ζθ quadratū, sic est αβγδ circulus ad εζηθ circulum. Si enim non est sicut qđ ex βδ quadratū ad id quod ex ζθ quadratum, sic αβγδ circulus ad εζηθ circulum, erit sicut quod ex βδ ad id quod ex ζθ, sic αβγδ circulus uel ad minorem ipso εζηθ circulo aream, uel ad maiorē. Sit prius ad minorē σ. Describaturq́; (per 6 quarti) in circulo εζηθ, quadratū εζηθ. Iam descriptū quadratū, maius est quàm dimidiū ipsius εζηθ circuli, quoniā si per signa εζηθ, tangentes circulū rectas lineas ducamus, circum circulū descripti quadrati dimidium est εζηθ quadratū, ipso autē circūscripto quadrato minor est circulus, quare εζηθ inscriptū quadratū, maius est quàm dimidium ipsius εζηθ circuli. Secentur bifariàm ipsæ εζ, ζη, ηθ, θε, circūferentiæ in signis κ, λ, μ, ν, connectanturq́; εκ, κζ, ζλ, λη, ημ, μθ, θν, νε. Et unūquodq; igitur ipsorū εκζ, ζλη, ημθ, θνε, triangulorū, maius est quàm dimidium eius quod circum ipsum est circuli segmenti, quoniā si per κ, λ, μ, ν, signa circulum tangentes ducamus, & compleamus quæ in εζ, ζη, ηθ, θε, rectis lineis parallelogrāma, unumquodq; ipsorum εκζ, ζλη, ημθ, θνε triangulorū, dimidium est eius quod circum ipsum parallelogrammi, sed circum ipsum segmentum, minus est parallelogrāmo, quare unumquodq; ipsorum εκζ, ζλη, ημθ, θνε triangulorū, maius est dimidio eius quod circū seipsum segmenti circuli. Dispescentes iam (per 30 tertij) reliquas circunferentias bifariàm, connectētesq́; rectas lineas, & hoc semper efficiētes (per 1 decimi) relinquentes quædam circuli segmenta quæ minora erūt excessu quo excedit circulus εζηθ aream σ. Ostensum etenim est in primo decimi uoluminis theoremate, quod binis magnitudinibus inæqualibus expositis, si à maiori auferatur maius quàm dimidium, et reliquæ maius quàm dimidium, hocq́; semper fiat, quædam relinquetur magnitudo quæ minore magnitudine exposita, minor erit. Relinquantur igitur, sintq́; quæ in ipsis εκ, κζ, ζλ, λη, ημ, μθ, θν, νε, segmenta ipsius εζηθ circuli, minora excessu quo excedit circulus εζηθ ipsam σ aream. Reliquum igitur εκζλημθν multangulū, maius est ipsa area σ. Inscribatur in circulum αβγδ, ipsi εκζλημθν multangulo, simile multangulum αξβογπδρ. Est igitur (per præcedentem) sicut quod ex βδ quadratū ad id quod ex ζθ quadratum, sic est multangulum αξβογπδρ ad εκζλημθν multangulum. Sed sicut quod ex βδ quadratum ad id quod ex ζθ quadratum, sic circulus αβγδ ad aream σ: & sicut igitur (per 11 quinti) αβγδ circulus ad σ aream, sic multangulum αξβογπδρ ad ipsum εκζλημθν multangulum. Vicißim igitur (per 16 quinti) sicut circulus αβγδ, ad id quod in ipso multangulum, sic σ area ad multangulū εκζλημθν. Maior autem est αβγδ circulus, eo quod in se est multangulo: maior igitur est & area σ, ipso εκζλημθν multangulo, sed & minor, quod est impoßibile. Non est igitur sicut quod ex βδ quadratū ad id quod ex ζθ quadratum, sic circulus αβγδ ad aliquā areā ipso εζηθ circulo minorē. Similiter iā demōstrabimus, quod neq; sicut quod ex ζθ ad id quod ex βδ, sic circulus εζηθ ad aliquā areā minorē ipso αβγδ circulo. Dico nēpe q. neq; sicut quod ex βδ ad id qđ ex ζθ, sic circulus αβγδ ad aliquam areā maiorem ipso εζηθ circulo. Si enim poßibile, sit ad maiorem τ. Conuersim igitur est sicut quod ex ζθ quadratum ad id quod ex βδ, sic est τ area ad αβγδ circulum. Sed sicut τ area ad αβγδ circulum, sic est circulus εζηθ ad aliquam aream minorem ipso αβγδ circulo, & sicut igitur (per 11 quinti) quod ex ζθ ad id quod ex βδ, sic εζηθ circulus ad aliquam aream minorem ipso αβγδ circulo, quod impoßibile esse demonstratum est. Non est igitur sicut quod ex βδ quadratum ad id quod ex ζθ, sic circulus αβγδ ad maiorem aliquam aream ipso εζηθ circulo. Ostensum autem est, quod neq; ad minorē. Est igitur sicut quod ex βδ quadratum ad id quod ex ζθ quadratū, sic circulus αβγδ ad circulum εζηθ. Circuli ergo adinuicem sese habent, sicut quæ ex dimetientibus quadrata. Quod erat ostendendum. Dico iā q. σ area maiore subsistente ipso εζηθ circulo, est sicut area σ ad αβγδ circulum, sic εζηθ circulus ad aliquam areā minorem ipso αβγδ circulo. Fiat enim sicut σ area ad αβγδ circulum, sic εζηθ circulus ad aream τ. Dico q. area τ, minor est ipso αβγδ circulo. Quoniam enim est sicut

sicut σ area ad αβγδ circulum, sic est εζηθ circulus ad aream τ, uicissim (per 16 quinti) est sicut σ area ad εζηθ circulum, sic est αβγδ circulus ad τ aream. Maior autem est σ area ipso εζηθ circulo, maior igitur est & αβγδ circulus, ipsa area τ, quare est sicut σ area ad αβγδ circulum, sic est εζηθ circulus ad minorem aliquam aream ipso αβγδ circulo: quod oportuit demonstrasse.

Euclid. ex Camp. *Propositio 3.*

OMnis pyramis cuius basis triangula, scindi potest in duas æquas pyramides sibi inuicē totiq́ pyramidi similes, unaq́ in duo seratilia quæ ambo pariter accepta dimidio totius pyramidis necesse est esse maiora.

CAMPANVS. Sit pyramis a b c d super basin triangulam b c d, eiusq́ uertex solidus angulus a, à quo demittantur tres hypothenusæ a b, a c, a d, tres angulos basis, & diuidātur omnia latera basis per æqualia in tribus punctis e f g, tres quoq́ hypothenusæ per æqualia in tribus punctis h k l, & protrahantur in basi duæ lineæ e f & e g. Eritq́ basis eius diuisa in tres superficies, quarum duæ sunt duo trianguli b e f, e g d, quos ex secūda parte 2 sexti, & diffinitione similiū superficierū cōstat esse similes sibi inuicē & toti basi, & æquales adinuicē ex 8 primi, tertia est tetragona parallelogrāma & ipsa est e f g c, quam constat esse duplā ad triangulum e g d ex 40 & 41 primi. Demittantur ergo rursus à puncto h duæ hypothenusę h e, h f, & à puncto K l hypothenusa K g, & protrahantur lineæ h k, K l, & l h. Diuisa est itaq́ tota pyramis a b c d in duas pyramides quæ sint h b e f & a h K l, & duo seratilia quorū unum est e h f g k c & est super basin quadrangulā c f g e, & aliud est e g d h k l & est super basin triangulam e g d. De duabus autem pyramidibus h b e f, a h k l, quod ipsæ sunt æquales adinuicē sibiq́ & toti pyramidi a b c d similes, constat ex diffinitione corporū æqualium & similium & ex 10 undecimi & ex secunda parte 2 sexti. De duobus autem seratilibus quod ipsa sint ęqualia, constat ex ultima undecimi. Quod uerò ambo seratilia pariter accepta sint maius medietate totius pyramidis, ex hoc manifestū est quod utrunq́ illorum diuisibile est in duas pyramides, quarum altera triāgula æqualis uni duarū, in quas & seratilia totalis pyramis diuiditur: altera uerò quadrangula, quę dupla est ad reliquā: quare patet ambo seratilia pariter accepta tres quartas esse totalis pyramidis diuisæ. Ac proportionem si scire desideras, sextam huius duodecimi consule. Sed sufficit tibi scire (quantum ad propositum) illa duo seratilia pariter accepta duas partiales pyramides in quas & seratilia totalis diuiditur pariter acceptas, quantalibet quantitate excedere.

Euclid. ex Zamb. *Theorema 3.* *Propositio 5.*

Omnis pyramis triangularē basin habens, diuiditur in binas pyramides æquas & similes inuicem triangulares bases habentes, & similes toti, & in bina prismata æqualia, & ipsa bina prismata maiora sunt quàm dimidium totius pyramidis.

THEON ex Zāb. *Sit pyramis cuius basis quidem sit triangulum αβγ, fastigium uerò sit signum δ. Dico q̀ pyramis αβγδ diuiditur in pyramides binas æquas adinuicem triangulares bases habentes & toti similes, et in bina prismata æqualia, et bina prismata maiora sunt quā totius pyramidis dimidium. Secentur (per 10 primi) αβ, βγ, γα, αδ, δβ, δγ, bifariàm in signis ε, ζ, η, θ, κ, λ, cōnectanturq́ εθ, εη, ηκ, θκ, κλ, λθ, εζ, ζη. Et quoniam αε est æqualis ipsi εβ, & αθ ipsi θδ, parallelus igitur est εθ ipsi δβ. Idq́; propterea etiam θκ, ipsi αβ parallelus est: parallelogrāmum igitur est θεβκ, æqualis igitur est ipsa θκ ipsi εβ. Sed εβ ipsi αε est æqualis, & αε igitur ipsi θκ est æqualis. Est autē et αθ ipsi θδ æqualis. Duæ iā αε, αθ, duabus κθ, θδ, sunt æquales altera alteri, & angulus qui sub εαθ (p 28 primi) ei qui sub κθδ, est æqualis: basis igitur εθ (p 4 primi) basi κδ est æqualis. Igitur triāgulū αεθ, æquū & simile est ipsi θκδ triāgulo. Et id propterea etiā triāgulū αθη, ipsi θλδ triangulo æquū & simile est. Et quoniā binæ rectæ tangētes se adinuicē εθ, θη, ad binas rectas lineas sese inuicē tangētes κδ, δλ, sunt non tamen in eodē plano existētes, æquos angulos cōprehendūt: æqualis igitur est (p 10 undecimi) angulus qui sub εθη, ei qui sub κδλ, angulo. Et quoniam binæ* παρὰ δύο paralleli.

rectæ lineæ ε θ, θ η, duabus κ θ, δ λ, sunt æquales altera alteri, & angulus qui sub ε θ η (per 10 undecimi) angulo qui sub κ θ, δ λ, est æqualis, basis igitur ε η (p 4 primi) basi κ λ est æqualis. Triangulū igitur ε θ η, æquū est ei triangulo quod sub κ θ λ & simile, & id propterea triangulum α ε η, ipsi θ κ λ triangulo æquū & simile est. Pyramis igitur cuius basis α ε η triangulū, fastigium autem θ signū, æqualis & similis est pyramidi cuius basis est θ κ λ triangulum & uertex δ signū. Et quoniā trianguli α δ β (per 2 sexti) ad unū latus α ζ, excitata est θ κ, æquiangulū est κ δ ζ triangulū ipsi δ κ θ triangulo, & latera habent proportionalia. Igitur triangulū α δ β, simile est ipsi triangulo δ θ κ. Idq́; propterea & triangulū quidē δ ζ γ simile est ipsi triangulo δ κ λ, et κ δ γ triangulum ipsi δ θ λ triangulo. Et quoniā (per 10 undecimi) binæ rectæ lineæ sese inuicē tangentes ζ α, α γ* ad binas rectas lineas sese inuicē tangentes κ θ, θ λ, sunt non tamen in eodē plano, æquos cōprehendunt angulos. Angulus igitur qui sub β α γ, æquus est ipsi angulo qui sub κ θ λ. Estq́; sicut ζ α ad α γ, sic κ θ ad θ λ. Triangulū igitur κ β γ, ipsi α κ λ triangulo simile est. Et pyramis igitur cuius basis quidem est triangulū α β γ, uertex autē δ signū, similis est pyramidi cuius basis quidem est θ α λ triangulum, uertex autem δ signū. Sed pyramis cuius basis est triangulū θ κ λ, uertex autē δ signū, ostensa est similis pyramidi cuius basis quidē est α ε η triangulū, uertex uerò θ signū. Quare & pyramis cuius quidem basis est triangulū α β γ, uertex uerò δ signū, similis est pyramidi cuius basis quidem est α ε η triangulum, & uertex θ signum: utraq; igitur ipsarū α ε η θ, θ α λ δ, pyramidū, similis est toti α β γ δ pyramidi. Et quoniam β ζ æqualis est ipsi ζ γ, parallelogrammū ε ζ ζ η, ipsius η ζ γ trianguli duplū est (per 41 primi) Et quoniam si fuerint bina prismata æque alta, & alterū quidē habuerit basim parallelogrammū, alterū autem triangulū, duplum autem fuerit parallelogrāmū ipsius trianguli, ipsa prismata sunt æqualia (per 40 undecimi) prisma igitur cōprehensum sub binis triangulis ζ κ ζ, θ η, tribusq́; parallelogrāmis ε β ζ η, ε β κ θ, α θ ζ η, prismati cōprehenso sub binis triangulis η ζ γ, θ κ λ, tribusq́; parallelogrāmis η ζ γ λ, λ γ η θ, θ κ ζ η, est æquale. Manifestū autē quòd utrunq; ipsorū prismatū cuius basis ε β ζ η parallelogrāmū, ex opposito autē θ κ recta linea, et cuius basis η ζ γ triangulū, ex opposito autē κ λ θ triangulū, maius est utraq; ipsarū pyramidū, quarū bases quidē sunt triangula α ε η & θ κ λ, uertices autē θ δ signa. Quoniā si cōnectamus ε ζ, ε κ, rectas lineas, prisma cuius basis ε β ζ η parallelogrammū, ex opposito autē κ θ recta linea, maius est pyramide cuius basis ε β ζ triangulū, & uertex κ signū. Sed pyramis cuius basis ε β ζ triangulū, uertex autē est κ signū, æqua est pyramidi cuius basis est α ε η triangulū, & uertex est θ signū: sub æquis enim & similibus planis cōprehenduntur. Quare & prisma cuius basis quidem ε β ζ η parallelogrammū, ex opposito autē θ κ recta linea, maius est pyramide cuius basis α ε η triangulū, uertex autē θ signū. Prisma uerò cuius basis ε ζ ζ η parallelogrāmū, ex opposito autē θ κ recta linea, æquū est prismati cuius basis η ζ γ triāgulū, ex opposito autē triangulū θ κ λ. Pyramis autē cuius basis quidē α ε η triangulū, uertex autē signū θ, æqua est pyramidi cuius basis θ κ λ triāgulū, uertex autē est δ signū. Prædicta igitur bina prismata, maiora sunt prædictis duabus pyramidibus quarū bases sunt ipsa α ε η, θ κ λ triāgula, uertices autē sunt θ δ signa. Tota igitur pyramis cuius basis est triāgulū α β γ, uertex autē signū δ, diuiditur in binas pyramides sibi inuicē æquas & similes toti, & in bina prismata æqualia, et in bina prismata maiora sunt quā totius pyramidis dimidiū: quod erat ostēdēdū.*

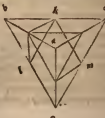
θ κ, id est æqdistāter · κατὰ ἀλλ.

Eucl. ex Camp. Propositio 4.

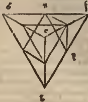


SI duæ pyramides æquè altę, quarū bases triangulæ singulæ in binas pyramides æq̄les sibi inuicē ac toti similes, binaq́ʒ seratilia æqualia diuidāt, erit proportio basis unius ad basin alterius tāq́ʒ proportio duorū seratiliū suorū ad duo seratilia alterius. Eritq́ʒ palàm, omnia seratilia quæ fuerit in utralibet illarū pyramidū pariter accepta ad cūcta seratilia quæ in altera pyramide fuerint, eandē habere proportionem, quam basis eius pyramidis ad basin alterius pyramidis. 4

Campanvs. Sint duæ pyramides quarum bases triangulæ, æque altę: hæc quidē a b c d, cuius conus punctus a, basis triangulus b c d, hypothenusę a b, a c, a d, illa uerò e f g h, cuius conus punctus e, basis triangulus f g h, hypothenusæ e f, e g, e h: hæ autē duæ pyramides diuidantur, sicut iu præmissa. Sintq́ʒ bases earum diuisæ. Hæc quidē, protractis lineis latera basis ipsius per æqualia diuidentibus, quæ sint k l & k m: illa uerò protractis lineis quæ sint n p, n q. Dico ergo quòd proportio basis b c d ad basin f g h, est sicut duorum seratilium pyramidis a pariter acceptorū ad duo seratilia pyramidis e pariter accepta. Manifestū est autē ex 18 sexti parte secūda, quòd proportio



portio trianguli b c d ad triangulum k m d, est sicut lineæ b d ad lineam K d duplicata, per eãdem quoq; est proportio trianguli f g h ad triangulum n q h, sicut lineæ f h ad lineã n h duplicata. Cũq; sit linea b d ad lineam K d, sicut linea f h ad lineam n h (utrobiq; enim est dupla proportio) erit triangulus b c d ad triangulum K m d, sicut triangulus f g h ad triangulum n q h, & permutatim triangulus b c d ad triangulũ f g h, sicut triangulus k m d ad triãgulum n q h. Triangulus autem K m d ad triangulum n q h, est sicut seratile existens super, ipsum ad seratile existẽs super illum per 33 undecimi. Huius quoq; seratilis ad illud, est sicut amborũ seratilium pyramidis a pariter acceptorum, ad ambo seratilia pyramidis e pariter accepta ex 15 quinti: necesse est enim ut sit duplum ad duplum, quemadmodum simplum ad simplum. Itaq; conclude ex 11 quinti, quod propositũ est. Dormitas autem si dubitas seratilia unius harum pyramidũ, æque alta esse seratilibus pyramidis alterius. Cum enim sint pyramides æquę altę, sit quoque utraq; earum diuisa in duas pyramides æquales sibi totiq; similes & in duo seratilia ęqualia, & sint duę partiales pyramides ęque altę, eo quod similes & ęquales (quod facile patebit demissis à uerticibus partialium pyramidum perpendicularibus ad bases ipsarum, de quibus perpendicularibus ex 37 undecimi constat esse ęquales) cumq; altitudines harum partialium pyramidum pariter acceptæ componũt altitudinẽ totalis pyramidis diuisæ, sintq; ambo seratilia æque alta uni partialium pyramidum ei, uidelicet quæ super partialem triangulum basis totalis pyramidis componitur, non est fas ambigere seratilia unius earũ pyramidũ esse æque alta seratilibus alterius earum. Correlarium uerò ex eo manifestum est, quòd similiter bases partialium pyramidum sic se habeant adinuicem, sicut bina seratilia unius ad bina seratilia alterius. Et quia bases partialium sic se habent adinuicem, sicut bases totalũ ex secunda parte 18 sexti, & permutata proportione, constat ex 13 quinti, uerum esse quod correlarium proponit.



Euclid. ex Zamb. *Theorema 4.* *Propositio 4.*

4 Si fuerint binæ pyramides sub eadẽ altitudine, triangulares bases habentes, diuisa uerò fuerit utraq; ipsarũ in binas pyramides adinuicẽ ęquales & similes toti & in bina prismata æqualia, & in utraq; factarũ pyramidũ is modis semper seruetur, erit sicut unius pyramidis basis ad alterius pyramidis basin, sic quæ in una pyramide prismata omnia ad ea quæ in altera pyramide prismata * æque multiplicia. *ἰσάκις id est pari multitudine sumpta.*

THEON *ex Zãb. Sint binæ pyramides sub eadem altitudine, triangulares bases habentes, hoc est* α β γ, δ ε ζ, *& fastigia* η θ *signa. Diuidaturq; ipsarum utraq;, in binas pyramides inuicem æquas & toti similes & in bina prismata æqualia. Ipsarumq; factarum pyramidum utraq;, itidẽ intelligatur diuisa, & hoc semper fiat. Dico quòd est sicut* α β γ *basis ad* δ ε ζ *basin, sic sunt omnia prismata quæ in ipsa* α β γ η *pyramide ad ea quæ in* δ ε ζ θ *pyramide prismata æque multiplicia. Quoniã enim* β ξ *ipsi* ξ γ, *&* α λ *ipsi* λ γ *est æqualis, parallelus igitur est* ξ λ *ipsi* α β, *&* α β γ *triangulum ipsi* λ ξ γ *triangulo simile est, et id propterea iã triãgulum* δ ε ζ, *simile est, ipsi* ς φ ζ *triangulo. Et quoniam* β γ *ipsius* γ ξ *dupla est, &* ε ζ *ipsius* ζ φ, *est igitur sicut* β γ *ad* γ ξ, *sic est* ε ζ *ad* ζ φ, *Descriptæq; sunt ab ipsis quidem* β γ, γ ξ, *similes similiterq; positæ rectilineæ figuræ* α β γ, λ ξ γ, *ab ipsis autem* ε ζ, ζ φ, *similes similiterq; positæ rectilineæ figuræ* δ ε ζ, ς φ ζ. *Si autẽ quatuor rectæ lineæ proportionales fuerint, & quæ ab ipsis rectilineæ figuræ similes similiterq; positæ, proportionales erunt. Et igitur sicut* α β γ *triangulum ad* λ ξ γ *triangulum, sic est* δ ε ζ *triangulum ad* ς φ ζ *triangulũ, uicissim igitur (per 16 quinti) est sicut* α β γ *triangulum ad* δ ε ζ *triangulum, sic est* λ ξ γ *triangulum ad* ς φ ζ *triangulum. Sed sicut* λ ξ γ *triangulum ad* ς φ ζ *triangulum, sic prisma, cuius basis quidem est* λ ξ γ *triangulũ, ex opposito autẽ* ο μ ν, *ad prisma cuius basis est quidẽ* ς φ ζ *triãgulũ, ex opposito autẽ* ζ τ υ, *et sicut igitur (per 11 quinti)* α β γ *triãgulũ ad* δ ε ζ *triãgulũ, sic est prisma cuius basis qdẽ est* λ ξ γ *triãgulũ, ex opposito uerò* ο μ ν *ad prisma cui⁹ basis est* ς φ ζ *triãgulũ, ex opposito autẽ* σ τ υ. *Et quoniã bina prismata existẽtia in ipsa* α β γ η *pyramide inuicẽ sunt æqualia, & quia bina prismata existẽtia in ipsa* δ ε ζ θ *pyramide inuicẽ sunt æqualia, est igitur sicut prisma cuius basis est* β κ λ ξ *parallelogrãmũ, ex opposito uerò* μ ο *recta linea, ad prisma cuius basis est* λ ξ γ *triãgulũ, ex opposito autẽ* ο μ ν *sic prisma cuius basis* π ς φ ε, *ex opposito uerò* σ τ *ad prisma cuius basis* ς φ ζ, *ex opposito autẽ* σ τ υ. *Cõponẽdo igitur (per 18 quinti) est sicut* β κ ξ λ μ ο, λ ξ γ μ ν ο *prismata, ad* λ ξ γ μ ν ο *prisma, sic* π ς φ ε σ τ, ς φ ζ σ τ υ, *prismata ad* ς φ ζ σ τ υ *prisma: uicissim igitur (per 16 quinti) est sicut* β κ ξ λ ο μ, λ ξ γ ο μ ν, *ad ipsa* π ς φ ε σ τ, ς φ ζ σ τ υ *prismata, sic prisma* λ ξ γ μ ν ο *ad* ς φ ζ σ

τ υ *prism*

ν υ prisma. Sicut autem λ ξ γ μ ν ο prisma ad ς φ ſ σ τ υ prisma, sic ostēsum est esse basin λ ξ γ ad ipsam ς φ ſ, & basin α β γ ad basin δ ι ſ, & sicut igitur (per 11 quinti) triangulum α β γ ad triangulū δ ι ſ, sic bina prismata quæ sunt in α ſ γ η pyramide ad ea bina prismata quæ sunt in δ ι ſ γ pyramide. Similiter uerò si et reliquas pyramides eodē modo * trahemus, uidelicet ο μ ν η, σ τ υ θ, erit sicut basis ο μ ν ad σ τ υ basin, sic bina prismata existētia in ipsa ο μ ν ο pyramide ad bina prismata existentia in σ τ υ θ pyramide. Sed sicut ο μ ν basis ad σ τ υ basin, sic α ſ γ basis ad δ ι ſ, basin, & sicut igitur (per 11 quinti) α β γ basis ad δ ι ſ basin sic & bina prismata existentia in ipsa α ſ γ η pyramide ad bina prismata existentia in δ ι ſ θ pyramide, & bina prismata existentia in ο μ ν η pyramide ad bina prismata existētia in ipsa σ τ υ θ pyramide, & quatuor ad quatuor. Et eadem quoq; ostendentur in prismatibus factis ex ipsarum α κ λ ο & δ π ς σ pyramidum diuisione, & omnium simpliciter æque multiplicium. Quod autem sit sicut λ ξ γ triangulum ad ς φ ſ triāgulum, sic prisma cuius basis λ ξ γ triangulum, ex opposito autē ο μ ν, ad prisma cuius basis quidem est ς φ ſ triangulum, ex opposito σ τ υ, sic ostendendum est. In eadem enim descriptione intelligantur ab ipsis η θ perpendiculares in ipsa α β γ, δ ι ſ, triangula plana, æquales autem ipsæ erunt, quoniam æquè sublimes ipsæ supponuntur pyramides. Et quoniam binæ rectæ lineæ η γ & quæ ex η perpēdicularis, à parallelis planis hoc est α β γ, ο μ ν, secantur, in eisdem rationibus secabuntur (per 17 undecimi) & η γ bisariam secatur à plano ο μ ν, in signo ν, & perpendicularis igitur quæ ex η, in triangulū α β γ planum bifariàm secatur à plano ο μ ν, & id propterea & perpendicularis quæ ex θ in δ ι ſ planum, bifariàm secabitur ab ipso σ τ υ plano. Et ipsæ quæ ex η θ, perpēdiculares in ipsa α β γ, δ ι ſ, plana sunt æquales. Igitur & quæ ex ο μ ν, σ τ υ, triangulis in ipsa α ſ γ, δ ι ſ, plana perpendiculares, sunt æquales. Prismata igitur quorum bases sunt λ ξ γ & ς φ ſ triangula, ex opposito autem ο μ ν, σ τ υ, æque sunt alta. Quare & solida parallelepipeda quæ à prædictis prismatibus describuntur æque alta, ad inuicem sunt sicut bases, & dimidia igitur erunt sicut λ ξ γ basis ad ς φ ſ basin, sic prædicta prismata adinuicem. Si binæ igitur pyramides sub eadem fuerint altitudine, & quæ sequuntur reliqua: quod erat ostendendum.

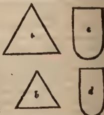
θ [illegible] diuisimus.

Euclid. ex Camp. Propositio 5.



Omnes duæ pyramides æque altæ quarum bases triangulæ, suis basibus sunt proportionales. 5

CAMPANVS. Quod 33 undecimi proposuit de solidis parallelogrammis & in fine 36 undecimi uerum esse demonstrauimus de seratilibus, hæc 5 duodecimi proponit de pyramidibus triangulus. Intelligantur enim duæ pyramides æque altæ, quarū bases sunt duo trigoni a & b, dico quòd proportio pyramidis a ad pyramidem b, est sicut basis a ad basin b, quod eodem demonstrationis uel argumentationis genere demōstrandum est, quo secundam huius demonstrauimus. Sit enim ut basis a ad basin b, ita pyramis a ad corpus c, de quo dico, quòd ipsum non erit minus neq; maius pyramide b. Nam si possibile est ut sit minus, esto minus in solido d, ut pyramis b sit æqualis duobus corporibus c & d pariter acceptis. Diuisa itaq; pyramide b ut proponit 3 huius, detrahantur ab ea duo seratilia, quæ ex præmissa sunt maius medietate pyramidis ipsius, itemq; ex utraq; duarum partialium residuarū pyramidum, duo earum prædicto modo diuisarū seratilia demantur, & fiat hoc toties, quousq; ex pyramide b cogatur aduersarius per primam decimi confiteri relinqui minus solido d, eruntq; ex cōmuni scientia, seratilia detracta, maius c. Fiat igitur à pyramide a, similis seratilium detractio, & intelliga-

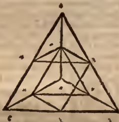


telligamus tot feratilia detracta esse ex pyramide a, quot detraximus ex pyramide b, eritque ex corollario præmissæ sicut basis a ad basin b, ita feratilia detracta à pyramide a ad feratilia detracta à pyramide b, sed sic erat pyramis a ad corpus c, itaque feratilia pyramidis a ad feratilia pyramidis b, sicut pyramis a ad corpus c, & permutatim feratilia pyramidis a ad pyramidem a, sicut feratilia pyramidis b ad corpus c. Cumque sint feratilia pyramidis b, maius corpore c, erunt feratilia pyramidis a, maius pyramide a. Et quia hoc est impossibile, nõ erit corpus c, minus pyramide b. Sed nec maius. Hoc enim posito, cùm sit proportio basis a ad basin b, sicut pyramidis a ad corpus c, erit è cõuerso basis b ad basin a, sicut corporis c ad pyramidẽ a, eritque eadẽ ex cõmuni sciẽtia, pyramidis b ad aliquod corpus quod sit d, sequeturque ex 14 quinti, quòd corpus d sit minus pyramide a, eo quòd pyramis b ponitur minor corpore c. Erit igitur basis b ad basin a, sicut pyramis b ad corpus minus pyramide a. Ex hoc autem demonstratum est sequi impossibile, uidelicet feratilia detracta ab aliqua pyramide, maius esse ea pyramide à qua detrahuntur. Ideoque relinquitur corpus c esse æquale pyramidi b, cùm nec minus ea possit esse nec maius, & proportionẽ pyramidis a ad pyramidem b esse sicut basis c ad basin b. Hoc autem erat demonstrandum.

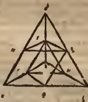
Euclid. ex Zamb. *Theorema 5.* *Propositio 5.*

Sub eodem fastigio pyramides subsistentes, triangularesque bases habentes, adinuicem sese habent sicut bases.

THEON ex Zamb. *Sint sub eadem altitudine pyramides, quarum bases quidem sint αβγ, δεζ, triangula, fastigia uerò η, θ, signa. Dico quòd est sicut αβγ basis ad δεζ basin, sic est αβγη pyramis ad δεζθ pyramida. Si autem non est sicut αβγ basis ad δεζ basin, sic αβγη pyramis ad δεζθ pyramida, erit sicut αβγ basis ad δε basin, sic αβγη pyramis uel ad solidum aliquod minus ipsa δεζθ pyramide, uel ad maius. Sitque prius ad minus aliquod, sitque κ. Diuidaturque (per 3 duodecimi) ipsa δεζθ pyramis, in binas pyramides æquas & toti similes, & in bina prismata æqualia: iam bina prismata, maiora sunt quàm totius pyramidis dimidium, & rursus (per eandẽ) quæ fiũt ex diuisione pyramides, similiter diuidantur, & hoc semper fiat, quo ad amplius non supersint aliquæ pyramides ex ipsa δεζθ pyramide, qui sint minores excessu quo excedit δεζθ pyramis ipsum κ solidũ. Accipiantur, sintque * rationis causa, ipsæ δ λ ζ θ et κ τ λ θ, reliqua igitur prismata existentia in ipsa δεζθ pyramide, maiora sunt ipso κ solido. Diuidaturque (per præcedentem) ipsa αβγη pyramis, similiter & æque multipliciter ipsi δεζθ pyramidi. Est igitur sicut αβγ basis ad δεζ basin, sic (per præcedentem) quæ in αβγη pyramide prismata ad ea quæ in δεζθ pyramide prismata. Sed & sicut αβγ basis ad δεζ basin, sic αβγη pyramis ad κ solidum. Et sicut igitur (per 11 quinti) αβγη pyramis ad κ solidum, sic prismata quæ in αβγη pyramide ad ea prismata quæ in δεζθ pyramide: uicissim igitur (per 16 quinti) sicut αβγη pyramis ad ea quæ in ipsa prismata, sic est κ solidum ad ea quæ in δεζθ pyramide prismata. Maior autem est pyramis αβγη, eis quæ in seipsa prismatibus. Igitur & solidum κ, maius est pyramida δεζθ sunt prismatibus, sed & minus. Quod est impoßibile. Igitur non est sicut αβγ basis ad δεζ basin, sic αβγη pyramis ad aliquod ipsa δεζθ pyramide solidum minus. Similiter iam ostendetur, quòd neque sicut basis δεζ ad basin αβγ, sic δεζθ pyramis ad minus aliquod solidũ ipsa αβγη pyramide. Dico iam, quod neque est sicut αβγ basis ad δεζ basin, sic αβγη pyramis ad maius aliquod solidum ipsa δεζθ pyramide. Si enim poßibile, esto ad maius κ solidum. Conuersim igitur est sicut δεζ basis ad αβγ basin, sic κ solidum ad αβγη pyramidẽ. Sed sicut κ solidum ad αβγη pyramidẽ, sic δεζθ pyramis ad minus aliquod ipsa αβγη pyramide, sicut ante ostensum est. Et sicut igitur (per 11 quinti) basis δεζ ad basin αβγ, sic δεζθ pyramis ad minus aliquod ipsa αβγη pyramide, quod absurdum esse patuit. Non est igitur sicut αβγ basis ad δεζ basin, sic αβγη pyramis ad maius aliquod solidum ipsa pyramide δεζθ. Patuit autem quòd neque ad minus. Est igitur sicut αβγ basis ad δεζ basin, sic αβγη pyramis ad δεζθ pyramidem. Sub eodem igitur fastigio, & quæ sequuntur reliqua: quod ostendere oportuit.*



[illegible] *uerbi causa*





Euclides

Euclid. ex Zamb. *Theorema 6.* *Propositio 6.*

Sub eadem altitudine pyramides existentes, multangulasque bases habentes, adinuicem sese habent sicut bases. 6

THEON ex Zāb. *Sint sub eadem altitudine pyramides multangulas bases habentes, hoc est αβγδε, ζηθκλ, fastigia uero μν, signa. Dico quòd est sicut αβγδε basis ad ζηθκλ basin, sic est αβγδεμ, pyramis ad ζηθκλν pyramida. Diuidatur enim ipsa αβγδε basis in triangula αβγ, αγδ, αδε, & ζηθκλ in ζηθ, ζθκ, ζκλ triangula. Intelliganturque ab unoquoque triangulo, pyramides æque altæ eis quæ in principio pyramidibus. Et quoniam est sicut αβγ triangulum ad αγδ triangulum, sic est αβγμ pyramis ad αγδμ pyramida, & cōponendo (per 18 quinti) sicut αβγδ trapeziū ad αγδ triangulum, sic αβγδμ pyramis ad αγδμ pyramida, sed et sicut αγδ triangulum ad αδε triangulum, sic αγδμ pyramis ad αδεμ pyramida: ex æquali igitur (per 22 quinti) est sicut αβγδ basis ad αδε basin, sic αβγδμ pyramis ad ipsam αδεμ pyramida: & componendo rursus (per 18 quinti) sicut αβγδε basis ad ipsam αδε, sic αβγδεμ pyramis ad αδεμ pyramida. Idque propterea etiam sicut ζηθκλ basis ad ζκλ basin, sic et ζηθκλν pyramis ad ζκλν pyramida. Et quoniā binæ pyramides sunt αδεμ, ζκλν, triangulas habētes bases ac sub eadem altitudine, est igitur (per 5 duodecimi) sicut αδε basis ad ζκλ basin, sic αδεμ pyramis ad ipsam ζκλν pyramida. Quoniā igitur sicut αβγδε, basis ad αδε basin, sic αβγδεμ pyramis ad αδεμ pyramida, sicut autē αδε basis ad ζκλ basin, sic αδεμ pyramis ad ζκλν pyramida, ex æquali igitur (per 22 quinti) & sicut αβγδε basis ad ζκλ basin, sic αβγδεμ pyramis ad ζκλν pyramida. Sed et sicut ζκλ basis ad ζηθκλ basin, sic erat & ζκλν pyramis ad ζηθκλν pyramida: & ex æquali rursus (per 22 quinti) est sicut αβγδε basis ad ζηθκλ basin, sic αβγδεμ pyramis ad ζηθκλν pyramida. Sub eadem altitudine igitur & quæ sequuntur reliqua: quod erat ostendendum.*

Euclid. ex Camp. *Propositio 6.*

OMne corpus seratile, in tres pyramides æquales basesque triāgulas habentes, est diuisibile. 6

CAMPANVS. Sit seratile a b c d e f, ipsum dico esse diuisibile in tres pyramides triangulas æquales, protrahatur enim in unaquaque suarū triū superficierū parallelogrāmarū linea diagonalis, ita quòd una earū diagonalium sit cōterminalis reliquis duabus. Vt si protrahas lineas b d, b f, & f a, quas propter confusionē protrahere contempsi, eritque totū seratile in tres triangulas pyramides diuisum, quas ex præmissa bis assumpta facile constat esse æquales.

CAMPANI *additiones*. Quoniam autē Euclides nihil demonstrandū proponit de pyramidibus lateratis, exceptis solis quarū sunt bases triangulæ, ut omniū cognitionē ex elementis quæ ponit, sufficiēter elicere possimus, quædā arbitramur nō inutile demōstrationibus hic positis adiungere. Solis enim elemētis cōtentus Euclides, multa prætermisit, quæ quāuis ex eis cōsequātur, non tamen sine difficultate patent studentibus. Horum primum est hoc:

Si duo solida (quorum alterum seratile, alterū uerò pyramis, cuius basis triangula) super eādem basin, aut super æquales trigonas, aut seratile super quadrangulā, pyramis uerò super trigonam quæ quadrangulæ basis seratilis sit dimidiū, constituta fuerint æque alta, seratile pyramidi triplum esse conueniet. 6

Si seratile propositum fuerit super basin trigonam, tunc ex pyramide proposita super propriā basin perficiatur seratile pyramidi propositæ æque altū. Si uerò seratile fuerit super basin quadrangulam, tunc basi pyramidis adijciatur triangulus, ex quo & basi pyramidis perficiatur superficies æquidistantium laterum, super quam ex ipsa pyramide compleatur seratile pyramidi æque altum. Quia igitur istud seratile seratili priori est æque altum, & utrorumque bases sunt æquales ex hypothesi, sequitur ipsa esse æqualia, hoc enim demonstratum est in 36 undecimi. At quoniam ex 6 huius, seratile secundum triplum est ad pyramidem propositam, nam ipsa est una ex tribus pyramidibus in quas ipsum seratile diuiditur, erit quoque per communem scientiā propositum seratile triplū ad propositam pyramidem.

2 Si quotlibet pyramides quarum bases triangulę, super unam eandemq; basin, siue super æquales constitutę fuerint ęquè altæ, eas esse adinuicem æquales necesse est.

Fabricato enim uerò seratili, æquè alto pyramidibus propositis, super basin triangulã æqualem basibus propositarum pyramidum, aut super basin quadrangulam duplam basibus earundem, erit ipsum seratile triplum ad pyramides singulas: hoc enim constat ex præmissa addita, siue interposita. Igitur ex communi scienda cunctæ propositę pyramides sunt, ut diximus, adinuicem æquales.

3 Omnes pyramides quarum bases triangulæ æquè altæ, suis basibus sunt proportionales.

Fiant super bases propositarũ pyramidum, aut super a l s trigonas æquales, aut super parallelogrãmas duplas, seratilia ipsis pyramidibus æquè alta, erunt ob hoc seratilia sibi adinuicem æquè alta. Et quia ipsa seratilia suis basibus sunt proportionalia, ut probatum est in 36 undecimi, 33 ipsius mediante: cumq; ex prima harum additarum manifestum sit hæc seratilia tripla esse ad propositas pyramides, unumquodq; uidelicet, ad suam relatiuam, basesq; ipsorum æquales, aut duplas esse basibus ipsarum: sicut autem ex 15 quinti, triplum ad triplũ, ita simplum ad simplum, ęrunt quoq; propositæ pyramides suis basibus proportionales.

4 Si fuerint duæ quęlibet pyramides æquè altę, fueritq; alterius basis trigona, reliquæ autem tetragona aut plurilatera, pyramides ipsas suis basibus proportionales esse conueniet.

Exempli gratia: Intelligantur duę pyramides æquè altæ, super duas bases a & b, sitq; basis a triãgula, b uerò pentagona. Et dicantur hę pyramides, a & b. Itaq; dico proportionem pyramidum a & b, esse sicut basium a & b. Distinguatur quidem pentagonus b, in tres triãgulos c d e, eritq; tota pyramis b, distincta in tres pyramides æquè altas, quarum bases sunt trianguli c d e, quę etiam dicantur nominibus suarum basiũ.



Quia igitur ex præmissa interposita, proportio pyramidis c ad pyramidem a, est sicut trigoni c ad trigonum a, & pyramidis d ad pyramidem a, sicut trigoni d ad trigonum a, itemq; pyramis e ad pyramidem a, sicut trigoni e ad trigonum a, ex 24 quinti bis assumpta, sequitur quod sit proportio aggregati ex omnibus pyramidibus c d e (& ipsum est pyramis b) ad pyramidem a, sicut aggregati ex omnibus trigonis c d e (& ipsum est pentagonus b) ad trigonum a. Constat igitur quod uolumus.

5 Omnes lateratæ pyramides æquè altæ, suis basibus proportionales esse probantur. *Zamb. 6.*

Si altera earum fuerit super basin trigonam, ex præmissa interposita constat quod dicitur. Si autem basis utriusq; fuerit polygonia, utralibet ipsarum basium resoluta in triangulos, & ipsa pyramide in pyramides triangulas, erit ex præmissa interposita proportio uniuscuiusq; harum triangularum pyramidum, in quas altera propositarũ diuiditur, ad reliquam, sicut suæ basis ad basin alterius. Itaq; per 24 quinti quotiens oportet assumptam, constat uerum esse quod diximus.

Euclid. ex Zamb. *Theorema 7.* *Propositio 7.*

6 Omne prisma triangularem basin habens, diuiditur in tres pyramides sibi inuicem æquas, triangulares bases habentes.

THEON ex Zamb. *Sit prisma αβγδεζ, cuius quidem basis sit αβγ triangulum, ex opposito autem δεζ. Dico quòd ipsum αβγδεζ prisma, diuiditur in tres pyramides sibi inuicem æquas, triãgulares bases habentes. Connectantur enim βδ, εγ, γδ. Et quoniam αβεδ parallelogrammum est, eius autem dimetiens est βδ, triangulum igitur αβδ ipsi εδβ triangulo æquum est, & pyramis igitur cuius basis quidem est αβδ triangulum, fastigium autem γ signum, æqualis est pyramidi cuius basis est triangulum εδβ, & uertex est signum γ. Sed pyramis cuius basis quidem est εδβ triangulũ, uertex autem γ signum, eadem est ipsi pyramidi cuius basis quidem est triangulum εβγ, & uertex δ signum, ab eisdem enim planis com-*

prebenduntur. Et pyramis igitur cuius basis quidem est triangulū α β δ, fastigium autem signum γ, æqualis est ipsi pyramidi cuius basis quidem est α β γ triangulum, fastigium autem δ signum. Rursus quoniam ζ γ β ε parallelogrammum est, dimetiens uerò ipsius est ε γ, triangulum ε γ ζ æquum est ipsi γ β ε triangulo, & pyramis igitur cuius basis quidem est triangulum β ε γ, fastigium autem δ signū, est æqualis pyramidi cuius basis quidem est triangulum ε γ ζ, uertex uerò δ signum. Pyramis autem cuius basis quidem est β ε γ triangulum, uertex autem δ signum, ostēsa est æqualis pyramidi cuius basis quidem est α β δ triangulū, uertex autem signum γ, & pyramis igitur cuius quidem basis est γ ε ζ triangulum, uertex autem δ signum æqua est pyramidi cuius basis quidem est α β δ triangulum, uertex autem γ signum. Igitur α β γ δ ε ζ prisma, in tres pyramides æquas sibijnuicem diuisum est, triangulares bases habentes. Et quoniam pyramis cuius basis quidem est triãgulum α β δ, fastigium autem γ signum, eadem est ipsi pyramidi cuius basis quidem est triangulū γ α β, uertex autem signum δ (sub eisdem nanq; planis comprebenduntur) pyramis autem cuius basis est triangulum α β δ, uertex autem signum, tertium esse prismatis ostensum est, cuius basis est triangulum α β γ, ex opposito autem δ ε ζ, & pyramis igitur cuius basis est α β γ triangulum, uertex autem δ signum, tertium est prismatis cuius basis est triangulum α β γ, ex opposito autem δ ε ζ. Omne igitur prisma, & quæ sequuntur reliqua quod oportebat demonstrare.



CORRELARIVM.

Ex hoc iam est manifestum, quòd omnis pyramis, tertia pars est prismatis eandem eidem basin habentis & altitudinem æquam. Quoniam si aliam quampiam figuram rectilineam habuerit basis prismatis & eandem ex opposito diuiditur in prismata triangulares bases habentia, & ea quæ ex opposito.

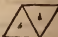
Euclid. ex Camp. Propositio 7.



I duæ pyramides triãgularum basium fuerint æquales, earum bases earundem altitudinibus mutuæ erunt. Si uerò bases & altitudines fuerint mutuæ, easdem pyramides sibijnuicem esse æquales necesse est.

CAMPANVS. Quod 34 & 35 undecimi proposuerunt de solidis parallelogrammis, & nos in 36 eiusdem demonstrauimus de seratilibus, hæc 7 duodecimi proponit de pyramidibus habentibus bases triangulas. Intelligantur enim duæ pyramides æquales super duos trigonos uel triangulos a & b, quæ dicantur a & b. Dico itaq; quòd proportio basis a ad basin b, est sicut proportio altitudinis pyramidis b ad altitudinem pyramidis a. Et si hoc fuerit, dico pyramides a & b esse æquales. Adhibeãtur quidem duobus trigonis a & b, duo alij qui sunt c & d ut fiant ambæ superficies a c & b d æquidistantium laterum, & ex ipsis pyramidibus super bases a c & b d, compleantur solida parallelogramma pyramidibus propositis æquè alta quæ similiter dicantur a c & b d. Manifestum igitur est ex sexta huius 12, quòd pyramis a est sexta pars solidi a c, & pyramis b sexta solidi b d, Itaq; ex 35 undecimi argue ꝓpositū, primã quidē partē ex prima, secundã aūt ex secunda.

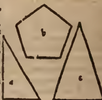




CAMPANI additio.

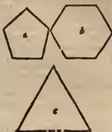
Quòd si duæ quælibet pyramides lateratæ fuerint æquales, earum bases earundem altitudinibus mutuæ erunt. Si uerò bases earum altitudinibus ipsarum mutuæ fuerint, eadem pyramides æquales esse oportet.

Si bases utrarunq; fuerint triãgulæ, demõstratū est uerū esse qđ diximus. Si altera tãtū, sit igitur a, basisq; alterius pyramidis sit b, & sumatur trigonus c ęqualis polygonio b, fiatq; super c, pyramis ęquè alta pyramidi quæ est super b, & sint a b c, ęquiuoca nomina pyramidū & basiū. Quia igitur ex hypothesi duę pyramides a & b sunt ęquales, & ex ultima interpositarū ad sextā huius duæ pyramides b & c sunt ęquales, ideoq; ex cõmuni sciētia duę pyramides a & c æquales, igitur bases earum sunt mutuæ ad altitudines earū ex prima parte 7 huius. Cumq; bases b & c sint æquales, altitudines



nes quoq; pyramidum b & c æquales erunt, ex prima parte & secunda 7 quinti, bases a & b mutuæ altitudinibus pyramidum a & b.

Secunda pars conuerso modo probatur. Nam si fuerit basis a ad basin b, ut altitudo pyramidis b ad altitudinem pyramidis a, erit ex secunda parte & prima 7 quinti, basis a ad basin c, sicut altitudo pyramidis b ad altitudinem pyramidis a, itaq; ex secunda parte huius 7 duæ pyramides a & c, sunt æquales, quare per communem scientiam duæ quoq; pyramides a & b, sunt æquales.



Si uerò neutra propositarum pyramidum fuerit trigona, sed utraq; polygonia (uerbi gratia altera pentagona, altera hexagona) quæ adhuc dicantur a & b, sumatur similiter triangulus c æqualis hexagono b, super quem fiat pyramis æquè alta pyramidi b, erűtq; duæ pyramides b & c æquales, ideoq; duæ quæ sunt a & c etiam per conceptionem æquales, quare basis a ad basin c, sicut altitudo pyramidis c ad altitudinem pyramidis a, hoc enim nuper demonstratum est. Est ergo ex 7 quinti basis a ad basin b, sicut altitudo pyramidis b ad altitudinem pyramidis a. Conuersa conuerso modo patet: Si enim basis a ad basin b fuerit, ut altitudo pyramidis b ad altitudinem pyramidis a, erit quoq; ex 7 quinti basis a ad basin c ut altitudo pyramidis c ad altitudinem pyramidis a, ideoq; (ut patet ex prioribus) erunt duæ pyramides a & c æquales, quare ex cõmuni scientia & duæ quæ sunt a & b, erunt etiam æquales: & hoc est propositum.

Eucl. ex Camp. *Propositio 8.*

8 Mnium duarum pyramidum similium quarum bases triangulæ, est proportio alterius ad alteram, tanquam lateris ad latus eius relatiuum proportio triplicata.

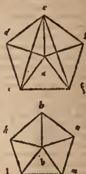
CAMPANVS. Propositis duabus pyramidibus similibus bases triangulas habentibus, ex ipsis perfice duo solida parallelogramma, quemadmodum dictum est in demonstratione præmissæ, eruntq; hæc duo solida parallelogramma similia, eo quòd pyramides ponuntur similes adinuicem, nam duo solidi anguli qui sunt communes pyramidibus & solidis parallelogrammis, superficialibus angulis numero & quantitate æqualibus continentur, & latera quoq; illos angulos superficiales continentia, sunt proportionalia. Quare ex 34 primi tres superficies solidorum parallelogrammorum communes angulos solidos constituentes, sunt æquiangulæ & laterum proportionalium, ideoq; similes ex diffinitione similium superficierum: quare ex 24 & 15 quinti cunctæ sex superficies horum duorum solidorum parallelogrammorũ, sunt similes adinuicem. Igitur à diffinitione corporum similium, erunt ipsa solida similia. Quare cum proportio solidorum & pyramidum sit una ex 15 quinti (nam solida sunt sexcupla pyramidibus ex 6 huius) cumq; sit proportio solidorum una sicut suorum relatiuorum laterum triplicata ex 36 undecimi libri, sunt autem latera solidorum eadem lateribus pyramidum, erit quoq; ex 11 quinti proportio propositarum pyramidum sicut suorum relatiuorum laterum proportio triplicata: quod est propositum.

CAMPANI additiones.

Quòd si fuerint duæ qualibet pyramides lateratæ similes, erit proportio alterius ad alteram sicut sui lateris ad sibi relatiuum latus alterius proportio triplicata.

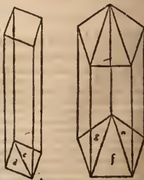
Sint duæ lateratæ pyramides, quarum coni a & b, similes, sintq; super bases pentagonas quæ sunt c d e f g, h k l m n. Dico quòd proportio earum, est sicut suorum relatiuorum laterum triplicata. Constat enim ex diffinitione similium superficierũ & corporum, quod pentagoni qui sunt bases propositarum pyramidum, sibi adinuicem, cunctiq; relatiui trianguli ipsas ambientes sibi inuicem, sunt similes. Diuidantur itaq; bases ambarum in triangulos similes & numero æquales prout 18 sexti proponit esse possibile, protractis in hac quidem lineis c e & c f, in illa uerò h l & h m. Dico igitur istas pyramides esse diuisas in pyramides triangulas similes & numero æquales. Conferantur enim adinuicem duæ pyramides a c d e, b h k l, quarum coni sunt a & b. Constat autem ex hypothesi triangulum c a d esse similem triangulo b h K, & triangulum d a e triangulo K

b l. Et quia etiam ex hypotheſi angulus d eſt æqualis angulo K, & latera c d & d e continentia angulum d ſunt proportionalia lateribus h k & k l continentibus angulum k, erunt ex 6 ſexti duo trianguli c d e & h K l æquianguli, ideoq; per 4 ſexti erit proportio c d ad h K, ſicut c e ad h l. Cumq; ex hypotheſi ſit proportio c a ad h b, & etiã a e ad b l, ſicut c d ad h K, erit ex 11 quinti c a ad h b, & a e ad b l, ſicut c e ad h l. Igitur ex 5 ſexti & diffinitione ſimilium ſuperficierum, triangulus c a e, erit ſimilis triangulo h b l. Manifeſtum eſt itaq; ex diffinitione ſimilium corporũ, quòd pyramis a c d e eſt ſimilis pyramidi b h k l, ſimiliter quoq; cõſtat pyramidem a c e f eſſe ſimilem pyramidi b h l m, & pyramidem a c f g, pyramidi b h m n. Quia ergo ex hac 8 proportio pyramidis a c d e ad pyramidem b h k l eſt ſicut lateris c d ad latus h k triplicata, etiam pyramidis a c e f ad pyramidem b h l m, ſicut e f ad l m triplicata, ac etiam pyramidis a c f g ad pyramidem b h m n, ſicut c g ad h n triplicata, cum ſit ex hypotheſi proportio e f ad l m, & c g ad h n, ſicut c d ad h k, ſequitur ex 13 quinti, ut proportio totaliũ pyramidum a & b ſit ſicut unius harum partialium ad aliam unam. Igitur ex hac 8 & 11 quinti conſtat uerum eſſe quod diximus.



Omnes columnæ lateratæ æquè altæ, ſuis baſibus ſunt proportionales.

Verum eſt quod dicitur, ſuper qualeſcunq; baſes polygonias ſint columnæ. Columnas autem lateratas, uocamus ſolida corpora laterata, quorum baſes & ſuperficies ſupremæ ſunt ſimiles & æquales, cunctæ uerò reliquæ ſuperficies ipſa ſolida circunſtantes ſunt æquidiſtantium laterum. Talium autem ſolidorum prima ſpecies eſt ſeratile, quando ſuper unam ſuarum trilaterarum ſuperficierum intelligitur eſſe ſtatutum, ſecunda uerò ſpecies eſt columna, cuius baſis ſit quadrilatera quã ex duobus ſeratilibus neceſſe eſt eſſe compòſitam, & tertia eſt cuius baſis eſt pentagona, & ipſa ex tribus ſeratilibus perficitur. Simpliciter autem dicò quòd omnis laterata columna in tot corpòra ſeratilia poteſt diſtingui, in quot triangulos ſua baſis. Intelligantur itaq; duæ columnæ lateratæ a & b, cõſtitutæ ſuper duas baſes a & b, æquè altæ, dico quòd proportio columnarum a & b, eſt ſicut baſium a & b. Diſtinguantur nanq; hæ baſes in triangulos, & hæ columnæ in ſeratilia, baſis quidem a quæ ponatur eſſe quadrangula, in duos trigonos ſcilicet c & d, & columna a, in duo ſeratilia c & d, baſis uerò quæ ſit pentagona, diſtinguatur in tres trigonos e f g, & columna b in tria ſeratilia quæ ſimiliter uocentur e f g. Manifeſtum eſt igitur ex ijs quæ in 36 undecimi dicta ſunt, quòd proportio ſeratilis c ad ſeratile e, eſt ſicut baſis c ad baſin e, & iterum ſeratilis d ad ſeratile e, ſicut baſis d ad baſin e, quare per 24 quinti erit columnæ a ad ſeratile e, ſicut baſis a ad baſin e. Eadem ratione erit columna a ad ſeratile f, ſicut baſis a ad baſin f. At rurſus columnæ a ad ſeratile g, ſicut baſis a ad baſin g. Igitur ex 24 quinti, quoties neceſſe fuerit aſſumpta, facilè concludes propoſitum. Conſtat itaq; ex hoc, quòd omnes columnæ lateratæ ſuper eandem baſin uel ſuper æquales conſtitutę ſi fuerint æquè altæ, erunt æquales. Cum enim (ut proximo probatum eſt) æquè altæ columnæ lateratæ ſint ſuis baſibus proportionales, ponãtur autem baſes eſſe aut eædem aut æquales, neceſſe eſt 24 quinti, ut etiam columnæ ſint æquales. Conſtat quoq; quòd ſi fuerint quælibet ſolida parallelogramma ſeratilia & lateratæ columnæ æquè alta, ipſa quoq; ſuis baſibus proportionalia eſſe neceſſario comprobantur. Omnia enim hæc, ſpecies ſunt lateratarum columnarũ, de quibus paulo antè uniuerſaliter probatum eſt uerum eſſe quod dicitur.



Omnis laterata columna, tripla eſt ad ſuam pyramidem.

Diſtinguatur baſis columnæ in triangulos, & ſecundùm numerum triangulorum illorum diſtinguatur columna in ſeratilia, & pyramis columnæ in pyramides habentes baſes triangulas quæ

quæ uidelicet sunt bases seratilium. Constat itaq; unumquodq; seratile ad eam pyramidem quæ super eandem basin cum ipso seratili consistit, triplum esse: hoc enim demõstratum est in 6 huius duodecimi libri. Igitur ex 13 quinti omnia seratilia pariter accepta, ad omnes pyramides pariter acceptas necesse est esse triplum. Cumq; ex omnibus seratilibus pariter acceptis columna, & ex omnibus pyramidibus pariter acceptis pyramis columnæ perficiantur, constat ueram esse hanc nostram propositionem.

Si fuerint duæ quælibet columnæ lateratæ æquales, earum bases earundem altitudinibus mutuæ erunt: si uerò bases earum & altitudines mutuæ fuerint, easdem columnas æquales esse necesse est.

Si enim columnæ sint æquales, earum pyramides erunt æquales, eo quòd omnis laterata columna est tripla ad suam pyramidem. Si autem pyramides fuerint æquales, suæ bases suis altitudinibus mutuæ erunt, quemadmodum demonstratum est in 7 huius. Quia igitur columnarũ suarumq; pyramidum eædem sunt bases, & altitudines sunt eædem, constat prima pars proposin.

Sint igitur & altitudines propositarum columnarum lateratarum mutuę. Dico quòd columnę erunt æquales. Cum enim eædem sint bases eædemq; altitudines columnarum suarum pyramidum, erunt bases & altitudines pyramidum propositarum columnarum mutuæ. Si hoc ut positum est, uerum fuerit de columnis, erunt quoq; pyramides æquales, prout in 7 huius demonstratum est, igitur & columnæ æquales, cum ipsæ triplæ sint ad suas pyramides. Quare patet secunda pars eius quod propositum est.

Omnium duarum columnarum lateratarum similium est proportio alterius ad alteram, tanquam lateris ad suum relatiuum latus proportio triplicata.

Si columnæ fuerint similes, erunt ex diffinitione similium corporum, bases earum cæteræq; superficies eas ambientes similes. Diuidantur itaq; bases earum in triangulos similes & numero æquales, quemadmodum 18 sexti proponit esse possibile, & ipsæ columnæ diuidantur in seratilia super hos triangulos existentia. Stude igitur probare seratilia unius, suis relatiuis seratilibus alterius esse similia, quod facilè probabis ex hypothesi & 6 & 4 & 5 sexti, & ex diffinitione similium superficierum & diffinitione similium corporum. Hoc autem probato, erit ex 36 undecimi proportio uniuscuiusq; seratilis unius ad suum relatiuum seratile alterius, sicut sui lateris ad latus illius proportio triplicata. Et quia omnium laterum est proportio una, cum cuncta seratilia unius sint similia suis relatiuis seratilibus alterius, sequitur ex 11 quinti, ut cunctorum seratilium unius ad sua relatiua seratilia alterius sit proportio una. Quare per 13 quinti, quæ est proportio unius seratilis ad suum seratile relatiuum alterius, eadem est omnium pariter acceptorum ad omnia pariter accepta. Et quia utrobiq; omnia seratilia pariter accepta componunt columnas, & relatiua latera seratilium sunt relatiua latera columnarum, necesse ex 11 quinti, ut proportio columnarũ sit sicut suorum relatiuorum laterum proportio triplicata: quod est propositum.

Euclid. ex Zamb. *Theorema 8.* *Propositio 8.*

8 Similes pyramides, triangulares bases habentes, in triplici sunt ratione eiusdem rationis laterum. *Camp. 8.*

THEON *ex Zamb. Sint similes & similiter positæ pyramides, quarum bases quidem sunt αβγ, δεζ, triangula, fastigia uerò ipsarum sint ηθ signa. Dico quòd αβγη pyramis ad δεζθ pyramidem, triplam habet rationem, quàm βγ ad εζ. Compleãtur enim* βημλ, εθξο, *solida parallelepipeda. Et quoniam pyramis αβγη similis est ipsi δεζθ pyramidi, æqualis igitur est angulus qui sub αβγ ei qui sub δεζ angulo, & qui sub ηβγ ei qui sub θεζ, & qui sub αβη ei qui sub δεθ, estq; sicut αβ ad δε, sic est βγ ad εζ, & βη ad εθ. Et quoniam est sicut αβ ad δε, sic βγ ad εζ, & circum æquos angulos latera sunt proportionalia, igitur βμ parallelogrammũ ipsi εξ, simile est parallelogrãmo: & id ꝓpterea & βν ipsi εο simile est, et βκ ipsi εξ. Tria igitur βμ, κβ, βν, tribus εξ, εζ, εο, sunt similia. Sed tria quidẽ μβ, βκ, βν, tribus quæ ex opposito æqualia sunt similia, & tria εξ, εζ, εο, æqua & similia sunt tribus quæ ex opposito: ipsa igitur βημλ, εθξο, solida parallelepipeda, sub similibus planis æquè multiplicibus cõprehenduntur. Igitur βημλ, ipsi εθξο solido simile est. Similia aũt solida parallelepipeda, in triplici sunt ratione eiusdẽ rationis laterũ (p 33 undecimi) Igitur βημλ solidũ ad εθξο solidũ triplã habet rationẽ, quàm eiusdẽ ratiõis latus βγ ad eiusdẽ rationis latus εζ. Sicut autẽ βημλ solidũ ad εθξο solidũ, sic αβγη py.*

ramis ad δεζθ pyramida, quoniam pyramis sexta pars est solidi, eo quod & prisma dimidium existens solidi parallelepipedi, triplum est ipsius pyramidis, & αβγη igitur pyramis ad δεζθ pyramida triplam rationem habet, q̃ βγ ad εζ: qđ demonstrasse oportuit. CORRELARIVM.

Ex hoc nempe est manifestum, quod & multangulas bases habentes similes pyramides, adinuicem in triplici sunt rõne eiusdem rationis laterũ. Diuisis enim ipsis in ipsas pyramides, triangulares bases habentes (quia similia polygona basiũ in similia triãgula diuidũtur, & in aequè multiplicia, & eiusdẽ rõnis totis) erit sicut in altera una pyramis triangularẽ habẽs basin ad unam basin triangularẽ habentẽ in altera pyramide, sic & omnes pyramides in altera pyramide triangulares bases habentes, ad pyramides existentes in altera pyramide, & habentes triangulares bases. Hoc est, Pyramis ipsa polygonam basin habens ad pyramida basin polygonam habentem. Pyramis autem triangularem basin habens ad pyramida triangularem basin habentem, in triplici est ratione eiusdem rationis laterum. Et polygonam igitur basin habẽs, ad similẽ basin habentẽ, triplã habet rationẽ q̃ latus ad latus. Eucl. ex Zã. Theor 9. Propos. 9.

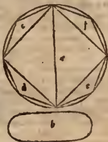
Aequalium pyramidũ & triangulares bases habentiũ, reciprocae sunt bases altitudinib. Et pyramides triãgulares bases habẽtes, quarũ reciprocę sunt bases uerticib. sunt aequales.

THEON ex Zãb. Sint enim aequè pyramides αβγη, δεζθ, triangulares bases habẽtes αβγ, δεζ, fastigia uerò η θ, signa. Dico q̃ ipsarũ αβγη, δεζθ, pyramidũ reciprocae sunt bases altitudinib. & est sicut basis αβγ ad basin δεζ, sic est ipsi⁹ δεζθ pyramidis altitudo ad ipsi⁹ αβγη pyramidis altitudinẽ. Cõpleãtur aũt ipsa βημλ, ιθκο, solida parallelepipeda. Et quoniã pyramis αβγη aequalis est ipsi δεζθ pyramidi, estq́; ipsius quidẽ αβγη pyramidis sexcuplũ ipsũ βημλ solidũ, ipsi⁹ aũt δεζθ solidũ ιθκο sexcuplũ est, igitur solidũ βημλ, ipsi ιθκο solido aequũ est. Aequaliũ aũt solidorũ parallelepipedorũ recipcae sunt bases altitudinib. (p 34 undecimi) Est igitur sicut βμ basis ad ικ basin, sic est ipsi⁹ ιθκο solidi fastigiũ ad ipsi⁹ βημλ fastigiũ. Sed sicut quidẽ βμ basis ad ικ basin, sic αβγ triãgulũ ad δεζ triãgulũ. Et sicut igitur (p 1 qnti) triãgulũ αβγ ad triãgulũ δεζ, sic ipsi⁹ ιθκο solidi altitudo, ad ipsius βημλ solidi altitudinẽ. Sed ipsi⁹ ιθκο solidi altitudo, eadẽ est ipsi ipsi⁹ δεζθ pyramidis altitudini, & ipsius βημλ solidi altitudo, eadem est ipsi ipsius αβγη pyramidis altitudini. Est igitur sicut αβγ basis ad δεζ basin, sic ipsius δεζθ pyramidis altitudo ad ipsius αβγη pyramidis altitudinem. Ipsarum igitur αβγη, δεζθ, pyramidũ, reciprocae sunt bases altitudinibus. Sed iã ipsarũ αβγη, δεζθ, pyramidũ reciprocae sint bases altitudinib. estq́; sicut αβγ basis ad δεζ basin, sic ipsius δεζθ pyramidis fastigiũ ad ipsius αβγη pyramidis fastigiũ. Dico q̃ pyramis αβγη, aequalis est ipsi δεζθ pyramidi. Eisdẽ nãq; dispositis, quoniã est sicut αβγ basis ad δεζ basin, sic est ipsius δεζθ pyramidis uertex ad ipsius αβγη pyramidis uerticẽ, sed sicut αβγ basis ad ipsã δεζ basin, sic βμ parallelogrãmũ ad ικ parallelogrãmũ, & sicut igitur (p 11 qnti) βμ parallelogrãmũ ad ικ parallelogrãmũ, sic est ipsius δεζθ pyramidis fastigiũ ad ipsius αβγη pyramidis fastigiũ. Sed ipsius qdem δεζθ pyramidis uertex, est idẽ ipsius ιθκο parallelepipedi uertici, & fastigiũ ipsius αβγη pyramidis, idẽ est ipsius βημλ parallelepipedi altitudini: est igitur sicut βμ basis ad ικ basin, sic ipsius ιθκο parallelepipedi altitudo ad ipsius βημλ parallelepipedi altitudinẽ. Solida uerò parallelepipeda quorũ reciprocae sunt bases altitudinib. sunt aequalia (p 34 undecimi) Igitur solidũ parallelepipedũ βημλ, ipsi ιθκο solido parallelepipedo est aequale. Estq́; ipsius quidẽ βημλ parallelepipedi, pyramis αβγη sexta pars, ipsius aũt ιθκο parallelepipedi, sexta pars est pyramis δεζθ. Igitur pyramis αβγη, ipsi δεζθ pyramidi est aequalis. Aequalium igitur pyramidũ et triãgulares bases habentiũ, reciprocae sunt bases altitudinib. Et pyramides triãgulares bases habẽtes quarũ bases uerticibus sunt reciprocae, sunt aequales: qđ ostendendũ fuerat. Eucl. ex Cãp. Propos. 9.

OMnis colũna rotũda, pyramidi suae tripla esse cõprobať.

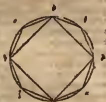
CAMP. Supra circulũ a, intelligãtur una colũna & una pyramis, secũdũ eãdẽ suã altitudinẽ erectę, dicãturq́; ęquiuoce ipsa pyramis & colũna & circul⁹, noĩe uno scilicet a. Dico itaq; qđ colũna a, est tripla ad pyramidẽ a: cuius pbatio est. Quia neq; maior neq; minor potest esse, q̃ tripla. Sit enim primũ (si possibile est) maior q̃ tripla, quãtitate corporis b, ita qđ si b corp⁹ dematur de colũna a, erit residuũ ei⁹ triplũ ad pyramidẽ a. Inscribatur ergo quadratũ circulo a, super qđ erigãtur duo seratilia ęquè alta colũnae a, de quib. duob. seratilib. pariter acceptis cõstat, qđ ipsa sunt plus medietate colũnę a, quẽadmodũ ipsũ quadratũ cõstat esse plus medietate circuli a, si enim ex ipsis seratilib. perficiãtur solida parallelogrãma, quorũ ipsa sunt medietates, erit ipsa columna pars ipsorũ duorũ solidorũ pariter acceptorũ.

Deinde super latera quadrati inscripti perficiam quatuor triangulos duum æqualium laterum in portionibus circuli, quarum portionum latera quadrati sunt chordæ, diuisis arcubus illarum portionũ per æqualia, & sint illi trianguli c d e f, super quos etiam erige seratilia ad altitudinem columnæ a. Et manifestum est quod hæc seratilia sunt maius medietate portionum colũnę super portiones circuli consistentium, quẽadmodum & ipsi trianguli sunt maius medietate portionum circuli. Fiat autẽ hoc toties, quousq; per primam 10 cogatur aduersarius confiteri portiones columnæ pariter acceptas esse minus corpore b. Erit igitur columna laterata octogona quam componunt omnia seratilia pariter accepta, quorum bases sunt trianguli diuidentes polygonium inscriptum circulo a, maius triplo pyramidis rotundæ a. Et quia ipsa laterata columna est tripla ad suam pyramidem, sicut demonstratum est in eis quæ præmissa sunt, sequitur ex secunda parte 10 quinti libri, ut rotunda pyramis a sit minor laterata pyramide lateratæ columnę, cuius basis est inscriptum polygonium basi rotundæ pyramidis a, quod est impossibile: est enim pyramis laterata, pars ipsius pyramidis rotundæ. Non est igitur pyramis a, minus tertia parte suæ columnę. ¶Sed nec plus tertia. Si enim possibile est, sit pyramis a, plus tertia parte columnæ a, quantitate corporis b, ita quod detracto corpore b de pyramide a, sit residuũ ipsius pyramidis tertia pars columnæ a. Igitur quẽadmodum prius ex pyramide a, intelligatur detrahi pyramis laterata sibi æque alta cuius basis sit quadratum circulo a inscriptum, quam lateratam pyramidẽ constat esse plus dimidio pyramidis rotundæ. Item de residuo pyramidis a, rursus intelligantur detrahi pyramides æquè altæ, statutæ super triangulos c, d e f, qui sunt in portionibus basis, & hoc toties fiat, ut ex prima decimi relinquatur ex pyramide a, minus corpore b. Eritq; itaq; pyramis laterata inscripto polygonio superstans, quam cõponunt lateratæ pyramides ex rotunda pyramide detractę, maius tertia parte rotundæ columnæ a. Et quia ut probatum est in præcedẽtibus, hæc pyramis laterata est tertia pars suæ columnæ lateratę a, sequitur denuo ex secunda parte 10 quinti columnam rotundam a esse minorem columna laterata eiusdem altitudinis, cuius basis est polygoniũ basi rotundæ pyramidis inscriptũ. Hoc autem impossibile, nam hęc columna laterata, pars est colũnę rotũdę. Cũ igitur colũna rotũda nõ possit esse minus triplo suę pyramidis, neq; mai^9, erit necessario tripla ad eã: qd' demõstrare uolum^9. Eucl. ex Zã. Theor. 10. Prop. 10.

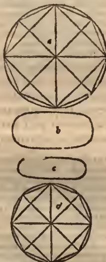


10 Omnis conus, cylindri tertia pars est eandem eidem basin habentis & æquale fastigium.

THEON ex Zamb. Habeat enim conus, cylindro basin eãdẽ, hoc est circulum αβγδ, & æquale fastigium. Dico q conus cylindri tertia pars est, hoc est quod cylindrus, coni triplus est. Si autem cylindrus, coni non est triplus, erit cylindrus, cono aut maior quam triplus, aut minor. Sit prius maior quam triplus. Et describatur (per 6 quarti) in circulo αβγδ, quadratum αβγδ. Iam quadratũ αβγδ, maius est quam dimidium ipsius circuli αβγδ. Constituatur ab ipso αβγδ quadrato, prisma æque altum ipsi cylindro. Iam constitutum prisma, maius est quã ipsius cylindri dimidiũ, quoniã & si ipsi circulo αβγδ, quadratũ circunscribamus, quadratũ in ipso orbe αβγδ descriptum, circunscripti dimidiũ, est & ab ipsis cõstituta sunt, æquè alta solida parallelepipeda prismata: prismata igitur ipsa, adinuicẽ sunt sicut bases. Et prisma igitur stans in ipso αβγδ quadrato, dimidium est eius prismatis quod constituitur à quadrato ipsi circulo αβγδ circũscripto. Et cylindrus ipso prismate quod fit à quadrato circunscripto ipsi circulo αβγδ, minor est, Igitur prisma à quadrato αβγδ cõstitutum, ipsi cylindro æque altum, maius est dimidio ipsius cylindri. Secentur (per 30 tertij) ipsæ αβ, βγ, γδ, δα, circunferentiæ bifariàm in εζηθ, signis, & connectantur ipsæ αε, εβ, βζ, ζγ, γη, ηδ, δθ, θα, & unumquodq; igitur ipsorũ αεβ, βζγ, γηδ, δθα triangulorum, maius est quam dimidiũ eius quod circũ scripsum ipsius αβγδ circuli segmenti, sicut ante ostendimus. Constituantur ab unoquoq; ipsorũ αεβ, βζγ, γηδ, δθα triãgulorũ, prismata æque alta ipsi cylindro, et unũquodq; igitur ipsorũ cõstitutorũ prismatũ, maius est quã dimidia pars circũ sese ipsius segmẽti circuli, quoniã si p εζηθ, signa parallelos ipsis αβ, βγ, γδ, δα, ducam^9, cõpleanturq; q in ipsis αβ, βγ, γδ, δα, parallelogrãma, et ab ipsis cõstituamus solida parallelepipeda ipsi cylindro æque alta, uniuscuiusq; cõstitutorũ dimidia sunt prismata quæ in αεβ, βζγ, γηδ, δθα, triãgulis & sunt ipsius cylindri segmẽta, minores ipsis solidis parallelepipedis cõstitutis. Itaq; etiã quæ in αεβ, βζγ, γηδ, δθα triãgulis prismata, maiora sunt quã dimidiũ circũ sese cylindri segmẽtorũ. Dispescẽtes itaq; (p 30



fæ ex pyramide b detrahatur laterata pyramis sibi æquè alta, cuius basis sit quadratum inscriptum circulo b, & ex residuo eius detrahantur pyramides eiusdem altitudinis consistẽtes super trigonos portionum circuli b, fiat itaq; hoc totiens, quousq; cogẽte prima 10, sit residuum pyramidis b minus corpore d, eritq; ex communi scientia, laterata pyramis detracta, quam componunt partiales pyramides detractæ, maius corpore c. Inscribatur itaq; circulo a, polygonium simile illi, quod est basis lateratæ pyramidis detractę à pyramide b, & ad angulos huius polygonij inscripti circulo a, demittè lineas à cono pyramidis a, perficiẽs super illud polygonium, lateratam pyramidem æque altam rotundæ pyramidi a. Hanc igitur studeas demonstrare esse similem lateratæ pyramidi detractæ à rotunda pyramide b, quod hoc modo facies. In utraq; pyramide eriges axem ipsius qui erit ex diffinitione linea continuans uerticem pyramidis cum centro basis, & erit perpendicularis ad basim: de hinc à centris basium, protrahas in utroq; circulo semidiametros, ad omnes angulos utriusq; polygonij inscripti. Cumq; ex diffinitione similium pyramidum rotundarum sit proportio axis unius ad axem alterius, sicut diametri basis unius ad diametrum basis alterius, ideo etiã ex 15 quinti & æqua proportionalitate, sicut semidiametri ad semidiametrum, sint autem utrobiq; omnes anguli quos axes cum semidiametris continent recti, necesse est ex 6 propositione sexti libri & 4 eiusdem & diffinitione similium superficierum & similium corporum diffinitiõe, ut laterata pyramis a sit similis lateratæ pyramidi b, quare per additam ad 8 huius, proportio lateratæ pyramidis a ad lateratã b, est sicut lateris unius ad suum relatiuũ latus alterius proportio triplicata, ideoq; & sicut diametri a, ad diametrum b triplicata, igitur quoq; sicut rotundæ pyramidis a, ad corp⁹ c ex 11 quinti, quare permutatim proportio lateratæ pyramidis a ad rotũdam pyramidem a, sicut lateratæ pyramidis b ad corpus c. Et quia laterata pyramis b, maior est corpore c, erit laterata pyramis a, maior rotunda pyramide a. Quod est impossibile, cum sit pars eius. Non est ergo corpus c, minus rotunda pyramide b. Restat itaq; probandum, quod nec maius. Si enim aduersarius dicat ipsum esse maius, tunc arguatur ex conuersa proportionalitate proportionem diametri b ad diametrum a triplicatam esse, sicut corporis c ad rotundam pyramidem a. Sed ex conceptione, eadem est rotundæ pyramidis b, ad aliquod corpus aliud quod sit d. Et quia ex hypothesi corpus c maius est rotunda pyramide b, sequitur ex 14 quinti, quod rotunda pyramis a sit maior corpore d. Itaq; proportio rotũdę pyramidis b ad corpus quod est minus rotũda pyramide a, uidelicet ad d, est sicut suæ diametri b ad diametrum alterius proportio triplicata. Hoc autem est impossibile. Nam ex hoc demonstrauimus sequi, quod pars sit maior suo toto. Cũ ergo corpus c non possit minus esse neq; maius rotunda pyramide b, erit necessario sibi æquale, ideoq; ex secunda parte 7 quinti, constat propositum.



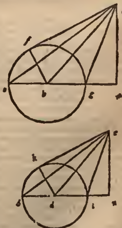
Campani annotatio. Non lateat autem nos, huius demonstrationis processum ad eas duntaxat colũnas & pyramides rotundas coartari, quarum axes suis basibus perpendiculariter insistunt, tales enim diffinitæ fuerunt in principio undecimi. Cũ tamen passio hic demonstrata, cõmuniter conueniat omnibus colũnis rotundis similibus pyramidibusq; rotundis similibus, siue earum axes super bases suas fuerint orthogonaliter erectæ, siue super eas fuerint inclinatæ (& appellentur differentiæ causa hæ rotũdæ columnæ & pyramides, quarum basibus axes orthogonaliter superstant erectę, reliquæ uerò dicitur inclinatæ) & quia in principio 11 non sunt diffinitæ columnæ aut pyramides rotundæ, nisi illæ tantum quas erectas uocamus, hæ quidem per motum parallelogrammi rectanguli, illæ uerò per motum trigoni rectanguli, ideo conueniens arbitramur diffinire columnas & pyramides rotundas diffinitionibus communiter & uniuoce conuenientibus, erectis & inclinatis columnis & pyramidibus rotundis.

Cũm igitur extra superficiem alicuius circuli descripti, signatur punctus qui cum circunferentia ipsius circuli per lineam rectam continuatur, si linea ipsa signato puncto manente fixo descripto circulo, quousque ad locum unde moueri incœperit, circumducatur: corpus, quod a curua superficie, quam motu suo describit hæc linea, & ab ipso circulo, cui circumducitur,

con

continetur uoco pyramidem rotundam. Et circulum cui linea hæc circũducitur, uoco baſin ipſius pyramidis. Fixum autem punctum extra circuli ſuperficiem ſignatum, uoco conum pyramidis. Lineamq; rectam continuantem centrum baſis cum cono pyramidis, appello axem ſeu ſagittam pyramidis. Cumq; hæc ſagitta fuerit perpendicularis ad baſin, dico pyramidem eſſe erectam. Cũ uerò inclinata, dico eſſe pyramidem inclinatam. Cum autem fuerint duo circuli æquales deſcripti in ſuperficiebus æquidiſtantibus, quos una plana ſuperficies per eorum centra tranſiens ſecuerit, fuerintq; continuatæ per lineam rectam duæ relatiuæ ſectiones duarum circunferentiarum ipſorum circulorum, ſi linea hæc in circunferentijs ipſorum circulorum æquidiſtanter ſitui à quo moueri incœperit quouſq; ad locum ſuum redeat, circũducatur, corpus quod à curua ſuperficie quam motu ſuo deſcribit hæc linea & à duobus propoſitis circulis continetur, uoco colũnam rotundã. Cum axis ſiue ſagitta, eſt linea recta, centra duorum circulorum continuans. Et hæc ſagitta fuerit perpendicularis ad ſuperficiem utriuſq; duorum circulorum, dico columnam eſſe erectam. Cum uerò fuerit ſuper baſin inclinatæ, dico columnam eſſe inclinatam. Cumq; fuerint duæ rotundæ pyramides aut columnæ (à quarum axibus egrediantur duæ ſuperficies ſuper baſes earum orthogonaliter erectę) fuerintq; anguli (quos axes & communes ſectiones harum ſuperficierũ & baſium continent) adinuicem æquales, & fuerit proportio axis unius ad axem alterius, ſicut ſemidiametri baſis unius ad ſemidiametrum baſis alterius, tunc illas duas pyramides adinuicem, aut illas duas columnas adinuicem, dico ſimiles eſſe. His diffinitionibus poſitis, demonſtrandum eſt, quod omniũ duarum rotundarum pyramidum ſimilium, columnarum'ue rotundarum ſimilium, ſiue erectæ ſiue inclinatæ fuerint, eſt proportio unius ad alteram, ſicut diametri baſis unius ad diametrum baſis alterius proportio triplicata. Quod de ſolis erectis demonſtratum eſt. Ad hoc autem præmittimus antecedens neceſſarium.

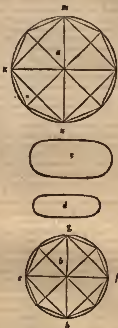
Si fuerint duę rotundę pyramides adinuicem ſimiles, quarũ utranque duæ planæ ſuperficies ſuper axem ſecẽt, fuerintq; harum duarum ſuperficierum altera in utraq; pyramide ſuper baſin eius orthogonaliter erecta, & arcus baſium inter illas duas ſuperficies contenti, ſimiles erunt anguli quos axes & communes ſectiones baſium & earum ſuperficierum quę ſuper baſes non ponuntur orthogonaliter erectę continent, adinuicem æquales.



Sint duæ rotundæ pyramides a b & c d, quarũ baſes ſunt circuli e f g & h K l, & axes duæ lineæ a b & c d & diametri baſium e g & h l, centra baſium ſunt duo puncta b & d, coni pyramidum a & c, ſimiles adinuicẽ & ab earum conis ad ſuperficiem baſium protrahantur, ut docet 11 undecimi libri, duę perpẽdiculares quæ ſunt a m & c n, & continuentur pũcta m & n cum centris baſium, protractis lineis b m & d n, eritq; ex 18 undecimi ſuperficies a b m quæ egreditur ab axe a b, erecta ſuper baſin pyramidis a b orthogonaliter. Eodem modo ſuperficies c d n, quæ egreditur ab axe c d, erit erecta ſuper baſin pyramidis c d orthogonaliter. Sint itaq; duo arcus f g & K l, ſimiles & intelligantur duę ſuperficies a b f, c d K, egredi ab axibus, & ſecare pyramides a b & c d ſimiles. Dico igitur duos angulos a b f, c d K, eſſe adinuicem æquales. Protrahantur enim duæ lineæ f m & K n. Quia igitur duæ pyramides a b & c d, ſunt ſimiles, & duæ ſuperficies a b m, c d n, ſtãtes orthogonaliter ſuper baſes, egrediuntur ab earũ axibus, erit ex diffinitione ſimiliũ pyramidũ, angulus a b m æqualis angulo c d n. Et quia ex diffinitione lineæ ſupra ſuperficiem perpendiculariter erectæ, uterq; duorũ angulorum a m b, c n d, eſt rectus: erunt ex 32 primi & 4 ſexti, duo primi trianguli a b m & c d n, laterum proportionalium. Vt proportio lineæ a b ad lineam c d, ſicut b m ad d n, & ſicut a m ad c n. Et quia ex diffinitione ſimilium pyramidum, proportio axis a b ad axem c d eſt ſicut ſemidiametri b f ad ſemidiametrum d K, erit ex undecima quinti, proportio b f ad d k ſicut b m ad d n. Cumq; ſint duo

anguli

anguli f b m & K d n æquales, eo quòd duo arcus f g & K l sunt similes ex hypothesi, erit ex 6 & 4 sexti, proportio f m ad K n, sicut b m ad d n, ideoq́ sicut a m ad c n. Et quia iterum ex diffinitione lineæ super superficiem perpẽdiculariter erectæ uterq; duorum angulorum a m f, c n K, est rectus, erit ex 6 & 4 sexti, proportio a f ad c K, sicut a m ad c n, ideo per 11 quinti, sicut a b ad c d, & sicut b f ad d K. Igitur ex 5 sexti, duo anguli a b f & c d K, sunt adinuicem æquales. Quod est propositũ. Idẽ probabis leuiter de rotundis columnis similibus. Hoc itaq; demonstrato, dico quòd omnium duarum rotundarum pyramidum similium quæcunque fuerint siue erectæ siue inclinatæ est proportio unius earum ad alteram, sicut diametri suæ basis ad diametrum alterius basis proportio triplicata. Sint enim ut prius duæ rotundæ pyramides a & b, quarũ bases sunt circuli a & b, & horum circulorum diametri sint etiam a & b, sitq́ proportio pyramidis a ad corpus c, sicut diametri a ad diametrũ b proportio triplicata. Non erit igitur corpus c, minus neq; maius rotunda pyramide b. Sit enim primo (si possibile est) minus, quantitate corporis d, ita quòd duo corpora c et d pariter accepta sint quãtũ rotunda pyramis b. Ab axe igitur pyramidis b, prodeat superficies quæ sit orthogonaliter erecta, super circulum b, sitq; cõmunis sectio huius superficiei & circuli b, linea e f trãsiens per centrũ b, quæ erit diameter circuli b, linea e f transiens per centrũ b, quæ erit diameter circuli b & protrahatur in circulo b, alia diameter secans hanc orthogonaliter, quæ sit g h, sicq; inscribatur circulo b, quadratũ e g f h, & a rotũda pyramide b, intelligatur detrahi laterata pyramis, cui⁹ basis est quadratũ circulo b inscriptum quæ (ut probatũ est suprà) maius erit dimidio rotundæ pyramidis, & ex residuo eius detrahantur pyramides eiusdem altitudinis, cõsistentes super trigonos portionũ circuli b, fiatq; hoc totiẽs quousq; residuum rotundæ pyramidis b sit minus corpore d ex 1 decimi. Eritq; ex conceptione laterata pyramis detracta quam componũt lateratæ partiales pyramides detractæ, maius corpore c. Tunc ergo prodeat ex axe pyramidis a, superficies alia quæ sit orthogonaliter erecta super circulum a, & sit communis sectio huius superficie & circuli a, linea k l, quæ ob hoc erit diameter circuli a, protrahatur autem in circulo a, alia diameter secans hanc orthogonaliter, quæ sit m n, sicq; inscribatur in circulo a, quadratum K m l n, & diuidẽdo arcus portionum circulia per æqualia, perficiatur in circulo a, polygoniũ simile illi quod est inscriptũ circulo b, & ad singulos angulos huius polygonij demitte lineas rectas a cono pyramidis a, perficiens super illud polygonium lateratã pyramidẽ æquè altam pyramidi a. Hanc autem lateratam pyramidem, probabis esse similem lateratæ pyramidi detractæ à rotunda pyramide b, quod hoc modo facies. Duces axes cogitatione uel actu utriusque in utrisque pyramidibus a & b, & à centris basium protrahas lineas rectas ad omnes angulos inscriptorum polygoniorum. Eruntq; ex præmisso antecedente omnes anguli quos continet axis pyramidis a, cum singulis lineis ductis a centro circuli a, ad angulos polygonij sibi inscripti, æquales suis relatiuis angulis quos continet axis pyramidis b, cum singulis lineis ductis à centro circuli b, ad angulos polygonij sibi inscripti. Et quia ex diffinitione rotundarum pyramidum similium, proportio axis pyramidis a ad axem pyramidis b est sicut semidiametri circuli a ad semidiametrum circuli b, sequitur ex 6 & 4 sexti & diffinitionibus similium superficierum & similium corporum quòd duæ lateratæ pyramides a & b sint similes. Cætera argue sicut prius in decima. Constat itaq; de omnibus rotundis pyramidibus similibus quòd proportio earum sit sicut diametrorum suarum basium triplicata. Et quia omnis colũna rotunda est tripla ad suam pyramidem (hoc enim sufficienter est demonstratum siue columnę & suę pyramides fuerint erectæ siue inclinatæ) sequitur ex 15 quinti ut etiam quarumlibet columnarum rotundarum similium sit proportio sicut suarum diametrorum triplicata.

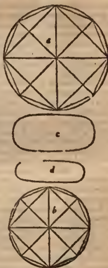


Eucl. ex Camp. *Propoſitio 11.*



OMnes duas rotundas pyramides ſiue columnas æquè altas, ſuis baſibus proportionales eſſe neceſſe eſt. 11

Campanvs. Supra duos circulos a & b, ſtatuantur ut prius duæ rotundę pyramides æquè altæ quæ dicantur ſimiliter a & b, & duæ rotundæ columnæ æquè altæ eiſdem literis aſcriptæ a & b. Dico itaq; quòd proportio duarum pyramidum a & b, duarumq; columnarum a & b, eſt ſicut duorum circulorum a & b. Quod de columnis manifeſtum erit, ſi hoc prius de pyramidibus d f demonſtrabitur: omnis enim rotunda colūna, tripla eſt ad ſuam pyramidē. De pyramidibus autē conſtabit indirecta demonſtratione hoc modo. Eſt enim ex communi ſcientia, proportio rotundæ pyramidis a ad aliquod corpus, ſicut circuli a ad circulū b, illud corpus ſit c. Dico itaq; quòd corpus c, non poteſt eſſe maius neq; minus rotunda pyramide b. Sit enim primò minus, quantitate corporis d. Igitur circulo b inſcribitur quadratum, & detrahatur a rotunda pyramide b, pyramis laterata, cuius ſit baſis quadratum circulo b inſcriptum, & ex portionibus pyramidalibus detrahantur pyramides ſuper trigonos portionum circuli conſiſtentes, fiatq; hoc totiens, quouſq; ſit ex pyramide b, reſiduum minus corpore d, eritq; laterata pyramis detracta, quam componunt partiales pyramides detractæ, maior corpore c. Inſcribatur ergo circulo a, polygonium ſimile illo polygonio quod eſt baſis lateratæ pyramidis b, et perficiatur ſuper ipſum pyramis laterata ductis lineis à uertice pyramidis lateratæ a, ad angulos polygonij inſcripti. Eruntq; duę lateratę pyramides a & b, ęquè altæ. Hoc enim eſt propoſitum de rotundis. Quare proportio lateratæ pyramidis a ad lateratam pyramidem b, eſt ſicut baſis eius ad baſin illius, uidelicet ſicut polygonij a ad polygonium b. Hoc enim demōſtratū eſt, in ſexta hui⁹. At uerò polygonij a ad polygonium b eſt ſicut circuli a ad circulum b, quod manifeſtū eſt ex prima & ſeconda huius. Itaq; lateratę pyramidis a ad lateratam pyramidem b, ſicut rotundæ pyramidis a ad corpus c: quare permutatim lateratæ pyramidis a ad rotundam pyramidem a, ſicut lateratæ pyramidis b ad corpus c. Cumq; ſit laterata pyramis b maior corpore c, ſequitur lateratam pyramidem a eſſe maiorem rotunda pyramide a. Hoc autē impoſſibile, eſt enim pars eius. Non erit ergo corpus c, minus rotūda pyramide b. Si uerò ponat aduerſarius quod ſit maius, demonſtrabimus rurſum idem impoſſibile conſequi. Erit enim per conuerſam porportionalitatem proportio corporis c ad rotūdam pyramidem a, ſicut circoli b ad circulum a. Sit quoq; eadem rotundæ pyramidis b, ad aliquod corpus quod ſit d. Cū igitur corpus c ſit maius rotūda pyramide b per hypotheſin, erit ex 14. quinti rotūda pyramis a maior corpore d. Itaq; proportio circuli b ad circulū a, erit ſicut rotundæ pyramidis b ad quoddam corpus minus rotunda pyramide a. Sed hoc demōſtratū eſt prius, eſſe impoſſibile: ſic enim ſequitur, quod pars ſit maior ſuo toto. Non eſt igitur corpus c, neq; minus neq; maius rotunda pyramide b, ſed tātum æquale. Itaq; ex ſecunda parte 7 quinti, conclude propoſitum. Vt autē facilius inconcuſſiusq; demonſtraretur quod ſequitur, ad ipſam eſt antecedens utile præmittendum: quod eſt,



Zamb. 13 Si ſuperficies quædam rotūdam columnā ęquidiſtanter baſi eius ſecuerit, erūt duo partialia corpora quæ ad illam ſecantē ſuperficiem terminantur, portionibus axis columnæ proportionalia.

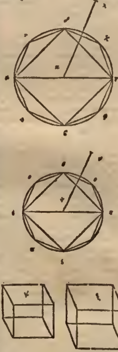
Simile eſt hoc, ei quod propoſuit 25 undecimi libri de ſolidis parallelogrammis. Nec ſolum uerum eſt hoc de columnis rotundis, immo ſimpliciter de omnibus columnis ſiue lateratæ fuerint ſiue rotundæ. Quod qui argumentationem primæ ſexti, uel uigeſimam quintam undecimi firmiter tenuerit, facile demonſtrare poterit: hic enim non aliter quàm ibi ex diffinitione

tione incontinuæ proportionalitatis quæ posita est in proœmio quinti libri, arguendū est propositum. Attendere autem oportet, quod quæcunq; superficies secat columnam æquidistanter basi ipsius, secat etiam eam æquidistanter superficiei basis eius oppositæ, nā quæcunq; superficies uni superficiei sunt æquidistantes, ipsæ quoq; sunt æquidistantes aduuicem, ut ex ijs quæ dicta sunt ex 17 undecimi didicisti. Quare manifestum est, quod omnes rotundæ columnæ quarum sunt bases æquales, altitudinibus suis sunt proportionales. Idem quoq; de lateratis. Idem quoq; de pyramidibus rotundis & etiam de lateratis, quod de pyramidibus constabit, si prius de columnis probetur. Est enim omnis columna, tripla ad suam pyramidem: rotunda quidem, ex nona huius: laterata uerò ex ijs quæ suprà in octaua demonstrata sunt.

Euclid. ex Zamb. *Theorema 11.* *Propositio 11.*

11 Sub eodē fastigio existētes coni & cylindri, adinuicē sese hnt sicut bases. Camp. 11

THEON ex Zamb. *Sint sub eadem altitudine coni & cylindri, quorū bases quidē sunt α β γ δ, ε ζ η θ circuli, axes autem sint κ λ, μ ν, dimetientes uerò basium sint α γ, ε η.* Dico quod est sicut α β γ δ circulus ad ε ζ η θ circulū, sic est κ λ, conus ad conū μ ν. *Si autem non est sicut α β γ δ circulus ad ε ζ η θ circulū, sic κ λ conus ad μ ν conum, erit sicut α β γ δ circulus ad ε ζ η θ circulum, sic κ λ conus ad aliquod solidum, minus ipso μ ν, cono uel ad maius. Sit prius ad minus, hoc est ad ξ. Et quo minus est ξ solidum ipso μ ν cono, ei æquum esto ψ solidum, igitur conus μ ν, æquus est ipsis ξ ψ, solidis.* Describatur *(per 6 quarti) in circulo ε ζ η θ, quadratum ε ζ η θ, quadratum igitur maius est quàm dimidium circuli. Excitetur ab ipso ε ζ η θ quadrato, pyramis æque alta ipsi cono. Igitur ipsa pyramis excitata, maior est quàm dimidium ipsius coni, quoniā si circunscribamus ipsi orbi quadratum, & ab ipso excitemus pyramida cono æque altam inscripta pyramis dimidium est circunscriptæ, adinuicē enim sunt sicut bases. Conus autē minor est pyramide circunscripta. Pyramis igitur cuius basis est ε ζ η θ quadratum, uertex autem idem ipsi cono, maior quàm dimidiū coni. Secentur (per 30 tertij) ε ζ, ζ η, η θ, θ ε, circunferentiæ diuiduè in signis ο π ρ σ, connectanturq; ipsæ θ ο, ο ε, ε π, π ζ, ζ ρ, ρ η, η σ, σ θ. Vnumquodq; igitur ipsorū θ ο ε, ε π ζ, ζ ρ η, η σ θ, triangulorū, maius est quàm dimidium apud sese segmēti ipsius circuli. Excitetur ab unoquoq; ipsorū θ ο ε, ε π ζ, ζ ρ η, η σ θ triāgulorū, pyramis æquè alta ipsi cono. Vnaquæq; igitur excitatarū pyramidum, maior est quàm dimidia pars apud sese segmenti coni. Secātes igitur (per 30 tertij) reliquas circūferētias diuiduè, connectentesq; rectas lineas, & excitantes ab unoquoq; triangulorum pyramides ipsi æque altas cono, & hoc semper facientes, relinquentes quędā coni segmenta quæ erunt minora ipso ψ solido. Relinquātur, sintq; quæ in θ ο ε, ε π ζ, ζ ρ η, η σ θ. Reliqua igitur pyramis cuius basis quidem est θ ο ε π ζ ρ η σ, multangulum, fastigium idē quod cono, maior est ipso ξ solido. Inscribatur & in circulo α β γ δ, ipsi θ ο ε π ζ ρ η σ, multangulo simile & similiter positū multangulū δ τ α υ β φ γ χ, excitetur q; ab ipso pyramis æque alta ipsi κ λ cono. Quoniā igitur est sicut quod ex α γ ad id quod ex ε η sic δ τ α υ β φ γ χ multangulum ad ipsum θ ο ε π ζ ρ η σ multangulū, sicut autem quod ex α γ ad id quod ex ε η, sic α β γ δ orbis ad ε ζ η θ orbem, & sicut igitur (per 11 quinti) α β γ δ, orbis ad ε ζ η θ orbē, sic δ τ α υ β φ γ χ, multangulū ad θ ο ε π ζ ρ η σ, multāgulū. Sicut autē α β γ δ orbis ad ε ζ η θ orbē, sic κ λ conus ad ξ solidū. Sicut autem δ τ α υ β φ γ χ, multangulū ad θ ο ε π ζ ρ η σ multangulum, sic pyramis cuius basis est δ τ α υ β φ γ χ, multāgulum, uertex autem λ signum, ad pyramida cuius basis quidem est θ ο ε π ζ ρ η σ multangulum, fastigium autem ν signum. Et sicut igitur (per 11 quinti) κ λ conus ad ξ solidum, sic pyramis cuius basis quidem δ τ α υ β φ γ χ multangulum, uertex autem λ signum, ad pyramida cuius basis quidem est θ ο ε π ζ ρ η σ multangulum, uertex autem ν signum. Vicißim igitur (per 16 quinti) est sicut κ λ conus ad eā quæ in se ipso pyramida, sic ξ solidū ad eā quæ in μ ν cono pyramida. Maior autē est κ λ conus, ea quæ in se ipso pyramide, maius igitur est & ξ solidum, ea quæ in μ ν, cono pyramide, sed & minus, quod absurdū est. Nō igitur est sicut α β γ δ circulus ad ε ζ η θ circulū, sic κ λ conus ad aliquod solidū minus ipso μ ν cono. Similiter iā demōstrabimus, quod neq; sicut ε ζ η θ, orbis*

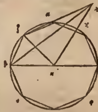


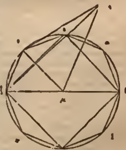
ad αβγδ orbem, sic εν conus ad solidum aliquod maius ipso αλ cono. Dico iam quod neq; est sicut αβγδ orbis ad εζηθ orbem, sic conus αλ ad aliquod solidũ maius ipso εν cono. Si enim possibile, esto ad maius ξ. Conuersim igitur est sicut εζθ, orbis ad αβγδ orbẽ, sic est ξ solidum ad αλ conum. Sed sicut ξ solidum ad αλ conum, sic est εν conus ad aliquod solidũ minus ipso αλ cono. Et sicut igitur (per 11 quinti) εζηθ circulus ad αβγδ circulum, sit conus εν, ad aliquod solidum minus ipso αλ cono, quod absurdum esse patuit. Nõ est igitur αβγδ orbis ad εζηθ orbem, sic αλ conus ad solidum aliquod maius ipso εν cono. Patuit autẽ quod neq; ad minus. Est igitur sicut αβγδ orbis ad εζηθ orbem, sic αλ conus ad εν conũ. Sed sicut conus ad conum, sic cylindrus ad cylindrum, triplus enim est alter alterius. Et sicut igitur (per 11 quinti) αβγδ orbis ad εζηθ orbem, sic qui in ipsis cylindri æque alti ad conos. Sub eodem igitur fastigio subsistentes coni & cylindri, se adinuicem habent sicut bases: quod erat ostendendum.

Euclid. ex Zamb. Theorema 12. Propositio 12.

Similes coni & cylindri, ad se inuicẽ in tripla sunt ratione, sicut dimetientium quæ in basibus. 12

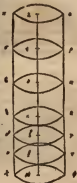
THEON ex Zãb. Sint similes coni & cylindri, quorũ bases quidẽ αβγδ, εζηθ, orbes dimetiẽtes uerò basiũ sint βδ, ζθ, & axes conorũ siue cylindrorũ sint κλ, μν. Dico q; conus cuius basis quidem est αβγδ circulus, fastigium autem λ signum, ad conum cuius quidem basis est εζηθ, uertex autem ν signũ triplam habet rationem quàm βδ ad ζθ. Si autẽ αβγδλ conus ad εζηθν, conũ triplam rationem non habet quàm βδ ad ζθ, habebit conus αβγδλ, uel ad solidũ aliquod minus ipso εζηθν, cono triplã rationem, uel ad maius. Habet prius ad minus ξ. Describaturq; (per 6 quarti) in circulo εζηθ, quadratũ εζηθ. Igitur εζηθ quadratũ, maius est quàm dimidiũ circuli εζηθ. Excitetur ab ipso εζηθ quadrato, pyramis æque alta ipsi cono. Igitur pyramis excitata, maior est quàm dimidia pars coni. Secentur iam (p 30 tertij) ipsæ εζ, ζη, ηθ, θε circũferentiæ diuiduè in ο π ρ σ, signis cõnectanturq; εο, οζ, ζπ, πη, ηρ, ρθ, θσ, σε. Vnũquodq; igitur ipsorum εοζ, ζπη, ηρθ, θσε, triangulorũ, maius est quàm dimidia pars, quæ apud sese segmenti circuli εζηθ. Constituatur ab unoquoq; ipsorum εοζ, ζπη, ηρθ, θσε, triangulorum, pyramis idẽ habẽt fastigiũ ipsi cono, unaquæq; igitur ipsarum excitatarum pyramidũ, maior etsi quàm dimidiũ eius quod apud sese segmẽti circuli. Secantes igitur (p 30 tertij) relictas circũferentias diuiduè, & connectentes rectas lineas, excitantesq; ab unoquoq; triangulorũ pyramides fastigium ipsi cono habentes, idem & hoc semper efficientes, relinquemus quedã coni segmenta quæ erunt minores excessu quo excedit εζηθν, conus ipsum ξ solidum, relinquantur, & sint in εο, οζ, ζπ, πη, ηρ, ρθ, θσ, σε, reliqua igitur pyramis cuius basis quidẽ est εοζπηρθσ multangulũ, uertex autẽ ν signũ, maior est ipso ξ solido. Describatur in circulo αβγδ, ipsi εοζπηρθσ, multangulo simile similiterq; positum multangulũ ατβυγφδχ, & excitetur ab ipso pyramis, idem habens ipsi cono fastigium. Et comprehendentium ipsam pyramida cuius basis quidem est ατβυγφδχ multangulum, uertex autem λ signũ, unũ triangulum esto λβτ, comprehendentium autem pyramida cuius basis quidẽ εοζπηρθσ multangulũ, fastigiũ autem ν signũ unũ triãgulum esto νζο, & connectantur κτ, μο. Et quoniã αβγδλ conus similis est ipsi εζηθν cono, est igitur (per 20 undecimi diffinitionem) sicut βδ ad ζθ, sic κλ axis ad μν axẽ. Sicut autẽ βδ ad ζθ, sic (per 15 quinti) βκ ad ζμ. & sicut igitur (p 11 quinti) βκ ad ζμ, sic κλ ad μν, et uicissim (p 16 quinti) sicut βκ ad κλ, sic ζμ, ad μν. Et circũ æquos angulos βκλ, ζμν latera sunt proportionalia. Igitur (p 1 sexti diffinitionẽ) triangulũ βκλ, simile est ipsi ζμν triãgulo. Rursus quoniã est sicut βκ, ad κτ, sic ζμ, ad μο, et circũ æquos angulos βκτ, ζμο, quoniã qualis pars est angulus βκτ eorũ qui ad κ centrũ quatuor rectorũ, talis pars est et angulus ζμο, eorũ q ad μ cẽtrũ quatuor rectorũ, quoniã igitur circũ æquos angulos latera sunt proportionalia, igitur triangulũ βκτ simile est ipsi ζμο triangulo. Rursus quoniã patuit sicut βκ ad κλ, sic ζμ ad νμ: æqualis autẽ est βκ ipsi κτ, & ζμ ipsi μο, est







μο, est igitur sicut τα ad κλ, sic ο μ ad μ ν. Et circū æquos angulos τ α λ, ο μ ν, recta latera (recti enim) sunt proportionalia. Igitur λ α τ, triangulū, ipsi μ ν ο, triāgulo simile est. Et quoniā (p 6 sexti) et propter similitudinē ipsorū λ α β, ν μ ξ, triangulorū est sicut λ β, ad β α, sic ν ξ, ad ξ μ, & propter similitudinē ipsorū ξ κ τ, ξ μ ο, triāgulorū est sicut κ β ad β τ sic μ ξ ad ξ ο, ex æquali igitur (per 22 quinti) sicut λ β ad β τ, sic ν ξ ad ξ ο. Rursus quoniā ob similitudinē ipsorū λ τ α, ν ο μ, triangulorū est (per 6 sexti) sicut λ τ ad τ κ, sic ν ο, ad ο μ, propter autē similitudinē ipsorū τ α β, ο μ ξ, triāgulorū est sicut α τ ad τ β, sic μ ο, ad ο ξ, ex æquali igitur (per 22 quinti) sicut λ τ ad τ β, sic ν ο ad ο ξ. Patuit autem & sicut τ β ad β λ, sic ο ξ ad ξ ν, ex æquali ergo (per 22 quinti) sicut τ λ ad λ β, sic ο ν ad ν ξ. Igitur ipsorū λ τ β, ν ο ξ, triangulorū, proportionalia sunt latera. Ipsa igitur λ τ β, ν ο ξ, triangula, æquiangula sunt, quare & similia (per 5 sexti) Et pyramis igitur cuius basis quidē est est β α τ triangulū, uertex aūt λ signū, similis est pyramidi cuius basis quidē est ξ μ ο triangulū, uertex autem ν signū, sub similibus enim planis æquè multiplicibus cōprehenduntur. Similes autē pyramides, triangulares bases habentes in triplici sunt ratione eiusdē rationis laterum (per 8 duodecimi) pyramis igitur β α τ λ, ad ξ μ ο ν pyramida, triplā rationē habet, quàm β α ad ξ μ. Similiter iam connectentes ab ipsis α χ, δ φ, γ υ, in α rectas lineas, & ab ipsis ι σ, θ ς, υ π, in μ, excitantesq; in triangulis pyramides eadē habentes fastigia ipsis conis, ostendemus quod & unaquæq; ipsarū eiusdē ordinis pyramidū ad unamquanq; eiusdem ordinis pyramida, triplam habet rationē quàm β α eiusdē rationis latus ad ξ μ eiusdē rationis latus, hoc est quàm β δ ad ξ θ. Sed sicut unum antecedentiū ad unū sequentiū, sic omnia antecedentia ad omnia sequentia. Est igitur & sicut β α τ λ pyramis ad ξ μ ν ο pyramida, sic est tota pyramis cuius basis α τ β υ γ φ δ χ multangulū, uertex aūt λ signum, ad totā pyramidem cuius quidā basis est ι ο ξ π ε ρ θ σ, multangulū, uertex uerò ν signum. Quare & pyramis cuius basis quidem est α τ, β υ, γ φ, δ χ multangulū, fastigiū aūt λ signū, ad pyramida cuius quidem basis ι ο ξ π ε ρ θ σ multangulū, fastigiū aūt ν signum, triplā habet rationē quàm β δ ad ξ θ. Supponitur aūt & conus cuius basis quidē α β γ δ orbis, fastigium aūt λ signū, ad ς solidū, triplā rationem habens quàm β δ, ad ξ θ, est igitur sicut conus cuius basis quidē α β γ δ circulus, uertex autem λ signum ad ς solidū, sic pyramis cuius quidē basis est α τ β υ γ φ δ χ multangulū, uertex aūt λ ad pyramida cuius basis quidem est ι ο ξ π ε ρ θ σ, multangulum, uertex aūt ν signum. Vicissim igitur (per 16 quinti) sicut conus cuius basis quidem est α β γ δ orbis, uertex aūt λ signum ad eā quæ in se pyramida cuius basis est α τ β υ γ φ δ χ multangulum, uertex aūt λ signum, sic solidum ς ad pyramida cuius basis quidem est ι ο ξ π ε ρ θ σ, multangulum uertex aūt ν signum. Maior aūt est prædictus conus ea quæ in se ipso pyramide, ipsam enim cōtinet. Igitur ς solidum, maius est ipsa pyramide cuius basis quidem est ι ο ξ π ε ρ θ σ multangulū, uertex aūt ν signū. Supponebatur aūt quod & minus, quod est absurdū. Non igitur conus α β γ δ λ, ad aliquod corpus minus ipso ε ξ η θ ν, cono triplā rationē habebit, quàm β δ ad ξ θ. Similiter iā demōstrabimus, quod neq; ε ξ η θ conus ad solidū aliquod minus ipso α β γ δ λ cono, triplā rationē habet, quàm ξ θ ad β δ. Dico iā quod neq; α β γ δ λ, conus, ad aliquod solidū maius ipso ε ξ η θ ν cono, triplā habet rationē, quàm β δ ad ξ θ. Si enim possibile, habeat ad maius ς. Conuersim igitur ς solidū, ad α β γ δ λ cōnum, triplā habet rationem, quàm ξ θ ad β δ. Sicut aūt ς solidū ad α β γ δ λ conū, sic ε ξ η θ ν conus ad aliquod solidū minus ipso α β γ δ λ cono, & ε ξ η θ ν igitur conus, ad solidū aliquod minus ipso α β γ δ λ, cono triplā rationem habet, quā ξ θ ad β δ, quod impossibile esse patuit. Igitur α β γ δ λ conus, ad solidum aliquod maius ipso ε ξ η θ ν cono, triplā rōnē nō habet, quàm β δ ad ξ θ, patuit aūt quod neq; ad minus. Conus igitur α β γ δ λ, ad conum ε ξ η θ ν, triplā rationē habet, quàm β δ ad ξ θ (per 15 quinti) sicut aūt conus ad conum, sic cylindrus ad cylindrū: triplus enim est cylindrus, ipsius coni qui in eadē est basi & sub æquali fastigio ipsi cono. Ostensum est autē (in 10 duodecimi) quod omnis conus, cylindri tertia pars est eandem eidem basin habentis (per 10 duodecimi) & æquale fastigium. Et cylindrus igitur, ad cylindrum triplam habet rationem quàm β δ ad ξ θ. Similes igitur coni & cylindri adinuicē in triplici sunt rōne dimetiētiū quæ in basib. quod ostendere oportuit.



Euclid. ex Zamb. Theorema 13. Propositio 13.

13 Si cylindrus plano secetur, parallelo existenti eis quæ ex opposito planis, erit sicut cylindrus ad cylindrum, sic axis ad axem.

THEON ex Zamb. Cylindrus enim α δ, plano ε θ secetur, parallelo existente eis quæ ex opposito planis, hoc est ipsis α β γ δ. Dico q; est sicut β ε cylindrus ad ε δ cylindrum, sic est ι κ axis ad κ ξ axem. Extendatur axis ι ξ ex utraque parte, in λ μ signa, exponanturq; ipsi ι κ axi æquales quilibet utcunq; ι ν, ν λ, ipsi autem ξ κ, quilibet utcunq; ξ ξ, ξ μ, & extendantur per λ ν, ξ μ signa: plana parallela α β, γ δ, & intelligantur in ipsis per λ ν ξ μ, planis circū centra λ ν ξ μ, circuli ο π, ρ ς, τ υ, φ ψ, æquales ipsis α β, γ δ, & intelligantur cylindri π ρ, ρ β, δ τ, υ χ.

Et quoniã ipsi λ ν, ν ι, ι κ, axes adinuicem sunt æquales, ipsi igitur π ρ, ρ ς, ς ο, cylindri adinuicem sunt sicut bases (p 11 duodecimi) Bases autẽ sunt æquales. Igitur & ipsi π ρ, ρ β, β ο cylindri, sunt æquales. Quoniã igitur ipsi λ ν, ν ι, ι κ, axes adinuicẽ sunt æquales, sunt aũt & ipsi π ρ, ρ ς, ς ο, cylindri adinuicẽ æquales, & multitudo ipsorũ λ ν, ν ι, ι κ, æqualis est multitudini ipsorũ π ρ, ρ β, β ο, quotuplex igitur est κ λ axis, ipsius ι κ axis, totuplex erit et π ο cylindrus ipsius β ο cylindri. Et iã id ꝓpterea quotuplex est μ κ axis ipsius κ ζ axis, totuplex est et cylindrus χ ο ipsius ο δ cylindri. Et si κ λ axis æq̃lis est ipsi κ μ axi, æquus est et cylindrus π ο ipsi ο χ cylindro. Si aũt axis κ λ maior est ipso κ μ axe, maior erit & π ο cylindrus ipso ο χ cylindro. Et si minor, minor (per 1 quinti) Quatuor iam existentibus magnitudinibus, axibus quidem, ι κ, κ ζ, cylindris autem β ο, ο δ accepta (per diffinitionem 6 quinti) sunt æquẽ multiplicia ipsius quidẽ ι κ axis & β ο cylindri, ipse axis κ λ, & π ο cylindrus. Ipsius autẽ κ ζ axis, & ο δ cylindri, κ μ axis & ο χ cylindrus. Et patuit quòd si κ λ, axis excedit κ μ axem, & π ο cylindrus ipsum excedit ο χ cylindrum, & si æqualis, æqualis, & si minor, minor. Est igitur (per 6 diffinitionem quinti) sicut ι κ axis ad κ ζ axem, sic β ο cylindrus ad ο δ cylindrum: quod ostendere oportuit.

Euclid. ex Zamb. Theorema 14. Propositio 14.

In æqualibus basibus existentes coni & cylindri, adinuicẽ sese habent sicut fastigia. 14

THEON ex Zãb. *Sint enim in æqualibus basibus α β, γ δ, cylindri ζ δ, ε ζ. Dico q̃ est sicut cylindrus ε β ad cylindrum ζ δ, sic est κ θ axis, ad κ λ axẽ, extendatur enim λ κ axis in ν signum, ponaturq́; ipsi ε θ axi æqualis λ ν, & circum axem λ ν, intelligatur cylindrus γ μ. Quoniam igitur ε β, ε μ cylindri, sub eodem sunt fastigio, adinuicem sunt sicut bases (per 11 duodecimi) Bases autem inuicẽ sunt æquales, igitur & cylindri ε β, γ μ, sunt æquales. Et quoniam cylindrus ζ μ, plano quodam secatur γ δ, parallelo existẽte eis quæ ex opposito planis, est igitur (per 13 duodecimi) sicut ε μ cylindrus ad ζ δ cylindrum, sic est λ ν axis ad κ λ axem, æqualis autem est γ μ cylindrus ipsi ε ζ cylindro, & λ ν axis ipsi κ θ axi. Est igitur sicut ε β cylindrus ad ζ δ cylindrum, sic est κ θ axis ad κ λ axem. Sicut autem ε β cylindrus ad ζ δ cylindrum, sic α κ β conus ad γ δ λ conum, tripli enim sunt cylindri ipsorum conorum (per 10 duodecimi) & sicut igitur (per 11 quinti) κ θ axis ad κ λ axem, sic α ζ ν, conus ad γ δ κ, conum & ε β cylindrus ad ζ δ cylindrũ: quod erat ostendendum.*

Euclid. ex Camp. Propositio 12.



I duæ pyramides rotundę siue columnę fuerint æquales, suæ bases & altitudines erunt mutuæ. Si uerò suę bases & altitudines mutuæ fuerint, ipsas pyramides siue columnas æquales esse necesse est. 15

CAMPANVS. Altitudinem pyramidum, determinant lineæ à conis ad bases perpendiculariter descendentes, columnarũ autem, a supremis earum superficiebus ad bases. Sint itaq; duæ rotũdæ pyramides a b & c d æquales, duæq́; rotundæ columnæ a b & c d æquales, sintq́; communes bases tam pyramidũ quàm columnarũ duo circuli a & c, cõmunes quoq; altitudines tam pyramidũ quàm colũnarũ determinatæ per lineas a b & c d. Dico quòd proportio circuli c ad circulũ a, est sicut altitudinis a b ad altitudinem c d, & econuerso. Hoc aũt si de colũnis probatũ fuerit, de pyramidibus certũ erit, quoniã omnis colũna rotunda tripla est ad suã pyramidẽ. Si itaq; duæ altitudines a b & c d, fuerint ęquales, ex pręmissa constat propositũ. Si aũt inęquales, sit a b maior, sumaturq́; a e æqualis a d, & secetur colũna a b, à superficie e æquidistãter basi eius a, eritq́; ex præmisso antecedente, colũna a b ad colũnam a e, sicut altitudo a b ad altitudinẽ a e. ideoq́; ex prima parte 7 quinti colũnam c d ad colũnam a e sicut altitudo a b ad altitudinem a e, quare per secũdã partẽ 7 quinti, sicut altitudo a b ad altitudinẽ c d, ex præmissa aũt est colũna c d ad colũnam a e, sicut circulus c ad circulũ a, itaq; per 11 quinti est altitudo a b ad altitudinem c d si-



c d, ficut bafis c ad bafin a. Conftat igitur prima pars. Secunda conuerfo modo conftabit, eadẽ difpofitione manente. Sit enim ut bafis c ad bafin a, fic altitudo a b ad altitudinẽ c d. Dico quòd duę columnæ a b & c d funt æquales: erit enim ex fecunda parte 7 quinti altitudo a b ad altitudinem a e, ficut bafis c ad bafin a. Et quia ex præmiffa, columna c d ad columnam a e eft ficut bafis c ad bafin a & ex præmiffa antecedente columna a b ad columnam a e, ficut altitudo a b ad altitudinem a e, fequitur ex 11 quinti ut columna c d ad columnã a e fit ficut colũna a b ad eandem a e. Igitur ex prima parte 9 quinti duæ columnæ a b & c d, funt æquales. Quare conftat etiam fecunda pars.

Euclid. ex Zamb. *Theorema 15.* *Propofitio 15.*

Aequaliũ conorũ & cylindrorũ, reciprocæ funt bafes uerticibus. Et coni & cylindri quorum reciprocæ funt bafes uerticibus, funt æquales.

THEON ex Zãb. *Sint æquales coni & cylindri, quorũ bafes quidẽ αβγδ, εζηθ orbes, dimetientes autem ipforum αγ, εη, axes autem κλ, μν, qui & altitudines funt conorum & cylindrorũ. Et complentur ipfi αξ, εο, cylindri. Dico quòd ipforum αξ, εο, cylindrorũ, reciprocæ funt bafes uerticibus, hoc eft quod eft ficut αβγδ bafis ad εζηθ bafin, fic eft μν uertex ad κλ uerticẽ. Faftigium enim κλ, ipfi μν, faftigio aut eft æquale, aut nõ. Sit prius æquale. Eft autẽ & αξ cylindrus, ipfi εο cylindro æqualis, fub eodem autẽ faftigio exiftentes coni & cylindri, adinuicẽ funt ficut bafes (per 11 duodecimi) Aequalis eft igitur αβγδ bafis, ipfi εζηθ bafi. Quare & reciprocæ funt, ficut αβγδ bafis ad εζηθ bafin, fic μν faftigium ad κλ faftigium. Sed iam non fit uertex κλ ipfi μν æqualis, fed efto maior μν, et auferatur (per 3 primi) ab ipfa μν altitudine, ipfi κλ æqualis πμ, ponaturq́; (per 2 primi) ipfi κλ uertici æqualis πμ, & per π fignũ fecetur (per 13 duodecimi) cylindrus εο, plano τυσ parallelo exiftẽte eis quæ ex oppofito planis, hoc eft εζηθ, ρο, circulorũ. Et à bafi quidẽ ipfius εζηθ circuli, faftigio uerò μπ, cylindrus intelligatur εσ. Et quoniam αξ cylindrus æquus eft ipfi εο cylindro, alius autem εσ cylindrus, eft igitur (per 7 quinti) ficut αξ, cylindrus ad εσ cylindrũ, fic eft εο cylindrus ad εσ cylindrũ. Sed ficut quidẽ αξ cylindrus ad εσ cylindrũ, fic eft αβγδ bafis ad εζηθ bafin. Sub eadẽ enim funt altitudine, ipfi αξ, εσ, cylindri. Sicut autem cylindrus εο ad cylindrum εσ, fic μν altitudo ad μπ altitudinem, cylindri namq; in æqualibus bafibus exiftentes, fe habent ficut faftigia. Eft igitur ficut αβγδ bafis ad εζηθ bafin, fic eft μν uertex ad μπ uerticẽ. Aequalis aũt eft πμ uertex, ipfi κλ uertici. Eft igitur ficut αβγδ bafis ad εζηθ bafin, fic eft μν altitudo ad κλ altitudinem. Aequaliũ igitur αξ, εο cylindrorum, reciprocæ funt bafes altitudinibus. Sed iam ipforum αξ, εο cylindrorum reciprocæ fint bafes altitudinibus, eftoq́; ficut αβγδ bafis ad εζηθ bafin, fic uertex μν ad uerticem κλ. Dico quòd αξ cylindrus, æqualis eft ipfi εο cylindro. Eifdem namq; difpofitis, quoniã eft ficut αβγδ bafis ad εζηθ bafin, fic μν faftigium, ad κλ faftigium, æqualis autem eft κλ uertex ipfi πμ uertici, eft igitur ficut αβγδ, bafis ad εζηθ bafin, fic μν uertex ad πμ uerticem. Sed ficut quidem αβγδ, bafis ad εζηθ, bafin, fic cylindrus αξ ad εσ cylindrũ: fub eodem namq; eft faftigio. Sicut autem μν (per 14 duodecimi) uertex ad πμ uerticem, fic εο cylindrus ad εσ cylindrum. Eft igitur ficut αξ cylindrus ad εσ cylindrum, fic eft εο cylindrus ad εσ, cylindrum. Aequalis igitur eft αξ cylindrus, ipfi εο cylindro. Sic etiam & in conis. Aequalium igitur conorum & cylindrorum, & quæ fequuntur reliqua: quod oftendere oportuit.*

Euclid. ex Camp. *Propofitio 13.*

13 Vm propofiti fuerint duo circuli ab uno cẽtro circunducti, fuperficiẽ multiangulam æqualiũ laterum circulum minorẽ minime tangentium, intra circulum maiorem defcribere.

CAMPANVS. Sint duo circuli a b c d & e f, ab uno communi centro quod fit g circũducti, dico quòd intra maiorem qui fit a b c d, poffibile eft unum polygonium quod fit æquilaterum, defcribi minorem circulum qui eft e f, nullo fuorum laterum tangens. Quadrentur enim id eft in quadrantes diuidantur hi duo circuli duabus diametris fuper centrum ipforum orthogonaliter fe inuicem fecantibus, quæ fint a c & b d, fitq́; e f diameter minoris, pars diametri a c quę eft

diameter maioris. Sicq́ igitur à puncto e, ducatur utrinq́ usq́ ad circunferentiam maioris lineæ orthogonaliter super diametrum e f, quæ occurrat circunferentiæ maioris, hinc quidẽ in puncto h, inde uerò in puncto K, eritq́ ex correlario 15 tertij linea h e k, contingens circulum minorem. Postea uerò quadrantẽ a b maioris circuli diuide per æqualia in puncto l, secundum doctrinã 29 tertij, dehinc rursus arcũ a l, per æqualia ad pũctum m. Cumq́ hoc pluries feceris, necessariò tandem deuenies ad arcum qui minor erit arcu a h, sitq́ hic a m. Hoc autem idcirco necessarium est, quia cum fuerint duæ quantitates inæquales, si à maiori earum dematur eius dimidium, itemq́ à residuo dimidium, possibile est hoc toties fieri quousq́ tandẽ minor minore earum relinquetur, quemadmodum in 1 decimi demonstratũ est. Cũ igitur sic diuidendo, ad arcũ quantulumcunq́ minorem a h, fuerit deuentum, cuiusmodi est hic arcus a m, sumatur arcus a n, æqualis arcui a m, ducanturq́ duæ lineæ a m & n m. Quia igitur arcus a K est æqualis arcui a h, quod ex secunda parte tertiæ tertij & quarta primi & 28 tertij manifestum est, & quia arcus a n est æqualis arcui a m, erit ex communi scientia, arcus n k æqualis arcui m h. Ergo duæ lineæ m n & k h, sunt ęquidistantes: ergo linea m n, non poterit tangere circulum e f, quare multo fortius neq́ linea a m potest ipsum tangere. Quoniam igitur constat circulum a b c d diuisibilem esse per arcus æquales arcui a m, ideoq́ per 28 tertij simul constat intra ipsum circulum posse chordulas æquales chordulæ a m continuè coaptari circulum ipsum polygoniæ chordantes, manifestum est intra circulũ maiorem posse unum polygonium ęquilaterum, cuius unũ latus est linea a m inscribi. Et quia linea a m non contingit circulum minorem, patet ex prima parte 13 tertij & diffinitione linearũ à centro circuli æqualiter æquidistantium, quod inscriptum polygonium nullo laterum suorum tangit circulum minorem. Quod est propositum. At quid dubitas duas lineas m n & k h, esse æquidistantes, cum sint duo arcus n k & m h æquales? Hoc autem inconcussam ueritatem sortitum est, quod duæ lineæ circulum unum non autem se inuicem secantes, si ex circonferentia æquales arcus hinc inde lineis ipsis interfint, erunt æquidistantes. Duc quidem à centro g, lineam g p perpendicularẽ ad lineam m n, quæ secet lineam h K in puncto q, & protrahe lineas g m, g n, g k, g h, & duobus arcubus n K & m d, subtende duas chordas quæ etiam dicãtur n K & m h, eruntq́ ex 28 tertij hę chordæ æquales n k & m h, eo quòd arcus æquales, & per secũdam partem 3 eiusdem tertij erit linea n p, æqualis lineæ m p. Cum igitur uterq́ duorum angulorum qui sunt ad p, sit rectus ex diffinitione perpendicularis, erit ex 4 primi angulus n p g æqualis angulo p g m. At uerò per 8 primi angulus k g n est æqualis angulo h g m. Itaq́ per communem scientiam (quæ est, si æqualibus æqualia addas, tota erunt æqualia) erit angulus K g q æqualis angulo q g h, ideoq́ per 4 primi linea K q, erit æqualis lineę q h, quare per primam partem 3 tertij, linea g q erit perpendicularis ad lineã K h. Igitur ex prima parte 28 primi duę lineę o m & K h, sunt ęquidistãtes. Et hoc est quod dubitare conquestus es. ¶Hoc enim idem aliter demonstrare est possibile. Ducatur enim linea n h, eritq́ ex ultima sexti angulus h o m, æqualis angulo n h k, eo quod arcus h m est ęqualis arcui o k, ideo ex 27 primi linea m n erit ęquidistãs lineæ h K. Conuersam quoq́ si libuerit, conuerso modo probabis. Si enim linea m n est æquidistans lineæ h k, erit arcus n K æqualis arcui m h. Erũt enim ex prima parte 29 primi, duo anguli h n m & o h K ęquales. Ideoq́ ex ultima sexti duo arcus n k & m h, erunt etiam ęquales.

Euclid. ex Zamb. *Theorema 1.* *Propositio 16.*

Binis orbibus circũ idẽ centrũ existentibus, in maiori orbe multangulũ æquilaterũ & parilaterũ inscribere, nõ tãgens orbẽ minorẽ in superficie. 16

THEON *ex Zamb. Sint bini orbes αβγδ, ιζηθ, circum idem centrum κ. Oportet in maiori circulo αβγδ, multangulum æquilaterum & parilaterum inscribere, non tangens ipsum ιζηθ, circulum. Excitetur per κ centrum, recta linea βδ, & à signo κ ipsi δβ rectæ lineæ ad angulos rectos excitetur (per 12 primi) κα, & extendatur in γ. Igitur αγ tangit ipsum ιζηθ orbem. Secantes iam (per 30 tertij) ipsam βαδ circunferentiam diuiduè, & ipsius dimidium bifariam, & hoc semper efficientes (per 1 decimi) relinquemus quandam*

quandam circumferentiam minorē ipsa α δ relinquatur, & esto λ δ & ab ipso λ in β δ, perpēdicularis excitetur (per 12 primi) λ μ extendatur q; in ν, & connectantur ipsæ λ Δ, δ ν, λ ν. Igitur λ Δ, ipsi δ ν, est æqualis. Et quoniā parallelus est α γ ipsi Δ ν, sed α γ tangit ipsum ι ζ ε θ orbem: igitur λ μ non tangit ipsum orbē ι ζ ε θ, multo minus igitur ipsæ λ Δ, δ ν, tangunt ipsum ι ζ ε θ orbem. Si igitur ipsi λ δ, rectæ lineæ æquales in cōtinuum aptabimus in orbe α β γ Δ, describetur in orbe α β γ δ, multāgulū æquilaterum & parilaterum non tangens ipsum orbem ι ζ ε θ, minorem: quod facere oportuit.

CORRELARIVM. *Et inde est manifestum, quòd perpendicularis quæ ex λ in β Δ, unum circulum non tangit.*

Euclid. ex Camp. *Propositio 14.*

14 Vabus sphæris unum centrum habētibus propositis, intra maiorē earum solidū multarū basium superficiem minoris sphæræ minimè tangentium figuraliter constituere. Quo cōstituto si in minori sphęra, siue in qualibet alia sphæra simile corpus intelligibiliter cōstituatur, erit proportio corporis multarum basium intra maiorem sphęram cōstituti ad corpus multarum basium intra minorem sphærā uel altam constitutū, sicut diametri maioris sphęræ ad diametrum minoris uel alterius proportio triplicata.

Campanvs. Sint propositę duę sphærę, a b c d & e f, unum atq; idem centrum quod sit g habentes, & sit maior earū sphęra a b c d, minor uerò sphęra e f, uolumus autem intra maiorem earum unum corpus multarum basium cōstituere, de quibus nō intendimus quòd ipsæ bases sint æquales aut similes, sed quòd nulla earum tangat superficiem minoris sphæræ. Cum igitur hoc uoluerimus facere, secabimus simul utranq; propositarum sphęrarum una plana superficie per commune cētrum earum transeunte, eruntq; ex diffinitione sphæræ & diffinitione circuli, communes sectiones huius secantis superficiei & superficierum sphærarum propositarum, lineę continentes circulos. Sint itaq; duo circuli a b c d & e f, quorum cētrum est centrum sphæræ, de quo propositum est quod ipsum sit g. Quadrabimus igitur hos duos circulos duabus diametris se supra commune centrum eorum orthogonaliter secantibus, quæ sint a c & d b, postea maiori circulo secundum præcepta præmissæ inscribemus unum polygonium æquilaterum, nullo suorum laterum tangens minorem circulum. Et sufficiat exēpli causa inscripsisse dodecagonium æquilaterū, ita quod



in quadrante ipsius maioris circuli qui est c d, sint tria latera huius dodecagoni quæ sint chordæ d h, h k, & k c, quæ cum sint æquales, erunt quoq; ex prima parte 27 tertij arcus earum æquales. Dehinc à duobus punctis h & k quæ sunt extremitates mediæ chordæ, producemus duas diametros quæ sunt h m & k l, & super centrum g erigemus lineam g n perpendicularem ad superficiem circuli a b c d, quam producemus quousq; obuiet superficiei sphæræ maioris super punctum n. Deinde intelligam quatuor superficies secantes sphæras propositas, quarum unaquæq; secet eas super lineam g n, scilicet prima earū supra lineam g n & diametrū d b, secunda super lineam g n & diametrū h m, tertia uerò super lineā g n & diametrū k l, quarta aūt super lineam g n & diametrū c a: erūtq; ex diffinitionibus sphęrę & circuli, cōes sectiōes harū superficierū & superficiei sphęrę maioris, lineę cōtinētes circulos, & erūt portiones inscriptę ut inter pūctū n & q̄tuor pūcta quę sunt d h k c, quadrātes horū circulorū, qui quadrātes sunt d n, h n, K n, & c n. Hoc autē ideo euenit, qd' oēs

anguli quos continet linea g n cum unaquaq; diametrorũ protractarũ in superficie circuli a b c d, sunt recti ex diffinitione lineæ perpendicularis ad superficiẽ, recti uerò anguli in cẽtro, quartæ circunferentiæ subtendantur, quod ex ultima sexti euidenter apparet. Ex diffinitione autem circulorum æqualium manifestum est, quod unusquisq; horum quatuor circulorum est æqualis circulo a b c d, nã diameter omnium ipsorum, est diameter sphæræ maioris. Igitur per 15 quinti quadrantes eorũ sunt ęquales. Quare quinq; arcus qui sunt d n, h n, K n, c n, & d c, sunt ęquales. In unoquoque ergo quatuor quadrantium circulorum erectorum coaptentur hypothenusales chordæ, quarum quælibet sit æqualis chordę circuli prostrati, quæ sunt latera polygonij sibi inscripti & est una earum chorda d h, sintq; in primo quidem d q, q r, & r n, in secundo uerò h s, s t, & t n, in tertio autem K u, u x, & x n, & in quarto sint c o, o p, & p n. Et protrahantur corausti coniungentes capita hypothenusalium chordarum quæ sint q s, s u, u o, & r t, t x, x p. Vides igitur quartæ parti superioris hemisphærij maioris sphęræ quę quidem quarta pars est d n c, inscriptum esse corpus 9 basium quarum tres quæ coẽunt in puncto n, sunt triangulæ, cæteræ autem sunt quadrangulæ, suntq; harum quadrangularum superficierum hypothenusalia latera æqualia, sed non æquidistantia. Corausti autem inter quosq; duos circulos intercepti, sunt æquidistantes adinuicem & chordæ circuli prostrati, sed non sunt adinuicem æquales. Hoc autẽ scies, si perpendiculares à coraustorum extremitatibus ad superficiem circuli iacentis dimiseris, de quibus constat quod ipsæ cadẽt super diametros circulorum quos corausti continuant, quod ex demonstratis in 13 undecimi facile deprehendes. Verbi gratia. Sint à duobus terminis corausti q s, demissæ duæ perpendiculares q y & s z, cadẽtes in diametris d b & h m, & protrahantur lineæ q g & y z, eruntq; ex quarta sexti duo trianguli q y d & s z h similes, quare proportio duarum perpendicularium q y & s z, erit sicut duarum chordarum q d & s h. Cumq; sint chordæ æquales, erunt etiam & perpendiculares æquales. At ipsæ sunt æquidistantes ex 6 undecimi, ergo ex 33 primi, coraustus q s est æqualis & æquidistans lineæ y z. Et quia ex secunda parte secundæ sexti linea y z est ęquidistans chordæ d h, & ideo minor ea, sequitur ex 9 undecimi, ut coraustus q s, sit etiam ęquidistans chordę d h, & minor ea ex conceptione. Cum itaq; chordæ quæ sunt latera polygonij inscripti in circulo iacẽti (& ipsæ sunt omnes æquales chordæ d h) non tangant sphæram minorem, necesse est ut nullum latus harum basiũ corporis inscripti siue quadrangulæ sint siue trigonæ, tangãt eandem minorem sphæram, cum omnia hæc latera sint ipsis chordis ęqualia aut minora. Simpliciter autem dico quòd nulla etiam harum basium, de quibus omnibus manifestũ est ex secũda parte 2 undecimi, quod ipsæ sunt totę in superficie una, potest aliquo sui puncto contingere minorem sphæram, eo quod omnis linea recta ducta super quemlibet punctum cuiusq; earum æquidistanter corausto, minor est necessario chorda prostrati circuli. Si igitur conuexitates aliarum quartarum maioris sphæræ tã superioris hemisphærij quàm inferioris ad eius similitudinẽ quadrilateris trilaterisq; superficiebus subtexantur, erit maiori sphęræ corpus 72 basium superficiem minoris sphæræ minime tangentium, quemadmodum propositum fuerat inscriptum. Dico insuper quòd si in alia qualibet sphæra simile corpus statuatur, erit proportio unius ad alterum, sicut diametri unius sphæræ ad diametrum alterius triplicata. Erunt enim ex 72 bases utriusq; corporis, bases totidem lateratarum pyramidum, quarum omnium uertices erunt in centris ipsarum sphærarum. Has autem pyramides perficies, si à singulis angulis inscriptorum corporũ quæ sunt extremitates chordarum & coraustorum lineas ad centra sphærarũ produxeris. Stude itaq; ex diffinitione similium corporũ probare cunctas pyramides unius, esse similes suis relatiuis pyramidibus alterius. Quo probato erit ex 8 huius, proportio uniuscuiusq; earum unius ad suã relatiuã alterius, sicut proportio semidiametrorum sphęrarũ ipsarum triplicata: sunt enim semidiametri sphęrarũ, latera cunctarum pyramidum. At quia semidiametrorum est ex 15 quinti una proportio, ex 13 eiusdem facile concludes propositum.

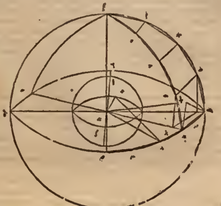
Euclid. ex Zamb. *Problema 2.* *Propositio 17.*

Binis sphæris circũ idẽ centrũ existentibus, in maiori sphęra solidum 17
polyhedrũ inscribere, non tangens sphæram minorem in superficie.

THEON *ex Zamb. Intelligantur binæ sphæræ circum idẽ centrũ α. Oportet iam in maiori sphæra solidũ polyhedrũ inscribere, non tangens sphærã minorẽ in superficie. Secentur sphæræ, plano aliquo per centrũ erunt igitur sectiones circuli: quoniã (p 12 diffinitionẽ undecimi) manẽte diametro & circũducto semicirculo facta est sphæra. Quare in qualicunq; positione intelligamus hemicyclium, quod per ipsum eductũ planũ, efficiet in superficie sphæræ circulũ, & manifestũ quod & maximũ, quoniã sphæræ diameter quæ etiã est hemicycli diameter, & perinde circuli, maior est (per 15 tertij) omnibus in circulo uel sphæra ductis rectis lineis. Esto igitur in maiori quidem sphæra circulus βγδε, in minori autẽ circulus ζηθ, excitẽturq; ipsorũ diametri ad angulos rectos sibi inuicem βδ, γε, & binis orbibus circa idẽ centrũ existentibus, hoc est βγδε, ζηθ, in maiori circulo βγδε, multangulum æquilaterum & parilaterũ describatur (per præcedentem) non tangens sphærã minorẽ ζηθ, cuius latera sint in βε quarta parte, βκ, κλ, λμ, με, & connexa*

κα recta

δα recta linea, extēdatur in ν, & excitetur (per 12 undecimi) ab ipso α signo, ipsi ipsius βγδε circuli plano ad angulos rectos αξ, & incidat ipsi superficiei sphæræ in ξ & per αξ, & per utranq; ipsarum βδ, εν, plana producātur. Facient iam per prædicta in ipsius sphæræ superficie maximos orbes, efficiant, quorum hemicyclia sint in βδ, εν, diametris, ipsa ζξδ, εξν. Et quoniam ξα recta est ad ipsius βγδε planum, & omnia igitur quæ per ξα, plana, recta sunt ad ipsius αβγδε circuli planum, quare & βξδ, εξν, hemicyclia, recta sunt ad ipsius βγδε circuli planum. Et quoniam hemicyclia βεδ, βξδ, εξν, sunt æqualia, in æqualibus nanq; sunt diametris βδ, εν, & βε, βξ, εξ, quartæ partes inter se sunt æquales. Quot igitur latera multanguli sunt in ζε quarta parte, tot quoq; sunt in ipsis βξ, εξ, quartis partibus ipsis εβ, ελ, λμ, μν, rectis lineis æquales. Describantur, & sint ζο, οπ, πρ, ρξ, εσ, στ, τυ, υξ, & connectantur ipsæ ος, πτ, ρυ. Et ab ipsis ο, σ, in ipsius βγδε, circuli planum perpēdiculares excitentur. Cadunt, inquam, in communes sectiones planorum βδ, εν, quoniam & ipsorum ζξδ, εξν, plana recta sunt ad ipsius βγδε, circuli planum, cadant, & sint οφ, σχ, & connectantur φχ. Et quoniam in æqualibus hemicyclijs βξδ, εξν, æquales rectæ lineæ sunt βο, εσ, & perpendiculares ductæ sunt οφ, σχ, æqualis igitur est οφ ipsi σχ, & βφ, ipsi εχ, est autem & tota βα, toti εα æqualis, & reliqua igitur φα, reliquæ χα est æqualis. Est igitur sicut βφ ad φα, sic est εχ ad χα, parallelus igitur est φχ, ipsi εβ. Et quoniam utraque ipsarum οφ, σχ recta est ad ipsius βγδε circuli planum, parallelus igitur est οφ ipsi σχ: patuit autem, quòd & ipsi æqualis, ipsæ χφ, σο, igitur, æquales et paralleli sunt. Et quoniā χφ, ipsi σο parallelus est, sed φχ, ipsi εζ parallelus est, & σο igitur ipsi εζ parallelus est, & ipsas cōnectunt, ipsæ βο, εσ, igitur βο, εσ, quadrilaterū, in uno est plano. Quoniā (p 7 undecimi) si fuerint binæ rectæ lineæ parallelæ, & in utraq; ipsarū accipiātur cōtingentia signa, & ad ipsa signa annexa recta linea, in eodē est cū ipsis parallelis plano. Idq; ꝓpterea & unūquodq; ipsorū σοπτ, τπρυ, quadrilaterorū, in uno est plano. Est aūt triangulū υρξ, in uno plano. Si uerò intelligamus ab ipsis οσπ, τρυ, signis in α cōnexas rectas lineas, cōstituetur quedā figura solida polyhedra inter ζξ, εξ, circūferētias, ex pyramidibus cōposita, quarū bases quidē sunt βζοσ, σοπτ, τπρυ, quadrilatera, & υρξ triāgulū, uertex aūt α signū. Si aūt & in unoquoq; ipsorū ελ, λμ, μν, laterū, sicut in ζε eadē cōstruamus, et insup in reliquis trib. quartis partib. & in reliquo hemisphærio, cōstituetur figura solida polyhedra descripta in sphæra, cōtenta ex pyramidib. quarū bases sunt prædicta quadrilatera & triāgulū υρξ, et quæ in eodē ordine eis, uertex aūt α signū. Dico q, prædicta polyhedra nō tāget minorē sphærā in superficie, in qua est circulus ζηθ. Excitetur (p 11 undecimi) ab ipso α signo in ipsius εζοσ quadrilateri planū, perpēdicularis αψ, et incidat ipsi plano in ψ signo, & cōnectātur ζψ, ψε. Et quoniā αψ recta est ad ipsius ζεοσ planū, et ad oēs igitur ipsā tāgētes rectas lineas & existētes in ipsius quadrilateri plano recta est αψ (per 2 diffinitionē undecimi) Igitur αψ, recta est ad utrāq; ipsarū ζψ, ψε. Et quoniā (per 15 diffinitionē primi) αζ ipsi αε est æqualis, æquū est & qđ ex αζ, ei qđ ex αε. Et ipsi qdē qđ ex αζ, æqualia sunt (per 47 primi) ea quæ ex αψ, ψζ, rectus enim, q ad ψ. Ipsi aūt qđ ex αε, æqualia sunt quæ ex αψ, ψε. Quæ igitur ex αψ, ψζ, æqua sunt eis quæ ex αψ, ψε. Cōe auferatur qđ ex αψ, reliquū igitur qđ ex ζψ, reliquo qđ ex ψε est æquale, æqualis igitur est ζψ, ipsi ψε. Similiter iā demōstrabimus qđ et quæ ab ψ ad οσ cōnexæ rectæ lineæ, æquales sunt utriq; ipsarū ζψ, ψε. Cētro igitur ψ, et spacio altero ipsorū ζψ, ψε, circulus descriptus, ibit etiā per οσ, et quadrilaterū ζεοσ, erit in circulo. Et quoniā εζ maior est ipsa χφ, æqualis aūt est χφ ipsi σο, maior igitur est ζε ipso σο. Aequalis aūt est εζ, utriq; ipsarū εσ, ζο, et utraq; igitur ipsarū εσ, ζο, ipsa σο maior est. Et quoniā in circulo quadrilaterū est εζοσ, et ζε, ζο, εσ, æquales et minor οσ, et ex cētro circuli est ζψ, igitur qđ ex εζ, eo qđ ex ζψ maius est q̄ duplū Excitetur (p 12 primi) ab ipso ε, in ζφ ꝑpēdicularis εω. Et quoniā ζδ ipsa δα minor est quàm





est quàm dupla, estq́; sicut β δ ad α ε sic quod ex α β, β κ, ad id quod sub α κ, κ β, descripto autem ab ipsa ζ κ quadrato, completoq́; quod in parallelogrammo, & quod sub α β, β κ, minus est quàm duplum, & connexa α β, quod sub δ β, ζ κ, æquum est ei quod ex β κ, quod uerò sub δ κ, κ β, æquum est ei quod ex κ α. Igitur quod ex κ ζ, eo quod ex α κ minus quam duplum. Sed quod ex κ β, eo quod ex β ψ maius est quàm duplum, maius igitur est quod ex κ κ, eo quod ex β ψ. Et quoniam (per 15 diffinitionem primi) ζ α, ipsi κ α est æqualis, æquum est & quod ex β α ei quod ex κ α. Et autem quod autē ex α ζ (per 47 primi) æqualia sunt quæ ex ζ ψ, ψ κ. Et autem quod ex α κ (per 47 primi) æqua sunt quæ ex λ κ, κ α. Quæ igitur ex β ψ, ψ α, æqualia sunt eis quæ ex κ κ, κ α, quorum quod est λ κ maius est eo quod ex β ψ. Reliquum igitur quod ex κ α minus est eo quod ex ψ α. Maior igitur est κ ψ, ipsa α κ, multò igitur maior est κ ψ, ipsa α κ. Estq́; ipsa α ψ in unam ipsius polyhedri basin, & α κ in minoris sphæræ superficiem. Quare & polyhedrum nō tangit sphæram in superficie: quod facere oportebat. Ostendendum iam & aliter ac expeditius quod maior est α ψ, ipsa κ κ. Excitetur (per 11 primi) ab ipso κ ipsi α κ ad angulos rectos κ, & connectantur κ λ. Secantes iam (per 30 tertij) ipsam γ β circunferentiam diuiduè, & dimidium ipsius diuiduè, & hoc semper facientes, relinquemus quandam circunferentiam quæ est minor quam circunferentia β γ δ circuli quæ subtenditur ab æquali ipsi κ λ, relinquatur, & esto κ β circunferentia. Minor igitur est & κ β recta linea, ipsa κ λ. Et quoniam in circulo est ζ κ ε ε quadrilaterum, & æquales sunt ε β, ζ κ, α ζ, & minor est ε ε, angulus igitur qui sub β ψ κ obtusus est, maior igitur est β κ, ipsa β ψ. Sed ipsa κ β maior, est quàm ipsa ε λ, multò maior igitur est κ λ, ipsa β ψ, maius igitur est & quod ex κ λ, eo quod ex ζ ψ. Et quoniam (per 15 diffinitionem primi) κ λ ipsi α β est æqualis, & quod ex α λ, igitur ei est æquum quod ex κ β. Sed ei quod ex κ λ, æqua sunt quæ ex α κ, κ λ: ei uerò quod ex α β æqua sunt quæ ex ζ ψ, ψ α. Quæ igitur ex κ κ, κ λ, æqualia sunt eis quæ ex β ψ, ψ α. Quorū quod ex ζ ψ, minus est eo quod ex κ λ, & reliquū igitur quod ex ψ α, maius est eo quod ex κ κ. Maior igitur est κ ψ, ipsa α κ. Binis igitur sphæris circum idem centrū existentibus, in maiori sphæra solidum polyhedrum descriptum est nō tangens minorem sphæram in superficie: quod facere oportuit.

CORRELARIVM.

Si uerò & in altera sphæra ei quod in β γ δ ε, sphæra, solido polyhedro, simile solidum polyhedrum inscribatur, in ipsa β γ δ ε, sphæra solidum polyhedrum ad id quod in altera sphæra solidum polyhedrum triplam habet rationem, quàm ipsius β γ δ ε, sphæræ dimetiens ad ipsius alterius sphæræ dimetientem. Distributis nanq; solidis in numero æquales & æqualis ordinis pyramidas, pyramides similes erunt. Similes uerò pyramides (per 8 duodecimi) adinuicem in tripla sunt ratione eiusdem rationis laterum. Pyramis igitur cuius basis quidem est κ β ε ε quadrilaterum, uertex autem α signum, ad eam quæ in altera sphæra similis ordinis pyramida triplam habet ratione, quàm similis rationis latus ad similis rationis latus, hoc est quàm α β quæ ex centro eius est sphæræ quæ circum α centrum, ad eam quæ ex centro alterius sphæræ. Similiter & unaquæq; pyramis quæ in sphæra quæ circum centrum α, ad quamlibet pyramida eiusdem ordinis in altera sphæra triplam habebit rationem quàm κ ζ ad eam quæ ex centro alterius sphæræ. Et sicut unum antecedentium ad unum sequentium, sic omnia antecedentia ad omnia sequentia. Quare totum solidum polyhedrum quod in sphæra quæ circum centrum α, ad totum solidum polyhedrum quod in altera sphæra triplam rationem habebit quàm α β ad eam quæ ex centro alterius sphæræ, hoc est quàm β δ diameter ad alterius sphæræ diametrum: quod ostendere oportuit.

Euclid. ex Camp. Propositio 15.

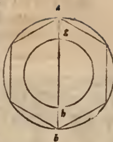


Omnium duarum sphærarum est proportio alterius ad alteram, tanquam suę diametri ad diametrum alterius proportio triplicata. 15

CAMPANVS. Sint duæ sphæræ a b & c d, quarum diametri sint a b & c d. Dico quòd proportio earum, est sicut suarum diametrorum proportio triplicata. Cuius demonstratio est. Quoniam neq; ad minorem sphæram quàm sit sphæra c d neq; ad maiorem est proportio sphæræ a b, sicut diametri a b ad diametrum c d triplicata. Esto quidem proportio sphæræ a b ad sphæram e f, sicut diametri a b sphæræ a b, ad diametrum c d triplicata. Demonstrabo itaq;, quod sphæra e f non potest esse minor neq; maior quàm sphæra c d. Si enim affirmet aduersarius eam esse minorem, imaginabor eam includi à sphæra c d, & circunduci ab eodem centro, & inscribam sphæræ c d iuxta præcepta præmissæ, unū corpus multarū basiū nō tangentiū superficiē sphęræ e f, minoris, dicaturq́; istud corpus nomine sphęræ cui inscribitur c d. Postea simile corpus multarū basiū inscribā sphæræ a b, qd' etiā nomine suæ sphęræ dicatur a b: cōstat itaq; ex secūda parte pręmissę & undecimi quinti, qd' proportio sphæræ a b ad sphærā e f, est sicut corporis multarū basiū

quod

quod est a b, ad corpus multarum basiũ quod est c d, utraq; enim est sicut diameter a b ad diametrũ c d triplicata. Hæc autem, ex hypothesi: illa uerò, ex secunda parte præmissæ. Quare permutatum proportio sphæræ a b ad corpus multarũ basium a b, est sicut sphæra e f ad corpus multarum basium c d. Cũ igitur sphæra a b sit maior corpore multarum basium a b, erit etiam sphæra e f, maior corpore multarum basium c d. Hoc autẽ est impossibile, nam ipsa est pars eius. Non est ergo sphæra e f minor sphæra c d. Si autẽ dicat aduersarius eam esse maiorẽ, confutabimus ipsum hoc modo. Erit enim per cõuersam proportionalitatem sphæra e f ad sphæram a b, sicut diameter c d ad diametrum a b triplicata. Sit itaq; eadem sphæræ c d, ad sphæram g h, eritq; ex 14 quinti sphęra g h, minor sphęra a b, eo quod sphęra c d posita est minor sphæra e f. Quare proportio sphęrę c d ad aliquam sphæram minorũ sphæra a b, est sicut diametri c d ad diametrũ a b triplicata. At hoc est impossibile, nam ex hoc sequitur, quod pars sit maior suo toto, ut demonstratum est prius. Itaq; sphæra e f, non est maior neq; minor quàm sphęra c d. Igitur (ex 9 quinti) cõclude propositam conclusionem, quæ imponit finẽ libro duodecimo.

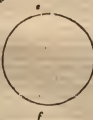


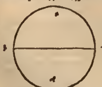
Euclid. ex Zamb. *Theorema 16.* *Propositio 18.*

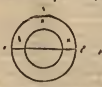


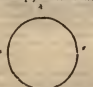
18 Sphæræ adinuicẽ, in triplici sunt ratione propriorum dimetientium.

THEON ex Zamb. *Intelligantur sphæræ α β γ, δ ε ζ, diametri uerò ipsarũ sint β γ, ε ζ, dico q. sphæræ α β γ ad sphæram δ ε ζ, triplã habet rationẽ quàm β γ ad ε ζ. Si autem nõ, habebit igitur α β γ sphæra ad minorẽ aliquã ipsa δ ε ζ, sphæra triplam rationẽ, uel ad maiorẽ, quã β γ ad ε ζ. Habeat prius ad minorẽ η θ κ, & intelligatur δ ε ζ sphæra, ipsi η θ κ, circum idẽ centrũ, describaturq; (per præcedentẽ) in sphæra maiori δ ε ζ, solidũ polyhedrũ non tangẽs minorẽ sphærã η θ κ in superficie. Describatur autẽ (per eãdem) & in α β γ sphæra ei quod in δ ε ζ, solido polyhedro simile solidum polyhedrũ. Igitur p correlariũ eiusdẽ, solidũ polyhedrũ, quod in sphæra α β γ, ad id solidũ polyhedrũ quod in δ ε ζ, triplã habet rationem quam β γ ad ε ζ. Habet autẽ et α β γ sphæra, ad η θ κ sphæram triplam rationem quàm β γ ad ε ζ, est igitur sicut sphæra α β γ ad sphæram η θ κ, sic solidum polyhedrum quod in α β γ sphæra, ad solidum polyhedrum quod in δ ε ζ, sphæra. Vicißim igitur (per 16 quinti) sicut α β γ sphæra ad id quod in ipsa polyhedrũ, sic η θ κ, sphæra ad id quod in δ ε ζ sphæra solidũ polyhedrum. Maior autẽ est α β γ sphæra ei quod in se polyhedro. Maior igitur & η θ κ sphæra, eo quod in δ ε ζ, sphæra polyhedro. Sed et minor, ab ipso nãq; cõprehenditur, quod est impossibile. Sphæra igitur α β γ, ad minorem ipsa δ ε ζ sphæram, triplam rationem non habet quam β γ, diameter ad ε ζ diametrũ. Similiter iam demonstrabimus, quod neq; δ ε ζ sphæra, ad minorem ipsa α β γ sphæra, triplam habet rationẽ quàm ε ζ ad β γ.* Dico iam quòd neq; *sphæra α β γ, ad maiorem aliquam ipsa δ ε ζ sphæra triplã habet rationem quàm β γ ad ε ζ. Si enim poßibile habeat ad maiorẽ λ μ ν.*









Conuersim igitur sphæra λ μ ν ad sphæram α β γ triplam habet rationem quã diameter ε ζ ad diametrum β γ. Sicut autẽ λ μ ν sphæra ad α β γ sphæram, sic δ ε ζ sphæra ad minorem aliquam ipsa α β γ sphæra: sicut antea patuit, quoniam maior est λ μ ν ipsa δ ε ζ, & sphæra δ ε ζ ad minorẽ ipsa α β γ, sphæra triplã habet rationem quàm ε ζ ad β γ, quod est impossibile. Igitur sphæra α β γ, ad maiorem ipsa δ ε ζ sphæra, triplam rationem non habet quàm β γ ad ε ζ. Patuit autem quòd neq; ad minorem. Ipsa igitur α β γ sphæra, ad δ ε ζ sphæram, triplam habet rationem, quàm β γ ad ε ζ: quod ostendendum fuerat.

Euclid.

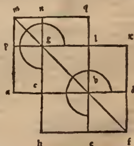
EVCLIDIS MEGARENSIS GRAECI PHILOSOPHI, GEOMETRICORVM *elementorum, Liber tertiusdecimus.*

Ex Campano. *Propositio* 1.



Vm diuisa fuerit linea secundum proportionem habentē medium duoq; extrema, si maiori portioni linea in longū addatur æqualis dimidio ipsius lineæ proportionaliter diuisæ, quadratū lineæ ex eis duabus cōpositæ, quadrati medietatis eiusdē lineę diuisæ quintuplum esse necesse est.

CAMPANVS. Sit linea a b diuisa in puncto c, prout docet 29 sexti, & sit maior portio eius linea b c, cui b c directè adiungatur linea b d, quæ sit æqualis medietati totius a b. Dico quòd quadratum lineæ c d, erit quintuplum ad quadratum lineæ b d. Quadrabo enim lineam b d, & sit eius quadratum d e, & circumponam huic quadrato gnomonem secundum quantitatē lineæ b c, protracta diametro f b g, sitq; circūpositus gnomo e g d, eritq; ex 22 sexti superficies inde composita, quæ sit h k, tanquam quadratum lineæ c d. Dico igitur quadratum h k, quintuplum esse ad quadratum d e. Sit igitur c l quadratum circūpositi gnomonis, sibiq; circūponatur alius gnomo ad quantitatē lineæ a c protracta diametro f b usq; ad m, sitq; hic gnomo c m l, & protrahantur lineæ c n & p l æquidistanter lateribus oppositis, secantes se super diametrum f m in puncto g. Manifestum est autē ex 22 sexti, quod compositum ex hoc secundo gnomone & quadrato c l (& ipsum quadratum sit a q) est quadratū lineæ a b, quod ex quarta secūdi necesse est esse quadruplū ad quadratū d e, eo quod linea b d est medietas lineæ a b. Cumq; sit ex prima parte 16 sexti superficies a n, ideoq; per 43 primi superficies m l æqualis quadrato c l (prouenit enim a n, ideoq; & m l, ex b a in a c, & c l prouenit ex c b in se) & cum ex prima sexti sit a l dupla ad l d, ideoq; æqualis l d & c e pariter acceptis ex 43 primi, erit ex hac cōmuni scientia (si æqualibus æqualia addas tota fient æqualia) quadratum a q ęquale gnomoni e g d. Hic ergo gnomo quadruplus est ad quadratum d e, quemadmodum erat quadratū a q. Itaq; totum quadratum h k, cum ipsum constet ex simplo & quadruplo, erit ex communi scientia quintuplum ad idem: quod est propositum.

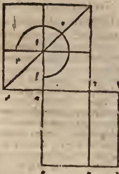


IDEM aliter. Ex quarta secundi constat, quod quadratum lineæ a b, est quadruplum ad quadratum lineæ b d. At per secundam eiusdē quod fit ex a b in b c & in a c, est æquale quadrato a b, quod autem ex a b in b c, æquum est ei quod ex b d bis in b c, quod ex prima secūdi manifestum est, cum a b sit dupla ad b d. At uerò quod ex a b in a c est ex prima parte 16 sexti æquale quadrato b c. Itaq; per cōmunē scientiam quod fit ex b d, bis in b c, et quod ex b c in se, est ęquale quadrato a b, & ideo est quadruplum ad quadratum b d. Quare superaddito quadrato b d, erit totum aggregatū, quintuplum, uidelicet illud quod fit ex b d bis in b c cum quadrato b c & quadrato b d. At quia ex quarta secundi hoc totum est æquale quadrato c d, constat uerum esse quod diximus.

Euclid. ex Zamb. *Theorema* 1. *Propositio* 1.



I recta linea extrema & media ratione secetur, maius segmentū admittēs totius dimidiā, quintuplū potest eius quod ex totius dimidia.

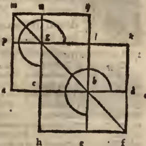


THEON ex Zãb. Recta enim linea αβ, extrema & media
2 *ratione secetur in γ signo, & sit maius segmentum αγ, & extẽdatur in rectam lineam γα, αδ: & ponatur ipsius αβ, dimidia αδ. Dico quod quod ex γδ, eius quod ex δα, quincuplũ potest. Describantur enim (per 46 primi) ab ipsis αβ, δγ, quadrata αε, δζ, & in δζ describatur figura, extendaturque ζγ in η. Et quoniam αβ, extrema & media ratione diuisa est in γ, igitur quod sub αβ, βγ, aequum est ei quod ex αγ. Est autem id quod sub αβ, βγ, ipsum γε, quod autem ex αγ, ipsum ζθ. Igitur γε, ipsi ζθ est aequale. Et quoniam βα ipsius αδ dupla est, aequalis autem est βα ipsi κα, & αδ ipsi αθ, igitur & κα, ipsius αθ dupla est. Sicut autem κα ad αθ, sic γκ ad γλ. Duplum igitur est γκ, ipsius γλ. Sunt autem & ipsa λθ, θγ, dupla ipsius γθ (supplementa nanque adinuicem sunt aequalia per 43 primi) Igitur γκ, ipsis λθ, θγ, est aequale, demõstratum autem est, quod & γε, ipsi ζθ est aequale, totum igitur αε quadratum, aequum est ipsi μνξ gnomoni. Et quoniam βα ipsius αδ dupla est, quadruplum est quod ex βα eius quod ex αδ, hoc est αε ipsius δθ. Est aũt αε, ipsi μνξ gnomoni aequale & μνξ, igitur gnomon, quadruplus est ipsius δθ. Totũ igitur δζ, quincuplũ est ipsius δθ. Estque δζ quod ex γδ, & δθ, quod ex δα: quod ex γδ igitur, quincuplum est eius quod ex δα. Si recta igitur linea extrema & media ratione secetur, maius segmentum totius admittens dimidiam, quincuplum est siue potens eius quod ex dimidia quadrati: quod erat ostendendum.*

Euclid. ex Camp. Propositio 2.

2  I cuilibet lineæ bipartitæ cuius quadratũ quadrati alterutrius suarũ portionũ sit quintuplũ, in lõgũ sibi linea adatur, donec eidem portioni reliqua portio cum addita linea fiat duplex, eadem duplex linea secundum proportionem habentem medium duoque extrema diuisa erit, maiorque portio eius erit linea media.

CAMPANVS. Hæc est conuersa præmissæ, duplici quoque modo sicut illa demonstrabitur uia retrograda, eadem prorsus manente dispositione. Verbi gratia, sit quadratum h K quintuplum ad
c quadratũ d e, & linea a b dupla ad lineã b d. Dico quod linea a b diuisa est in puncto c secundum proportionem habentem medium & duo extrema, & maior portio eius est linea media ut est c b. Cõstat autẽ ex 4. secundi, quod quadratum a q est quadruplum ad quadratum d e. Itaque gnomo d g e, æqualis est quadrato a q. Cumque duo supplementa l d & c e pariter accepta sint quantum gnomo e m l, atque eadem supplementa pariter accepta sint ex 1 sexti quantum a l, ideoque quantum e q, sequitur quod c q, sit æqualis gnomoni e m l. Dempta igitur ab utroque, superficie l n, erit quadratum c l æquale superficiei a n. Cũ igitur fiat superficies a n ex a b in a c, sit autem quadratũ e l quadratum lineæ c b, erit ex secunda parte 16 sexti proportio a b ad b c, sicut b c ad c a. Ex diffinitione ergo lineæ secundum proportionem habentem medium & duo extrema diuisæ, positam in principio sexti libri, concludes propositum.



IDEM aliter. Cum quadratum c d sit ex hypothesi quintuplum ad quadratum b d, quadratum uerò a b sit ex quarta secundi quadruplum ad idem, at quadratum c d sit ex eadem æquale quadrato c b & quadrato b d, & ei quod fit ex b d bis in c b, sequitur ut illud quod fit ex d bis in c b cũ quadrato c b, sit æquale quadrato a b. Sed ex b d bis in c b, tantum est quantum quod ex a b in b c, eo quod a b dupla est ad b d. Ergo quod fit ex a b in b c cum quadrato b c, est æquale quadrato a b. Et quia ex secunda secundi quod fit ex a b in b c & a in a c est æquale quadrato a b, sequitur ex cõmuni scientia ut quadratum lineæ b c sit æquale ei quod fit ex a b in a c. Igitur ex secunda parte 16 sexti & diffinitionẽ constat propositum.

Euclid. ex Zamb. Theorema 2. Propositio 2.

Si recta linea sui ipsius segmento quincuplū potuerit, dupla prędicti segmenti extrema & media ratione dissecta, maius segmentū reliqua est pars eius quæ in principio rectæ lineæ.

THEON ex Zāb. *Recta enim linea αζ, sui ipsius segmento αγ quincuplum possit, ipsius autē αγ dupla sit γδ. Dico quòd ipsa γδ extrema & media ratione diuisa, maius segmentū est γβ. Describātur enim ex utraq; ipsarum αζ, γδ, quadrata αζ, γη, & describatur in ipso αζ, figura & extendatur βζ in ν. Et quoniam αζ ipsius αθ quincuplum est, quadruplus igitur est μνξ gnomon, ipsius αθ. Et quoniam δγ ipsius γα dupla est, quadruplum igitur est quod ex δγ eius quod ex γα, hoc est γη ipsius αθ. Patuit autem, quòd μνξ, gnomō ipsius αθ quadruplus est. Aequus igitur est μνξ gnomon ipsi γη. Et quoniā δγ ipsius γα dupla est, æqualis autem est δγ ipsi γκ, & αγ ipsi γθ, dupla igitur est & κγ, ipsius γθ, duplum igitur est & κβ, ipsius βθ. Sunt autem & λθ, θβ, dupla ipsius βθ. Igitur κβ, ipsis λθ, θβ est æquale. Ostensum autem est quod & totus μνξ gnomon toti γη est æqualis, & reliquum igitur θζ, ipsi βη, est æquale. Estq; ipsum ζη, id quod sub γδ, δβ, æqualis enim est γδ ipsi δη, & θζ ipsum quod ex γβ. Igitur quod sub γδ, δβ, æquum est ei quod ex γβ. Est igitur sicut δγ ad γβ, sic γβ ad βδ. Maior autē est δγ, ipsa γβ, maior igitur est & γβ ipsa βδ. Igitur γδ recta linea extrema & media ratione diuisa maius segmentum est γβ. Si recta igitur linea sui ipsius segmento quincuplum potuerit, dupla dicti segmenti extrema & media ratione dissecta, maius segmentum reliqua pars eius quæ in principio rectæ lineæ. Quod autem dupla ipsius αγ maior sit quàm ipsa βγ, sic ostendendum est. Si autē nō, (si possibile est) βγ dupla ipsius γα, quadruplū igitur est qđ ex βγ, eius quod ex γα, quæ igitur ex βγ, γα, eius qđ ex γα, quincupla sunt. Supponitur autem & quod ex βα, quincuplum eius quod ex γα. Quod ex βα igitur, æquum est eis quæ ex βγ, γα, quod est impossibile. Igitur βγ, ipsius αγ dupla non est. Similiter iam ostendemus, quod neq; minor quàm ipsa βγ, est dupla ipsius αγ, multo enim absurdius. Ipsius igitur αγ, dupla maior est ipsa βγ: quod demonstrasse oportuit.*

Euclid. ex Camp. Propositio 3.

CVm diuisa fuerit linea secundum proportionem habentem medium & duo extrema, si minori portioni tanquā dimidium maioris directè iungatur, erit ut quadratum lineæ inde compositę quintuplum sit quadrati quod ex ipsa maioris medietate portionis describitur.

CAMPANVS. Sit linea a b diuisa in puncto c, secundum proportionem habētem medium & duo extrema, sitq; eius maior portio linea c b, quæ diuidatur per æqualia in d. Dico quòd quadratum lineæ a d, est quintuplum ad quadratum lineæ c d. Describatur enim quadratū a b, quod sit a e, in quo protrahantur diameter b f & lineæ g c & d h, itemq; K l & m n, ęquidistanter lateribus oppositis, secantes se inuicem super diametrum in duobus punctis p & q, & extra diametrum in duobus alijs locis r & s. Manifestum igitur est ex 22 sexti uel ex correlario 4 secundi, quod omnes superficies existentes in quadrato a e, quas diameter diuidit per medium, sunt quadratę. Quatuor autē superficies quæ sunt a r, m p, p h, & s e, constant ex 43 primi & prima sexti esse adinuicem æquales: nam duæ postremæ p h & s e, sunt adinuicem æquales ex 1 sexti. Quoniam igitur ex præsenti hypothesi & diffinitione lineę secundū quod proponitur diuisę & prima parte 16 sexti quadratū c l est ęquale superficiei a g, ideoq; et gnomoni r f s propter id quod superficies a r est æqualis superficiei p h, & quoniā ex 4 secūdi quadratū c l est quadruplū ad quadratū r s quod est tāquā quadratū lineæ c d, sequitur ex cōmuni scientia quod

quod quadratum m h sit quintuplum quadrati r f. Constat enim ex gnomone quadruplo, & r f simplo. Hoc autem est propositum.

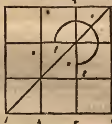
IDEM aliter. Cum sit linea b c diuisa per æqualia in puncto d, & addita est ei linea a c, erit ex 6 secundi quod fit ex a b in a c, cum quadrato c d interiacentis, æquale quadrato a d. At quia quod fit ex a b in a c est æquale quadrato c b ex prima parte 16 sexti, hoc autem est quadruplum ad quadratum c d, manifestè patet ueritas eius quod dicitur. ¶Potes quoq; si libet, duplici modo ex consequente huius suum antecedens concludere processu retrogrado. Sit enim (eadem dispositione manente) quadratum m h quintuplū ad quadratū r f, eritq; gnomo r f f, æquale quadrato c l. Vtrunq; enim est quadruplum ad quadratum r f. At quia superficies a g est æqualis gnomoni prædicto, necesse est ut superficies eadem sit æqualis quadrato prædicto. Quare ex secunda parte 16 sexti & diffinitione linea a b est diuisa in puncto c secundum proportionem habentem medium & duo extrema, & maior portio eius est linea c d.

IDEM aliter. Cum sit ex hypothesi quadratum lineę a d quintuplum ad quadratum lineę c d, & ex 6 secundi idem ipsum quadratum sit æquale ei quod fit ex a b in a c cum quadrato c d, sequitur ut id quod fit ex a b in a c cum quadrato c d, sit quintuplum ad idem quadratum c d. Ideoq; eo dempto, erit residuum uidelicet quod fit ex a b in a c, quadruplum ad ipsum. Et quia etiam ex 4 secundi quadratum lineæ c b est quadruplum ad idem, necesse est ut quod fit ex a b in a c, sit æquale quadrato c b. Quare iterū ex secunda parte 16 sexti & diffinitione, linea a b est diuisa secundū proportionem habentem medium & duo extrema, in puncto c, & maior portio est linea c b.

Euclid. ex Zamb. *Theorema 3.* *Propositio 3.*

3 Si recta linea media & extrema ratione secetur, minus segmētū admittens dimidiam maioris segmēti, quincuplum potest eius quod à media maioris segmenti fit quadrati.

THEON ex Zāb. *Recta enim quædam linea αβ, media & extrema ratione secetur in γ signo, sitq; maius segmētum αγ, seceturq; (per 10 primi) αγ bifariam in δ. Dico q. quod ex βδ quincuplū, potest eius quod δγ. Describatur (per 46 primi) ex αβ, quadratum αε, & describatur figura. Et quoniam αγ, dupla est ipsius δγ, quadruplum igitur est quod ex αγ eius quod ex δγ, hoc est ρσ ipsius ζη. Et quoniā quod sub αβ, βγ, æquū est ei quod ex αγ, estq; quod sub αβ, βγ, ipsum γε, & quod ex αγ, id quod ρσ, igitur γε ipsi ρσ est æquale. Quadruplum autem est ρσ, ipsius ζη, quadruplū igitur est & γε ipsius ζη. Rursus quoniam æqualis est αδ ipsi δγ, æqualis est & θκ, ipsi κζ, quare et ηζ quadratum, æquum est ipsi θλ quadrato, æqualis igitur est ηκ ipsi κλ, hoc est μν ipsi νε, quare & μζ, ipsi ζε est æquale. Sed μζ, ipsi γη est æquale, & γη igitur, ipsi ζε est æquale. Commune apponatur γν. Igitur ξοπ, gnomon, æquus est ipsi γε: sed γε quadruplum ostensum est esse ipsius ηζ, & ξοπ, igitur gnomon ipsius ηζ quadruplus est. Igitur quadratum δν, quincuplum est ipsius ζη quadrati, estq; δν id quod ex δβ, & ηζ quod ex δγ. Quod ex δβ igitur, quincuplum potest eius quod ex δγ: quod ostendere oportuit.*



Eucl. ex Camp. *Propositio 4.*

4 I secundum proportionem habētem medium & duo extrema quælibet linea fuerit diuisa, eiq; in longum directè tanquam maior sectio adijciatur, erit totam lineā inde compositam secundum proportionē habentem medium & duo extrema diuisam esse, & erit eius maior portio linea prima.

CAMPANVS. Sit linea a b diuisa qua supponitur proportione in puncto c, & sit eius maior portio c b, totiq; a b adijciatur directè linea b d quæ sit æqualis c b. Dico quòd tota a d eadem proportione diuisa est in puncto b, & maior eius portio est linea a b quæ est linea prima. Est enim ex diffinitione a b ad b c, sicut b c ad c a. At quia ex 7 quinti a b ad b d, sicut ad b c, igitur ex undecima eiusdem a b ad b d, sicut b c ad c a, quare per conuersam proportionalitatem b d ad b a sicut a c ad c b, & coniūctim d a.

ad a b, ſicut a b ad b c. Cumq́ ſit ex 7 quinti a b ad b c, ſicut a d b d, erit ex undecima eiuſdem d a ad a b, ſicut a b ad b d. Itaq; ex diffinitione linea a d diuiſa eſt in puncto b ſecundum proportionẽ habentem medium & duo extrema, & maior portio eius eſt linea a b. Quod eſt propoſitum. Eodem quoq; modo ſi ex maiori portione cuiuslibet lineæ ſecundũ prædictã proportionẽ diuiſæ tanquã minor portio detrahatur, erit maior ipſa portio ſecundũ eandem proportionem diuiſa, eritq; maior portio eius linea detracta. Verbi gratia. Sit linea a b ſicut proponitur in puncto c diuiſa, ſitq; maior portio a c, á qua detrahatur c d æqualis c b. Dico quòd a c eſt diuiſa ſecũdum proportionem eandẽ in puncto d, & quod maior portio eius eſt linea d c. Cũ enim ſit ex diffinitione, b a ad a c, ſicut a c ad c b, at ex 7 quinti a c ad c b ſicut ad c d, erit ex undecima eiuſdem b a ad a c, ſicut a c ad c d, ideoq; per 19 quinti ſicut c b residuũ ad d a reſiduum. Sed ex ſe prima eiuſdẽ, c b ad d a, ſicut c d ad d a, itaq; a c ad c d, ſicut c d, ad d a. Ex diffinitione ergo conſtat quod diximus. Nec igitur ea quam autor proponit additio, nec ea quam ex oppoſito proponimus detractio, quantumcunq; utralibet in prolixum tendat, á proprietate diuiſionis lineæ primitiuæ diſcordat.

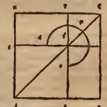
Euclid. ex Camp. *Propoſitio 5.*

Zamb. 4. SI ſecundum proportionẽ habẽtem medium & duo extrema quelibet linea fuerit diuiſa, quod ex tota linea quodq́ ex minori portione producitur ambo quadrata pariter accepta, triplũ ſunt eius quod ex maiore portione quadratum deſcribitur. 5

CAMPANVS. Sit linea a b diuiſa per ſæpe dictam proportionem in puncto c, ſitq; maior portio eius linea c b. Dico quòd quadrata duarum linearum a b & c a pariter accepta, triplum ſunt ad quadratum lineę c b. Hæc enim duo quadrata pariter accepta, ſunt ex 7 ſecundi quantum quadratum c b, & duplum eius quod fit ex a b in a c. Itemq; quia quod fit ex a b in a c eſt æquale quadrato c b ex diffinitione & prima parte 16 ſexti, manifeſtum eſt propoſitum.

Euclid. ex Zamb. *Theorema 4.* *Propoſitio 4.*

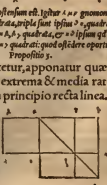
Camp. 5. Si recta linea extrema mediaq́ ratione ſecet, quod ex tota & quod ex minori ſegmento utraque quadrata, tripla ſunt eius quod à maiori ſegmento ſit quadrato. 4



THEON ex Zãb. *Sit recta linea αβ, ſeceturq́; extrema & media ratione in γ, ſitq; maius ſegmentum αγ. Dico quòd quæ ex αβ, βγ, tripla ſunt eius quod ex ipſa αγ. Deſcribatur (per 46 primi) ab ipſa αβ quadratum αδεβ, & deſcribatur figura. Quoniam igitur αβ extrema & media ratione ſecta eſt in γ, & maius ſegmentũ eſt αγ, quod igitur ſub αβ, βγ, æquum eſt ei quod ex αγ, eſtq́; id quod ſub αβ, βγ id quod ακ, quod autem ex αγ, id quod θη, æquum igitur eſt ακ ipſi θη. Sed αζ, ipſi ζε, æquum eſt, apponatur commune γκ, totum igitur ακ, toti γε eſt æquale. Igitur γε, ακ, ipſius ακ dupla ſunt. Sed ακ, γε, ſunt id quod λμν gnomon, & γκ quadratũ. Igitur λμν gnomon & γκ quadratum, dupla ſunt ipſius ακ. Sed quod ακ, ipſi θη ſit æquale, oſtenſum eſt. Igitur λμν gnomon & γκ quadratũ dupla ſunt ipſius θη, quare λμν gnomõ & γκ, θη quadrata, tripla ſunt ipſius θη, quadrati. Et λμν gnomõ & γκ, θη, quadrata, ſunt totũ αε, & γκ, quæ ſunt ex αβ, βγ quadrata, & ηθ ipſum qđ ex αγ quadratũ, quæ igitur ex αβ, βγ quadrata, tripla ſunt eius quod ex αγ quadrati: quod oſtẽdere oportuit.*

Euclid. ex Zamb. *Theorema 5.* *Propoſitio 5.*

Camp. 4. Si recta linea extrema & media ratione ſecetur, apponatur quæ ei dẽ æqualis maiori ſegmento, tota recta linea extrema & media ratione ſecatur, & maius ſegmentum eſt ea quæ in principio recta linea. 5



THEON ex Zamb. *Recta enim quædam linea αβ extrema & media ratione ſecetur in γ ſigno, & ſit maius ſegmentum αγ, & ipſi αγ æqualis ponatur αδ. Dico q δβ recta linea extrema et media ratione ſecatur in α, & maius ſegmentum eſt ipſa quæ in principio recta linea αβ. Deſcribatur enim (per 46 primi) ex αβ, quadratum, αε & deſcribatur figura. Quoniam enim αβ, extrema & media ratione ſecatur in γ, quod ſub αβ, βγ, æquum eſt ei quod ex αγ, eſtq́; quod ſub*

sub αβ, ζγ, id quod γε, & id quod ex αγ, ipsum γθ: æquum igitur est εη, ipsi γθ, sed ipsi quidē γη, æquū est ηκ: ipsi aūt γθ, æquum est δθ: & δθ, igitur ipsi θκ est æquale. Commune adijciatur ζδ, totum igitur δκ, toti ακ est æquale, estq; δκ id qd' sub βδ, δα, æqualis enim est αδ, ipsi δκ, et ακ, ei qd' ex αβ: quod igitur sub βδ, δα, æquum est ei quod ex αβ. Est igitur sicut δβ, ad βα, sic βα ad αδ. Maior autem est δβ, ipsa βα, maior igitur et βα, ipsa αδ, ipsa igitur βδ extrema et media rōne secatur in α, & maius segmētū est: quod erat ostendendum

Quid sit resolutio.

RESOLVTIO, est assumptio quæsiti tāquā cōcessi p ea quæ sequūtur in uerū aliquod cōcessum.

Quid sit compositio.

COMPOSITIO uerò, est assumptio cōcessi p ea quæ sequūtur in quæsiti terminationē siue occupationē.

1 RESOLVTIO primi theorematis. Recta enim quædam linea αβ, extrema & media ratione secetur in γ, sitq; maius segmētū αγ, et dimidiū ipsius αβ, æqualis apponatur αδ. Dico q, qd' ex γδ, eius qd' ex αδ quincuplū est. Quoniā enim qd' ex γδ eius quod ex δα quincuplū est: at qd' ex γδ est, ea quæ ex γα, αδ, unà cū eo qd' bis fit sub γα, αδ, quæ igitur ex γα, αδ, unà cū eo qd' bis sub γα, αδ, quincuplū est eius quod ex γα, αδ, diuidēdo igitur qd' ex γα unà cū eo quod bis sub γα, αδ, quadruplum est eius quod ex αδ. Sed ei quod bis sub γα, αδ, æquū est ei quod sub γα, αβ, dupla enim est βα ipsius αδ. Ei aūt quod ex αγ, æquū est quod sub αβ, βγ, ipsa enim αβ, extrema & media ratione secatur: qd' igitur sub βα, αγ, unà cū eo qd' sub αβ, βγ, quadruplū est eius qd' fit ex αδ. Sed qd' ex αβ, quadruplū est eius quod fit ex αδ, sed quod sub βα, αγ, unà cū eo qd' sub αβ, βγ, est id quod ex αβ. Quod igitur ex αβ, eius quod ex αδ quadruplum est, est uerò: dupla enim est αβ ipsius αδ.

δ α γ β

COMPOSITIO primi theorematis. Quoniā igitur quod ex βα eius qd' ex αδ quadruplū est, sed qd' ex βα, est id quod sub βα, αγ, unà cū eo qd' sub αβ, βγ, quod igitur sub βα, αγ, unà cum eo quod sub αβ, βγ quadruplū est eius quod ex αδ. Sed quod sub βα, αγ, æquū est ei qd' bis sub δα, αγ, quod aūt sub αβ, βγ, ei est æquū qd' ex αγ, qd' igitur ex αγ unà cū eo qd' bis sub δα, αγ, quadruplū est eius qd' ex δα. Quare qd' ex δα, αγ, unà cū eo qd' bis sub δα, αγ, quincuplū est eius quod ex δα. Quæ aūt ex δα, αγ, unà cū eo quod bis sub δα, αγ, est id quod ex γδ, quod igitur ex γδ, quincuplum est eius quod ex δα: qd' ostēdere oportuit.

2 RESOLVTIO secundi theorematis. Recta enim quedā linea γδ, sui ipsius segmento δα, quincuplum possit, ipsius autem δα, dupla sit αβ. Dico quòd αβ extrema & media ratione secatur in γ signo, & maius segmētū est αγ quæ est reliqua pars eius quæ in principio rectæ lineæ. Quoniam enim αβ extrema & media ratione secatur in γ, & maius segmentum est αγ, quod igitur sub αβ, βγ, æquum est ei quod ex αγ. Est autem & quod sub βα, αγ, æquum est ei quod bis sub δα, αγ, dupla enim est βα, ipsius αδ. Quod igitur sub αβ, βγ, unà cum eo quod sub βα, αγ, quod est id quod ex αβ, æquū est ei quod bis sub δα, αγ, unà cū eo quod ex αγ. Quod autem ex αβ, eius quod ex δα quadruplum est: quadruplum igitur est & quod bis sub δα, αγ, unà cum eo quod ex αγ, eius quod ex αδ. Quare quæ ex δα, αγ, unà cum eo quod bis sub δα, αγ, quod est id quod ex γδ quincuplum sunt eius quod ex δα: sunt uerò, propter hypothesin.

δ α γ β

COMPOSITIO secundi theorematis. Quoniā igitur qd' ex γδ quincuplū est eius quod ex δα, quod aūt ex γδ est id quod ex δα, αγ, unà cū eo quod bis sub δα, αγ, quæ igitur ex δα, αγ, unà cū eo qd' bis sub δα, αγ quincupla sunt eius quod ex δα: diuidendo igitur, quod bis sub δα, αγ, unà cū eo quod ex γα, quadruplū est eius quod ex αδ, est uerò & quod ex αβ quadruplū eius qd' ex αδ, quod igitur bis sub δα, αγ: qd' est id quod sub βα, αγ, semel unà cū eo qd' ex αγ, æquū est ei quod ex αβ. Sed quod ex αβ, est id quod sub αβ, βγ, unà cum eo qd' sub βα, αγ, qd' igitur sub βα, αγ, unà cum eo quod sub αβ, βγ, æquum est ei qd' sub βα, αγ, unà cū eo qd' ex αγ, & sublato cōmuni, eo qd' sub βα, αγ, reliquū igitur qd' sub αβ, βγ, æquū est ei qd' ex αγ. Est igitur sicut βα ad αγ, sic αγ ad γβ. Maior aūt est βα ipsa αγ, maior igitur est & αγ, ipsa γβ. Igitur αβ extrema & media rōne secatur in γ, & maius segmentum est αγ: quod erat ostendendum.

3 RESOLVTIO tertij theorematis. Recta enim quedā linea αβ, extrema & media rōne secetur in γ signo, sitq; maius segmētū αγ & ipsius αγ, dimidia esto γδ. Dico q, ex βδ ipsius γδ quincuplū est. Quoniā enim quod ex βδ, eius quod ex γδ quincuplum est quod aūt ex δβ, est id quod sub αβ, βγ, unà cum eo quod ex δγ. quod igitur sub αβ, βγ, unà cum eo quod ex δγ, quod igitur sub αβ, βγ, unà cum eo quod ex δγ, quincuplum est eius quod ex δγ, diuidēdo igitur qd' sub αβ, βγ, quadruplum est eius quod ex δγ. Ei autem quod sub αβ, βγ, æquum est id quod ex αγ: ipsa enim αβ, extrema & media ratione secatur in γ, quod igitur ex αγ, quadruplum est eius quod ex δγ, est uerò, ipsa enim αγ est dupla ipsius δγ.

α δ γ β

COMPOSITIO tertij theorematis. Quoniā igitur αγ ipsius δγ dupla est, quadruplum est quod ex αγ, eius quod ex δγ. Sed ei quod ex αγ, æquum est quod sub αβ, βγ, quod igitur sub αβ, βγ, eius quod ex δγ quadruplum est. Componendo igitur (per 18 quinti) quod sub αβ, βγ, unà cum eo quod ex δγ, quod est id quod ex δβ, quincuplum est eius quod ex δγ: quod ostendere oportuit.

RESOLVTIO *quarti theorematis. Recta enim linea* α β, *extrema ac media ratione secetur in* γ, *&* *sit maius segmentum* α γ. *Dico quòd quæ ex* α β, β γ, *tripla sunt eius quod ex* α γ. *Quoniam enim quæ ex* α β, β γ, *tripla sunt eius qd' ex* α γ, *sed quæ ex* α β, β γ, *sunt id quod bis sub* α β, β γ, *unà cũ eo quod ex* α γ, *quod igitur bis sub* α β, β γ, *unà cũ eo qd' ex* α γ, *triplũ est eius quod ex* α γ, *diuidendo igitur quod bis sub* α β, β γ, *eius quod ex* α γ *duplum est. Quare qd' semel sub* α β, β γ, *æquũ est ei quod ex* α γ: *est uerò. Ipsa enim* α β, *extrema & media rõne secta est in* γ. 4

COMPOSITIO. *Quoniam igitur* α β, *extrema & media ratione in* γ, *secatur maiusq́; segmentum est* α γ, *quod igitur sub* α β, β γ, *ei est æquum quod ex* α γ, *quod bis igitur sub* α β, β γ, *duplum est eius quod ex* α γ. *Componendo (per 18 quinti) quod igitur bis sub* α β, β γ, *unà cum eo quod ex* α γ, *triplum est eius quod ex* α γ. *Sed quod bis sub* α β, β γ, *unà cum eo quod ex* α γ, *est ea quæ ex* α β, β γ, *sunt quadrata. Quæ igitur ex* α β, β γ, *quadrata, tripla sunt eius quod ex* α γ: *quod ostendere oportuit.*

RESOLVTIO *quinti theorematis. Recta enim quædã linea* α β, *extrema & media ratione secatur in* γ *sitq́; maius segmentũ* α γ, *& ipsi* α γ *æqualis ponatur* α δ. *Dico q.* δ β, *extrema & media ratione secatur in* α *& maius segmentũ est* α β. *Quoniam enim* δ β *extrema & media ratione secatur in* α, *& maius segmentum est* α β, *est igitur sicut* δ β *ad* β α, *sic* β α *ad* α δ. *Aequalis aũt est* α δ, *ipsi* α γ. *Est igitur sicut* δ β *ad* β α, *sic est* β α, *ad* α γ. *Conuertendo igitur sicut* β δ *ad* δ α, *sic* α β, *ad* β γ, *diuidendo igitur & sicut* β α *ad* α δ, *sic* α γ *ad* γ β. *Aequalis aũt est* α δ, *ipsi* α γ, *est igitur sicut* β α *ad* α γ, *sic* α γ *ad* γ β, *est uerò: ipsa enim* α β, *extrema & media ratione secta est in* γ. 5

COMPOSITIO *Quoniã* α β, *extrema & media ratione in* γ *secatur, est igitur sicut* β α *ad* α γ, *sic* α γ, *ad* γ β. *Aequalis aũt est* α γ, *ipsi* α δ, *est igitur sicut* β α *ad* α δ, *sic* α γ, *ad* γ β, *cõponẽdo (p 18 quinti) sicut* β δ *ad* δ α, *sic* α β *ad* β γ. *Cõuertẽdo sicut* δ β *ad* β α, *sic* β α *ad* α γ. *Aequalis aũt est* α γ, *ipsi* α δ, *est igitur sicut* δ β *ad* β α, *sic* β α, *ad* α δ. *Ipsa igitur* δ β, *extrema & media ratione secatur in* α, *& maius segmẽtũ est* α β: *qd' ostendere oportuit.*

Euclid. ex Camp. *Propositio 6.*



Mnis rõnalis lineę secũdũ ꝓportionẽ habẽtẽ mediũ et duo extrema diuisæ, utrãq; portionẽ residuum esse necesse est. 6

CAMPANVS. Sit linea a b secũdũ solitã proportionẽ diuisa in pũcto c, rationalis dico quòd utraq; portio eius est residuũ. Sit enim maior eius portio a c, cui directè adijciatur a d æqualis dimidio totius a b, eritq; etiã d a rationalis ex 6 decimi libri, & diffinitione. Cõstat aũt ex prima huius, quod quadratũ lineæ d c, quintuplũ est ad quadratũ lineæ d a. Igitur linea d c, est cõmunicãs lineæ d a in potẽtia ex diffinitione, sed nõ in lõgitudine ex ultima parte 7 decimi, quare per 68 decimi linea a c, est residuũ, cũ duæ lineæ c d & d a sint ambę rationales potentialiter tantũ cõmunicantes. Et quia iterũ si ad lineã rationalẽ a b adiũgatur superficies ęqualis quadrato lineę a c quæ est residuũ, erit latus eius secundũ linea c b ex prima parte 16 sexti, necesse est ex 92 decimi ut linea c b sit residuũ primũ, quare constat propositũ. ¶Amplius aũt si lineæ sic diuisæ ut proponitur maior portio fuerit rationalis, erit minor residuũ. Verbi gratia, sit ut prius a b diuisa in c secundũ dictã proportionẽ, & maior eius portio quæ est a c, sit rationalis, quæ diuidatur per æqualia in d, eritq; ex tertia hui⁹ quadratũ d b, quintuplũ ad quadratũ d c. At quia d c est rationalis cũ ipsa sit dimidiũ a c, sequitur ut duę lineæ d b, & b c sint rationales potẽtialiter tãtũ cõmunicantes. Quare ut prius, linea c b est residuũ. ¶At uerò si linea rationalis in potẽtia tantũ secũdũ proportionẽ habẽtẽ mediũ & duo extrema diuidatur, adhuc necesse est ut utraq; portio eius sit residuum. Sit enim a b rationalis in potentia tantũ, diuisa sicut proponitur in puncto c, & sumatur aliqua rationalis in lõgitudine quæ sit d e, quæ etiã diuidatur in f secundũ prædictam proportionẽ, manifestũ est igitur ex 2 quartidecimi quæ sine adminiculo alicuius eorũ quæ sequũtur, incõcussa demõstratione roboratur quod proportio a b ad d e, est sicut a c ad d f, & sicut c b ad f e. Cũ ergo a b communicet cũ d e in potẽtia, sequitur ex prima parte 10 decimi quòd a c cõmunicet cũ d f, & c b cum f e, in potentia. Et quia utraq; portio lineæ d e est residuũ, ut patet ex prædictis, sequitur ex 98 decimi ut utraq; portio lineæ a b sit etiam residuũ, sed nõ eiusdẽ speciei, ut ibidẽ demõstratum est. Quare constat, quòd omnis lineæ rationalis in longitudine uel in potentia tantum, secundum proportionem habẽtem medium & duo extrema diuisæ utraq; portio est residuum.

CAMPANI annotatio. Et nota, quod prima pars præsentis demõstrationis qua demõstratur qd' maior portio lineæ diuisæ secũdũ ꝓportionẽ habẽtẽ mediũ & duo extrema sit residuũ, si tota linea sit rationalis, procedit ex sufficiẽtibus siue tota linea ponatur rationalis in lõgitudine, siue in potẽtia tãtũ. Secũda uerò pars qua demõstratur hoc de minori portiõe quod ipsa quoq; sit residuũ si tota est rõnalis, nõ procedit ex sufficiẽtib⁹, nisi tota sit rationalis in lõgitudine. Tertia aũt pars qua

proba

probatur quod minor portio est residuum, sufficienter procedit, siue maior portio sit rationalis in longitudine siue in potentia tantum. Ad concludendum igitur de maiori portione lineæ prędicto modo diuisæ quod ipsa sit residuum, sufficit ponere totam lineam diuisam esse rationalem in potentia tantum, sed ad concludendum quoq; hoc de minori portione mediante maiore, sufficit ponere portionem maiorem similiter rationalem in potentia tantum: ad concludendũ autem hoc de minori portione mediante tota, necesse est ponere totam lineam esse rationalem in longitudine, aut utendum est 2 quartidecimi, quemadmodum dictum est.

Euclid. ex Zamb. *Theorema 6.* *Propositio 6.*

6 Si recta linea rationalis, extrema & media ratione secta fuerit, utrunq; segmentorum irrationalis est ea quæ appellatur apotome.

THEON ex Zãb. *Sit recta linea rationalis αβ, secetur q; extrema & media ratione in γ, sitq; maius segmentũ αγ. Dico q, utraq; ipsarũ αγ, γβ, irrõnalis est ea quæ appellatur apotome. Extẽdatur enim αβ, & ponatur ipsius βα, dimidia αδ. Quoniã igitur recta linea αβ, extrema & media rõne secatur in γ, maioriq; segmento αγ apponitur αδ dimidia existens ipsius αβ, quod igitur ex γδ, eius qđ ex δα quincuplũ est (p 2 decimitertij) Quod ex γδ igitur, ad id qđ ex δα, rõnem habet quã numerus ad numerũ. Quod igitur ex γδ, ei qđ ex δα, cõmensurabile est. Quod aũt ex δα, rõnale est, ipsa enim δα, rõnalis est, dimidiũ existẽs ipsius αβ rõnalis existẽtis. Rõnale igitur est & qđ ex γδ, rõnalis igitur γδ. Et quoniã qđ ad id qđ ex δα rõnem nõ habet quã quadratus numerus ad quadratũ numerũ, incõmẽsurabilis igitur est γδ ipsi δα lõgitudine. Ipsæ igitur γδ, δα, rõnales sunt potẽtia tantũ cõmensurabiles. Igitur αγ, apotome est. Rursus quoniã αβ extrema & media rõne secatur, & maius segmentũ est αγ, igitur qđ sub αβ, βγ ei qđ ex αγ æquũ est. Igitur ex α apotome ad αβ rõnalẽ cõparatũ latitudinẽ primã efficit βγ, qđ ex apotome uerò ad rõnalẽ cõparatũ latitudinẽ primã efficit apotomẽ. Igitur γβ, prima est apotome (p 97 decimi) Ostẽsum aũt est, qđ & αγ apotome est. Si recta igitur linea, & quæ sequuntur reliqua: quod oportuit ostendere.*

δ α γ β

Euclid. ex Camp. *Propositio 7.*

7 I quis pẽtagonus tres æquos angulos habẽs, fuerit æquilaterus, æquiãgulus quoq; idẽ pentagonus esse probatũ.

CAMPANVS. Sit pẽtagonus a b c d e, æquilaterus, sintq; quilibet tres eius anguli, siue cõtinuè sumãtur, adinuicẽ ęquales, & sint priꝰ incõtinuè sumpti, sintq; anguli a c d, illi tres qui ponũtur adinuicẽ æquales. Dico totũ pentagonũ esse æquiangulũ. His angulis subtendãtur chordę b e, b d & e c, & totus pentagonus, diuidatur in trigonũ, & quadrilaterũ cuius duæ diagonales sint chordæ duorũ proximorũ æqualiũ angulorũ secantes se intra quadrilaterũ ipsum in pũcto f, eritq; per 4 primi basis b e ęqualis basi b d, & angulus a e b æqualis angulo c d b. Cũq; per 5 primi angulus b e d sit æqualis angulo b d e, eo quod duo latera b e & b d sunt æqualia, erit ex cõi sciẽtia totalis angulꝰ e æqualis totali angulo d. Similiter probabis, totalẽ angulũ b esse æqualẽ angulo totali c, est enim per 4 primi basis b e ęqualis basi c e, & angulus a b e ęqualis angulo d c e, per quintã aũt eiusdẽ scilicet primi est angulus e b c ęqualis angulo e c b, igitur ex cõi sciẽtia totalis angulus b, est æqualis totali angulo c. Sint itaq; tres anguli b c d, cõtinuè sumpti, æquales: & sic quoq; erit pẽtagonus æquiãgulus. Erit enim ex 4 primi basis b d æqualis basi c e, & angulus c b d angulo d e c, & angulus b d c angulo e c d, quare per 5 primi duæ lineę c f & f d erũt ęquales, cũ duo anguli triãguli f c d qui sunt ad basin c d, sint ęquales, igitur ex cõi scientia erit linea f b, æqualis lineę f e, erat enim tota b d, æqualis toti c e, ideoq; per 5 primi erit angulus f b e ęqualis angulo f e b. Per eandẽ autẽ est angulus a b e, æqualis angulo a e b. Itaq; per cõmunẽ scientiã angulus b totalis, est ęqualis angulo e totali, tres enim partiales anguli cõponentes unũ, sunt æquales tribus partialibus cõponentib. aliũ, unusquisq; suo relatiuo. Manifestũ est igitur, quod tres anguli e b c, nõ cõtinuè sumpti in proposito pẽtagono sunt ęquales. Cũ autem sic: demõstratũ est totũ pẽtagonũ esse ęquiangulum, utrolibet ergo modo constat propositum.



Euclid. ex Zamb. *Theorema 7.* *Propositio 7.*

7 Si quinquanguli æquilateri tres anguli ordinatim, aut non ordinatim, æquales fuerint, æquiangulum erit ipsum quinquangulum.

THEON ex Zã. *Quinquãguli æquilateri αβγδε, tres anguli prius ordinatim qui ad αβγ, signa, inuicẽ sint æquales. Dico q, qnquãgulũ αβγδ, eqãgulũ est. Cõnectãtur enim αγ, βε, et ζδ. Et quoniã binæ γβ, βα duab. βα, αε, sunt æquales altera alteri, & angulus q sub γβα ei q sub βαε est æqualis, basis igitur αγ (p 4*

primi) basi βε est æqualis, & triangulum αβγ, triangulo αβε, est æquale, & reliqui anguli reliquis angulis æquales erunt sub quibus æqualia latera subtenduntur, qui sub βγα ei qui sub βεα, qui autem sub αβε ei qui sub γαβ. Quare & latus αζ, ipsi βζ lateri est æquale, patuit autem quod & tota αγ, toti βε est æqualis, & reliqua igitur ζγ, reliquæ ζε est æqualis. Est autem & γδ, ipsi δε æqualis. Binæ iam ζγ, γδ, duabus ζε, εδ, sunt æquales, & communis ipsorum basis, est ζδ. Angulus igitur qui sub ζγδ, angulo qui sub ζεδ est æqualis. Patuit autem quod & qui sub βγα, ei qui sub αεβ, est æqualis, totus igitur qui sub βγδ, toti qui sub αεδ est æqualis. Sed qui sub βεδ, æqualis supponitur eis qui ad αβ, & qui sub αεδ, igitur eis qui ad αβ, angulis est æqualis. Similiter iam ostendemus, quod & qui sub γδε angulus, eis est æquus qui ad αβ, angulis. Aequiangulum igitur est, αβγδε quinquagulum. Sed iam non sint æquales ordinatim ipsi anguli, sed sint æquales qui ad αγδ, signa. Dico quod & sic quinquangulum αβγδε æquiāgulum est. Cōnectantur enim βδ. Et quoniam binæ βα, αε, duabus βγ, γδ, sunt æquales, & æquos comprehendunt angulos, basis igitur βε (per 4 primi) basi βδ, est æqualis, & triangulum αβε, triangulo βδγ, est æquale, & reliqui anguli reliquis angulis erunt æquales, sub quibus æqualia latera subtenduntur. Aequalis igitur est angulus qui sub αεβ, ei qui sub γδβ. Est autem & qui sub βεδ angulus, ei qui sub βδε æqualis, quoniam & latus βε lateri βδ est æquale. Totus igitur qui sub αεδ angulus, toti qui sub γδε est æqualis. Sed qui sub γδε, eis qui ad αγ, angulis supponitur æquus, & angulus igitur qui sub αεδ, eis est æquus qui ad αγ. Iam id propterea & qui sub αβγ, æqualis eis qui ad αγδ, angulis. Aequiangulum igitur est, & ipsum αβγδε quinquangulum: quod ostendere oportuit.

Euclid. ex Camp. *Propositio 8.*

Zamb. 12.



Mnis trianguli ęquilateri quod à latere suo quadratum, 8
describitur, triplum est quadrato dimidiæ diametri circuli à quo triangulus ipse circunscribitur.

CAMPANVS. Sit triangulus a b c æquilaterus, cui circunscribatur circulus a b c supra centrum d, quemadmodum docet 5 quarti, & protrahatur in eo diameter a d e. Dico ergo quod quadratum lineæ a b, triplum est ad quadratū semidiametri a d. Ducantur enim duæ lineæ b d & d c, & arcui b e, subtendatur chorda b e, eritq́ ex 8 primi angulus b a d, ęqualis angulo c a d, quare per ultimam sexti arcus b e, est æqualis arcui e c. Et quia ex 27 tertij tres arcus a b, b c, & c a, sunt adinuicēm æquales, eo quod eorum chordæ quæ sunt latera trigoni, sunt æquales ex hypothesi, erit arcus b e sexta pars circunferentiæ, ideoq́ chorda b e, erit latus hexagoni æquilateri ipsi circulo inscripti, quare per correlarium 15 quarti, linea b e, est æqualis semidiametro a d. Manifestum est autem ex prima parte 30 tertij, quòd angulus a b e est rectus, ideoq́ quadratum lineæ a e, est æquale quadratis duarum linearū a b & b e pariter acceptis, ex penultima primi. At uerò quadratū a e, quadruplū est ad quadratū b e ex 4 secundi cum linea a e sit dupla b e, relinquitur ergo quadratū a b triplū esse ad quadratū a b, & ideo ad quadratū a d: qd' est ꝓpositū.

Non lateat autem nos, quòd linea b c, quæ est latus trigoni, diuidat semidiametrum d e, per ęqualia. Esto quidem punctus diuisionis f. Cōstat igitur ex 4 primi, quod b f est æqualis f c, ideoq́ per primam partem 3 tertij, omnes anguli qui sunt ad f, sunt recti, quare ex penultima primi quadratum b d, est æquale quadratis duarum linearum, d f & f b: quadratum uerò b e, æquale quadratis duarum linearum, quæ sunt b f & f e. Et quia b d, est æqualis b e, erunt ex communi scientia, duo quadrata duarum linearum b f & f d pariter accepta, æqualia duobus quadratis duarum linearum b f & f e pariter acceptis. Dempto igitur utrinque quadrato b f, erit ex communi scientia quadratum f d residuum, æquale quadrato f e residuo, quare & linea f d, lineæ f e, ex hac communi scientia, quarum quadratum sunt æqualia eas lineas esse æquales. Ex hoc itaq́ manifestum est, quòd perpendicularis ducta à centro circuli ad latus trigoni æquilateri sibi inscripti, æqualis est dimidio lineæ ductæ à centro eiusdem circuli ad ipsius circunferentiam.

Euclid. ex Camp. *Propositio 9.*

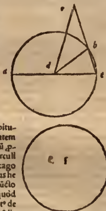
Zamb. 9.



I latus hexagoni æquilateri, latusq́ decagoni æquilateri, quos ambos unus idemq́ circulus circunscribit, sibi inuicem in longum directumq́ue coniungantur, tota linea

linea ex eis compoſita, ſecundum proportionem habentem medium, & duo extrema diuiſa erit, maiorqúe eius portio latus hexagoni.

Campanvs. Sit circulus a b c, cuius centrum d, & diameter a d c, ſitq́ arcus c b quinta pars arcus ſemicirculi a b c, cui ſubtendatur chorda c b, quam conſtat eſſe latus decagoni æquilateri, propoſito circulo inſcripti, adiungaturq́ lineæ c b in continuum & directum linea b e, quæ ponatur eſſe æqualis lateri hexagoni æquilateri prædicto circulo inſcripti. Dico totam lineam c e, diuiſam eſſe io puncto b, ſecundum proportionem habentem medium & duo extrema, & maiorem eius portionem dico eſſe lineam b e, quæ eſt latus hexagoni. Ducantur enim in centrum, duæ lineæ e d & d b, eritq́ angulus e æqualis angulo b d e ex 5 primi, propter hoc quod linea e b eſt æqualis lineæ b d, ex correlario 15 quarti, angulus quoq́ d b c eſt æqualis angulo c ex 5 primi, quare ex 32 primi angulus a d b erit duplus ad angulum d b c. Et quia per eandem angulus d b c eſt duplus ad angulum e, ſequitur ut angulus a d b ſit quadruplus ad angulũ e: eſt enim ex communi ſcientia quadruplum, quicquid fuerit duplum dupli. Cumq́ ſit etiam idem angulus a d b quadruplus ad angulum b d c ex ultima ſexti, eo quod arcus a b eſt quadruplus ad arcum b c, neceſſe eſt ex communi ſcienna, ut angulus e ſit æqualis angulo b d c. Si igitur intelligantur duo trianguli d e c totalis, & b d c partialis, cum angulus e totalis trianguli ſit æqualis angulo b d c partialis, & angulus c ſit communis utriuſq́, oeceſſe eſt ex 32 primi ut ipſi ſint æquiãguli, quare per 4 ſexti proportio duorum laterum e c & c d conõnentiũ angulum c in totali triangulo, eſt ſicut duorum laterum d c & c b continentium eundem angulum in parõali triãngulo. Quia ergo proportio e c ad c d eſt ſicut ad e b ex ſecunda parte 7 quinti, & d c ad c b eſt ſicut e b ad eandem ex prima parte eiuſdem, ſequitur ex 11 quinti ut ſit proportio c e ad e b, ſicut e b ad b c. Igitur à diffinitione cõclude propoſitum, lioeam e c eſſe diuiſam ſecundum proportionem habẽtem medium & duo extrema, & maiorem portionem eius eſſe latus hexagoni: quod oportuit nos demonſtrare.



Campanvs. Conuerſam quoq́ demonſtrare conuenit, quod facilè fiet, uia retrogada, eam enim aſſumit Ptolemęus capitulo 9 primæ dictionis Almageſti, ad demooſtrandum quanõratem chordarũ arcuũ circuli. Dico itaq́ quòd ſi linea quælibet ſecundũ ꝓportionẽ habentem medium & duo extrema diuidatur, cuius circuli maior portio fuerit latus hexagoni, eiuſdem minor erit latus decagoni, at uerò cuius minor erit latus decagoni, eiuſdẽ maior erit latus hexagooi. Sit enim (priori diſpoſitiõe manẽte) linea e c diuiſa in pũcto b ſecũdũ prędictã ꝓportionẽ, & maior eius portio ſit e b, dico quòd cuiuſcũq́ circuli linea e b eſt lat⁹ hexagoni, eiuſdẽ eſt linea b c lat⁹ decagoni, & cuiuſcũq́ circuli linea b c eſt latus decagoni, eiuſdem eſt linea e b latus hexagoni. Intelligo autem hoc de hexagonis & decagonis æquilateris. Si enim ſit e b latus hexagoni circulo a b c inſcripti, erit per correlariũ 15 quarti e b æqualis d c. Et quia ꝓportio c e ad e b eſt ſicut e b ad b c ex hypotheſi, erit ex 7 quinti c e ad d c, ſicut d c ad c b. Igitur ex 6 ſexti duo triãguli e d c & d c b, ſunt æquiãguli: angulus ergo e, eſt æqualis angulo b d c, ipſos enim latera ꝓportionalia reſpiciũt. Cũq́ ſit angulus a d b quadrupl⁹ ad angulũ e ex 32 primi bis aſſumpta, & quinta eiuſdẽ bis, ſequitur ut etiã idẽ angulus a d b ſit quadrupl⁹ ad angulũ b d c. Ideoq́ ex ultima ſexti, arcus a b, quadruplus eſt ad arcũ b c. Linea igitur b c, eſt latus decagoni circulo a b c inſcripti. Quod ſi linea b c fuerit latus decagoni circuli a b c, erit e b latus hexagoni eiuſdẽ. Sit enim e b latus hexagoni circuli f, eritq́ ex prædictis b c, latus decagoni eiuſdẽ. Intelligantur igitur inſcripti eſſe decagoni ęquilateri duobus circuli a b c & f, quorũ omnia latera erũt æqualia lineæ b c. Et quia omnis figura æquilatera circulo inſcripta eſt æquiãgula ut ꝓbatũ eſt in 15 quarti libri, ſequitur utroſq́ decagonos eſſe ęquiãgulos. Cũq́ oẽs anguli unius pariter accepti ſint ęquales omnib. angulis alterius pariter accepos, ſicut euidenter apparet ex demõſtratis in 32 primi, neceſſe eſt ex hac cõi ſciẽtia (quorũlibet ęqualiũ decimas aut quotaslibet partes eiuſdẽ denominatiõis, eſſe æquales) ut unus horũ decagonorũ ſit æquiãgulus alij, ideoq́ ſimilis ex diffinitiõe ſimiliũ ſuperficierũ. Et quia ſi duę figurę ſimiles duob. circulis inſcribãtur, erit ꝓportio duorũ relatiuorũ laterũ illarũ figurarũ ſicut duarũ diametrorũ illorũ circulorũ, ut apparet ex correlario 18 ſexti libri & 1 duodecimi, cũ latera decagonorũ ſimilium inſcriptorum duobus circulis a b c & f, ſint ęqualia, ſequitur ut diame-

tri

tri eorum sint æquales, ideoq; & semidiametri etiam æquales. Sunt autem semidiametri & latus hexagoni, ęqualia ex correlario 15 quarti. Erit ergo linea e b, latus hexagoni circulo a b c inscripti, sicut ipsa est latus hexagoni circuli f sibi æqualis. Hoc autem est, quod demonstrare uoluimus.

Ex hac autem nona huius decimitertij noueris exortam esse 10 quarti libri, quæ duum æqualiũ laterum propouit trigonum describẽdum, cuius uterq; duorum angulorum quos basis obtinet, ad tertium duplus existat, talis enim est uterq; triangulorũ e d c & d c b, & simpliciter omnis, cuius duo latera sunt æqualia maiori portioni alicuius lineæ diuisę secundum proportionẽ habentem medium duoq; extrema, & tertium quod est basis est æquale minori portioni lineæ eiusdem, uel cuius duo latera sunt æqualia lateri hexagoni æquilateri alicui circulo inscripti, basis uerò est æqualis lateri decagoni æquilateri eidem circulo inscripti: quod est propositum.

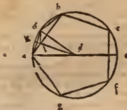
Eucl. ex Camp. *Propositio* 10.

Zamberti. 10.



Mne latus pentagoni æquilateri tanto potentius est latere hexagoni æquilateri, quantum potest latus decagoni æquilateri, si sint in eodem circulo ambo inscripti. 10

CAMPANVS. Sit circulus a b c, cuius centrum d, & diameter a d c, Inscribaturq; ei pẽtagonus æquilaterus, qui sit a b e f g, & à centro d protrahatur perpendicularis ad latus a b, quæ producatur usquequo obuiet circunferentiæ in puncto h, sitq; d h, & protrahantur duę chordæ a h & h b, quæ erunt æquales adinuicem ex secunda parte 3 tertij & 4 primi, ideoq; etiam duo arcus a h & h b, æquales adinuicem ex 27 tertij. Est igitur utraq; duarum chordarum a h & h b, latus decagoni æquilateri proposito circulo inscripti. Dico itaq; quòd quadratum lineæ a b quæ est latus pentagoni, est æquale duobus quadratis duarum linearum b d & a h pariter acceptis, quarum prima est æqualis lateri hexagoni ex correlario 15 quarti, & secunda est latus decagoni,



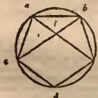
protrahatur enim à centro d, perpendicularis à linea a h quæ est latus decagoni, quæ producatur usq; ad circunferentiam, sitq; d K, quæ secet lineam a b quæ est latus pentagoni in puncto l, & protrahatur linea h l. Constat autem ex secunda parte 3 tertij & 4 primi & 27 tertij, quod linea d K quæ est perpendicularis ad chordam a h, simul diuidit per æqualia chordam & arcum, ideoq; arcus a K est æqualis arcui K h, quare ex ultima sexti angulus a d l, est æqualis angulo l d h, ideoq; ex 4 primi basis a l, basi l h, igitur ex 5 primi angulus l a h, æqualis est angulo l h a. Cumq; etiam sit ex eadem angulus h a b æqualis angulo h b a, sequitur ut angulus l h a sit æqualis angulo h b a, ergo ex trigesimasecunda primi duo trianguli b a h & a h l, sunt æquianguli: est enim angulus b, maioris, æqualis angulo h, minoris, & angulus a, communis est utrique. Itaque per quartam sexti proportio b a ad a h, est sicut a h ad l a: quare ex prima parte decimæsextæ sexti, quod prouenit ex b a in a l, est æquale quadrato lineæ a h, quæ est latus decagoni. Cum sit autem semicirculus a e c æqualis semicirculo a f c, & arcus a e arcui a f, erit arcus e c residuus æqualis arcui f residuo, quare arcus e c, est medietas arcus e f, ideoq; æqualis arcui a h, & duplus ad arcum h K. Et quia arcus e b est duplus ad arcum b h, erit ex 13 quinti totus arcus c e b duplus ad totum arcum b h K, ideoq; ex ultima sexti angulus c d b, est duplus ad angulum b d l. Cumq; etiam angulus c d b duplus sit ad angulum b a d, ex 32 & 5 primi, sunt enim duo latera d a & d b æqualia, erit angulus b d l æqualis angulo b a d. Itaque per 32 primi erit triangulus b d l, æquiangulus triangulo b a d, est enim angulus d, minoris, æqualis angulo a, maioris, & angulus b est communis utrique, ergo per 4 sexti proportio a b ad b d, est sicut b d ad l b, quare per primam partem 16 sexti, quod prouenit ex a b in b l, est æquale quadrato d b. At uerò probatum est prius, quòd illud quod prouenit ex a b in l a est æquale quadrato a h. Itaque quod prouenit ex a b in a l & in l b, est æquale duobus quadratis duarum linearum a h & b d. Et quia ex secunda secundi quod prouenit ex a b in

a b in l a & in l b est æquale quadrato lineæ a b: est autem linea a b latus pentagoni æquilateri proposito circulo inscripti, linea uerò a h est latus decagoni æquilateri, & linea b d est (ex correlario 15 quarti) æqualis hexagoni æquilateri proposito circulo inscriptorum, inconcussa demonstratione astruitur hoc quod dicitur.

Euclid. ex Camp. *Propositio 11.*

11 I duobus propinquis angulis pentagoni æquilateri intra circulum descripti, à terminis suorum laterum duæ rectæ lineæ subtendãtur, utraque alteram secundum proportionem habentem medium, duoq́ extrema secabit, maiorq́ ipsius portio lateri ipsius pentagoni æqualis erit. Zamb. 8.

Campanus. Sit pentagonus æquilaterus a b c d e, inscriptus circulo eisdem literis signato, & duobus eius propinquis angulis qui sunt a & b, subtendãtur duæ rectæ lineæ a c & c b e, secantes se inuicem in puncto f. Dico itaq; utranq; harum esse diuisam in puncto f, secundum proportionem habentem medium, duoq́ extrema, & quòd maior portio utriusq; est æqualis lateri pentagoni. Manifestum est enim ex 27 tertij, quòd quinq; arcus circuli pentagonum propositum circunscribentis, quorum latera ipsius pentagoni sunt chordæ, sunt adinuicem æquales, ideoq́ ex ultima 6 quatuor anguli a e b, a b e, b a c, & b c a, sunt adinuicem æquales, nam arcus a b, a e, & b c, sunt adinuicem æquales. Cumq́ sit arcus c d e duplus ad arcum b c, erit quoq; ex ultima sexti angulus c a e duplus ad angulum c a b. At uerò ex 27 primi angulus a f e, duplus est ad angulum c a b. At uerò ex 27 primi angulus a f e, duplus est ad angulum f a b. Igitur angulus a f e, est æqualis angulo f a e, quare per 6 primi linea a e, est æqualis lineæ f e. Sunt autem duo trianguli a b e & a f b, æquianguli, per ea quæ dicta sunt & per 32 primi, est enim angulus e, maioris, æqualis angulo a minoris, & angulus b, cõmunis utrique, igitur per 4 sexti proportio e b ad b a, sicut b a ad f b. Cumq́ sit e f, æqualis a b, eo qd' ipsa (ut probatũ est) est æqualis a e, sequitur ex 7 quinti, ut sit proportio b e ad e f, sicut e f ad f b. Quare per diffinitionem linea e b est diuisa secundum proportionem habentem medium duoq́ extrema, & eius maior portio est æqualis lateri ipsius pentagoni. Si autem hoc est uerum de linea e b, erit quoq; ex 7 quinti & quinta eiusdem & diffinitione, idem uerum de linea a c: nam tota b e est æqualis toti a c ex 4 primi, & portiones portionibus ex 6 primi & communi scientia, portiones enim a f & b f, sunt æquales ex 6 primi, ideoq́ f e & f c residuæ, erunt adinuicem æquales ex conceptione. Vel potes si libet & facilius, de linea a c demonstrare propositum, negociando circa ipsum, ut prius circa lineam e b.



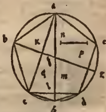
Euclid. ex Camp. *Propositio 12.*

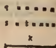
12 I circuli pentagonum æquilaterum circunscribẽtis, diameter fuerit rationalis, eius latus pẽtagoni erit linea irrationalis, ea scilicet quæ dicitur minor. Zamb. 11.

Campanus. Sit pentagonus æquilaterus a b c d e inscriptus circulo eisdẽ literis ascripto, cuius centrũ f, & duæ diametri b g & a h, sitq́ utraq; harum diametrorũ linea rationalis in lõgitudine. Dico tunc quòd latus pentagoni inscripti, erit linea irrationalis, illa uidelicet quæ dicitur minor. Protrahatur enim linea a c, quæ secet diametrũ b g, in puncto k, eritq́ ex ultima sexti & 4 primi linea a c, diuisa à diametro b g orthogonaliter & per æqualia in puncto k, quia cum semicirculus b a g sit æqualis semicirculo b c g, & arcus b a arcui b c, sicut constat ex 27 tertij, erit arcus a g residuus, æqualis arcui c g residuo, ideoq́ ex ultima sexti angulus a b g, æqualis etiam angulo c b g.

Cũm

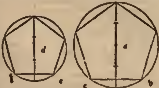
Cùm itaq; duo latera a b & b K trianguli a b K sint æqualia duobus lateribus c b & b k trianguli c b k, & angulus b unius angulo b alterius, erit ex 4 primi basis a k æqualis basi k c, & omnes anguli qui sunt ad k, sunt recti ex prima parte 3 tertij. Diameter autem a h, secet latus pẽtagoni c d, in puncto l. Eritq; linea c d diuisa à diametro a h orthogonaliter, & per æqualia in puncto l. Cùm enim sint duo arcus a d h & a c h æquales, & arcus a c, sit æqualis arcui a d, erunt duo residui semicirculorum qui sunt c h & d h, æquales, quibus si subtendantur duæ chordæ quæ sunt c h & d h, ipsæ quoq; ex 28 tertij erunt æquales. Et quia arcus a c est æqualis arcui a d, erit ex ultima sexti angulus c h l æqualis angulo d h l, ideoq; per 4 primi basis c l est æqualis basi d l, & omnes anguli qui sunt ad l, recti ex prima parte 3 tertij, itaq; duo trianguli a c l & a f k sunt æquianguli ex 32 primi. Est enim angulus l, maioris, æqualis angulo k, minoris, eo quod uterq; est rectus, & angulus a est cõmunis utriq;, quare ex 4 sexti ꝓportio l c ad c a, est sicut k f ad f a. Sumatur igitur ex diametro b g, linea f m æqualis quartę parti semidiametri, eritq; per æquam proportionalitatem proportio c l ad quartam partem lineæ a c quæ sit c q, sicut k f ad quartam partem lineę f a quę est f m. Et quia per 15 quinti proportio c d ad c k est sicut c l ad c q (sic enim est duplum ad duplum sicut simplum ad simplum) erit per 11 quinti d c ad c K, sicut k f ad f m, & coniunctim lineę constãtis ex d c & c k, ad k c, sicut k m ad m f, & ideo per primam partem 21 sexti proportio quadrati lineæ compositæ ex d c & c k, ad quadratum lineæ c k, sicut quadrati lineæ k m ad quadratũ lineæ m f. Constat autem ex præmissa, quòd si linea a c diuidatur secundum proportionem habentem medium duoq; extrema, maior portio eius erit æqualis lineæ d c, Igitur linea constans ex d c & c k, componitur ex maiori portione diuisæ secundum proportionem habentem medium duoq; extrema, & ex medietate totius lineæ sic diuisæ, est enim c k, medietas a c. Itaq; per primam istius 13 libri quadratum lineæ compositæ ex d c, & c k, quintuplum quoq; est ad quadratum lineę c k, ideoq; quadratum lineæ k m, quintuplum quoq; est ad quadratum lineæ m f, cum sit horum quadratorum & illorũ una proportio. Est autem linea b m, quintupla ad lineam m f: erat enim m f, quarta pars semidiametri propositi circuli. Ergo quadratum lineæ k m ad quadratum lineę m f, est sicut linea b m ad lineam m f. Et quia ex secunda parte 18 sexti quadratum lineæ k m ad quadratum lineæ m f, est sicut lineæ k m ad lineam m f duplicata, erit ex 11 quinti linea b m ad lineã m f, sicut linea k m ad lineam m f duplicata. Igitur linea k m, est medio loco proportionalis inter duas lineas b m & m f. Quod sic constat. Sit enim linea n p medio loco proportionalis inter eas, sumpta secundum doctrinam 9 sexti: eritq; ex diffinitione proportionis duplicatæ, quæ posita est in principio quinti, proportio b m ad m f, sicut b m ad n p duplicata. Et quia b m ad n p, sicut n p ad m f, erit etiam ex 11 quinti proportio b m ad m f, sicut n p ad m f duplicata: igitur ex prima parte 9 quinti, duæ lineę k m & n p, sunt æquales, ideoq; ex prima parte 7 quinti, & ex secunda parte eiusdẽ, linea k m, est medio loco proportionalis inter b m & m f. Quare ex correlario 5 sexti, proportio quadrati lineæ b m ad quadratũ lineæ m k, est sicut lineæ b m ad lineam m f. Et quia linea b m est quintupla ad lineam m f, erit quadratum lineæ b m, quintuplum ad quadratum lineæ m k. Linea autem b m, est rationalis in longitudine, ergo per ultimam partem 7 decimi, linea m K est rationalis in potentia tantum. Et quia linea b m est potentior linea m k, in quadrato lineæ sibi incommensurabilis in longitudine, ut in continuo probabitur, erit linea b k residuum quartum ex diffinitione residui quarti. Quod autem probandum assumpsimus, sic patet: Sit numerus r quintuplus ad numerum s, sintq; t & s quantũ r, ac si esset r quinq;, s unum, t quatuor, & sit linea b m, potentior linea m k in quadrato lineæ x. Cùm igitur sit quadratum lineæ b m ad quadratum lineæ m k sicut numerus r ad numerum s, erit per euersam proportionalitatem quadratum lineæ b m ad quadratũ lineæ x, sicut numerus r ad numerum t, quare per ultimam partem 7 decimi, linea est incommensurabilis lineæ b m in longitudine, non est ergo dubium, quin b k sit residuum quartum. Manifestũ uerò est ex 34 tertij, quòd illud quod fit ex b k in k g, est æquale ei quod fit ex a k in k c, ideoq; etiam ipsum idẽ est æquale quadrato K c, eo qd' a K est æqualis K c, ergo quadrato b K addito utriq;, erit ex penultima primi quod fit ex b k in se & in k g, æquale quadrato b c. Et quia ex prima secundi quod fit ex b K in se, & in k g, est æquale ei quod fit ex b K in g b, erit linea b c latus tetragonicum superficiei contentæ à duabus lineis g b & K b. Et quia linea g b est rationalis, linea uerò b K est residuum quartum, & quia linea potẽs in superficiem linea rationali residuoq; quarto contentã est linea minor ut cõstat ex 89 decimi libri, necesse est lineam b c, quæ est latus pentagoni æquilateri proposito circulo inscripti, esse lineã minorem





quod

quod erat ex principio demonstrandum. Hoc ergo modo sequitur, quod latus pentagoni æquilateri circulo inscripti sit linea minor, si diameter circuli cui inscribatur, fuerit rationalis in longitudine. ¶At uerò si diameter circuli fuerit rationalis in potentia tantum, adhuc necesse est ut latus pẽtagoni æquilateri sibi inscripti sit linea minor. Esto enim linea a, rationalis in potentia tantum, supra quam describatur circulus, eiq́ꝫ descripto inscribatur pentagonus æquilaterus, cuius unum latus sit b c, dicanturq́ꝫ pentagonus & circulus a. Dico quòd linea b c est linea minor. Sumatur enim aliqua linea rationalis in longitudine, quæ sit d, & super eam lineetur circulus cui inscribatur pentagonus æquilaterus, & sit unum latus ipsius linea e f, dicanturq́ꝫ pentagonus & circulus d. Constat igitur ex hac 12, quod e f est linea minor, cum diameter d, sit rationalis in longitudine. Quoniã uerò proportio pentagoni a ad pentagonum d est sicut quadrati lineæ b c ad quadratum lineæ e f (utraq́ꝫ enim est ex secunda parte 18 sexti, sicut lineæ b c ad lineam e f duplicata) pentagoni autem a ad pentagonum d, est sicut quadrati diametri a ad quadratum diametri d ex prima 12, erit ex 11 quinti quadratum lineæ c b ad quadratum lineę e f, sicut quadratum diametri a ad quadratum diametri d. Cumq́ꝫ quadrata duarum diametrorum a & d sint communicãtia, quia ambo sunt rationalia ex hypothesi, erũt quoq́ꝫ ex prima parte 10 decimi quadrata duarum linearum b c & e f, communicantia: ergo linea b c communicat in potentia cum linea e f. Et quia linea e f est minor, sequitur ex 10 decimi, quod etiam b c sit linea minor, quod est propositũ.



Siue ergo diameter alicuius circuli sit rõnalis in lõgitudine, siue in potẽtia tãtũ, necesse est ut lat⁹ pẽtagoni ęqlateri sibi inscripti, sit linea minor.

Euclid. ex Zamb. *Theorema 8.* *Propositio 8.*

8 Si quinquãguli ęquilateri & ęquiãguli binos ordinatĩ angulos rectæ lineæ* expliciũt extrema & media rõne sese inuicẽ dispescunt, & maiora earum segmenta ipsius quinquanguli lateri sunt æqualia. Camp. 11. ὑποτείνουσαι subtendant

THEON *ex Zãb. Quinquanguli enim æquilateri & æquianguli αβγδε, binos ordinatim angulos qui ad α β, rectæ lineæ αγ βε, * explicẽt, sese inuicẽ in θ signo dispescẽtes. Dico q, ipsarũ utraq; extrema & media ratione secatur in θ signo, & earũ maiora segmenta sunt æqualia ipsius quinquanguli lateri. Circũscribatur (per 14 quarti) ipsi quinquangulo αβγδε, circulus αβγδε. Et quoniã binæ rectæ lineæ εα, αβ, duabus αβ, βγ, sunt æquales, & angulos æquales cõprehẽdũt, bases igitur βε (p 4 primi) basi αγ est æqualis, & triangulũ αβε ipsi triangulo αβγ est æquale, & reliqui anguli reliquis angulis erũt æquales alter alteri sub quibus æqualia latera subtẽdẽtur. Angulus igitur qui sub βαγ, ei qui sub αβε est æqualis. Duplus igitur est qui sub αθε, eius qui sub βαθ anguli: extra enim est ipsum αβθ triãgulũ. Est aũt & q sub εαγ, duplus, eius q sub βαγ quoniã & circũferentia εδγ, ipsius γβ circũferentiæ est dupla. Angulus igitur qui sub θαε, ei qui sub αθε est æqualis. Quare et θε recta linea, ipsi εα, hoc est ipsi αβ est æqualis. Et quoniam βα recta linea ipsi αε est æqualis, æqualis est & angulus qui sub αβε, ei qui sub αεβ. Sed qui sub αβε, ei qui sub βαθ, patuit quod æqualis: qui igitur sub βεα, ei qui sub βαθ est æqualis. Et ipsorum duorum triangulorum αβε, & αβθ, communis est angulus qui sub αβε, reliquus igitur qui sub βαε angulus, reliquo qui sub αθβ est æqualis. Triangulum igitur αβε, ipsi αβθ triangulo æquiãgulũ est: proportionaliter igitur est sicut εβ ad βα, sic αβ ad βθ. Aequalis aũt est βα, ipsi εθ. Sicut igitur βε ad εθ, sic εθ ad θβ, maior autem est βε, ipsa βα, maior igitur est εθ, ipsa θβ. Ipsa igitur βε, extrema et media ratione in θ secatur, & maius segmentum θε æquum est ipsius quinquanguli lateri. Similiter iam ostendemus, quod αγ extrema & media ratione in θ secatur, & ipsius maius segmentum γθ ipsius quinquanguli lateri est æquale: quod ostendere oportuit.* ὑποτείνουσαι subtendant

Euclid. ex Zamb. *Theorema 9.* *Propositio 9.*

9 Si sexanguli & decagoni latus in eodem circulo descriptorũ componãtur, tota recta linea extrema & media ratione secatur, & maius segmentum est ipsius sexanguli latus.

THEON ex Zāb. Sit circulus αβγ, & in ipso circulo αβγ, descriptarū figurarū decagoni quidē latus esto βγ, & sexanguli γδ, & sint in rectis lineis. Dico q, tota βδ, extrema & media ratione secatur in γ, & maius ipsius segmentū est γδ. Assumatur enim (per 1 tertij) cētrū circuli signū ε, & cōnectantur εβ, εγ, εδ, & extēdatur βε in α. Et quoniā decagoni æquilateri latus est βγ, quincupla igitur est αγβ circunferētia ipsius γβ circūferētiæ. Quadrupla igitur est αγ circūferētia, ipsius γβ. Sicut aūt αγ circūferentia ad γβ, sic angulus qui sub αεγ ad angulū qui sub γεβ: quadruplus igitur est qui sub αεγ, eius qui sub γεβ. Et quoniā qui sub εβγ angulus ei qui sub εγβ angulo est æqualis, qui igitur sub αεγ angulus, duplus est eius qui sub εγβ. Et quoniā εγ recta linea æqualis est ipsi γδ, utraq; enim ipsarū æqualis est ipsius sexanguli lateri in αβγ circulo descripti, & angulus qui sub γεδ, angulo qui sub γδε est æqualis, igitur angulus qui sub εγβ, duplus est eius qui sub εδγ. Sed eius qui sub εγβ, duplū esse demōstratū est eū qui sub αεγ. Igitur qui sub αεγ, quadruplus est eius qui sub εδγ. Ostensum est autē quod & eius qui sub βεγ, quadruplus est qui sub αεγ, æqualis igitur est q sub εδγ, ei q sub βεγ. Cōmunis aūt ipsorū binorū triāgulorū, hoc est βεγ et βεδ, est angulus qui sub εβδ, & reliquus igitur qui sub βεδ, ei q sub εγβ est æqualis. Aequiāgulū igitur est triāgulū εβδ, ipsi εβγ triāgulo: proportionaliter igitur est sicut βδ ad βε, sic εβ ad βγ. Aequalis aūt est εβ, ipsi γδ. Est igitur sicut βδ ad δγ, sic δγ ad γβ. Maior aūt est βδ, ipsa δγ, maior igitur est & δγ, ipsa γβ. Igitur ipsa βδ, recta linea extrema & media rōne secatur in γ signo, & maius segmētum est δγ et quod ostendere oportuit.

Euclid. ex Zamb. Theorema 10. Propositio 10.

Si in circulo quinquāgulū æqlaterū descriptū fuerit, ipsius qnquāguli latus pōt & sexāguli et decagoni latus in eodē circulo descriptorū. 10

THEON ex Zāb. Sit circulus αβγδε, & in ipso αβγδε (p 11 q̄rti) quinquāgulū describatur αβγδε. Dico q, ipsius αβγδε quinquāguli latus, potest & sexāguli et decagoni latus in ipso αβγδε circulo descriptorū. Assumatur (p 1 tertij) cētrū circuli, & sit ζ, & cōnexa αζ, extēdatur in η signū & cōnectatur ζβ, & ab ipso ζ in αβ ppēdicularis excitetur (p 12 primi) ζθ, et extēdatur in κ, et cōnectātur ακ, αβ, et rursus ab ipso ζ, in ακ excitetur (p 12 primi) perpēdicularis ζλ, & extēdatur in μ, & cōnectatur κν. Et quoniā circūferētia αβγη ipsi αεδη circūferētiæ est æqualis, quarū αβγ ipsi αεδ est æqualis, reliqua igitur γη circūferētia reliquæ δη circūferētiæ est æqualis. Quinquāguli aūt γδ, & decagoni igitur γη. Et quoniā ζα ipsi ζβ (p 15 diffinitionē primi) est æqualis & perpēdicularis est ζθ, igitur angulus q sub αζκ, ei q sub κζβ est æqualis: quare & circūferētia ακ, ipsi κβ est æqualis. Dupla igitur est αβ circūferētia, ipsius βκ circūferentiæ, decagoni latus igitur, est recta linea ακ, & id ,ppterea & ακ, ipsius αμ est dupla. Et quoniā dupla est circūferētia αβ ipsius circūferētiæ βκ, æqualis aūt est γδ circūferētia ipsi αβ circūferētiæ, dupla igitur est γδ circūferētia ipsius βκ circūferētiæ. Est aūt γδ circūferētia, ipsius γη dupla: igitur circūferentia γη, ipsi βκ circūferētiæ est æqualis. Sed βκ ipsius κμ dupla est, quoniā & κα, et γη igitur ipsius κμ est dupla. Sed & γβ circūferētia, ipsius βκ circunferētiæ dupla est: æqualis enim est γβ circūferētiæ, ipsi βα & tota igitur ηβ circūferētia, totius βμ est dupla. Quare & angulus qui sub ηζβ, anguli qui sub βζμ duplus est. Est aūt qui sub ηζβ, eius qui sub ζαβ duplus. Aequalis enim est qui sub ζαβ, ei qui sub αβζ. Qui sub βζν igitur, ei est æquus qui sub ζαβ. Binorū aūt triangulorū αβζ & βζν, cōis angulus est qui sub αβζ. Reliquus igitur qui sub αζβ, reliquo qui sub βνζ est æqualis. Triāgulū igitur αβζ, ipsi βζν triāgulo æquiāgulū est, proportionaliter igitur est sicut αβ recta linea ad βζ, sic ζβ ad βν, qd' igitur sub αβ, βν, ei quod ex βζ est æquale. Rursus quoniā æqualis est αλ ipsi λκ, cōmunis aūt & ad angulos rectos λν, basis igitur κν (p 4 primi) basi αν est æqualis, & angulus igitur qui sub λκν, ei qui sub λαν est æqualis. Sed qui sub λαν ei qui sub κβν, est æqualis, & qui sub λκν igitur, et qui sub κβν est æqualis, & ipsorū triāgulorū binorū ακβ & ακν, cōe est qd' sub νακ. Reliquū igitur qd' sub ακβ, reliquo qd' sub ανκ est æquale. Aequiāgulū igitur est triāgulū κβα, ipsi κνα triāgulo: proportionaliter igitur est sicut βα recta linea ad ακ, sic κα ad αν. Quod igitur sub βα, αν, æquū est ei qd' ex ακ. Ostensum est aūt q, qd' sub αβ, βν, æquū est ei qd' ex βζ. Quod igitur sub αβ, βν, unà cū eo quòd sub βα, αν, qd' est id qd' ex βα, ei est æquū qd' ex βζ unà cū eo-

quod

quod ex α η, & β α quidē est latus ipsius quinquāguli, & β ζ sexāguli, & α η decagoni. Quinquāguli ergo latus potest & sexanguli & decagoni latus in eodem circulo descriptorum: quod ostendere oportuit.

Euclid. ex Zamb. Theorema 11. Propositio 11.

11 Si in circulo rōnalē habēte diametrū, quinquāgulū æquilaterū inscribat̄, quinquāguli latus irrationalis est ea quæ appellatur minor. Camp. 12.

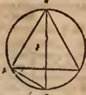
THEON ex Zāb. In circulo enim α β γ δ ε, rōnalē habēte diametrū, quinquāgulū inscribatur α β γ δ ε. Dico q̃ ipsi α β γ δ ε quinquanguli latus α β irrationalis est ea quæ appellatur minor. Assumatur enim (p 1 tertij) circuli cētrū ζ signū, & cōnectantur α ζ, ζ β & extēdātur in η θ, signa & cōnectatur α γ, ponaturq; ipsius α ζ, quarta pars ζ κ. Rationalis aūt α ζ, rationalis igitur & ζ κ. Est aūt & β ζ rationalis. Tota igitur β κ rationalis est. Et quoniā circūferētia α γ η ipsi α δ η circūferētiæ est æqualis, quarū α β γ æqualis est et ipsi α ε δ, reliqua igitur γ η reliquæ η δ est æqualis. Et si cōnectamus α δ, ducuntur recti q̃ ad λ anguli, & du- ἀσύγκεται
εἰ pla est γ δ ipsius γ λ, & id propterea & qui ad κ recti sunt, & dupla est α γ ipsius γ μ. Quoniā igitur angulus q̃ sub α λ γ ei est æquus q̃ sub α μ ζ, cōis aūt ipsorū triangulorū binorū α λ γ, α μ ζ, est qui sub λ α γ, reliquus igitur qui sub α γ λ ei est æqualis qui sub μ ζ α, æquiangulū igitur est triāgulū α γ λ, ipsi α μ ζ triangulo, proportionaliter igitur est sicut λ γ ad γ α, sic μ ζ ad ζ α, & antecedētiū duplicia. Sicut igitur dupla ipsius λ γ ad γ α, sic ipsius μ ζ dupla ad ζ α. Sed sicut ipsius μ ζ dupla ad ζ α, sic μ ζ ad ipsius ζ α dimidiā. Sicut igitur ipsius λ γ dupla, ad γ α, sic est μ ζ ad dimidiā ipsius ζ α, & sequētiū dimidia. Sicut igitur ipsius λ γ dupla ad ipsius γ α, dimidiā, sic μ ζ ad quartā partē ipsius ζ α et ipsius λ γ dupla est δ γ, ipsius uerò γ α, dimidia est γ μ ipsius aūt ζ α, q̃rta pars est ζ κ. Est igitur sicut δ γ ad γ μ, sic μ ζ ad ζ κ. Cōponēdo (p 18 quinti) & sicut utraq; δ γ μ ad γ μ, sic μ κ ad ζ κ: & sicut (p 22 quinti) qd' ex utraq; ipsarū δ γ μ, ad id qd' ex γ μ, sic qd' ex μ κ ad id qd' ex κ ζ. Et quoniā (p 8 decimitertij) ea quæ sub duobus lateribus pētagoni subtēsa ut α γ, extrema & media rōne secta, maius segmentū est æquale ipsius pentagoni lateri, hoc est ipsi δ γ, maius aūt segmentū totius admittēs dimidiū quincuplū potest eo quod ex totius dimidia (per 1 decimitertij) & totius α γ dimidia est γ μ, quod igitur ex δ γ μ tāquā ex una, quincuplū est eius qd' ex γ μ. Sicut aūt qd' ex δ γ μ sicut una, ad id qd' ex γ μ, sic ostensum est esse id qd' ex μ κ ad id quod ex κ ζ, quincuplū igitur est quod ex μ κ, eius quod ex κ ζ, rōnale aūt quod ex κ ζ, rationalis enim est diameter. Rationale igitur est & quod ex μ κ. Rōnalis igitur est μ κ, rationē enim habet quā numerus ad numerū quod ex μ κ, ad id quod ex κ ζ. Et quoniā quadrupla est β ζ ipsius ζ κ, quincupla igitur est β κ ipsius κ ζ. Vigintiquincuplex igitur est quod ex β κ, eius quod ex κ ζ. Quincuplū aūt est id quod ex μ κ, eius quod ex κ ζ, quincuplū igitur est quod ex β κ, eius quod ex κ μ. Quod igitur ex β κ, ad id quod ex κ μ rōnē nō habet quā quadratus numerus ad quadratū numerū. Incōmensurabilis igitur est (per 9 decimi) β κ ipsi κ μ in lōgitudine, & ipsarū utraq; rationalis est. Ipsæ igitur β κ, κ μ, rationales sunt potētia tātū cōmēsurabiles. Si aūt à rationali rōnalis auferatur potētia tantū cōmēsurabilis subsistens toti, reliqua irrationalis est, uocatur aūt apotome (per 63 decimi) igitur μ β apotome est. Cōgruens autē ei est μ κ. Dico q̃ & quarta. Quo enim maius est id quod ex β κ eo qd' ex κ μ, ei æquū esto quod ex ν. Igitur ipsa β κ, ipsa κ μ maius potest ipso ν. Et quoniā (per 16 decimi) cōmēsurabilis est κ ζ ipsi ζ β & cōponēdo (per 18 quinti) cōmensurabilis est κ β ipsi β ζ, sed β ζ ipsi β θ lōgitudine est cōmēsurabilis, & β κ igitur ipsi β θ cōmensurabilis est. Et quoniā quod ex β κ eius quod κ μ quincuplū est, qd' igitur ex β κ ad id quod ex κ μ rōnē habet quā quinq; ad unū. Cōuertēdo igitur (p correlariū 18 quinti) qd' ex β κ ad id quod ex ν, rōnē habet quā quinq; ad quatuor, nō quā quadratus numerus ad quadratum numerum. Incōmēsurabilis igitur est β κ, ipsi ν. Igitur β κ, ipsi κ μ maius potest, eo quod ex sibi incōmēsurabili. Quoniā igitur tota β κ, ipsa κ μ cōgruēte maius potest eo quod ex sibi incōmēsurabili, & tota β κ, ipsi β θ rationali expositæ cōmēsurabilis est. Apotome igitur quarta est ipsa μ β. Quod autē sub rationali & apotome quarta cōorebēsum rectāgulū, irrōnale est & ipsum potēs irrationalis est, minorq; appellatur (per 4 decimi) Pōt aūt qd' sub θ β, β μ, ipsa α β, quoniā ꝑpter cōnexionē ipsius α θ, triāgulū α β θ æquiāgulū fit ipsi α β μ. Et est sicut β θ ad β α, sic est α β ad β μ, ipsa igitur α β quinquāguli latus, irrōnalis est minor appellata: qd' erat ostendendum.

Euclid. ex Zamb. Theorema 12. Propositio 12.

12 Si in circulo triāgulū æquilaterū descriptum fuerit, ipsius trianguli latus potentia triplum est eius quæ ex centro circuli. Camp. 8.

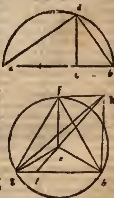
THEON ex Zamb. Sit circulus α β γ, & in eo triangulum æquilaterū describatur α β γ. Dico q̃ ipsius α β γ trianguli latus potentia triplū est eius quæ ex centro ipsius circuli α β γ. Assumatur enim (per 1

ter tij) centrum ipsius circuli δ, & connexa αδ extēdatur in ε, & cōnectatur βε. Et quoniā triāgulū αβγ æquilaterum est, igitur βεγ circunferentia tertia pars est ipsius circuli αζε circūferentiæ: igitur βε circunferentia, sexta pars est circūferentiæ ipsius circuli, hexagoni igitur latus est ipsa βε recta linea, æqualis igitur est ei qui ex centro hoc est ipsi δε. Et quoniam αε ipsius δε dupla est, quadruplū est quod ex αε eius quod ex δε, hoc est eius quod ex βε. Aequū autē est id quod ex αε, eis quæ ex αβ, βε, quæ igitur ex αβ, βε, quadrupla sunt eius quæ ex βε, diuidendo igitur quòd quod ex αβ, triplum est eius quod ex βε. Aequalis autem est βε, ipsi δε, quod ex αβ igitur triplum est eius quod ex δε. Trianguli ergo latus potentia triplum est eius quæ ex centro circuli: quod ostendere oportuit. Eucl. ex Cāp. Prop. 15.





PYramidem quatuor basium triangulariū & æquilaterū ab assignata sphæra circunscriptibilē fabricare. Huius ergo sphæræ diametros, ad latus ipsius pyramidis sesquialteram proportionem potentialiter habere probatur. 15

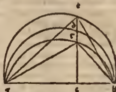


CAMPANVS. Sit linea a b diameter assignatæ sphæræ, quæ diuidatur pūctō c, ita quod a c sit dupla ad b c, & lineetur super eā semicirculus a d b, & producatur linea c d orthogonaliter super lineā a b, & producantur lineæ b d & d a. Postea fiat circulus f g h super centrū e, cuius semidiameter sit æqualis lineæ c d, cui ex 2 quarti libri inscribatur triāgulus æquilaterus qui sit f g h, ad cuius angulos protrahantur à cētro, lineæ e f, e g, e h, deinde super centrū e, erigatur (secūdū quod docet 12 undecimi) linea e K quæ ponatur æqualis a c, perpendicularis ad superficiē circuli f g h, & dèmittantur à puncto K hypothenusæ K f, k g, k h, eritq; cōpleta pyramis quatuor basiū triāgulariū & æquilaterarū, quam dico esse ab assignata sphæra circūscriptibilē, & dico quadratum diametri propositæ sphæræ, sesquialterum esse ad quadratū lateris fabricatæ pyramidis. Constat enim ex prima parte correlarij 8 sexti, quod linea c d est medio loco proportionalis inter a c & c b, quare ex correlario 16 eiusdem, quadratū lineæ a c ad quadratum lineæ c d, est sicut linea a c ad c b, ergo coniunctim quadratum a c & quadratū c d, ad quadratum c d, sicut linea a b ad b c, ideoq; ex penultima primi quadratum a d ad quadratum d c, sicut a b ad b c. Cum ergo linea a b sit tripla ad b c, erat enim a c dupla ad eam, erit quoq; quadratū a d triplum ad quadratum d c. Est autem ex 8 huius, quadratum f g triplum ad quadratum e f, quare cùm ex hypothesi d c sit æqualis e f, erit ex communi scientia a d æqualis f g. Et quia ex diffinitione lineæ perpendicularis ad superficiem, linea e K continet cum singulis lineis e f, e g, e h, angulos rectos, quarum quælibet est æqualis lineæ c d, & quia ipsa eadem est æqualis lineæ a c, & angulus c est rectus; erit per 4 primi unaquæq; trium linearum K f, K g, K h, æqualis lineæ a d. Manifestum est igitur fabricatam pyramidem esse quatuor basium triangularium æquilaterarum.

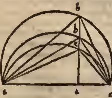
¶ Ipsam autem esse circunscriptibilem ab assignata sphæra, sic habeto. Lineæ e K intelligatur adijci secundum rectitudinem lineæ e l æqualis lineæ c b, ut tota K l sit æqualis a b, quæ est diameter assignatæ sphæræ. Hanc autem lineam inquam, e l imagineris esse sub circulo f g h, perpendicularem quoque ad ipsius superficiem ex parte inferiori, sicut est e K ex parte superiori, eritq; unaquæque trium linearum e f, e g, e h, & simpliciter quælibet semidiameter circuli f g h, medio loco proportionalis inter K e & e l, quemadmodum est d c inter a c & c b, nam hæ sunt æquales illis, unaquæque suæ relatiuæ. Si igitur super lineam l K describatur semicirculus, circumducaturq; quousque ad locum unde moueri cœperat, redeat, erit ex diffinitione sphærarum æqualium, sphæra descripta motu huius semicirculi, æqualis sphæræ assignatæ: sunt enim sphæræ æquales, quarum sunt æquales diametri, quemadmodum de circulis in principio tertij dictum est. Hunc uerò semicirculū necesse est transire per tria puncta f g h, quæ sunt anguli solidæ pyramidis fabricatæ. Similiter autem dico quòd semicirculus hic, quoniam super lineam K l fuerit descriptus, si circunducatur quousque ad locum redeat unde moueri cœperat, continget circulum f g h, super omnia puncta circunferentiæ ipsius. Quod ex hac uetusta ueritate probatur. Si linea recta super lineam rectam perpendiculariter steterit, quæ inter partes eius cui superstat uel circunstat medio loco proportionalis ponatur, fueritq; super eam lineam cui perpendicularis superstat semi-

semicirculus descriptus, circūferētia ipsius per extremitatē lineæ medio loco proportionalis positę perpēdiculariter necessario transibit. Cū igitur cūctæ semidiametri circuli f g h sint perpendiculares ad lineam K l, & medio loco proportionales inter partes ipsius quæ sunt K e & e l, sequitur ut semicirculus descriptus super K l, si circūducatur, trāseat per omnia pūcta circūferentiæ f g h, & per omnes solidos angulos pyramidis fabricatę. Itaq; à diffinitione eius quod est figuram inscribi figuræ, pyramis fabricata est inscriptibilis illi sphæræ quā semicirculus per lineā K l lineatus motu suo describit. Et quia hęc sphæra descripta, est assignatæ sphæræ æqualis per diffinitionem æqualium sphærarum, sequitur ex communi scientia ut hæc pyramis fabricata, sit ab assignata sphæra circunscriptibilis: quod est propositum.

Correlarium autem patet sic. Cum enim a b sit tripla ad b c, per euersam proportionalitatē erit a b sesquialtera ad a c, ideoq; ex secūda parte correlarij 8 sexti & correlario 17 eiusdē, quadratū lineæ a b erit etiā sesquialterū ad quadratū lineæ a d. Et quia linea a d est æqualis lateri fabricatæ pyramidis, at uerò a b est diameter sphærę, constat uerū esse quod per correlarium dicitur. ¶ Ne autē quicquā de uetusta ueritate proposita hæsitare contingat, eā uolumus hoc modo demonstratione firmare. Sit igitur super lineā a b linea c d perpendicularis, quę ponatur medio loco proportionalis inter partes lineæ a b, quæ sint a c & c b, ita quod sit proportio a c ad c d, sicut c d ad c b. Et super lineam a b, describatur semicirculus a e b. Dico quòd huius semicirculi circunferētia transibit per punctū d, qui est extremitas perpendicularis. Sin autē aut secabit lineā c d, aut supertransibit eam totā ipsam transiens & includens & non contingens. Secet ergo primò eam in puncto e, & ducantur lineæ e b & e a, eritq; ex prima parte 30 tertij totalis angulus a e b rectus, itaq; ex prima parte correlarij 8 sexti proportio est a c ad c e, sicut c e ad c b, aut uerò ex secūda parte 8 quinti proportio a c ad c e, est maior quā a c ad c d, eo quod c e est minor quàm c d. Cū igitur sit c e ad c b, sicut a c ad c e, & c d ad c b, sicut a c ad c d, erit per 12 quinti c e ad c b, maior quā c d ad c b: ideoq; per primā partē 10 quinti e c est maior quā d c, pars uidelicet, quàm suū totū, quod est impossibile. Nō ergo secabit circunferētia semicirculi lineā c d. Supertrāseat igitur & producatur c d usq; ad circunferentiā, sitq; tota c e, & protrahantur lineæ e b & e a, sequeturq; ut prius lineam c d esse maiorem quàm sit linea c e, quod est etiam impossibile. Constat ergo propositum.



Similiter aūt dicimus, quòd si fuerit aliquis angulus rectus, cui basis subtendatur super quā semicirculus lineetur, ipsius circunferentiam per angulum rectū transire necesse est. Conuersam huius proponit prima pars 30 tertij. Quod aūt dicimus, sic constat. Sit enim angulus a b c rectus, cui subtendatur basis a c, & super eam lineetur semicirculus, dico quòd ipsius circunferentia transibit per pūctū b, in quo coeūt lineæ continētes angulū rectū. Cuius demonstratio est, quod neq; transibit supra neq; infra. Sin aūt transeat primò infra, sitq; a e c, & ab angulo b producatur linea b d perpendicularis ad basin a c, quæ secet circūferentiam semicirculi in puncto e, & protrahantur lineæ e a & e c, eritq; angulus a e c, rectus ex prima parte 30 tertij, at ipse est maior angulo a b c per 21 primi, hoc autē est impossibile ex tertia petitione, cum uterq; sit rectus, hic quidē ex hypothesi, ille uerò ex prima parte 30 tertij. Nō ergo trāsibit circūferentia semicirculi infra angulū b. Transeat itaq; supra, & sit a f c, producatur aūt perpendicularis d b, quousq; obuiet circunferentiæ semicirculi a f c in puncto f, & producantur lineæ f a, f c, eritq; ex prima parte 30 tertij angulus a f c rectus. Cumq; etiam esset ex hypothesi angulus a b c rectus, sequitur impossibile per 21 primi, sicut in principio. Relinquitur ergo quod diximus. Hoc autem necessarium est ad cognitionem eorum quæ sequuntur.



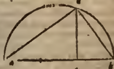
Euclid. ex Zamb. *Problema 1* *Propositio 13.*

13 Pyramidē cōstituere, & data sphera cōprehēdere, & demōstrare q̄ ipsius sphęrę dimetiēs potētia sesquialter est lateris ipsius pyramidis.

THEON ex Zamb. *Exponatur datæ sphæræ dimetiēs α β, seceturq; in γ signo, ut α γ ipsius β γ dupla sit. Describaturq; super α β, semicirculus α δ β, exciteturq; (per 11 primi) ab ipso γ signo ad angulos rectos γ δ, & connectatur δ α, exponaturq; circulus ε ζ η, æquam habens eam quæ ex cētro ipsi δ γ, describaturq; in ipso ε ζ η circulo triangulū æquilaterū ε ζ η, & accipiatur (per 1 tertij) cētrum circuli, sitq; θ signum, & connectantur ε θ, θ ζ, & θ η. Et constituatur (per 12 undecimi) ab ipso signo ipsius ε ζ η circuli plano ad angulos rectos recta θ κ, & ponatur ipsa θ κ ipsi α γ rectæ lineæ æqualis, & connectantur κ ε, κ ζ, κ η. Et quoniā κ θ recta est ad ipsius ε ζ η circuli planum, & ad omnes igitur ipsam tāgentes rectas lineas, & in eodē ipsius*

ζη circuli plano existentes rectos efficit angulos (per 2 undecimi diffinitionẽ) Tãgit aũt ipsam unaquæq; ipsarũ θκ, θζ, θη. Igitur θκ, ad unãquãq; ipsarũ θκ, θζ, θη recta est. Et quoniã æqualis est α ε ipsi θ κ & γ δ ipsi θ κ, & rectos cõprehẽdũt angulos, basis igitur δ α (p 4 primi) basi κ ε est æqualis, & id propterea & utraq; ipsarũ θ ζ, κ η, ipsi δ α est æqualis. Tres igitur κ ε, κ ζ, κ η, inuicẽ sunt æquales. Et quoniã dupla est α γ ipsius γ β, tripla igitur est α β ipsius β γ. Sicut aũt α β ad β γ sic qd' ex α δ ad id qd' ex δ γ sicut ostẽdetur. Quoniã enim est sicut β α ad α γ, sic qd' ex β α ad id qd' ex α γ, cõuertẽdo (p correlariũ 19 quinti) sicut α β ad β γ, sic qd' ex α δ ad id qd' ex α γ. Sicut demõstrabitur. Triplũ igitur est qd' ex α δ, eius qd' ex δ γ. Est aũt & qd' ex ζ ε, eius qd' ex ε θ triplũ, & æqualis est δ γ ipsi ε θ, æqualis igitur est δ α ipsi ε ζ. Sed δ α unicuiq; ipsarũ κ ε, κ ζ, κ η, ostẽsa est æqualis. Vnaquæq; igitur ipsarũ ε ζ, ζ η, η ε, unicuiq; ipsarũ κ ε, κ ζ, κ η est æqualis, æquilatera igitur sunt ipsa quatuor triãgula, hoc est ε ζ η, ε ζ κ, κ ζ η, κ η ε. Pyramis igitur cõstructa est ex quatuor triãgulis æqualib. et æquilateris cuius basis est ε ζ η triãgulũ, fastigiũ uero est signũ κ. Oportet iã ipsam data sphæra cõprehẽdere, ostẽdereq; qd' ipsius sphæræ diameter potẽtia lateris ipsius pyramidis sesqualtera est. Extẽdatur enim in rectas lineas ipsi κ θ, recta linea θ λ & ipsi θ ε æqualis ponatur θ λ. Et quoniã est sicut α γ ad γ δ, sic γ δ ad γ β, æqualis aũt est ipsa quidẽ α γ ipsi κ θ, & γ δ ipsi θ ε, & γ β ipsi θ λ, est igitur sicut κ θ ad θ ε, sic ε θ ad θ λ. qd' igitur sub ipsis κ θ, θ λ, æquũ est ei qd' ex ε θ. Et rectus est uterq; ipsorũ κ θ ε, ε θ λ angulorũ. Igitur semicirculus descriptus super κ λ ueniet et per ε, quoniã si cõnectamus ε λ, rectus fit qui sub λ ε κ angulus, eo quia triãgulũ ε λ κ utriq; ipsorũ ε λ θ, ε θ κ, triãgulorũ æquiãgulũ fit. Si iã manẽte κ λ circũducatur semicirculus, & in idẽ unde duci incœpit rursus steterit, ueniet et per signa ζ η, cõnexis ipsis ζ λ, λ η, et rectis similiter factis iis qui ad ε, angulis pyramis data sphæra cõprehẽsa erit, ipsa enim κ λ sphæræ dimetiẽs, æqualis est ipsi α β datæ sphæræ diametro, quoniã ipsi qdẽ α γ æqualis ponitur κ θ, ipsi aũt γ β ipsa θ λ. Dico iã q ipsius sphæræ dimetiẽs, lateris ipsius pyramidis potẽtia sesqualter est. Quoniã etenim dupla est α γ ipsius γ β, tripla igitur est α β ipsius β γ. Cõuertẽdo igitur (p correlariũ 18 quinti) sesqualtera est α β ipsius α γ. Sicut aũt β α ad α γ, sic qd' ex β α ad id qd' ex α δ, quoniã cõnexa ipsa β δ, est sicut β δ ad α δ, sic δ α ad α γ, propter ipsorũ δ α β, δ α γ, triãgulorũ similitudinẽ, & eo quia est sicut prima ad tertiã sic qd' ex prima ad id qd' ex secũda. Sesqualterũ igitur est qd' ex β α, eius qd' ex α δ. Et β α quidẽ est ipsius datæ sphæræ diameter, et α δ æqualis est lateri ipsius pyramidis, ipsius igitur sphæræ diameter, ipsius pyramidis lateris sesqualtera est. Quod erat ostẽdẽdũ. Ostẽdẽdũ iã q est sicut α β ad β γ, sic qd' ex α δ ad id qd' ex δ γ. Exponatur ipsius semicirculi descriptio, & ab ipsa α γ describatur (p 46 primi) quadratũ ε γ, & cõpleatur ζ β parallelogrãmũ. Quoniã igitur triãgulũ δ α β ipsi δ α γ triãgulo æquiãgulũ est, est sicut β α ad α δ, sic est δ α ad α γ. Igitur qd' sub β α, α γ, æquũ est ei qd' ex α δ. Et quoniã est sicut α β ad β γ, sic est ε β ad β ζ, et est qdẽ ipsum ε β id qd' sub β α, α γ (æqualis enim est ε α ipsi α γ, & β ζ, i. qd' sub α γ, γ β) sicut igitur α β ad β γ, sic qd' sub ipsis β α, α γ, ad id qd' sub ipsis α γ, γ β. Et qd' sub β α, α γ, æquũ est ei qd' ex α δ, qd' autẽ sub α γ, γ β, æquũ est ei qd' ex δ γ, ipsa enim δ γ perpẽdicularis, basis segmẽtorũ α γ, γ β, media est ꝓportiõalis, quoniã q sub α δ β rectus est. Sicut igitur α β ad β γ, sic qd' ex α δ ad id qd' ex δ γ: qd' ostẽdere oportuit. Euc. ex Cã. Prop. 14.

Zamb. 15 B assignata sphæra circũscriptibilẽ cubũ cõstituere. Eiusdẽ aũt sphæræ diametrũ lateri ipsius cubi potentialiter triplicem esse manifestum erit. 14



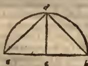
Camp. Assignatæ sphæræ diameter sit a b, super quã lineetur semicircul⁹ a d b, diuidaturq; diameter in pũcto c, prori⁹ secũdũ cõditionẽ pręmissę, uidelicet ut linea a c sit dupla ad lineã c b, et producatur c d perpẽdicularis ad a b, et protrahantur d b & d a. Postea fiat unũ quadratũ cui⁹ omnia latera sint æqualia b d, sitq; e f g h, super cui⁹ quatuor ãgulos erigãtur, ut do

cet 12 undecimi, quatuor lineæ perpēdiculares ad superficiē ipsius quadrati, quarū quælibet ponatur etiā æqualis lineæ b d, sintq́ e k, f l, g m, h n, eruntq́ hæ quatuor perpēdiculares, singulæ singulis æquidistātes ex 6 undecimi, & anguli quos continent cū lateribus quadrati, recti ex diffinitione lineæ perpēdicularis ad superficiē. Deinde cōiungantur extremitates istarū perpēdicularū, ꝓtractis lineis K l, l m, m n, n K, eritq́ cōpletus cubus, sex superficieb⁹ quadratis cōtentus, cōstat ex 34 primi; quòd quatuor superficies ipsum ambiētes (& ipsæ sunt quarū opposita latera sunt 4 ꝑpēdiculares) sunt oēs quadratę, de basi aūt, hoc positū est, at uerò de suprema eius superficie quæ est k l m n, quòd ipsa quoq; sit quadrata, cōstat ex 34 primi & 10 undecimi, ideoq́ ex 4 undecimi manifestū est, singula latera eiusdē cubi duab⁹ ipsius oppositis superficieb. orthogonaliter insistere. Vt aūt cubū hūc ab aßignata sphæra circūscriptibilē esse demōstremus, in una suarū superficierū ꝓtrahatur diagonalis, uerbi gratia in basi eius, sitq́ e g, & ab huius diagonalis altera extremitate, ꝓtrahatur diameter cubi e m, eritq́ ex penult. primi quadratū e g, duplū ad quadratū f g; ideoq́ & ad quadratū g m, eo quòd g m est æqualis f g, sunt enim omnia latera cubi ad inuicē æqualia. Et qa rursus ex penult. primi, quadratū e m est æquale quadratis duarū linearū e g & g m, propter hoc quòd angulus e g m est rectus ex diffinitione lineæ perpēdicularis ad superficiē, erit quadratū e m triplū ad quadratū m g, cōstat enim ex duplo & simplo. Cūq́ ex secūda parte correlarij 8 sexti & ex correlario 17 eiusdē quadratū quoq; a b sit triplū ad quadratū b d, eo quòd linea a b tripla est ad lineā b c, sit aūt b d æqualis f g, sequitur ex cōi sciētia, ut e m quæ est diameter cubi sit ęqualis a b quę est diameter sphęrę. Itaq; si super e m lineetur semicirculus circūducaturq́ quousq; ad locū unde fuit initiū motus, redeat: sphæra descripta, erit ex diffinitione sphærarū æqualiū æqualis sphæræ aßignatæ. At uerò quia hic semicirculus transitū faciet per punctū g, eo quòd angulus e g m est rectus, eadēq́ ratione per cæteros singulos rectos angulos cubi, qd' ex antecedēte ante hāc 14 immediatè pręmisso manifestū est, cōstat cōstitutū cubū ab aßignata sphęra (eo quòd à sua æquali) circūscriptibilē esse: qd' demōstrare oportebat. Correlarij uerò demōstratio in istius demōstrationis processu præpatuit.

Euclid. ex Camp. *Propositio 15.*

15 CORPVS octo basiū triangulariū & æquilaterarū à sphęra proposita circunscriptibile, cōponere: eritq́ palàm eiusdē sphæræ diametrū lateri ipsius corporis duplicē esse potentialiter. *Zamb. 15.*

CAMPANVS. Diameter sphæræ ꝓpositæ sit a b, quæ diuidatur per æqualia in pūcto c, & super eā lineetur semicirculus a d b, & ꝓducatur c d perpēdicularis ad a b, & iūgatur pūctus d cū a & cū b, describaturq́ unum quadratū cuius singula latera sint æqualia lineæ b d, sitq́ quadratū hoc e f g h, in quo, ꝓtrahātur diametri duę e g & f h, secātes seinuicē in pūcto k. Cōstat igitur ex 4 primi, quòd utraq; istarū diametrorū sit æqualis lineæ a b quæ est diameter sphęræ, cū angulus d sit rectus ex prima parte 30 tertij, & singuli quoq; anguli e f g h, recti ex diffinitione quadrati. Cōstat rursus, quòd eædē diametri e g & f h diuidūt seinuicē per æqualia in pūcto K. Hoc aūt ex 5 primi & 32 & 6 eiusdē facilè est elicere. Erigatur itaq; super punctū K, linea K l perpendicularis ad superficiē quadrati, quæ ponatur æqualis medietati diametri e g uel f h, & demittātur hypothenusæ l e, l f, l g, l h, eruntq́ ex his quæ posita sunt, & penult. primi, quoties oportuerit repetita, singulæ harū hypothenusarū æquales sibi inuicē & æquales lateribus quadrati. Habes ergo pyramidē quatuor æquilaterarū triāgulariūq́ basiū, super quadratū constitutā. Huic itaq; sub ipso quadrato similē pyramidē, hoc modo appone. Lineā l K producas, perforādo quadratū, usq; ad m, ita quòd k m existēs sub quadrato, sit æqualis l k existēti supra, & iunge punctū m cū singulis angulis quadrati, producendo 4 alias hypothenusas quæ sunt m e, m f, m g, m h, de quibus quoq; manifestū est ex penult. primi, quēadmodū de alijs quæ sunt in superiori parte, qd' ipsæ sint æquales adinuicē & laterib. quadrati. Cōpleuim⁹ igitur corp⁹ 8 basiū triāgulariū & ęquilaterarū. Hoc aūt ab aßignata sphęra circūscriptibile esse, sic habeto. Cōstat enim qd' linea l m est æqualis diametro aßignatæ sphæræ, nā utraq; earū est æqualis diametro quadrati. Igitur si super l m lineetur semicircul⁹ qui circūuoluatur quousq; ad locū suū redeat, sphæra quā motu suo describet, erit æqualis aßignatæ sphæræ, ut ex diffinitione æqualiū sphærarū colligitur. Hic uerò semicirculus trāsibit per





quatuor angulos quadrati, & simpliciter per omnia puncta circunferentiæ circuli circunscribẽtis quadratum, eo quòd semidiameter quadrati, ut linea f k, & portiones lineæ l m, quæ sunt l k & K m, sunt adinuicē æquales, quare ex diffinitione eius quod est figuram unam alij figuræ inscribi, fabricatum corpus inscriptibile est sphæræ motu huius semicirculi descriptæ. Itaq; & sphæræ assignatæ ex conceptione, cum ipsæ sint adinuicem æquales ex diffinitione. Correlarium uerò manifestè constat, sunt enim duæ lineæ d b & d a æquales ex quartam primi: ideoq; quadratum lineæ b d, duplum est ad quadratum lineæ b d, ex penultima primi, latus autem fabricati corporis, est æquale lineæ b d: uerum est ergo correlariũ. *Eucl. ex Zãb. Problema 2. Propositio 14.*

Octahedrum construere, & data sphæra comprehendere ea qua pyramidem, ostendereq; quòd ipsius sphæræ dimetiens potentia lateris ipsius octahedri duplus est. 14

THEON *ex Zãb. Exponatur datæ sphæræ diameter α β, seceturq; (per 10 primi) diuidue in γ, et describatur super α β semicirculus α δ β. Exciteturq; (per 10 primi) ab ipso γ ipsi α β ad rectos angulos γ δ, & connectatur δ β. Exponaturq; quadratum ε ζ η θ, æquum habens unumquodq; latus ipsi β δ, & connectantur ζ θ, ε η. Exciteturq; (per 12 undecimi) ab ipso κ signo ad ipsius ε ζ η θ quadrati planum ad angulos rectos recta linea κ λ, & extendatur in alteram partem plani λ μ ut ipsa κ μ, auferaturq; ab utraq; ipsarum κ λ, κ μ, uni ipsarum κ ε, κ ζ, κ η, κ θ, æqualis utraq; ipsarum κ λ, κ μ, & connectantur λ ε, λ ζ, λ η, λ θ, μ ε, μ ζ, μ η, μ θ. Et quoniam κ ε ipsi κ θ est æqualis, & angulus qui sub ε κ θ rectus est, igitur quod ex θ ε duplũ est eius quod ex ε κ. Rursus quoniam λ κ ipsi κ ε est æqualis, & angulus qui sub λ κ ε rectus est, quod igitur ex ε λ, duplum est eius quod ex ε κ. Ostensum autẽ est quòd & quod ex θ ε, duplum est eius quod ex ε κ. Igitur quod ex λ ε, ei quod ex ε θ est æquale. Ipsa igitur λ ε ipsi ε θ est æqualis. Idq; propterea iam & λ θ, ipsi θ ε est æqualis. Idq; propterea iam & λ θ, ipsi θ ε est æqualis. Triangulum igitur λ ε θ æquilaterum est. Similiter iam demonstrabimus qđ unumquodq; reliquorum triangulorum, quorum bases quidem sunt ipsa ε ζ η θ quadrati latera, fastigia uerò λ μ, signa, æquilaterum est. Octahedrum igitur constitutum est, sub octo triangulis æqualia habentibus latera comprehensum. Oportet iam & illud sphæra data comprehendere, ostendereq; quòd ipsius sphæræ dimetiens potentia duplus est lateris ipsius octahedri. Quoniam enim ipsæ tres λ κ, κ μ, κ ε, inuicem sunt æquales, super λ μ igitur descriptus semicirculus ueniet & per ε, & id propterea si manente λ μ, circunducatur semicirculus, & in idem unde circunduci cœpit steterit, ueniet & per ζ η θ signa, & octahedrum sphæræ erit comprehensum. Dico q; & data. Quoniam nanq; æqualis est λ κ ipsi κ μ, communis autem κ ε, & angulos rectos comprehendunt, basis igitur λ ε (per 4 primi) basi ε μ est æqualis. Et quoniã angulus qui sub λ ε μ rectus est, in semicirculo enim, quod igitur ex λ μ, duplũ est eius qđ ex λ ε. Rursus quoniã α γ ipsi γ β est æqualis, dupla est α β ipsius β γ. Sicut aũt α β ad β γ, sic qđ ex α β ad id qđ ex β δ. Duplũ igitur est quod ex α β eius qđ ex β δ. Ostensum est autẽ q; & qđ ex λ μ duplum est eius qđ ex λ ε, & qđ ex β δ, ei est æquum quod ex λ ε, æqualis enim ponitur ε θ, ipsi δ β. Quod igitur ex α β, ei qđ ex λ μ est æquale, ipsa igitur α β ipsi λ μ est æqualis, estq; α β datæ sphæræ dimetiens, ipsa igitur λ μ, æqualis est datæ sphæræ diametro. Cõprehensum est igitur octahedrũ data sphæra, & simul ostensum est quod ipsius sphæræ diameter potentia dupla est ipsius octahedri lateris: quod facere & ostendere oportebat.*

Euclid. ex Zamb. Problema 3. Propositio 15.

Cubũ cõstruere & data sphæra cõprehẽdere ea, qua priora, ostẽdereq; q ipsius sphęræ dimetiens potẽtia triplus est lateris ipsius cubi. 15

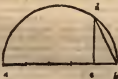
THEON *ex Zamb. Exponatur datæ sphæræ diameter α β, seceturq; in γ, ut α γ dupla sit ipsius γ β. Describatq; super α β, semicirculus α δ β, & ab ipso γ ipsi α β (per 11 primi) ad angulos rectos excitetur γ δ, & connectatur δ β. Exponaturq; quadratum ε ζ η θ, æquum habens unumquodq; latus ipsi δ β, & ab ipsis ε ζ η θ, signis, ad ipsius ε ζ η θ quadrati planum ad angulos rectos excitẽtur (per 13 undecimi) ε κ, ζ λ, η μ, θ ν, & auferatur ab unaquaque ipsarũ ε κ, ζ λ, η μ, θ ν, uni ipsarũ ε ζ, ζ η, η θ, θ ε, æqualis unaquæq; ipsarum*

rum ι κ, ζ λ, ε μ, ϑ ν, connectanturq́; ipsæ κ λ, λ μ, μ ν, ν κ: cubus igitur ζ ν, constructus est sub sex quadratis æqualibus comprehensus. Oportet iam sphæra data comprehendere, & ostendere quòd ipsius sphæræ dimetiens potentia triplex est ipsius cubi lateris. Connectantur enim ipsæ κ ν, ι κ. Et quoniam angulus qui sub ϰ ι κ rectus est, eo quia ϰ ι recta est ad planum ι ν, uidelicet & ad rectam lineam ι ν, igitur super κ κ descriptus semicirculus ueniet & per ι ν signa. Rursus quoniam ζ ν recta est ad utranq; ipsarum ζ λ, ζ ι, & ad ζ ν: igitur planum recta est ipsa ζ ν. Quare & si connectamus ipsam ζ κ, ipsa ν ζ recta erit ad ipsam ζ κ, ac per hoc rursus super ν κ descriptus semicirculus, trāsiet & per ζ, similiter & per reliqua signa ipsius cubi ueniet. Si iam manente ipsa κ ν, circunductus semicirculus in idem steterit unde circunduci cœpit, cubus sphæra comprehensus erit.

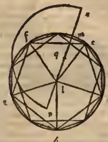
Dico iam quòd & data. Quoniam enim æqualis est ν ζ ipsi ζ ι, & angulus qui ad ζ rectus est, quod igitur ex ι ν, duplum est eius quod ex ι ζ. Aequalis autem est ι ζ ipsi ι κ, quod igitur ex ι ν, duplum est eius quod ex ι ζ. Quare quod ex ν ι, ι ϰ, triplum est eius quod ex ι κ. Et quoniam α β ipsius β γ triplex est, sicut autem α β ad β γ, sic quod ex α β ad id quod ex β δ, triplū igitur est quod ex α β, eius quod ex β δ, patuit autem quòd & quod ex κ ν, triplum est eius quod ex κ ι, & æqualis posita est κ ι, ipsi β δ, æqualis igitur est & κ κ, ipsi α β. Et α β est datæ sphæræ dimetiēs, & ϰ κ igitur æqualis est ipsi datæ sphæræ diametro. Data igitur sphæra comprehenditur cubus, & unà ostenditur quòd sphæræ diameter potentia tripla est ipsius cubi lateris: quod facere & ostendere oportebat.

Euclid. ex Camp. Propositio 16.

16 Orpus uiginti basium triangulariū atq; æquilaterarum à data sphęra diametrum rationalem habente circunscriptibile, fabricare: eritq; palàm, latus eiusdē corporis esse lineam irrationalem, eam scilicet quæ dicitur minor.

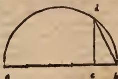


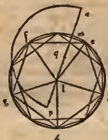
Campanus. Sit hic quoq; diameter assignatæ sphæræ a b, quæ ponatur esse rationalis siue in longitudine siue in potētia tantum, & diuidatur in puncto c, ita quòd a c sit quadrupla ad c b, & lineetur super eam semicirculus a d b, & ꝓducatur c d perpendicularis ad a b, & protrahatur linea d b, deinde secundū quantitatē lineæ d b lineetur circulus e f g h k supra centrum l, cui inscribatur pentagonus æquilaterus eisdem literis annotatus, ad cuius angulos à centro l ducātur lineæ l e, l f, l g, l h, l k. Rursus in eodē circulo inscribatur decagon⁹ æquilater⁹, diuidātur enim cūcti arcus quorū chordæ sunt latera pētagoni per æqualia, & à pūctis medijs ad extremitates cunctorū laterū inscripti pētagoni lineæ rectæ dirigātur. Itēq; super singulos angulos pētagoni erigatur cathetus, secūdū qd' docet 12 undecimi, quorū quilibet sit etiā æqualis lineæ b d & cōiungantur extremitates horū quinq; cathetorū, quinq; corausti, erūtq; ex 6 undecimi quinq; catheti erecti, adinuicē æquidistātes, cūq; ipsi sint ęquales, erūt quoq; ex 33 primi quinq; corausti eorū extremitates iūgētes æquales laterib⁹ pētagoni. Demitte igitur à sūmitatib⁹ singulis singulorū cathetorū, binas & binas hypothenusas ad duos circūstātes angulos inscripti decagoni, & harū decē hypothenusarū à quinq; extremitatib⁹ cathetorū ad quinq; pūcta quæ sunt singuli anguli medij inscripti decagoni, descendentiū extremitates cōtinua aliū pentagonū rursus ipsi circulo inscribendo, qui quoq; erit æquilater⁹ ex 23 tertij.



Cū hoc itaq; feceris, uidebis te perfecisse decem triāgulos, quorū latera sunt decem hypothenusæ & quinq; corausti & quinq; latera huius secundi pentagoni inscripti. Hos ergo decem triangulos, æquilateros esse, sic collige. Cùm enim tam semidiameter descripti circuli quàm quilibet erectorum cathetorum sit æqualis lineæ b d ex hypothesi, erit ex correlario 15 quarti, quilibet cathetorum æqualis lateri hexagoni æquilateri circulo cuius semidiameter est æqualis lineæ

b d inſcripti. Quia uerò ex penultima primi unaquæq; decem hypothenuſarum tanto eſt potentior catheto quantum poteſt latus decagoni: at uerò ex 10 huius, latus quoq; pentagoni eſt tanto potentius eodem quantum poteſt idem latus decagoni, erit ex communi ſcientia unaquæque harum hypothenuſarum æqualis lateri pentagoni. De corauſtis autem iam patuit, quòd ipſi ſint æquales lateribus pentagoni. Itaq; cuncta latera horum decem triangulorum, aut ſunt latera pentagoni æquilateri ſecunda uice circulo inſcripti, aut illis æqualia, ſunt igitur æquilateri trianguli. Amplius aũt ſuper centrũ circuli quod eſt punctum l, erige alium cathetum æqualem prioribus qui ſit l m, eiuſq; ſuperiorem extremitatem quæ eſt m, iunge cum ſingulis extremitatibus priorũ, per quinq; corauſtos, eritq; ex 6 undecimi, hic centralis cathetus, ſingulis cathetorum angularium æquidiſtans, ideoq; ex 33 primi, hi quinq; corauſti erunt ſemidiametro circuli æquales, & ex corre lario 5 quarti, quælibet eorum tanquã latus hexagoni. Centrali ergo catheto ex utraq; parte adijciatur linea una æqualis lateri decagoni, ſupra quidem adijciatur ei m n, deorſum autem ſub circulo adijciatur ſibi à centro circuli p, poſtea demittantur à puncto n, 5 hypothenuſæ ad 5 ſuperiores angulos decem triangulorum, qui ſunt in circuitu, & à puncto p, aliæ 5 ad alios 5 inferiores. Erunt hæ decem hypothenuſæ æquales adinuicem lateribus inſcripti pentagoni ex penultima primi & 10 huius, quemadmodum de alijs decem prius demonſtratum eſt. Habes ergo corpus 20 baſium triangularium atq; æquilaterarũ cuius cuncta latera ſunt æqualia lateribus pentagoni, eius uerò diameter eſt linea n p, horum autem 20 triangulorũ decem conſiſtunt in circuitu ſupra circulum, quinq; autem conſurgunt ſurſum ad punctum n cõcurrentes, atq; quinq; reliqui deorſum emergunt ſuper punctum p coëuntes. ¶ Hoc autem icoſedron corpus à data ſphæra circũſcriptibile eſſe, ſic erit manifeſtum. Cum linea l m ſit æqualis lateri hexagoni, & m n lateri decagoni æquilaterorũ quos circulus e f g circunſcribit, tota l n erit ex 9 huius diuiſa ſecundum proportionem habentem medium & duo extrema in puncto m, & maior portio eius erit linea l m. Diuidatur itaq; l m per æqualia in q, eritq; ex communi ſcientia p q, æqualis q n, nàm p l poſita eſt æqualis lateri decagoni, quemadmodum m n, quare q n eſt medietas n p, quemadmodum eſt q m medietas m l. Cùm ergo quadratum n q, ſit ex 3 huius quintuplum ad quadratum q m, erit quoq; ex 15 quinti quadratum p n quintuplum ad quadratum l m, eſt enim ex 4. ſecundi quadratum p m, quadruplum ad quadratum q n, quadratum quoq; l m, quadruplum ad quadratum q m ex eadem, quadruplum autem ad quadruplum, eſt ut ſimplum ad ſimplum, teſte 15 quinti, at uerò quadratum a b, quintuplum eſt ad quadratum b d ex ſecunda parte correlarij 8 ſexti & ex correlario 17 eiuſdem, eſt etiam a b, quintupla ad b c, eo quòd a c fuit ad eandem quadrupla. Quia ergo l m ex hypotheſi æqualis b d, erit ex cõmuni ſcientia a b æqualis n p. Itaq; ſi ſuper lineam n p ſemicirculus deſcribatur, qui tandiu quòd locum primum repetat circunuoluatur, ſphæra ipſius motu deſcripta, erit à diffinitione ſphærarum æqualium, æqualis ſphæræ propoſitæ. Et quoniam linea l m eſt medio loco proportionalis inter l n & n m, ideoq; inter l n & p l, erit quoq; quælibet ſemidiameter circuli, medio loco proportionalis inter l n & l p. Et cum l m ſit æqualis ſemidiametro circuli, itaq; ſemicirculus ſuper p n deſcriptus tranſibit per omnia puncta circũferentiæ circuli e f g, ideoq; & per ſingulos angulos ſolidi fabricati, in illa circunferentia conſiſtentes. Et quia eadem ratione ſinguli corauſti continuantes extremitates angularium cathetorum cum extremitate centralis, ſunt medio loco proportionales inter p m & m n, eo quòd quilibet eorum eſt æqualis l m, ſequitur ut idem ſemicirculus trãſeat etiam per reliquos angulos figuræ icoſedræ ſtatutæ. Eſt igitur corpus hoc inſcriptibile ſphæræ cuius diameter p n, ideoq; & ſphæræ cuius diameter a b. ¶ Latus autem huius ſolidæ figuræ dico eſſe lineam minorẽ. Conſtat enim quòd linea b d eſt rationalis in potentia, cum eius quadratum ſit ſubquincuplum ad quadratum lineæ a b quæ poſita eſt rationalis ſiue in longitudine ſiue in potentia tantũ. Itaq; ſemidiameter atq; diameter circuli e f g eſt etiam rationalis in potentia, nàm eius ſemidiameter eſt æqualis b d. Igitur ex 12 huius latus pentagoni æquilateri huic circulo inſcripti eſt linea minor: at uerò (ſicut in huius demonſtrationis proceſſu patuit) latus huius figuræ eſt quantum latus





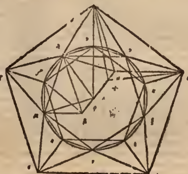
pentagoni,

pentagoni,ergo latus huius figuræ 20 alchaidarum,id est basium,est linea minor: quemadmodum proponitur.

Euclid. ex Zamb. *Problema 4.* *Propositio 16.*

16 Icosahedrum construere,& data sphæra comprehendere, qua & dictas figuras,ostendereq; quòd ipsius icosahedri latus irrationalis est ea quæ appellatur minor.

THEON *ex Zamb. Exponatur datæ sphæræ diameter α β, seceturq; in γ, ut α γ quadrupla sit ipsius γ β, & describatur super α β semicirculus α δ β, & excitetur (per 11 primi) ab ipso γ, ipsi α β ad angulos rectos recta linea γ δ, connectaturq; δ β, ponaturq; circulus ε ζ η θ κ, cuius quæ ex centro, æqualis esto ipsi δ β, & in ipso ε ζ η θ κ circulo describatur (p 11 quarti) quinquangulum æquilaterum & æquiangulum ε ζ η θ κ. Et secentur ε ζ, ζ η, η θ, θ κ, κ ε, circumferentiæ bifariam in signis λ μ ν ξ ο, connectanturq; λ μ, μ ν, ν ξ, ξ ο, ο λ, æquilaterum igitur est quinquangulum λ μ ν ξ ο, et decagoni latus est ε ο recta linea. Constituantur (per 12 undecimi) ab ipsis ε ζ η θ κ, signis ad ipsius circuli planum ad rectos angulos rectæ lineæ ε π, ζ ρ, η σ, θ τ, κ υ, æquales existentes ei quæ ex centro ipsius ε ζ η θ κ circuli, & connectantur ipsæ π ρ, ρ σ, σ τ, τ υ, υ π, π λ, λ ρ, ρ μ, μ σ, σ ν, ν τ, τ ξ, ξ υ, υ ο, ο π. Et quoniam utraq; ipsarum ε π, κ υ, eidem plano ad angulos est rectos, parallelus igitur est (per 6 undecimi) ε π ipsi κ υ, est autem & ei æqualis, æquales autem & parallelos connectentes ad easdem partes rectæ lineæ, æquales & paralleli (per 33 primi) sunt. Igitur π υ ipsi ε κ æqualis & parallelus est, pentagoni autem æquilateri latus est ipsa ε κ, pentagoni ergo æquilateri est & π υ, in ε ζ η θ κ circulo descripti, & iam id propterea, & unaquæq; ipsarum π ρ, ρ σ, σ τ, τ υ, pentagoni est æquilateri in circulo ε ζ η θ κ descripti, pentagonum igitur π ρ σ τ υ æquilaterum est. Et quoniam π ε hexagoni est, decagoni autem ε ο, & angulus qui sub π ε ο rectus est, pentagoni igitur est π ο, pẽtagoni enim latus potest & hexagoni & decagoni in eodẽ circulo descriptorũ latus (per 10 decimitertij) Iam id propterea & υ ο pentagoni latus est, est etiam π υ pentagoni latus. Aequilaterũ igitur est π ο υ triangulum. Iam id propterea & unumquodq; ipsorum π λ ρ, ρ μ σ, σ ν τ, τ ξ υ, æquilaterũ est. Et quoniam ostensum est utrunq; & π λ & π ο pentagoni esse, est autem & λ ο pentagoni, æquilaterum igitur est π λ ο triangulum. Iam id propterea & unumquodq; ipsorum λ ρ μ, μ σ ν, ν τ ξ, ξ υ ο triangulorum, æquilaterum est. Assumatur (per 1 tertij) centrum circuli ε ζ η θ κ, & sit φ signum, & ab ipso φ ad ipsius circuli planum ad rectos angulos (per 12 undecimi) excitetur φ ω, extendaturq; ex utraq; parte ut φ ψ, & auferatur ipsius quidem hexagoni φ χ, decagoni autem utrunq; ipsorum φ ψ, χ ω, & connectantur π ω, π χ, υ π, υ χ, ε φ, λ φ, λ ψ, ψ μ. Et quoniam utraq; ipsarum φ χ, π ε, ad circuli planum ad rectos angulos est, parallelus igitur est φ χ ipsi π ε. Sunt autem æquales & ipsæ igitur ε φ, π χ, æquales & parallelæ sunt. Hexagoni autem est ε φ, hexagoni ergo & π χ. Et quoniam hexagoni quidem est π χ, decagoni uerò χ ω, & rectus est qui sub π χ ω angulus, pentagoni igitur est π ω. Iam id propterea & υ ω, pentagoni est. Quoniam si connectamus ipsas φ κ, χ υ, æquales, æquales & ex opposito erunt. Est autem ipsa φ κ ex centro existẽs, hexagoni: hexagoni igitur est & ipsa χ υ. Decagoni autem & χ ω, & qui sub υ χ ω rectus est, pentagoni igitur est ipsa υ ω. Est autem & π υ, pentagoni. Igitur triangulum π υ ω æquilaterum est. Iam id propterea & unumquodq; reliquorum triangulorum quorum bases sunt π ρ, ρ σ, σ τ, τ υ, rectæ lineæ, fastigium uerò ω signum, æquilaterum est. Rursus quoniam hexagoni quidem est ipsa φ λ, decagoni autem ipsa φ ψ, & rectus est qui sub λ φ ψ angulus, pentagoni igitur est λ ψ. Iam id propterea si connectamus ipsam μ φ, quæ est hexagoni,*





*duceturq;

συνάγεται colligitur.

*ducaturq; ipsa μ ψ pentagoni, est autem & λ μ pentagoni, triangulum igitur λ μ ψ æquilaterum est. Similiter iam ostendetur quod unumquodq; reliquorum triangulorum quorum bases sunt μ ν, ν ξ, ξ ο, ο λ, fastigium autem ψ signum, æquilaterum est. Constructum igitur est icosahedrum, sub uiginti triangulis æqualia latera habentibus comprehensum. Oportet iam illud quoq; data sphæra comprehendere, ac demonstrare quod latus icosahedri est irrationalis ea quæ appellatur minor. Quoniam enim hexagoni est ipsa φ χ, decagoni autem ipsa χ ω, ipsa igitur φ ω extrema & media ratione secatur in χ, & ipsius maius segmentum est φ χ. Est igitur sicut ω φ ad φ χ, sic φ χ ad χ ω: æqualis autem est & φ χ ipsi φ λ, & χ ω ipsi φ ψ, est igitur sicut ω φ ad φ λ, sic φ λ ad φ ψ, & recti sunt anguli, qui sub ω φ λ, λ φ ψ. Si connectamus igitur ipsam λ ω rectam lineam, rectus erit angulus qui sub ψ λ ω, propter ipsorum ψ λ φ, φ λ ω, triangulorum similitudinem. Semicirculus igitur super ψ ω descriptus, ueniet & per λ iam id propterea quoniam est sicut ω φ ad φ χ, sic φ χ ad χ ω, æqualis autem ipsa quidem ω φ ipsi ψ χ, & φ χ ipsi χ ω, est igitur sicut ψ χ ad χ ω, sic ω χ ad χ ω. Ac per hoc rursus si connectamus ipsam ω ψ, rectus erit qui ad ω angulus. Igitur super χ ω descriptus semicirculus, ueniet & per ω, & si manente ψ ω, circunductus semicirculus in illud idem unde circunduci cœpit steterit, ueniet & per ω, & per reliqua ipsius icosahedri signa, & sphæra comprehensum erit ipsum icosahedrum. Dico quòd & data. Secetur (per 10 primi) φ χ diuidue in ω. Et quoniam recta linea φ ω extrema & media ratione secatur in χ, & minus segmentum illius est ω χ, ipsa igitur ω χ admittens dimidium maioris segmenti χ ω, quincuplum potest eius quod ex dimidia maioris segmenti (per 3 huius) Quincuplum igitur est quod ex ω ω, eius quod ex ω χ. Ipsius autem ω ω, dupla est ω ψ, ipsius autem ω χ, dupla est χ φ. Quod igitur ex ω ψ, quincuplum est eius quod ex φ χ. Et quoniã α γ ipsius γ β est quadrupla, quincupla igitur est α β ipsius β γ. Sicut autem α β ad β γ, sic quod ex α β ad id quod ex β δ, quincuplum igitur est quod ex α β, eius quod ex β δ. Patuit autem quòd quod ex ω ψ, quincuplũ est eius quod ex φ χ. Et δ β æqualis est ipsi φ χ, utraq; enim ipsarum, æqualis est ei quæ ex centro ipsius ε ζ η θ κ circuli, æqualis igitur est & α β ipsi ψ ω. Et α β est ipsius datæ sphæræ diameter, & ψ ω igitur datæ sphæræ diametro est æqualis. Data igitur sphæra, icosahedrũ comprehẽsum est. Dico iam quòd ipsius icosahedri latus irrationalis est ea quæ appellatur minor. Quoniam enim rationalis est ipsius sphæræ diameter, & potentia quincuplum est eius quæ ex centro circuli ε ζ η θ, rationalis igitur est & ea quæ ex centro circuli ε ζ η θ. Quare & diameter illius, rationalis est. Si uerò in circulo rationalem habente diametrũ, quinquangulum æquilaterum descriptum fuerit, latus pentagoni irrationalis est ea quæ appellatur minor (per 11 huius) Latus autem ipsius ε ζ η θ κ pentagoni, est quod & icosahedri. Icosahedri ergò latus, irrationale est, minor appellatum: quod facere & ostendere oportebat.

CORRELARIVM.

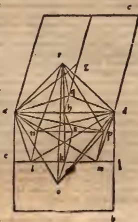
Ex hoc igitur est manifestum, quod sphæræ diameter potentia quincuplum est eius quæ ex centro circuli à quo icosahedrum describitur, & quod sphæræ diameter componitur & ex sexanguli & ex binis decagoni in eodem circulo descriptorum lateribus.

Euclid. ex Camp. Propositio 17.

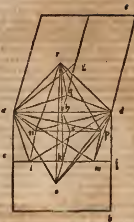
CORPUS duodecim basium pentagonarũ æquilaterarum atq; æquiangularium ab assignata sphæra circunscriptibile, constituere: eritq; palàm latus eiusdem corporis, irrationale esse id quod residuum dicitur. 17

CAMPANVS. Fiat cubus secundum quod docet 14 huius, circunscriptibilis ab assignata sphæra, sintq; huius cubi duæ superficies a b & a c, imaginemur autem nunc, quod a b sit suprema superficies cubi, & a c sit una ex lateralibus, sitq; linea a d, communis istis duabus superficiebus. Diuidãtur itaq; in superficie a b duo opposita latera per ęqualia, uidelicet d b & latus ei oppositũ, & puncta diuisionis continuentur per lineã e f, latus quoq; a d, & illud quod sibi opponitur in superficie a c, diuidãtur per æqualia, & pũcta diuisionis cõtinuentur linea recta cuius medietas sit g h, sitq; pũctus h, medius pũctus lineæ a d, similiter linea e f diuidatur per æqualia in k, & ꝓtrahatur h K. Quãlibet igitur triũ linearũ e K, K f, & g h, diuide secundũ ꝓportionẽ habẽtem mediũ & duo extrema in trib⁹ pũctis l m q, sintq; maiores portiões earũ, l K, K m, & g q, quas manifestũ est esse æquales, cũ totæ lineę diuisæ sint æquales, uidelicet quælibet earũ medietati lateris cubi. Deinde à duob. pũctis l & m, erige ꝑpẽdiculares, ut docet 12 undecimi, ad supficiẽ a b, quarũ utrãq; ponas ęqualẽ lineę k l, sintq; l n & m p, similiter à pũcto q, erige ꝑpẽdiculariter q r ad supficiem a c,

ciema c, quam ponas æqualem g q, protrahe itaq; lineas a l, a n, a m, a p, d m, d p, d l, d n, a r, a q, d r, d q. Manifestum est igitur ex quinta huius, quod duæ lineæ k e & e l potentialiter sunt triplum ad lineam k l, ideoq; etiam ad lineam l n, cum k l & n l sint æquales. At uerò k e, est æqualis e a, igitur duæ lineę a & e, & e l, sunt potētia triplum ad lineam l n. Quare ex penultima primi a l, est potentia tripla ad l n, ideoq; per eandem, a n est potentia quadrupla a e l n. Cumq; omnis linea sit potentia quadrupla ad medietatem sui, sequitur ex communi scientia quòd a n sit dupla in lōgitudine ad l n. Et quia l m dupla est ad l k: at k l, & l n, sunt æquales, erit a n æqualis l m: sunt enim earum dimidia, æqualia. Et quia ex 33 primi, l m est æqualis n p, erit a n, æqualis n p. Eodem modo probabis, tres lineas p d, d r, & r a esse æquales sibi inuicem & duabus prædictis. Habemus itaq; ex his 5 lineis, pentagonum æquilaterum qui est a n p d r. Sed fortasse dices ipsum non esse pentagonum, quia nec forsan est totus in superficie una, quod esset necessariū ad hoc ut esset pentagonus. Quod ergo sit totus in superficie una, sic habeto. Prodeat equidem à puncto k lineæ k ſ. perpendicularis ad superficiem a b, quæ sit æqualis l k, eritq; ob hoc æqualis utriq; duarum l n & m p. Cumq; ipsa sit æquidistans utriq; earum ex sexta undecimi, ideoq; cum ambabus in eadem superficie ex diffinitione linearum æquidistantium, necesse est ut punctus ſ sit in linea n p, & quod diuidat eam per duo æqualia. Protrahantur igitur duæ lineæ r h & h ſ, sunt itaque duo trianguli k ſ h & q r h super unum angulum, uidelicet k h q constituti, & est proportio k h, ad q r, sicut k ſ ad q h, nam ut g h ad q r, sic k h ad q r ex 7 quinti, & ut r q ad q h, sic k ſ ad q h ex eadem, sed g h ad q r, ut q r ad q h, eo quòd q r est æqualis g q, ergo per 30 sexti linea r h ſ, est linea una. Quare ex secunda undecimi, totus pentagonus de quo disputamus, est in superficie una. Ipsum quoq; dico esse æquiangulum. Cum enim e k sit diuisa secundum proportionem habentem medium duoq; extrema, & k m sit æqualis maiori portioni eius, erit quoq; ex 4 punctis tota e m diuisa secundum proportionem habentem medium duoq; extrema, maior quoq; portio eius linea e k, ideoq; (per 5) duæ lineæ e m & m k (ideoq; duæ e m, & m p, nam m p est æqualis m k) sunt potentia triplum ad lineam a e, nam a e est æqualis e k. Itaque tres lineæ a e, e m, & m p, sunt potentia quadruplum ad lineam a e. Constat autem per penultimam primi bis assumptam, quòd linea a p est potentia æqualis tribus lineis a e, e m, & m p, itaq; a p, est potentia quadrupla ad lineam a e. Latus uerò cubi cum sit duplum ad lineam a e, est potentia quoq; quadruplum ad ipsam ex 4 secundi, igitur ex communi scientia a p, est lateri cubi æqualis. Cumq; a d sit unum ex lateribus cubi, erit a p æqualis a d. Ideoq; ex 8 primi angulus a r d, est ęqualis angulo a n p. Eodem modo probabis angulum d p n esse æqualem angulo d r a, quia probabis lineam d n esse potentialiter quadruplum ad medietatem lateris cubi. Cum igitur ex his pentagonus sit æquilaterus, & habeat tres angulos æquales, ipse erit æquiangulus ex septima præsentis libri. Si itaq; hac uia rationeq; consimili, & super unumquodq; reliquorum laterum cubi pentagonum æquilaterum & æquiangulum fabricemus, perficietur solidum 12 superficiebus pentagonis æquilateris & æquiangulis cōtentum, cubus enim habet 12 latera. Reliquum autem est demonstrare, solidum hoc esse à data sphæra circunscriptibile. Protrahantur igitur à linea ſ k duæ superficies secantes cubum, quarum una secet ipsum super lineam h k, & aliam super lineam e f, eritq; ex 40 undecimi, ut communis sectio harum duarum superficierum secet diametrum cubi, & secetur uiceuersa ab ipsa diametro per æqualia. Sit ergo communis sectio earum usq; ad diametrum cubi linea k o, ita quòd o sit centrum cubi, & ducantur lineæ o a, o n, o p, o d, o r. Constat autem, quòd utraque duarum linearum o a & o d est semidiameter cubi, ideoq; æquales, de linea autem o k, constat ex 40 undecimi, quòd ipsa est æqualis e k, uidelicet medietati lateris cubi. Et quia k ſ est æqualis k m, erit o ſ diuisa in puncto k, secundum proportionem habentem medium duoq; extrema, & maior portio eius erit linea o k quæ est æqualis e k. Itaque per 5 huius erunt duæ lineæ o ſ & ſ k (ideoq; o ſ & ſ p, eo quod ſ p, ad quos hæc demonstratio non extenditur, est æqualis k ſ) triplum in potentia ad lineam o k, & ideo ad medietatem lateris cubi. Quare per penultimam primi linea o p, est potentia tripla ad medietatem lateris cubi. Ex correlario autem 14 huius constat, quòd semidiameter sphæræ tripla est in potentia ad medietatem lateris cubi, quem circunscribit eadem sphæra. Itaque o p, est quanta semidiameter sphæræ circunscribentis cubum propositum. Eadem ratione, cunctæ lineæ ductæ à



puncto o, angulos singulos pentagonorũ omniũ super latera cubi descriptorum ad singulos, inquã, qui proprij sunt pentagonis, non autem communes eis & superficiebus cubi, quales sunt in pentagono statuto tres anguli n, p r, de illis autem lineis quæ ueniunt à puncto o ad angulos singulos pentagonorum qui sunt communes pentagonis & superficiebus cubi, quales sunt in pentagono præsenti duo anguli a & d, constat quòd ipsæ sunt æquales semidiametro sphæræ circunscribentis cubum, ipsæ enim sunt semidiametri cubi ex 40 undecimi, at uero semidiameter cubi est tanquam semidiameter sphæræ ipsum circunscribentis quemadmodum ex ratione 14 apparet. Igitur omnes aliæ ductæ à puncto o ad singulos angulos dodecedri, sunt æquales adinuicem & semidiametro sphæræ. Semicirculus itaq; super totam diametrũ sphæræ uel cubi lineatus, sic circunducatur, transibit per omnes angulos eius. Quare per diffinitionem ipsum est ab assignata sphæra circunscriptibile. Dico uerum quod latus huius figuræ est linea irrationalis, ista uidelicet quæ residuum dicitur, si diameter sphæræ ipsum circunscribentis fuerit rationalis 10 longitudine uel 10 potentia. Cum enim diameter sphæræ sit ex 14 huius tripla in potentia ad latus cubi, erit latus cubi rationa e 10 potentia, si diameter sphæræ fuerit rationalis in longitudine uel in potentia. Constat autem ex 11, quod linea [illegible] diuidit lineam a d quæ est latus cubi, secũdum proportionem habentem mediũ duoq; extrema, & quod portio eius maior æqualis est lateri pentagoni. Et quia maior eius portio est residuum, ex sexta huius, manifestum est latus figuræ duodecim basium, esse residuũ: quod demonstrare uoluimus.



CAMPANVS. Fabricata sunt igitur per 13 & quatuor eam sequentes, quinque corpora æquilatera atque æquiangula, quorum unumquodque est circũscriptibile ab assignata sphæra. Sunt autem hæc solida primum quidem quatuor basium triangularium, & dicitur tetrahedron. Secundum est sex basium quadratarum & dicitur cubus siue hexaedron. Tertium octo basium triangularium, & dicitur octoedron. Quartum autem est solidum icosedron, & est uiginti basiũ triangularium. Quintum uerò ex 12 basibus pentagonis consistit, diciturq; dodecedron. Hæc autem quinq; solida, regularia dicuntur, quoniam ipsa æquiangula sunt atq; æquilatera, & à sphæra atq; adinuicem circunscriptibilia, plura uerò his quinq; æquilatera quæ sunt, æquiangula esse est impossibile. Ad constitutionẽ cuiuslibet anguli solidi, necesse est ad minus tres superficiales angulos concurrere. Ex duobus enim solis superficialibus, nequit solidus angulus compleri. Quia ergo tres anguli cuiuslibet hexagoni æquilateri & æquianguli sunt æquales quatuor angulis rectis, at uero heptagoni & cuiuslibet plurium laterum figuræ æquilateræ atq; æquiangulæ tres anguli sunt maiores quatuor angulis rectis, quemadmodum ex 32 primi euidenter dicitur, omnis autem angulus solidus quatuor rectis angulis minor est, teste 21 undecimi, impossibile est tres angulos hexagoni atque heptagoni & simpliciter omnis plurilateræ figuræ æquilateræ tamẽ atque æquiangulæ, solidum angulum constituere. Ideo nulla solida figura æquilatera atque æquiangula, potest ex superficiebus hexagonalibus aut plurium laterum constitui. Si enim tres anguli hexagoni æquilateri atq; æquianguli quenq; solidum angulum excedunt quatuor, & plures multo fortius eundem excedunt. Tres autem angulos pẽtagoni æquilateri atq; æquianguli minores esse quatuor rectis angulis manifestum est, & quatuor esse maiores quare ex tribus angulis pentagoni æquilateri atq; æquianguli possibile est solidum angulum constitui, ex quatuor autem aut ex pluribus impossibile, ideoq; unum duntaxat solidum ex pentagonis æquilateris atque æquiangulis constitutum est illud, uidelicet quod dodecedron dicitur, in quo anguli pentagonorum trini & trini solidos angulos perficiunt. Eadem quoque est ratio in quadrilateris figuris æquilateris & æquiangulis, quæ in pentagonis, omnis enim quadrilatera figura si æquilatera æquiangulaque fuerit, ipsa erit quadrata à diffinitione, nam oẽs eius anguli erunt recti per 32 primi. Ex tribus igitur angulis talis superficialis figuræ, possibile est solidũ angulũ constitui, ex quatuor aũt aut ex pluribus impossibile est: propterea quòd ex talibus figuris superficialibus (quæ cum quadrilateræ sint ipsæ æquilateræ atque æquiangulæ) unicum solidum quod cubum dicimus, fabricatum est. Triangulorum autem æquilaterorum sex anguli, sunt æquales quatuor rectis ex 32 primi,

primi. Ex tribus igitur angulis talis superficialis figuræ, poſsibile eſt ſolidum angulum conſtitui, ex quatuor autem aut ex pluribus impoſsibile eſt: propterea quòd ex talibus figuris ſuperficialibus (quæ cum quadrilateræ ſint ipſæ æquilateræ atq; æquiangulę) unicum ſolidum quod cubum dicimus, fabricatum eſt. Triangulorum autem æquilaterorum ſex anguli, ſunt æquales quatuor rectis ex 32 primi, pauciores ergo minores, & plures, maiores, igitur ex ſex angulis talium trigonorum aut ex pluribus, impoſsibile eſt angulum ſolidum fieri, ex quinque & ex quatuor & ex tribus poſsibile. Cum itaq; tres anguli trigoni æquilateri efficiunt angulum ſolidum, perficitur ex triangulis æquilateris corpus quatuor baſium triangularium atque æquilaterarum. Cum uerò quatuor conſurgunt: corpus octo baſium, quod octoedron diximus. At uerò ſi quinque triangulorum æquilaterorum anguli; ſolidum angulum contineant, fiet corpus icoſedron uiginti baſiū triangularium & æquilaterarum. Quare ergo tot & talia ſunt ſolida regularia, & quare plura his non ſint, dictum eſt.

Euclid. ex Zamb. *Problema 5.* *Propoſitio 17.*

17 Dodecahedrum conſtruere & data ſphæra comprehendere, qua & prædictas figuras, oſtendereq; quòd dodecahedri latus irrationalis eſt ea quæ appellatur apotome.

THEON ex Zamb. *Exponatur prædicti cubi bina plana inuicem ad angulos rectos, α β γ δ, γ β ε ζ, ſeceturq; (per 11 primi) unumquodq; ipſorum laterum α β, β γ, γ δ, δ α, ε ζ, ε β, ζ γ, diuiduè in η, θ, κ, λ, μ, ν, ξ, & connectantur ipſæ η κ, θ λ, ſeſe ſecantes in ſigno ο & μ θ, ν ξ ſeinuicem ſecantes in ſigno π, ſeceturq; unaquæq; ipſarum ν ο, ο ξ, θ π, extrema & media ratione in ρ, σ, τ ſignis, ſintq; ipſarum maiora ſegmenta ρ ο, ο σ, τ π, & conſtituantur (per 12 undecimi) ab ipſis ρ, σ, τ, ſignis ad ipſius cubi plana ad angulos rectos ad exteriores partes ipſius cubi ipſæ ρ υ, σ φ, τ χ, exponanturq; æquales ipſis ρ ο, ο σ, τ π, connectanturq; ipſæ υ β, β χ, χ γ, γ φ, φ υ. Dico quod υ β χ γ φ pentagonum, æquilaterum eſt, & in uno plano, & inſuper æquiangulum. Connectantur enim ρ β, σ β, φ β. Et quoniam recta linea ν ο extrema & media ratione ſecatur in ρ, & maius ſegmentū eſt ρ ο, quæ igitur ex ν ο, ν ρ, tripla ſunt eius quod ex ρ ο. Aequalis aūt eſt ο ν, ipſi ν β, & ο ρ ipſi ρ υ. Quæ igitur ex β ν, ν ρ, tripla ſunt eius quod ex ρ υ. Eis autem quæ ex β ν, ν ρ æquum eſt quod ex β ρ, quod igitur ex β ρ, triplum eſt eius quod ex ρ υ, quare quæ ex β ρ, ρ υ, quadruplum ſunt eius quod ex ρ υ. Eis uerò quæ ex β ρ, ρ υ, æquum eſt id quod ex β υ, quod igitur ex β υ, quadruplum eſt eius qđ ex υ ρ. Dupla igitur eſt β υ, ipſius ρ υ. Eſt autẽ & φ υ dupla ipſius υ ρ, quoniam & φ υ dupla ipſius υ ρ, quoniam & σ ρ, ipſius ο ρ, hoc eſt ipſius ρ υ dupla eſt. Aequalis igitur eſt β υ, ipſi υ φ. Similiter iam oſtendetur, quòd & unaquæq; ipſarum β χ, χ γ, γ φ, utrique ipſarum β υ, υ φ, eſt æqualis, quinquangulum igitur β υ φ γ χ, æquilaterum eſt. Dico quod & in uno eſt plano. Excitetur enim (per 31 primi) ab ipſo ο, utriq; ipſarum ρ υ, σ φ, parallelus ad exteriores partes cubi, ο ψ, & connectantur ψ θ, θ χ. Dico quod ipſa ψ θ χ recta linea eſt. Quoniam enim θ π, extrema & media ratione ſecatur in τ & maius ſegmentum eſt π τ, eſt igitur ſicut θ π, ad π τ, ſic π τ ad τ θ, æqualis autem eſt θ π ipſi θ ο, & π τ utriq; ipſarum τ χ, ο ψ, eſt igitur ſicut θ ο, ad ο ψ, ſic χ τ, ad τ θ, & eſt parallelus quidem θ ο ipſi τ χ, utraq; enim ipſi β δ plano ad angulos rectos eſt, & ipſa τ θ parallelus eſt ipſi ο ψ, utraque enim ipſarum plano ad angulos rectos eſt. Quando autem bina triãgula compoſita fuerint ad unum angulum (ut ſunt ipſa ψ ο θ & θ τ χ,) bina latera binis proportionalia habentia, ut ipſorum eiuſdem rationis latera ſint parallela, reliquæ rectæ lineæ in rectas lineas erunt (per 32 ſexti.) Igitur ψ θ, ipſi θ χ in rectam lineam eſt. Omnis autem recta linea, in uno eſt plano. In uno igitur plano eſt ipſum υ β χ γ φ, quinquangulum. Dico iam quod & æquiangulum eſt. Quoniam enim recta linea ν ο extrema & media ratione ſecatur in ρ, & maius ſegmentum eſt ο ρ, eſt igitur ſicut utraque ν ο, ο ρ, ſimul ad ο ν, ſic ο ν ad ο ρ. Aequalis autem eſt ο ρ, ipſi ο σ. Eſt igitur ſicut σ ν ad ν ο, ſic ν ο ad ο σ. Ipſa igitur σ ν, extrema & media ratione ſecatur in ο, & maius ſegmentum eſt ν ο, quæ igitur ex σ ν, σ ο, tripla ſunt eius quod ex ν ο. Aequalis autem eſt ν ο, ipſi ν β, & ο σ ipſi σ φ, quæ igitur ex ν σ, σ φ, quadrata tripla ſunt eius quod ex ν β, quare quæ ex φ σ, σ ν, ν β, quadrupla ſunt eius quod ex ν β. Eis autem quæ ex σ ν, ν β, æquale eſt (per 47 primi) id quod ex σ β, quæ igitur ex β σ, σ φ, hoc eſt quòd ex β φ (rectus enim eſt qui ſub φ σ β,*

angulus)quadruplũ est eius quod ex ε β,dupla igitur est β θ,ipsius ζ θ.Est autẽ & β ζ,ipsius β ε dupla,æqualis igitur est ζ θ,ipsi β γ.Et quoniam binæ β υ,υ θ,duabus β χ,χ γ,sunt æquales,& basis ζ θ basi ζ γ est æqualis,angulus igitur qui sub β υ θ angulo qui sub ζ χ γ(per 8 primi)est æqualis.Similiter iam demõstrabimus,quod & angulus qui sub υ θ γ,æqualis est ei qui sub β χ γ.Tres igitur anguli qui sub β χ γ,ζ υ θ,υ θ γ, inuicẽ sunt æquales.Si autem quinquanguli æquilateri tres anguli æquales inuicem fuerint,æquiangulũ erit(per 7 decimi tertij)quinquangulum.Quinquangulum igitur β υ θ χ γ,æquiangulum est.Patuit autem,quod & æquilaterum.Igitur pentagonum β υ θ γ θ æquilaterum et æquiangulum est,estq; super ζ γ uno cubi latere.Si igitur ab unoquoq; ipsius cubi duodecim laterum eadem construamus,constituetur figura quædam solida comprehensa sub duodecim quinquangulis æqualia habentibus latera & angulos æquos. Oportet iam ipsum sphæra data comprehendere,& demonstrare quod dodecahedri latus irrationalis est ea quæ appellatur apotome.Extendatur ψ ε,& sit ψ ω,coincidit igitur ψ ω,ipsi cubi diametro & bifariam se inuicẽ dispescunt,hoc enim patuit in penultimo undecimi theoremate,secentur in ω.Igitur ω centrum est sphæræ cubum comprehendentis,& dimidia est ψ ω lateris cubi.Connectantur autem υ ω.Et quoniam recta linea ε σ extrema & media ratione secatur in ε,& maius illius segmentũ est ν ε,quæ igitur ex ε σ,σ ε,tripla sunt eius quòd ex ε ε.Aequalis autem est ν ε,ipsi ψ ω,quoniam & ipsa ν ε,ipsi ε υ est æqualis,& ψ ε,ipsi ε ε,sed ε ε ipsi ψ υ,quoniam & ε ε,quæ igitur ex ω ψ,ψ υ,tripla sunt eius quod ex ν ε.Eis autem quæ ex ω ψ,ψ υ,æquum est(per 47 primi)quod ex ν ω.Quod igitur ex υ ω,triplum est eius quod ex ε ε. Est autem & quæ ex centro sphæræ cubum ipsum comprehendentis potentia triplex dimidij ipsius cubi lateris,antea enim ostẽsum est cubum construere,ac sphæra comprehendere, ac demonstrare quod sphæræ dimetiens potentia triplex est lateris cubi(in 15 decimi tertij)Si autem tota totius,& dimidia dimidiæ.Et ν ε,dimidia est lateris cubi.Ipsa igitur υ ω æqualis est ei quæ ex centro sphæræ cubum comprehendentis.Sphæræ autem cubũ cõprehendentis cẽtrum est ω.Igitur υ signum,ad superficiem est ipsius sphæræ.Similiter iam ostendemus,quod & unusquisq; reliquorum ipsius dodecahedri angulorum,est ad ipsius sphæræ superficiem.Igitur dodecahedrum,data sphæra comprehẽsum est. Dico iam quòd ipsius dodecahedri latus irratiõalis est ea quæ appellatur apotome.Quoniam enim ipsa ν ε extrema & media ratione diuisa maius segmentum est ς ε,ipsa autem ε ξ,extrema & media ratione diuisa maius segmentum est ε ε,tota igitur ν ξ extrema & media ratione diuisa,maius segmentum est ς ς.Et quoniam est sicut ε ε ad ε ς,& ε ς ad ε ς & duplicia(partes enim æquè multiplicium eandem habent rationem)sicut igitur ν ξ,ad ς ε,sic ς ε,ad utranq; ipsarum ν ς,ς ξ,simul.Maior autem est ν ξ,ipsa ς ε,utraq; ipsarum ν ς,ς ξ,simul.Igitur ν ξ,extrema & media ratione diuiditur,& maius segmẽtum est ς ε.Aequalis autẽ est ς ε,ipsi υ θ.Ipsa igitur ν ξ,extrema & media ratione diuisa,maius segmentum est υ θ.Et quoniam rationalis est ipsius sphæræ diameter,potentiaq; triplex est ipsius cubi lateris,rationalis igitur est ε ξ,latus cubi existens.Si aũt rationalis linea extrema & media ratione secta fuerit,utrũque segmentorum,irrationalis est ea quæ appellatur apotome(per 6 decimi tertij.Igitur υ θ,latus existens dodecahedri irrationalis est ea quæ apotome appellatur:quod ostendere oportuit,& fieri postulabatur.

CORRELARIVM. *Ex hoc inquam,est manifestum quod cubi latere extrema & media ratione diuiso,maius segmentum est dodecahedri latus:quod erat ostendendum.*

Euclid.ex Camp. *Propositio 18.*



Latera quinq; corporũ præmissorũ ab eadẽ sphęra circũscriptibiliũ,cuius sphęrę sola diametros nobis proposita fuerit,per ipsam propositam diametrum inuenire. 18

CAMPANVS. Sit ab diameter alicuius sphæræ,nobis proposita,ex qua iubemur latera quinq; præmissorum corporum elicere.Diuidamus igitur hãc diametrum in c,ita quod a c sit dupla ad c b,& per æqualia in d,& lineamus super eam semicirculum a f b,ad cuius circunferentiam protrahantur duæ lineæ perpendiculares ad lineam a b, quæ sint c e & d f,& iungamus e cum a & cum b & f cum b.Manifestum ergo est ex demonstratione 13 quod a e est latus figuræ quatuor basium triangularium & æquilaterarũ,& ex demõstratione 24, quod e b est latus cubi & ex demonstratione 15,quod f b est latus figuræ octo basium triangularium & æqui-

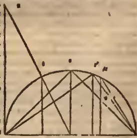
æquilaterarum. Prodeat itaq; à puncto a, linea a g perpendicularis ad a b, & æqualis eidem a b, & iungatur g cum d, sitq; h punctus in quo g d secat circunferentiam semicirculi, & ducatur h K perpẽdicularis ad a b. Et quia g a est dupla ad a d, erit ex quarta sexti h K dupla ad K d: sunt enim duo trianguli g a d & h K d, æquianguli ex 32 primi, eo quod angulus a, maioris est æqualis angulo K minoris, nam uterq; rectus, & angulus d, est communis utriq;: igitur ex 4 secundi, b K est potentia quadrupla ad K d, ergo ex penultima primi h d, est potentia quincupla ad K d. Cumq; d b sit æqualis h d est enim d centrum semicirculi, erit quoq; d b potentia quincupla ad K d. At uerò cum tota a b sit dupla ad totam b d, quemadmodũ a c detracta ex prima a b est dupla ad c b detractam ex secũda b d, erit ex 19 quinti b c residua primæ, dupla ad e d residuam secundæ, ideoq; tota b d, est tripla ad d c. Igitur quadratum b d est noncuplum ad quadratum d c. Et quia ipsum erat quincuplũ tantum ad quadratum K d, erit ex secunda parte decimæquinti, quadratum d c minus quadrato K d, ideoq; d c minor K d. Sit g d m æqualis K d, & prodeat m n usq; ad circunferentiam, quæ sit perpendicularis ad a b & iungatur n cum b. Cũ igitur d K & d m sunt æquales, erunt (ex diffinitione eius quod est aliquas lineas a cẽtro æquidistare) duæ lineæ h K & m n æqualiter distãtes a cẽtro, ideoq; æquales adinuicem ex secunda parte 13 tertij & ex secunda parte tertiæ eiusdem. Itaq; m n est ęqualis m K, nam h K erat æqualis ei. At quia a b dupla est ad b d, & K m dupla est a d d K, & quadratũ b d quincuplum ad quadratum d k, erit ex 15 quinti quadratũ a b similiter quincuplum ad quadratũ K m, est enim quadratum dupli ad quadratum dupli, sicut quadratum simpli ad quadratum simpli. Ex demonstratione autem 16 manifestum est, quod diameter sphæræ est potentialiter quincupla ad latus hexagoni circuli figuræ 20 basium, ergo K m est ęqualis lateri hexagoni circuli figuræ 20 basium, nã diameter sphæræ quæ est a b, est potentialiter quincupla tam ad latus hexagoni circuli illius figuræ, quã ad K m. Rursus quoq; ex demonstratione eiusdem manifestũ est, quod diameter sphæræ constat ex latere hexagoni & duplici lateri decagoni circuli figuræ 20 basium. Cum ergo K m sit tanquam latus hexagoni, at uerò a K sit ęqualis m b, nam ipsa sunt residua æqualium demptis æqualibus, erit m b tanquam latus decagoni. Quia igitur m n est tanquam latus hexagoni, nam ipsa est æqualis K m, erit ex penultima primi & 10 huius, n b tanquã latus pentagoni figuræ circuli 20 basium. Et quia ex demonstratione 16 apparet quod latus pentagoni circuli figuræ 30 basium est latus eiusdem figuræ 20 basium. Constat lineam n b esse latus istius figuræ. Diuidatur itaq; e b quæ est latus cubi, ab assignata sphęra circumscriptibilis, secundum proportionem habentem medium duoq; extrema in puncto d, sitq; maior portio eius p b. Constat igitur ex demonstratione præmissæ, quod p b est latus figuræ 12 basium. Inuenta ergo sunt latera 5 præmissorum corporum ex diametro sphærę nobis proposita: est enim a e latus pyramidis 4 basium e b latus cubi f b, latus octoedri, at uerò n b, latus icosedri, linea aut p b latus dodecedri. Quæ autẽ horũ laterũ sint maiora alijs, sic habetur: cõstat enim, quod a e est maior f b: nã arcus a e, est maior arcu f b. Itẽ f b, est maior e b, & e b maior quã n b, at uerò n b, dico etiã esse maiorẽ quàm p b. Cũ enim sit a c dupla ad c b, erit ex 4 secundi quadratum a c quadruplũ ad quadratũ c b. Constat autẽ ex secunda parte correlarij 8 sexti & ex correlario 17 eiusdem, quod quadratum a b triplum est ad quadratum b c. Sed per 21 sexti quadratum a b ad quadratum b c, est sicut quadratum b e ad quadratum c b, ex eo quod proportio a b ad b e, est sicut b e ad b c ex secunda parte correlarij 8 sexti. Itaq; per 1 quinti quadratum b e triplum est ad quadratum c b. Et quia quadratum a c quadruplum est ad idem quadratũ, ut ostensum est, ut ex prima parte 10 quinti quadratum a c maius quadrato b e, ideoq; linea a c maior est linea b e, ideoq; a m, multo maior b e. Manifestum uerò ex 9 huius, quod si linea a m diuisa fuerit secundum proportionem habentem medium duoq; extrema, erit maior portio eius linea K m quę est æqualis m n. At uerò cum b diuiditur secundum eandem portionem uidelicet habentem medium duoq; extrema, maior eius portio est linea p b. Cum itaq; a m tota sit maior tota b e, erit m n quæ est æqualis maiori portioni a m, maior quàm p b quæ est maior portio b e. Hoc autem manifestum est ex 2 decimiquarti, quæ sine auxilio alicuius earum quæ sequuntur firma demonstratione solidatur: ergo per 19 primi à fortiori n b, maior est quam p b. Quare patet latera horum 5 corporum præmissorum fere eo ordine quo corpora seinuicem sequuntur, seinuicem excedere. In cubo enim duntaxat & octoedro habet hic instãtias, nam latus octoedri excedit latus cubi, quamuis cubus antecedat octoedron. Cubum autẽ præmittunt idcirco octoedro, quia eadem diuisione diametri, assignatæ sphæræ, latus pyramidis 4 bases triangulas habentis, & latus cubi inuenitur. Est

igitur αε latus pyramidis, maius lateribus cæterorū corporū, post ipsum aūt est ζβ latus octoedri maius sequentium corporū lateribus. Tertio ordine sequitur in magnitudine εβ, latus cubi. Quarto uerò loco est μβ latus icosaedri. Minimum autem est omnium νβ, latus dodecaedri.

Euclid. ex Zamb. *Problema 6.* *Propositio 18.*

Latera quinque figurarum exponere, & adinuicem comparare. 18

THEON ex Zamb. *Exponatur datæ sphæræ diameter αβ, seceturq; in γ, ut αγ ipsi γβ, sit æqualis, & in δ, ut αδ ipsius δβ dupla sit, & super αβ describatur semicirculus αεβ, & ab ipsis γ δ, ipsi αβ (per 11 primi) ad angulos rectos excitentur γε, δζ, & connectantur αζ, ζβ, βε. Et quoniā dupla est αδ ipsius δβ, tripla igitur est αβ ipsius βδ: conuertendo igitur (per correlarium 18 quinti) sesquialtera est βα ipsius αδ.*
Latus pyramidis. *Sicut autem βα, ad αδ, sic quod ex βα ad id quod ex αζ, æquiangulum enim est αζβ triangulum, ipsi αζδ triangulo, sesquialterum igitur est quod ex βα, eius quod ex αζ. Est autem & ipsius sphæræ diameter, potentia sesquialtera lateris pyramidis, & αβ, ipsius sphæræ diameter est. Igitur αζ æqualis est lateri ipsius pyramidis.*
Latus cubi. *Rursus quoniam dupla est αδ ipsius δβ, tripla igitur est αβ, ipsius βδ. Sicut autem αβ, ad βδ, sic quod ex αβ ad id quod ex ζβ, triplum igitur est quod ex αβ, eius quod ex ζβ. Est autem et ipsius sphæræ diameter, potentia tripla lateris ipsius cubi (per 15 decimitertij) & sphæræ diameter est αβ, igitur βζ, cubi est latus.*
Latus octahedri. *Et quoniam æqualis est αγ ipsi γβ, dupla igitur est αβ ipsius γβ. Sicut autem αβ ad γβ, sic quod ex αβ, ad id quod ex βε. Duplum igitur est quod ex αβ, eius quod ex βε. Est autem & ipsius sphæræ diameter, potentia dupla lateris ipsius octahedri, & αβ datæ sphæræ diameter est. Igitur βε, octahedri est latus.*
Latus icosahedri. *Excitetur iam (per 11 primi) ab ipso α signo ipsi αβ rectæ lineæ ad angulos rectos, αη. Ponaturq; ipsa αη æqualis ipsi αβ, & connectatur ηγ, seceto; ηγ circunferentiam semicirculi in signo θ, & ab ipso θ, in ipsam αβ (per 12 primi) perpendicularis excitetur θκ. Et quoniā dupla est ηα, ipsius αγ (æqualis enim est ηα ipsi αβ) sicut autem ηα ad αγ sic θκ, ad κγ, dupla igitur est & θκ ipsius κγ. Quadruplū igitur est quod ex θκ, eius quod ex κγ. Quæ igitur ex θκ, κγ, quæ idem sunt ei quod ex θγ, quincuplum est eius quod ex κγ. Aequalis autem est θγ ipsi γβ, quincuplum igitur est quod ex βγ, eius quod ex γκ. Et quoniam dupla est αβ ipsius βγ, quarum αδ ipsius δβ dupla est, reliqua igitur βδ, reliquæ δγ est dupla. Tripla igitur est βγ, ipsius γδ, nonicuplum igitur est quod ex βγ, eius quod ex γδ, quincuplum autem est quod βγ, eius quod ex γκ, maius igitur est quod ex γκ, eo quod ex γδ maior igitur est γκ, ipsa γδ, ponatur (per 2 primi) ipsi γκ æqualis γλ, & ab ipso λ ipsi αβ ad angulos rectos excitetur λμ, & connectatur μβ. Et quoniā quod ex βγ eius quod ex γκ quincuplum est, & ipsius βγ dupla est αβ, ipsius autem γκ dupla est κλ, quincuplum igitur est quod ex αβ eius quod ex κλ. Est autem sphæræ diameter potētia quincupla, eius quæ ex cētro ipsius circuli à quo icosahedrum describitur, estq; αβ, ipsius sphæræ diameter, ipsa igitur κλ ex centro est circuli à quo icosahedrum describitur. Ipsa igitur κλ, hexagoni est latus dicti circuli. Et quoniam sphæræ diameter componitur ex hexagoni & binis decagoni in dicto circulo descriptorum lateribus (per correlariū 16 decimitertij) estq; ipsa quidem αβ, ipsius sphæræ diameter, & κλ hexagoni latus, & æqualis est ακ ipsi λβ, utraq; igitur ipsarum ακ, λβ, decagoni latus est descripti in circulo à quo icosahedrum describitur. Et quoniam decagoni quidem λβ, hexagoni autem μλ (æqualis enim est ipsi κλ, quoniam & ipsi θκ, æqualiter enim distant à cētro) & utraq; ipsarū θκ, μλ, dupla est ipsius κγ, quinquāguli igitur est μβ. Quod aūt pētagoni est, & icosahedri. Icosahedri ergo est μβ.*

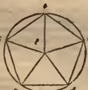


Et quoniā ζβ est latus cubi, secetur extrema & media ratione in ν, sitq; maius segmentū νβ. Igitur νβ, dodecahedri est latus.
Latus dodecahedri. Cōparatio laterum. *Et quoniā ostensum est quòd ipsius sphæræ diameter potentia est sesquialtera ipsius αζ lateris pyramidis, ipsius autem βε lateris octahedri potētia dupla, ipsius aūt ζβ, cubi potētia tripla: qualiū igitur sphæræ diameter potentia sextalium ipsius quidem pyramidis latus quatuor, octahedri uerò latus triū, cubi uerò duorū. Latus igitur ipsius pyramidis, lateris octahedri potentia est epitritū. Cubi autē lateris, potētia est duplū. Octahedri aūt latus lateris, cubi potētia est hemioliū. Ipsa quidē igitur prædicta triū figurarū latera, hoc est pyramidis & octahedri & cubi adinuicē, in rōnibus rōnalib. subsistūt. Reliqua uerò duo et icosahedri et dodecahedri, neq; adinuicē, neq; ad prædicta in rōnib. rōnalibus existūt, irratiōalia sunt etenim, hoc est minor & apotome. Quod aūt maius est icosahedri latus μβ, dodecahedri latere νβ sic ostēdemus. Quoniā triāgulū ζδβ, ipsi triāgulo ζαβ æquiāgulū est, proportionaliter est sicut βδ, ad βζ, sic ζβ ad βα. Et quoniam tres rectæ lineæ proportionales sunt, est igitur sicut prima ad tertiam, sic quod ex prima ad id quod ex secunda. Est igitur sicut δβ ad βα, sic qđ ex δβ ad id qđ ex βζ. Cōuersim igitur sicut*

αβ ad

αβ ad βδ, sic qđ ex ζβ ad id quod ex βδ. Tripla autem est αβ, ipsius βδ, triplum igitur qđ ex ζβ, eius qđ ex ζδ. Est aũt & qđ ex αδ, eius qđ ex δβ, quadruplum, dupla enim est αδ, ipsius δζ. Maius igitur est qđ ex αδ, eo qđ ex ζδ, & maior igitur est αδ, ipsa ζβ, multò igitur maior est αλ, ipsa ζβ. Et ipsa quidem αλ extrema & media rõne diuisa, maius segmentũ est αβ, quoniã ipsa quidẽ λβ hexagoni est, & αβ decagoni, ipsa aũt ζβ extrema et media rõne diuisa maius segmentũ est νι. Maior igitur est αλ, ipsa νζ. Aequalis aũt est βλ, ipsi λμ, maior igitur est λμ, ipsa νβ. Ipsa aũt λμ, maior est μβ: multò igitur maior est μβ latus existens icosahedri, ipsa νζ latere existente ipsius dodecahedri: quod facere & ostendere oportuit.

Aliter, quod maior est μβ ipsa νβ. Quoniã enim dupla est αδ ipsius δβ, tripla igitur est αβ ipsius δζ. Sicut aũt αβ ad βδ, sic qđ ex αζ ad id qđ ex βζ, quoniã triangulũ ζαβ ipsi ζδβ triãgulo æquiangulũ est, qđ igitur ex αβ, eius qđ ex ζβ triplũ est. Patuit autẽ qđ ex αζ eius quod est ex αλ, quincuplũ. Quinq; igitur quæ ex αλ, tribus quæ ex ζβ, sunt æqualia. Sed tria quàm ex ζβ, sex quæ ex νζ, sunt maiora, & qnq; igitur quæ ex αλ sex quæ ex νβ sunt maiora. Quare & unũ qđ ex αλ, uno qđ ex νβ maius est, maior igitur est αλ, ipsa νβ, æqualis aũt est αλ, ipsi λμ, maior igitur est & λμ, ipsa νβ, multò igitur maior μζ, ipsa νβ: qđ ostendere oportuit. Quod aũt tria quæ ex ζβ, sex quæ ex νβ sunt maiora, sic ostẽdemus. Quoniã enim maior est ζν ipsa νζ, qđ igitur sub βζ, ζν maius est eo qđ ex ζν, qđ igitur sub ζβ, ζν, unà cũ eo qđ sub βζ, ζν, maius est quàm duplũ eius qđ sub βζ, ζν. Sed qđ sub βζ, ζν, unà cũ eo qđ sub βζ, ζν, id est, qđ ex βζ, qđ uerò sub βζ, ζν, æquũ est ei qđ ex νβ, extrema nãq; & media rõne secatur ipsa βζ in ν, & quod sub extremis æquũ est ei qđ à media (p 17 sexti) Quod igitur ex ζβ, eo qđ ex βν maius est quàm duplũ, unũ igitur qđ ex ζβ, duobus quæ ex βν maius est, quare & tria quæ ζβ, sex quæ ex βν, sunt maiora: quod ostẽdere oportuit. Dico iam q preter predictas quinq; figuras, non cõstruetur alia figura cõprehensa sub æquilateris & æquiangulis inuicẽ æqualibus. Sub binis nanq; triãgulis, neq; sub duobus alijs planis, solidus angulus nõ construitur. Sub tribus triãgulis, quæ pyramis, sub quatuor, quæ octahedri, sub quinq; quæ icosahedri. Sub sex triãgulis æquilateris & æquiangulis ad unũ signũ cõstitutis, nõ erit solidus angulus, existẽte nanq; æquilateri triãguli angulo duarũ partiũ recti, erũt sex quatuor rectis æquales: quod est impossibile. Omnis nãq; solidus angulus, sub paucioribus quàm quatuor rectis cõprehenditur (p 21 undecimi) iã id ꝓpterea, neq; sub pluribus quàm sex planis angulis solidus cõstruitur angulus. Sub quadratis tribus, cubi angulus cõprehenditur. Sub quatuor est impossibile, erunt enim rursus quatuor recti. Sub pentagonis æquilateris & æquiangulis tribus, dodecahedri. At sub quatuor, impossibile, existẽte nanq; quinquanguli æquilateri anguli angulo recto & quinto, erunt quatuor anguli quatuor rectis maiores: quod est impossibile. Neq; sub polygonis alijs figuris cõprehendetur solidus angulus, quoniã absurdũ esset. Igitur præter prædictas qnq; figuras alia figura solida nõ construetur sub æquilateris & æquiangulis cõprehensa: quod erat ostendendum. Quod autem æquilateri & æquianguli quinquanguli angulus rectus est & quintũ: sic ostendendum. Sit enim quinquangulũ æquilaterũ & æquiangulũ αβγδε, & circunscribatur (p 14 quartidecimi) ei circulus αβγδε, & accipiatur (p 1 tertij) illius centrũ, sitq; ζ, cõnectanturq; ζα, ζβ, ζγ, ζδ, ζε. Bifariã igitur secant ipsius pentagoni angulos ad ipsam αβγδε, signa. Et quoniã quinq; anguli qui ad ζ, quatuor rectis sunt æquales, & sunt æquales, igitur unus ipsorũ (sicut qui sub αζβ) unius recti est, † quasi quintũ reliqui igitur qui sub ζαβ, αβζ, unius sunt recti & quintum. Aequalis autem est qui sub ζαβ, ei qui sub ζβγ, totus igitur q sub αβγ pẽtagoni angulus, unius recti est & quintũ: qđ ostendere oportuit. FINIS.



† παρὰ τί μι-κρόν præter quintum, id est quinta parte minor recto.

EVCLIDI MEGARENSI CLARISSIMO PHILOSOPHO MATHEMATICORVMQVE FACILÈ PRINCIPI, DEPUTATUS LIBER DE REGULARIUM CORPORŨ PROPORTIONE CAMPANO CÕMENTATORE, QUI IN ORDINE EST DECIMUSQUARTUS.

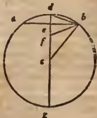
Euclid. ex Camp. *Propositio 1.*



Omnis perpẽdicularis à cẽtro circuli ducta ad latus pẽtagoni ĩtra circulũ ipsũ descripti dimidiũ, lateris decagoni atq; dimidio lateris hexagoni ĩtra circulũ eũdẽ, descriptorũ ambobus dimidijs in longũ directũq; cõiũctis æqualis esse probat. Patet igitur q perpẽdicula-

ris ducta à centro circuli ad latus pentagoni, est ęqualis perpendicu lari ductæ à centro ad latus trianguli dimidioq́ lateris decagoni intra eundem circulum descripti directè coniunctis.

Campanus. Sit linea a b latus pentagoni æquilateri inscripti circulo cuius centrum c, & ducatur à centro c, perpendicularis ad lineam a b, quæ per secundam partem tertiæ tertij diuidet ipsam per æqualia, & arcum eius etiam per æqualia ex 4 primi & 27 tertij, sitq; hæc perpendicularis linea c d, secans a b in puncto e, & arcũ eius in puncto d. Est igitur ut diximus linea a e, æqualis lineæ e b, & arcus a d, arcui d b, protrahaturq́; linea d b, de qua constat quòd ipsa est latus decagoni æquilateri proposito circulo inscripti, cum ipsa subtendatur medietati quinti totius circunferentiæ. Dico itaq; quòd linea e c, est æqualis medietati lineæ c d & medietati lineæ d b, in longum directumq́; coniunctis. Compleatur quidem diameter d c, sitq; d c g, & sit e f æqualis e d, & protrahatur b f, eritq́; ex 4 primi b f æqualis b d, ideoq́; per 5 primi angulus b d f erit æqualis angulo b f d. Constat autem ex ultima sexti, quod angulus g c b, quadruplus est ad angulũ b c d, eo quod arcus g b quadruplus est ad arcum b d: at uero angulus g c b per 32 primi duplus est ad angulum b d c, nam ipse est extrinsecus duobus qui sunt b d c & d b c, at ipsi sunt æquales ex 5 primi: igitur angulus b d c, duplus est ad angulum b c d, quare angulus quoq; b f d, duplus est ad angulum b c f. Sed angulus b f d, duplus est ad angulũ b c f. Sed angulus b f d, est ęqualis duobus intrinsecis, qui sunt b c f & c b per 32 primi. Itaque duo anguli b c f & c b f, sunt æquales, ideoq́; per 6 primi c f est æqualis b f, ideoq́; etiam c f, est æqualis b d, & nam b d & b f, sunt æquales adinuicem. Quare dimidium c d cum dimidio b d, est quantum dimidium c d cum dimidio c f, at uerò dimidium c d cum dimidio c f, est quantum dimidium c f bis cum dimidio f d, dimidium autem c f bis, est quantum c f, & dimidium f d, est quantum e f. Itaq; e c, est quantum dimidium c d cum dimidio c b & d b: quod est propositum.



Correlarium autem sic constat. Manifestum est enim ex 8 tredecimi libri quod perpendicularis ducta à centro circuli ad latus trianguli sibi inscripti, est æqualis dimidio lineæ ductæ à centro ad circunferentiam. Hoc quidem ibi demonstratũ est, & quasi correlarium conclusum. Cùm igitur ex hac prima istius 14 libri pateat quod perpendicularis ducta à centro circuli ad latus pentagoni sit æqualis dimidio lineæ ductę à centro ad circunferentiam & dimidio lateris decagoni, sequitur quòd perpendicularis ducta à centro circuli ad latus pentagoni sit æqualis perpendiculari ductæ à centro ad latus trianguli dimidioq́; lateris decagoni intra eundem circulum descripti. Et hoc est quod ex correlario proponitur.

Campani annotatio. Nunc ergo explicandum est quod ait Aristæus in libro intitulato, Expositio scientiæ quinq; corporum: necnon & Apollonius in dono secundo in proportionalitate figuræ 12 basium ad figuram 20 basium, dicens quod proportio superficierum figuræ habentis 12 bases ad superficies figuræ habentis 20 bases, est tanquam proportio corporis 12 basium ad corpus 20 basium, linea etenim ducta à centro circuli pentagoni figuræ 12 basium dodecedri ad circunferentiam eius est quasi linea prodiens à centro circuli trianguli figuræ uiginti basium icosedri ad circunferentiam eius. Hæc sunt ipsius magni Apollonij uerba. Intelligenda autem sunt de figura 12 & 20 basium ab una eademq; sphæra circunscriptibilium. Est enim proportio corporis dodecedri ad corpus icosedron, cum ambo una eademq; sphæra circunscribit sicut proportio omnium superficierum dodecedri pariter acceptarum, ad omnes superficies icosedri pariter acceptas, quemadmodum Apollonius præmissorum uerborum prima parte commemorat, quod & 10 huius decimlquarti libri solida demonstratione stabilitur. Et est circulus circunscribens pentagonum dodecedri æqualis circulo circunscribenti trigonum icosedri cum dodecedron & icosedron eadem sphæra circunscribit, quemadmodum ipse Apollonius secunda parte præmissorum uerborum commemorat, quod etiam 5 huius libri demonstratione firmatur. Præmittenda sunt igitur antecedentia, ad tantorum uirorum eloquia, inconcussa ueritate corroboranda.

Euclid. ex Camp. *Propositio 2.*



Vicquid accidit uni lineę diuisę secundũ proportionem habentem medium & duo extrema, omni lineæ similiter diuisæ probatur accidere.

Campanus.

CAMPANVS. Sit utraq; duarum linearum a b & d e diuisa secundum proportionem habentem medium duoq; extrema, hæc quidem in c, illa uerò in f, sintq; maiores portiones huius quidem a c, illius autem d f. Dico itaq; quòd ambarum ad sui maiores portiones est una proportio, itemq; ambarum ad sui minores portiones est proportio una, at quoq; maiorum portionum ad maiores una, & econtrariò & permutatim & coniunctim & disiunctim & euersim, nihil enim aliud est, quicquid uni earum accidit idem quoq; alij accidere, constat enim ex diffinitione lineæ secundum proportionem medium duoq; extrema diuisæ & ex parte 16 sexti quod illud quod fit ex a b in b c, est æquale quadrato a c, eodemq; modo quod fit ex d e in e f, est æquale quadrato d f: ideoq; proportio eius quod fit ex a b in b c, ad quadratũ a c est sicut eius quod fit ex d e in e f ad quadratũ d f, utraq; enim est proportio æqualitatis. Igitur quadruplum eius quod fit ex a b in b c ad quadratum a c, sicut quadruplum eius quod fit ex d e in e f ad quadratum d f, quod ex 15 quinti & permutata & æqua proportionalitate manifestum est. Quare coniunctim quadruplum eius quod fit ex a b in b c cum quadrato a c, ad quadratum a c, sicut quadruplum eius quod fit ex d e, in e f cum quadrato d f, ad quadratum d f. Adiungatur autem secundum rectitudinem ad lineam a b, una linea quæ sit æqualis b c, quæ dicatur b g, & ad d e adiungantur æqualis e f, quæ dicatur e h. Manifestum est igitur ex octaua secundi, quod quadruplum eius quod fit ex a b in b g cum quadrato a c, est æquale quadrato lineæ a g. At uerò similiter quadruplum eius quod fit ex d e, in e h cum quadrato d f, est æquale quadrato d h. At uerò ex communi scientia quadruplum eius quod fit ex a b in b c æquũ est quadruplo eius quod fit ex a b in b g, eo quod b c & b g sunt æquales, similiter quoq; quadruplum eius quod fit ex d e in e f, æquum est quadruplo eius quod fit ex d e in e h, eo quod e f & e h sunt etiam æquales. Igitur ex prima parte 7 quinti & ex 11 quinti quadratum a g ad quadratum a c, sicut quadratum d h ad quadratũ d f. Quare ex secunda parte 21 sexti, proportio lineæ a g ad lineam a c est sicut lineæ d h ad lineam d f, & coniunctim a g & a c ad a c, sicut d h & d f ad d f. At uerò a g cum a c, sunt tanquam, duplum a b, & d cum d f, tanquam duplum d e. Quare dupla a b ad a c, sicut duplum d e ad d f & permutatim duplum a b ad duplum d e sicut a c ad d f. Sed duplum a b ad duplũ d e, sicut a b ad d e ex 15 quinti. Igitur a b ad d e, sicut a c ad d f. Itaq; permutatim & euersim & conuersim & disiunctim & coniunctim: quod oportebat ostendere.

a c b g

d f e h

Euclid. ex Camp. *Propositio 3.*

3 

IUiso latere hexagoni secundum proportionem habentem medium duoq; extrema, maior eius portio erit latus decagoni circũscripti à circulo ipsum hexagonum circunscribente.

b

CAMPANVS. Sit linea a b latus hexagoni alicuius circuli diuisa secundum proportionem habente medium duoq; extrema in pũcto c, sitq; maior proportio eius b c. Dico quòd cuiuscunq; circuli a b est latus hexagoni, eiusdem b c erit latus decagoni. Adiungatur enim ad lineã a b, linea d b, quæ sit latus decagoni illius circuli cuius a b est latus hexagoni, eritq; ex 9 tredecimi, linea a d diuisa secundum proportionem habẽtem medium duoq; extrema & maior portio eius erit linea b. Cùm igitur utraq; duarum linearum a b & a d sit diuisa secundum proportionem habentem medium duoq; extrema, igitur erit per præmissam ambarum ipsarum ad sui maioris portiones una proportio. Itaq; d a ad a b quæ est eius maior portio, sicut a b ad b c, quæ est etiam eius maior portio, sed d a ad a b, sicut a b ad b d ex diffinitione lineæ diuisæ secũdum proportionem habentẽ medium duoq; extrema, & maior portio eius igitur ex undecima quinti a b ad b c. Quare per secundam partem 9 quinti b d & b c, sunt æquales. Cùm ergo d b sit latus decagoni, erit quoq; ex communi scientia b c latus decagoni.

a c b d

f g e

Vel aliter. Ad lineam a b adiungatur b d æqualis b c, eritq; ex quartam tredecimi tota a d diuisa secundum proportionem habentem medium duoq; extrema, & maior portio eius linea a b. Itaque per conuersam nonam tredecimi quam continuè post ipsam demonstrauimus, cuius circuli linea a b est latus hexagoni, eiusdem linea b d (ideoq; linea b c sibi æqualis) est latus decagoni. Possumus iterum idem alia uia (si libet) demonstrare. Sit enim e f æqualis a b, quæ etiam diuidatur in g secundum proportionem habentem medium duoq; extrema, & sit

maior

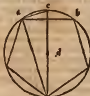
maior portio, eius linea f g. Constat igitur ex præmissa quod quemadmodum a b est æqualis e f, sic a c, est æqualis e g, & c b, æqualis g f. Cumq; fuerit b d adiuncta ad a b, latus decagoni illius circuli, cuius a b est latus hexagoni, erit (sicut prius dictum est) ex 9 tredecimi tota a d, diuisa secundum proportionem habentem mediũ duoq; extrema, & maior eius portio erit linea a b. Itaq; per præmissam a b ad b d, sicut f g ad g e, quare per primam partem 15 sexti quod fit ex a b in g e, æquum est ei quod fit ex b d in f g. Cumq; a b sit æqualis e f, & erit quod fit ex e f in g e, æquum ei quod fit ex b d in f g. Sed quod fit ex e f in g e, æquum est quadrato f, ex diffinitione lineę diuisę secundum proportionem habẽtem medium duoq; extrema, & ex prima parte 16 sexti, igitur quod fit ex b p in f g, est æquale quadrato f g, ideoq; ex prima sexti linea b d, æqualis f g. Et quia f g est æqualis c b, erit quoq; c b æqualis b d, & latus decagoni: quod oportebat ostendere.

Euclid. ex Camp. *Propositio 4.*



Vadratum lateris pentagoni intra circulum descripti, quadratumq; lineæ quæ illius pentagoni angulo subtenditur, ambo hæc quadrata pariter accepta, quadrati medietatis diametri eiusdem circuli quincuplum esse pronuntio. 4

CAMPANVS. Sit in circulo a b c, cuius centrum, d, inscriptus unus pentagonus æquilaterus, cuius unum latus sit a b, & probatur diameter c d e, diuidens lineam a b, & eius arcum per ęqualia. Est igitur arcus a e, medietas quintæ partis circunferentiæ illius circuli, quare arcus a c est duæ quintæ totius circunferentiæ. Protrahantur itaq; duæ lineæ a e & a c, eritq; a e, latus decagoni æquilateri, eo quod eius arcus est medietas quintæ partis circunferentiæ, linea uerò a c, erit quæ subtenditur uni ex angulis pẽtagoni prædicti, eo quod arcus a c, est duæ quintæ partes circunferentiæ circuli. Dico itaq; quod quadrata duarum linearum a b & a c, pariter accepta, quincuplum sunt ad quadratum lineæ d e. Est enim ex 4 secundi quadratum lineæ c e, quadruplum ad quadratum lineæ d e. Cum autem angulus c a e, sit rectus ex prima parte 30 tertij, eruntq; ex penultima primi quadrata duarum linearum c b & a e, quadruplum ad quadratum d e, igitur quadrata trium linearum c a & a e & d e, quincuplum sunt ad quadratum lineæ d e. Et quia ex 10 tredecimi quadratum a b, est æquale quadratis duarũ linearum a e & d e, sequitur ut quadrata duarum linearum a b & c a, sint quincuplum ad quadratum d e quod est propositum.



CORRELARIVM.

Manifestum est ergo quod quadratum duarum lateris cubi atq; quadratum lateris figuræ duodecim basium, cum cubum & figuram duodecim basium eadem sphæra circunscribit, ambo quadrata pariter accepta quincuplum sunt quadrati medietatis diametri circuli, qui circunscribit pentagonum eiusdem figuræ duodecim basium.

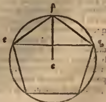
Istud correlarium uere manifestum est, constat enim ex demonstratione 17 tredecimi, quod latus cubi subtenditur angulo pentagoni dodecedri, cũ cubum & dodecedron una eademq; sphæra circunscribit, itaq; per hanc 4 sine obice constat correlarium.

Euclid. ex Camp. *Propositio 5.*

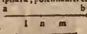


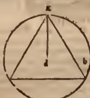
Entagonus figuræ duodecim basium, triangulusq; figuræ uiginti basium, quos eadem sphæra circunscribit, uno eodemq; circulo circunscribuntur. 5

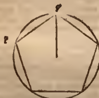
CAMPANVS. Sit sphæra cuius diameter a b, circunscribens duas solidas figuras, uidelicet dodecedron cuius unus ex duodecim pentagonis sit c, & icosedron cuius unus ex 20 triangulis sit d, pentagono autem c, & trigono d, super duo centra d & e, circunscribantur duo circuli, huic quidem f c ex 14 quarti, illi uerò f d, ex 5 eiusdem. Dico itaque quod hi duo circuli sphæræ propositæ, quorum alter circunscribit pentagonum c, alter uerò trigonum d, sunt æquales. Signentur enim duo latera pentagoni c, unum ex suis angulis continentia, literis e f & f g, & protrahantur linea e g, quæ subtẽdat angulum f, & semidiameter circuli quæ sit c f. Vnum quoque ex lateribus trigoni d, signetur



gnetur literis k h, & protrahatur semidiameter sui circuli quæ sit d k. Dehinc sumatur linea l m, ad quam sit linea a b quæ est diameter sphæræ assignatæ, quincupla in potentia, quæ quidem l m diuidatur in n secundum proportionem habentem medium duoque extrema, sitque maior portio eius linea l n, & secundum quantitatem totius l m lineetur circulus p q. Itaque semidiameter circuli p q, erit æqualis lineæ l m, eritque ex correlario 15 quarti, linea l m, tanquam latus hexagoni æquilateri circulo p q inscripti, ideoque per tertiam huius, linea l n, erit tanquam latus decagoni æquilateri eidem circulo inscripti. Igitur ex 11 quarti, inscribatur pentagonus æquilaterus circulo p q, cuius unum latus sit p q, eritque ex 10 tredecimi libri quadratum lineæ p q, æquale quadratis duarum linearum l m & l n pariter acceptis. Constat autem ex demonstratione 18 tredecimi, quod h k est æqualis p q, ergo quadratum h k, est æquale quadratis duarum linearum l m & l n pariter acceptis. At uerò ex demonstratione 17 tredecimi, manifestum est quòd e g latus cubi ab eadem sphæra circumscriptibilis, quare per correlarium 14 tredecimi a b quæ est diameter sphæræ, potentialiter est tripla a d e g quæ est latus cubi. Si autem e g diuidatur secundum proportionem habentem medium duoque extrema, patet ex demonstratione tredecimi quod e f est tanquam maior portio eius, igitur ex secunda huius, e g ad l m, sicut e f ad l n, nam ut tota ad totam, sic maior portio ad maiorem. Itaque per 21 sexti quadratum e g ad quadratū l m sicut quadratum e f ad quadratum l n: quare per 13 quinti, quadrata duarum linearum e g & e f pariter accepta, ad quadrata duarū linearum l m & l n, pariter accepta, sicut quadratum e g ad quadratū l m. Ergo per 15 quinti & permutatā proportionalitatem, & æquam, triplum duorum quadratorū duarū linearum e g & e f pariter acceptorum ad quadrata duarum linearum l m & l n, pariter accepta, sicut triplum quadrati e g ad quadratum l m. Triplū autem quadrati e g, est tanquam quadratum a b ex correlario 14 tredecimi, at quadratum a b, est per hypothesin quincuplum ad quadratum l m, ergo triplum quadrati e g, quincuplum quoque est quadrati l m. Quare etiam triplum quadratorum duarum linearum e g & e f pariter acceptorum, est quincuplum ad quadrata duarum linearum l m & l n, pariter accepta. Et quia probatum est quod quadratum h k est æquale e quadratis duarum linearum l m & l n, pariter acceptis, sequitur ex communi scientia ut triplum quadratorum e g & e f, sit quincuplum ad quadratū h k. Constat autem ex 8 tredecimi, quod quincuplū quadrati h k est quindecuplū ad quadratū d K, nam simplū est triplum. Et ex quarta huius cōstat, quod triplum quadratorum e g & f, est quindecuplum quadrati e f, nam simplum est quincuplum. Itaque quindecuplum quadrati c f est æquale quindecuplo quadrati d k, ideoque per 15 quinti quadratum c f, est æquale quadrato d k. quare etiam linea c f, est æqualis lineæ d K. Ergo ex diffinitione circulorum æqualium, circulus circunscribens pentagonum c, est æqualis circulo circunscribenti trigonum, nam semidiametri horum circulorū sunt æquales, uidelicet c f & d K: quod erat ex principio demonstrandum.



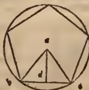




Euclid. ex Camp. *Propositio 6.*



Vadratum quoque quod est triangulum alias triginecuplum tetragoni, qui sub perpendiculari ducta à centro circuli circunscribentis pētagonum figuræ duodecim basium ad latus pentagoni, atque sub latere ipsius pentagoni continetur, omnibus superficiebus corporis duodecim basium pariter acceptis esse æquale, ex necessitate conuincitur.



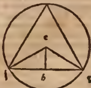
CAMPANVS. Sit pentagonus a una ex 12 basibus figuræ dodecedri, & unū ex eius lateribus sit b c, sibique ex 14 quarti circunscribatur circulus supra centrum a, & protrahantur lineæ a b & a c & b d, perpēdicularis ad b c. Dico ergo quòd triginruplum eius quòd fit ex a d in b c, est æquale omnibus superficiebus dodecedri pariter acceptis. Constat enim pentagonū d, esse diuisibilē in quinque triangulos æquales triangulo

triangulo a b c ex 8 primi. Itaq; omnes 12 pentagoni dodecedri (cum omnes sint æquales & similes pentagono a) diuisibiles sunt in 60 triangulos, quorum quisq; per 8 primi est æqualis triangulo a b c. Quod aūt fit ex a d in b c, est duplum per 41 primi, ad triangulum a b c. Ergo trigincuplum eius quod fit ex a d in b c, est sexagincuplum ad triangulum a b c, nam ut simplū ad simplū sic duplū ad duplum. Cū itaque omnes dodecedri superficies pariter acceptæ sint etiā sexagincuplum ad triāgulum a b c, sequitur ut trigincuplum eius quod fit ex a d in b c, sit æquale omnibus superficiebus dodecedri pariter acceptis. Quod est propositum.

Eucli. ex Camp. *Propositio 7.*



Vadratum quoq; quod est triangulum, alias trigincu- 7
plum tetragoni, qui sub perpendiculari ducta à centro circuli ad latus sibi inscripti trianguli figuræ uiginti basium, atque sub ipso latere trianguli continetur, æquale est omnibus superficiebus figuræ uiginti basium pariter acceptis.



CAMPANVS. Esto enim hic trigonus e, una ex 20 basibus figuræ icosedri, & unum ex eius lateribus sit f g, sibiq; ex 5 quarti circunscribatur circulus super centrum e, & protrahantur lineæ e f, e g, & e h perpendicularis ad f g. Dico igitur qđ trigincuplū eius, qđ fit ex e h in f g, est æquale omnibus superficiebus icosedri pariter acceptis. Cōstat enim trigonū esse diuisibilem in tres trigonos, quorū quilibet per octauā primi, est æqualis trigono e f g. Itaque omnes 20 trigoni icosedri pariter accepti, (cū cuncti sint æquales & similes trigono e) sunt tanquam sexagincuplum trigoni e f g. Et quia per 41 primi, quòd fit ex e h in f g est duplum trigoni e f g, ideoq; trigincuplum huius est æquale sexagincuplo illius, sequitur ut trigincuplū e h in e f sit æquale omnibus superficiebus icosedri pariter acceptis: quod erat demonstrandum.

CORRELARIVM. Manifestum igitur est, quòd proportio superficierum figuræ duodecim basium in aliqua sphæra contentæ ad superficies figuræ uiginti basium in eadem sphæra cōclusæ, est tanquam proportio tetragoni contenti sub latere pentagoni ipsius figuræ duodecim basium & sub perpendiculari ducta à centro sui circuli ad ipsum latus pentagoni, ad tetragonum contentum sub latere trianguli ipsius figuræ uiginti basium & perpendiculari ducta à centro sui circuli ad ipsum latus trianguli corporis uiginti alchaidarum. Quod per illud correlarium concluditur uerum esse, siue figura duodecim basium & figura uiginti basium sint ab eadem sphæra circunscriptibiles ut proponitur, siue etiam fuerint circunscriptibiles à diuersis sphæris, proponitur autem prout hæ figuræ sunt circunscriptibiles ab eadem sphæra, quoniam hoc modo ualet & sufficit ad propositum. Eius ergo cōis ueritas sic patet. Cūstat enim ex 6 huius, quòd trigincuplū a d in b c, æquum est omnibus superficiebus dodecedri pariter acceptis cuius, pētagonus, a est una ex 12 superficiebus. Et ex hac 7 constat similiter, quòd trigincuplum e h in f g, æquum est omnibus superficiebus icosedri pariter acceptis, cuius trigonus e est una ex 20 basibus, siue illud dodecedron & istud icosedron eadem sphæra circunscribat, siue diuersæ, itaque proportio trigincupli a d in b c ad omnes superficies illius dodecedri pariter acceptas, est sicut trigincupli e h in f g ad omnes superficies icosedri pariter acceptas, utrobiq; enim est proportio æqualitatis. Quare permutatim trigincuplum a d in b c ad trigincuplum e h in f g, sicut omnes superficiebus illius dodecedri ad omnes superficies huius icosedri, & per 15 quinti trigincupli ad trigincuplum, est sicut simpli ad simplū. Constat igitur per 11 quinti quòd proportio omnium superficierum illius dodecedri ad omnes superficies huius icosedri, est eius quod fit ex a d in b c, ad id quod fit ex e h in f g. Et hoc est quod ex correlario proponitur.

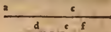
Euclid. ex Camp. *Propositio 8.*



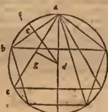
Roportio cunctarum superficierum corporis duodecim 8
basium pariter acceptarum ad cunctas superficies corporis uiginti basium pariter acceptas, quæ ab una sphæra ambo circunscribuntur, est tanquam proportio lateris cubi quem circunscribit eadem sphæra, ad latus trianguli ipsius corporis uiginti basium.

CAMP-

CAMPANVS. Vt ab huius octauæ demonstrationis 14 libri processu ambiguitas omnis abscedat, istud præscire oportet. Quòd si aliqua linea secundum proportionem habentem medium duoq; extrema fuerit diuisa, & ex medietate eius tanquam dimidium suæ maioris portionis detrahatur, ipsa quoq; medietas secundum proportionem habentem medium duoq; extrema diuisa erit, & eius maior portio est tanquam dimidium maioris suæ duplæ. Verbi gratia, Sit a b diuisa secundum proportionē habentem medium duoq; extrema, in c, & maior eius portio sit a c, & sit d e tāquam dimidium a b, & d f tanquam dimidium a c. Dico ergo quòd d e diuisa est in f secundum proportionem habentem medium duoq; extrema, & maior portio eius est d f, constat enim ex 15 quinti qd' ꝓportio a b ad a c, est sicut d e ad d f, uidelicet duplum ad duplū, tanquā simplū ad simplū. Quare permutatim a b ad d e, sicut a c ad d f, igitur per 19 quinti c b ad f e, sicut a b ad d e. Estq; c b, dupla ad f e, sic enim est a b ad d e. Cùm igitur tota a b sit dupla ad totam d e, & singulæ partes a b ad singulas partes d e, erit ex 15 quinti & prima eiusdem & diffinitione lineæ diuisæ secundum proportionem habentem medium duoq; extrema, linea diuisa in f, quemadmodum proponitur.



Nunc igitur demonstrationi eius quod propositū est insistamus. Ad cuius exemplum sit a b e circulus cuius centrum d, circunscribens pentagonū dodecedri & trigonum icosedri, quæ ambo pariter eadem sphæra circunscribit & concludit, nam ex 5 huius manifestum est, quod idem circulus huius pentagonum & illius trigonū circunscribit. Sit autem linea a b, latus pentagoni, & linea a c, trigoni, sitq; linea h, tanquam latus cubi ab eadem sphæra circūscripti. Dico itaq; quòd proportio omnium superficierum dodecedri pariter acceptarum ad omnes superficies icosedri pariter acceptas, est sicut linea h ad lineam a c, producatur quidem à centro d, perpendicularis ad a b, quæ transeat usq; ad circunferentiam, secans a b in puncto e, & arcum eius in puncto f, hanc autem perpendicularem constat diuidere per æqualia tam lineam a b quàm eius arcum, chordam quidem a b per secundam partem 3 tertij, arcum uerò eius per 4 primi & 27 tertij. Est igitur arcus f a decima pars circunferentiæ. Subtendatur itaq; sibi chorda a f, quæ erit latus decagoni æquilateri eiusdem circuli, erit igitur ex 9 tredecimi linea constans ex d f, f a, diuisa secundum proportionem habentem medium duoq; extrema, & maior portio eius erit linea d f. At uerò ex prima huius d e, est æqualis dimidio f, dimidioq; f a in longū directūq; cōiunctis. Sit igitur d g perpēdicularis ad a c, eritq; ex correlario 8 tredecimi g d, tanquā dimidium d f. Itaq; si à linea d e quæ est tanquam dimidium d f a, cum d f & f a sit linea una, detrahatur æqualis d g quæ est tanquam dimidium d f, erit per illud quod antè hoc probatum est, linea d e diuisa secūdum proportionem habentem medium duoq; extrema, & maior portio erit tanquam g d. Ex demonstratione autem 17 tredecimi constat, quòd si linea h, quæ est latus cubi diuidatur secundum proportionem habentem medium duoq; extrema, maior portio eius erit tanquam a b, quæ est latus pentagoni figuræ 12 basium. Itaq; per 2 huius, proportio h ad a b, est sicut d e ad g d, quare per primā partem 15 sexti, quod prouenit ex h in g d, æquum est ei quod fit ex a b in d e. Ex correlario autem præmissæ manifestum est, quod proportio omnium superficierum dodecedri cuius latus a b pariter acceptarum ad omnes superficies icosedri, cuius latus a c, pariter acceptas, est sicut eius quod fit ex a b in d e, ad illud quod fit ex a c in g d. Igitur ex prima parte 7 quinti & 11 eiusdē, proportio eius quod prouenit ex h in g d, ad illud quod prouenit ex a c in g d, est sicut omnium superficierū illius dodecedri ad omnes huius icosedri. At uerò eius qd' prouenit ex h in g d, ad illud qd' prouenit ex a c in g d, est per 1 sexti, sicut h ad a c. Itaq; per 11 quinti proportio omnium superficierum illius dodécedri ad omnes huius icosedri, est sicut h ad a c: quod est propositum. Hoc ipsum aliter probare poterimus, si ad ipsum huius antecedens necessarium præmiserimus, quod est.





Si circulo cuilibet pentagonus æquilaterus inscribatur, rectangulum quod sub dodrante diametri ipsius circuli & sub dextāte ipsius lineæ angulum ipsius pentagoni subtendentis continetur, eidem pentagono æquum esse ex necessitate oportet.

Maiores nostri unumquodque integrum in duodecim parteis æquales intellectu & ratione diuiserunt: omnesq; eas simul, hoc est ipsum totum, Assem uocauerunt: undecim uerò earum, dixerunt Deuncem: decem autem, Dextantem: nouem, Dodrantem: octo uerò Bessem: at septem, Septantem uel Septuncem: sex autem, Semissem: quinque, Quincuncem: quatuor, Trientem: tres autem, Quadrantem: duas uerò, Sextantem: unam autem, appellauerunt Vnciam. Easq; per ordinem talibus designauere figuris, quæ sæpissimè inueniuntur in antiquis libris,

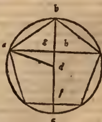
As,	Deunx,	Dextans,	Dodrans,	Bes,	Septunx,
Semis,	Quincunx,	Triens,	Quadrans,	Sextans,	Vncia.

Vnciam quoq;, quam duodecimam partem Assis fore diximus, in alias duodecim fractiones, sed alia uia diuiserunt. Nam medietatem Vnciæ, dixerunt Semunciam: tertiam uerò, Duellam: quartam, Sicilicum: sextam, Sexculam: octauam, Drachmam: duodecimam, Semisseclam: decimamoctauam, Tremissem: uigesimamquartam, Scrupulum: quadragesimamoctauam, Obulum: septuagesimamsecundam, Bisiliquam: nonagesimamsextam, Ceracem: ultimam uerò quæ est centesima quadragesimaquarta pars ipsius Vnciæ, Siliquam nominauerunt. His autem duodecim fractionibus Vnciæ, posteriores adiunxere Chalcum: est autem Chalcus, centesima nonagesimasecunda pars Vnciæ. Cuius additionis causa fuit, ut usque ad minimum extremum diatesseron & diapente symphoniarum tonorum semitonorumq; interuallis distinctarum, harum fractionum denominatio conscenderet uel contenderet: & ipsas omnes secundùm ordinem talibus annotauere figuris,

Semuncia,	Duella,	Sicilicus,	Sexcula,	Drachma,	Semissecla,
Tremissis,	Scrupulus,	Obulus,	Bisiliqua,	Ceraces,	Siliqua,

Chalcus.

Eius ergo quod dicitur, sensus est: Quòd si in aliquo circulo pentagonus æquilaterus inscribatur, illud quod fit ex tribus quartis diametri circuli in quinq; sextas lineas subtendentis unum ex angulis inscripti pentagoni, æquale est pentagono. Verbi gratia: Sit circulus a b c, sicut centrum d, eiq; ex undecima quarti, inscribatur pentagonus æquilaterus, cuius duo latera unum ex suis angulis continentia sint a b & b c, & angulo b subtendatur linea a c, & protrahatur diameter b d e secans lineam a c per æqualia in puncto g, sitq; d f medietas d e, & g h dupla ad h c, eritq; b f dodrans diametri: est enim tres quartæ ipsius, & a h erit dextans uel sextans a c: est enim quinta sextæ eius, protrahatur autem linea a d: dico quòd illud quod prouenit ex b f in a h, est æquale pentagono inscripto circulo. Cùm enim a g sit perpendicularis ad b d, erit ex quadragesimaprima primi, & illud quod prouenit ex b d in a g, duplum ad triangulum a b d, ideoq; quod prouenit ex b f in a g, triplum erit ad eundem triangulum, & quod prouenit ex b f in h g duplum, & ex b f in totam a h quincuplum. Cùm itaque totus pentagonus quintuplus sit ad eundem triangulum, constat quòd istud quod fit ex b f in a h, est æquale pentagono. Et illud erat demonstrandum.



Quod igitur ex principio propositum est, nunc alia uia (sicut promisimus) demonstremus. Sint itaq; circulo, cuius centrum h inscripti, pentagonus figuræ duodecim basium, & trigonus figuræ uiginti basium, quas eadem sphæra circumscribit. Constat enim ex quinta huius, quòd huius dodecedri pentagonus, & illius icosedri trigonus, ab eodem circulo circunducentur, sitq; pentagonus a b c d e, & trigonus a f g, & angulo a pentagoni subtendatur linea

tur linea b e, quæ ex demonſtratione 17 tredecimi erit latus cubi quem eadem ſphæra concludit, protrahatur itaq; diameter a h k, ſecans orthogonaliter & per æqualia utranq; duarum linearum b e & f g, hanc quidem in puncto l, illam uerò in puncto m. Dico ergo quòd proportio omnium ſuperficierum dodecedri ad omnes icoſedri, quorum pentagonus & trigonus propoſito circulo ſunt inſcripti, eſt ſicut lineæ b e, quæ eſt latus cubi ab eadē ſphæra cōcluſi, ad lineā f g quę eſt latus trigoni icoſedri. Conſtat enim ex correlario 8 tredecimi, quòd linea h m eſt dimidium lineæ a h, ideoq; a n erit dodrans diametri a k, eſt enim eius tres quartæ. Sit ergo l n dupla ad n e, eritq; b n dextans b e, eſt enim quinq; eius ſextę. Ita quòd per præmiſſum antecedens, quod prouenit ex a m in b n, erit æquale pentagono a b c d e, quod autem prouenit ex a m in m f, eſt æquale triangulo a f g. Igitur ex 1 ſexti, proportio pentagoni ad trigonum, eſt ſicut b n ad m f, quare duo decupli illius pentagoni ad uigincuplum iſtius trigoni, ſicut duodecupli lineæ b n ad uigincuplum lineæ m f, quod ex 15 quinti & æqua proportionalitate manifeſtum eſt. Duodecuplum autem b n, eſt tanquam decuplum b e, nam 12 dextantes, coæquant 10 aſſes, hoc eſt 10 tota: uigincuplum uerò m f, eſt tanquam decuplum f g, nam f g eſt dupla ad m f. Igitur duodecupli iſtius pentagoni ad uigincuplum iſtius trigoni, eſt ſicut decupli b e ad decuplum f g. Et quia duodecuplū illius pentagoni eſt omnes ſuperficies dodecedri, uigincuplum autem huius trigoni eſt omnes ſuperficies icoſedri, & quia per 15 quinti decupli b e ad decuplum f g, ſicut b e ſimplæ ad f g ſimplam, erit per 11 quinti, proportio omnium ſuperficierum dodecedri pariter acceptarum ad omnes ſuperficies icoſedri pariter acceptas, ſicut b e ad f g: & hoc eſt quod oportuit nos demonſtrare.

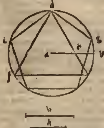


Euclid. ex Camp. *Propoſitio 9.*

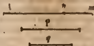


Iuiſa qualibet linea ſecundum proportionem habētem medium duoq; extrema, erit proportio lineæ potentis ſupra totam lineam, eiuſq; maiorē portionem ad lineā potētem ſupra totam eiuſdemq; minorem portionem, tanquam proportio lateris cubi ad latus trianguli corporis uiginti baſium unà cum cubo ipſo in eadem ſphæra contenti.

CAMPANVS. Sit linea a b diuiſa ſecundum proportionem habentem medium duoq; extrema, & maior portio ſit linea a c, & ſuper centrum a ſecundum quantitatem lineæ a b deſcribatur circulus d b e, eiq; inſcribatur ex 11 quarti pentagonus æquilaterus cuius unum latus ſit d e, & ex ſecunda eiuſdem triangulus æquilaterus cuius unum latus ſit d f, & uni ex angulis pētagoni qui ſit d, ſubtendatur linea e g. Conſtat igitur ex 5 huius, quòd ſphæra circunſcribens dodecedron cuius pentagoni latus eſt d e, circunſcribit ſimul icoſedron cuius trianguli latus eſt d f, & ex demonſtratione 17 tredecimi manifeſtum eſt, quòd eadem ſphæra circunſcribit cubum cuius latus eſt e g. Sumatur ergo linea h potēs ſuper totam a b & eius maiorem portionem a c, & ſumatur K potens ſuper totam a b & minorem eius portionē b c. Dico itaq; quòd proportio e g ad d f, hoc eſt lateris cubi ad latus trianguli icoſedri unà cum ipſo cubo ab ipſa ſphæra contenti, eſt ſicut h ad k. Cōſtat quidem quod ex correlario 15 quarti, quòd a b eſt tanquam latus hexagoni æquilateri circulo b d e inſcripti. Igitur ex 3 huius, a c eſt tanquam latus decagoni eiuſdem circuli. Itaq; per 10 tredecimi, d e potens eſt ſuper totam a b & eius maiorem portionem a c, quare d e eſt æqualis h, nam quadratum utriuſq; earum, tantum eſt quātum quadrata duarum linearum a b & a c pariter accepta. Patet autem ex 8 tredecimi, quòd d f eſt tripla potentialiter ad a b, at uerò ex 5 eiuſdem patet, quòd K quoq; tripla eſt potentialiter ad a c. Ergo ex ſecunda parte 21 ſexti, proportio d f ad a b, eſt ſicut k ad a c, quare permutatim d f ad K, ſicut a b ad a c. Et quia ex demonſtratione 17 tredecimi, manifeſtum eſt quòd ſi e g diuidatur ſecundum proportionem habentem medium duoq; extrema, maior portio eius erit tāquam d e, erit per ſecunda, huius proportio e g ad d e, ſicut a b ad a c, quare per 11 quinti erit quoq; e g ad d e, ſicut d f ad k, & permutatim e g ad d f, ſicut d e ad K. Et quia per primā partem 7 quinti, d e ad K, ſicut h ad K, eo quòd d e & h ſunt æquales, erit per 11 quinti e g ad d f, ſicut

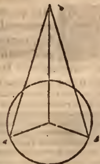


h ad K: quod eſt propoſitum. Non ſolum autem eſt proportio e g lateris cubi ad d f latus trianguli icoſedri ſicut h ad k, immò ſimpliciter ſicut quarumlibet duarum linearum unius ad alteram, quarum altera poteſt ſuper totam quamlibet lineam diuiſam ſecundum proportionē habentem medium duoq; extrema & ſuper eius maiorem portionem, altera uerò ſuper totam & eius minorem portionem, nam ſingularum linearum talium eſt proportio una. Verbi gratia, maneant priores hypotheſes circa lineas a b, h & k, & ſumatur quoq; quælibet alia linea quæ ſit l m, diuiſa ſecundum proportionem habentem medium duoq; extrema in n, & portio maior ſit l n, ſitq; linea p potens ſuper totam l m & eius maiorem portionem l n, & linea q ſit potens ſuper totam l m & eius minorem portionem m n. Dico ergo quòd proportio p ad q, eſt ſicut h ad k. Conſtat enim ex 2 huius, quòd b a ad a c, eſt ſicut l m ad l n, ergo per primam partem 21 ſexti, quadrati b a ad quadratum a c, eſt ſicut quadrati m l ad quadratum n l, quare coniunctim quadrati h ad quadratū a c, ſicut quadrati p ad quadratum l n, & permutatim quadrati h ad quadratum p, ſicut quadrati a c ad quadratū l n. Eodem argumentationis genere ſequitur quòd proportio quadrati k ad quadratum q, eſt ſicut quadrati c b ad quadratum n m. Et quia ex 2 huius & prima parte 21 ſexti, quadratum a c ad quadratum l n, ſicut quadratum c b ad quadratum m n, erit ex 11 quinti quadratum h ad quadratum p, ſicut quadratum K ad quadratum q, quare per ſecundam partem 21 ſexti h ad p, ſicut K ad q. Et permutatim h ad K, ſicut p ad q: quod erat demōſtrandum. Et ne quiſquam dubitationis locus ea quæ demonſtranda reſtant obfuſcet, præmittenda adhuc duximus quædam, quibus ſequētia firmo demōſtrationis robore incōcuſſa permaneant.



Si aliqua plana ſuperficies ſphæram quamlibet ſecet, communis ſectio planæ ſuperficiei ſecantis & curuæ ſuperficiei ſphæræ erit circunferentia continens circulum.

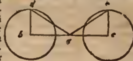
Sit igitur aliqua plana ſuperficies ſecans ſphæram, & ſit linea a b communis ſectio ſuperficiei ſecantis & ſuperficiei ſphæræ, dico quòd linea a b eſt circunferentia circuli. Aut enim centrum ſphæræ eſt in plana ſuperficie ſecante, aut extra. Quòd ſi fuerit in ea, ponatur ubicunq; contigerit, & ſit c. Quia ergo ipſa linea a b eſt in ſuperficie ſphæræ, & quia omnes lineæ ductæ à centro ſphæræ ad ipſius circunferentiam ſunt æquales, quemadmodum conſtat ex diffinitione ſphæræ, ſequitur ut omnes lineæ ductæ à puncto c ad lineam a b ſint æquales. Eſt igitur ex diffinitione circuli ſuperficies quam continet linea a b circulus, & eius centrum eſt c, uidelicet idem quòd centrum ſphæræ. Si autem centrum ſphæræ fuerit extra ſuperficiem ſecantem, ponatur ergo ubilibet quòd ſit d, à quo ſecundum doctrinā 11 undecimi, ducatur linea d c perpendicularis ad ſuperficiem ſecantem, & protrahantur ab eodem centro d, duæ lineæ rectę quomodocunq; contingat ad lineam a b, quæ ſint d a & d b, & iungatur c cum a & cum b, eruntq; duæ lineæ d a & d b æquales, eo quòd ipſæ ſunt à centro ſphæræ ad ſuperficiem eius. Ex diffinitione autem lineæ perpendicularis ad ſuperficiem manifeſtū eſt, quòd anguli d c a ad d c b ſunt recti, ideoq; ex penultima primi, & iſta cōmuni ſcientia (quę ęqualibus ſunt æqualia inter ſe ſunt æqualia) erunt quadrata duarum linearum c d & c a pariter accepta, æqualia quadratis duarum linearum d c & c b pariter acceptis, dempto itaq; utrinq; quadrato d c, erit quadratum c a æquale quadrato c b, quare & linea c a, lineæ c b. Eodem argumētationis genere neceſſe eſt omnes lineas ductas à puncto c ad lineam a b, eſſe æquales. Ergo ex diffinitione circuli, ſuperficies quam continet linea a b, eſt circulus, & eius centrum eſt c, quod eſt propoſitum. Ex hoc itaq; manifeſtū eſt, quòd cùm ſuperficies ſecat ſphæram ſuper centrum eius, ſector proueniens in ſuperficie ſphæræ eſt linea continens circulum, cuius centrum eſt centrū ſphæræ. Cùm autem ſuperficies ſecat ſphæram non ſuper centrum eius, ſector quoq; proueniens in ſuperficie ſphæræ, eſt linea continens circulum cuius centrum eſt punctus ille in quo incidit perpendicularis ducta à centro ſphæræ ad ſuperficiem ſecantem. Amplius autem dico,



Si in ſphæra aliqua fuerint circuli ęquales, perpendiculares ductę à centro ſphęrę ad ſuperficies illorum circulorum erunt adinuicem ęquales.

Sint in ſphæra cuius centrum a, ſignati duo circuli b & c æquales, quorum ſuperficies protra-

protrahantur à centro sphæræ, uidelicet à puncto a, perpendiculares, secundũ quòd docet 11 undecimi, ad hunc quidem a b, ad illum autem a c. Dico quòd duæ lineæ a b & a c sunt ęquales. Protrahantur enim à punctis b & c singulę lineæ rectæ ad circunferentias illorum circulorum prout libuerit, in hoc quidem b d, in illo autem c e, & iungatur a cum d & cum e, eritq́ ex diffinitione lineæ supra superficiem perpendiculariter stantis, uterq́ duorum angulorũ a b d, a c e rectus. At uerò ex secunda parte præmissi correlarij manifestum est, quòd duo puncta b & c sunt centra circulorum b c, ideoq́ duæ lineæ b d & c e sunt semidiametri eorum, qui circuli cum ponantur ęquales, sequitur ex diffinitione æqualium circulorum has semidiametros esse æquales. Et quia duæ lineæ a d & a e sunt æquales, quia sunt ductæ à centro sphæræ ad eius superficiem, erunt ex penult. primi duæ perpendiculares a b & a c æquales: quod oportebat demonstrare. Nunc igitur ad propositum redeamus.



Euclid. ex Camp. *Propositio 10.*

10 
Roportio corporis dodecedri ad corpus icosedri, quę ambo una eademq́ sphæra includit, est sicut omnium superficierum eius pariter acceptarum ad omnes superficies illius pariter acceptas.

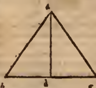
CAMPANVS. Hoc est quod superius post demonstrationem 1 huius, autoritate Aristæi & Apollonij commemorauimus, cuius demonstratio ex ijs quæ præmissa sunt, euidenter elicitur. Ex 5 quidem huius manifestum est, quòd circuli quorum alter circunscribit pẽtagonum dodecedri; reliquus uerò trigonum icosedri, quæ ambo corpora sphæra una coërcet, sunt adinuicẽ æquales. Itaq́ erunt perpendiculares à centro sphæræ ad superficies omnium circulorũ circunscribentium pentagonos huius dodecedri & trigonos illius icosedri in eorum centra cadentes, adinuicem æquales, sicut ex præmissis manifestum est, nam omnes hi circuli, teste 5 huius sicut dictum est, æquales sunt sibi adinuicem. Pyramides igitur quarum sunt bases pentagoni dodecedri, & coni earum similiter centrum sphæræ, ac pyramides quarum bases sunt trigoni icosedri & coni earum similiter centrum sphæræ, sunt æquè altæ. Cunctarum quidem pyramidum altitudinem, mensurant uel determinant à conis ad bases perpẽdiculares cadentes. Pyramides autem æquè altas, suis basibus proportionales esse oportet, quemadmodum in 6 duodecimi probatum est. Itaq́ proportio pyramidis cuius pentagonus dodecedri, ad pyramidem cuius basis trigonus icosedri, est sicut istius pentagoni ad hunc trigonum, ideoq́ per 24 quinti, proportio duodecupli illius pyramidis cuius basis pentagonus dodecedri ad pyramidem cuius basis trigonus icosedri, sicut duodecupli illius pentagoni ad hunc trigonum, hæ autem 12 pyramides quarum sunt bases 12 pentagoni dodecedri, sunt tanquam totum corpus ipsius dodecedri, at 12 pentagoni tanquam omnes superficies eius, itaq́ proportio corporis dodecedri ad pyramidem cuius basis est trigonus icosedri, est sicut proportio omnium superficierum dodecedri ad trigonum icosedri. Quare rursus ex 24 quinti, proportio corporis dodecedri ad uigincuplũ illius pyramidis cuius basis est trigonus icosedri, est sicut omnium superficierum dodecedri ad uigincuplum trigoni icosedri. Cùm igitur uigincuplum huius pyramidis sit tanquam totum corpus icosedri, at uigincuplum istius trigoni tanquã omnes superficies ipsius icosedri, erit proportio corporis dodecedri ad corpus icosedri, quæ ambo una eademq́ sphæra concludit, sicut proportio omnium superficierum corporis dodecedri pariter acceptarum ad omnes superficies corporis icosedri pariter acceptas. Hoc autem est prædictorum philosophorum de proportione horum duorum corporum sententia, fixa solidaq́ demonstratione roborata. Cui quoq́ adijciendum est hoc, nam cum proportio lateris cubi ad latus trianguli corporis icosedri unà cum ipso cubo ab eadem sphæra conclusi, sit sicut proportio omnium superficierum corporis dodecedri pariter acceptarum ad omnes superficies ipsius icosedri in eadem sphæra conclusi, sicut ex 8 huius demonstratum est, erit ex 11 quinti proportio corporis dodecedri ad corpus icosedri quæ ambo sphæra una circumuoluit, tanquam proportio lateris cubi eidemq́ sphæræ inscriptibilis ad latus ipsius trigoni icosedri. Amplius autem quia diuisa qualibet linea secundum proportionem habentem medium duoq́ extrema est proportio lineę potentis super totam & eius maiorem portionẽ, sicut lateris cubi alicui sphæræ inscripti ad latus trigoni corporis icosedri ab eadem sphæra circunducti, sicut ex 9 huius demonstratũ est, erit etiam ex 11 quinti, ut diuisa qualibet linea secundum proportionẽ habentem medium duoq́ extrema sit proportio lineæ potentis super totam & eius maiorem portionem ad lineam potentem super totam & eius minorem portionẽ, ueluti proportio corporis dodecedri ad corpus icosedri quæ ambo unà atq́ eadem sphæra circũscribit. Ex dictis igitur manifestum est quòd proportio lateris cubi alicui

ſphæræ inſcripti ad latus trigoni icoſedri ab eadem ſphæra circunſcripti, item proportio cunctarū ſuperficierum dodecedri ad cunctas ſuperficies icoſedri, quæ ambo eadem ſphæra circunſcribit, & rurſus proportio lineæ potentis ſuper quamlibet lineam diuiſam ſecundum proportionē habentem medium duoq́ extrema, & ſuper eius maiorem portionem ad lineam potentē ſuper eandem & ſuper eius minorem portionem, itaq; iterū proportio corporis dodecedri ad corpus icoſedron quæ ambo una eademq́ ſphæra coërcet, eſt proportio una. Mirabilis itaq; eſt potentia lineæ ſecundum proportionem habentem mediū duoq́ extrema diuiſæ. Cui cum plurima philoſophantium admiratione digna conueniant, hoc principium uel præcipuū ex ſuperiorum principiorum inuariabili procedit natura, ut tam diuerſa ſolida tum magnitudine tum baſium numero tum etiam figura, irrationali quadam ſymphonia rationabiliter conciliet. Quippe demonſtratum eſt quòd proportio dodecedri corporis ad icoſedron corpus quæ ambo ſphæra una coambit, eſt qua ſi proportio lineæ potentis ſuper quamlibet lineam ſecundum prǽfatam proportionem diuiſam & ſuper eius maiorem partem, ad quamlibet lineam potentem ſuper eandem & eius minorem partem. Quoniam uerò de tribus cæteris corporibus regularibus nihil adhuc diximus, ſtudeamus de ipſis aliquid dicere.

Euclid. ex Camp. *Propoſitio 11.*


IN omni triangulo æquilatero ſi ab uno angulorū eius 11
perpendicularis ad baſin ducatur, latus eiuſdem trian- 12
guli ad ipſam perpendicularem potentialiter ſeſquitertium eſſe conueniet.

CAMPANVS. Sit enim triangulus æquilaterus a b c, ducaturq́ ab angulo a, linea a d, perpēdicularis ad baſin. Dico quòd a b eſt potētialiter ſeſquitertium ad a d. Sunt quidem ex 5 primi, duo anguli b & c æquales. Et quia anguli ad d ſunt recti, erit per 26 primi, linea b c diuiſa per æqualia in puncto d. Itaq; ex 4 ſecūdi quadratum b c, quadruplum ad quadratū b d, ideoq́ etiam quadratum a b, quadruplum eſt ad quadratum b d, eſt enim triangulus æquilaterus. Quare per penult. primi, quadrata duarū linearum a d & b d pariter accepta, quadruplū ſunt ad quadratū b d. Itaq; quadratū a d, triplū eſt ad quadratū b d: cōſtat ergo propoſitū.



Euclid. ex Camp. *Propoſitio 12.*


OMnis trigonus æquilaterus cuius eſt latus rationale, ſu- 12
perficies medialis eſſe probatur.

CAMPANVS. Sit ut prius, triangulus a b æquilaterus, & ſit latus eius a b rationale ſiue in longitudine ſiue in potentia tantū. Dico itaq; quòd ipſe triāgulus eſt ſuperficies medialis. Ducatur enim perpēdicularis ad a b, angulo a ad baſin, eritq́ ex pręmiſſa & ex 6 decimi, & diffinitione ſuperficiei rationalis, quadratū lineę a d rationale, & lineà a d rationalis in potentia. Ipſa autem ex ultima parte decimæ mediante præmiſſa, erit incōmenſurabilis lineæ a b, ideoq́ & linea b d, quæ eſt tanquā eius dimidium. Sunt itaq; duæ lineæ a d & b d rationales, potētialiter tantum cōmunicantes, igitur ex 19 decimi, ſuperficies unius earum in alteram eſt medialis. Cumq́ ſuperficies unius earū in alterā ſit æqualis trigono a b c, cōſtát uerū eſſe qd' diximus.

Euclid. ex Camp. *Propoſitio 13.*


CVnctę ſuperficies utriuslibet duorū ſolidorū, quorum 13
alterum eſt pyramis quatuor baſium triangularium &
ęquilaterarum, reliquum uerò eſt corpus octo baſium
triangulariū & ęquilaterarū pariter acceptę, ſi diameter
ſphęrę ea circūſcribētis rōnalis fuerit, cōponunt ſuperficiē medialē.

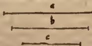
CAMPANVS. Nam ſi diameter ſphæræ alterū duorum propoſitorū corporū circūſcribentis fuerit rōnalis ſiue in lōgitudine ſiue in potētia tantum, erit ex correlario 13 tredecimi, latus pyramidis rōnale in potētia, et ex correlario eiuſdē 15, latus quoq; corporis octo baſiū rōnale in potētia, quare per præmiſſam, triāguli qui ſunt baſes utriuslibet corporis, erunt ſuperficies mediales. Et quia triāguli utriuslibet eorū ſibi ad inuicē ſunt æquales, erunt ex 21 decimi, omnes ſuperficies utriuſlibet eorum pariter acceptæ componentes ſuperficiem medialem, quemadmodum proponitur.

Euclid. ex

Euclid.ex Camp. *Propositio 14.*

14 I tetrachedron & octoedrō una eademq́ sphæra circun scribat, erit una ex basibus tetrachedri sesquitertia ad unam ex basibus octoedri. Omnes autē bases octoedri pariter acceptas, ad omnes bases tetrachedri pariter acceptas, sesquialteram proportionem habere necesse est.

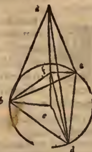
Campanvs. Sit aliqua sphæra cuius diameter a, circunscribens pyramidem cuius latus b, & octoedron cuius latus c. Dico itaq́ quód triangulus æquilaterus cuius latus b, sesquitertius est ad triangulum æquilaterum cuius latus c, & quod superficies quam componūt octo trianguli æquilateri cuiusq́ quorū est latus c, sesquialtera est ad superficiem quam componunt quatuor trianguli æquilateri cuiusq́ quorum est latus b. Constat enim ex correlario 13 tredecimi, quód quadratum a ad quadratum b, est sicut 6 ad 4, igitur econuerso quadratum b ad quadratum a, sicut 4 ad 6. Ex correlario uerò 15 eiusdem manifestum est, quód quadratum a ad quadratū c, sicut 6 ad 3. Itaq́ per æquam proportionalitatem quadratum b ad quadratum c, sicut 4 ad 3. Quadratum autem b ad quadratum c, est sicut trigonus æquilaterus cuius latus b, ad trigonum æquilaterum cuius latus c, utrobiq́ enim est sicut b ad c proportio duplicata ex secunda parte 18 sexti, igitur trigonus æquilaterus cuius latus b, ad trigonum æquilaterum cuius latus c, sicut 4 ad 3. Quare constat prima pars propositi. Ex quo euidenter elicitur secunda. Erit enim per conuersam proportionalitatem trigonus æquilaterus cuius latus c, ad trigonum æquilaterum cuius latus b, sicut tria ad quatuor, ideoq́ octuplum trigoni æquilateri cuius latus c, ad quadruplum trigoni ęquilateri cuius latus b, est sicut octuplum ternarij ad quadruplum quaternarij, hoc autem sicut 24 ad 16. Et quia octuplum trigoni æquilateri cuius latus c, est omnes bases octoedri cuius latus c, & quadruplum trigoni æquilateri cuius latus b, est omnes bases pyramidis cuius latus b, & quia proportio 24 ad 16 est sesquialtera, sequitur ut superficies quam componunt omnes bases octoedri cuius latus c, ad superficiem quam componunt omnes bases pyramidis cuius latus b, sesquialtera (sicut diximus) in proportione respiciat.



Euclid.ex Camp. *Propositio 15.*

15 Yramide quatuor basium triangularium atque ęquilaterarum intra sphæram quamlibet collocata, si à quolibet angulorum, eius per centrum sphæræ recta linea ad basin ducatur, in centrum circuli basin circunscribētis eam cadere, atque eidem basin perpēdiculariter insistere necessariò comprobatur.

Campanvs. Sit pyramis a b c d, quatuor basium triangularium atq́ æquilateraram, intra sphæram aliquam cuius centrum sit f, collocata, & cum quilibet quatuor angulorum istius pyramidis possit esse conus eius, & quilibet quatuor triangulorum esse basis, imaginemur nunc eius solidum angulum a esse conum, & triangulum b c d imaginemur esse basin, atq́ huic basi intelligamus circunscriptum esse circulum b c d, dehinc à puncto a, quem imaginati sumus conū pyramidis, ducamus ad basin b c d, lineam rectam transeuntem per punctum f, qui est centrum sphæræ circunscribentis pyramidem de qua disputamus, & occurrat hęc linea superficiei b c d quam imaginati sumus basin pyramidis, super punctum e. Dico igitur quód punctum e est centrum circuli b c d, & quód linea a f e est perpendicularis ad superficiem b c d. Producam enim lineas f b, f c, f d. Et quia quatuor puncta a b c d, sunt in superficie sphærę cuius centrum f, propter hoc quod illam sphæram positum est circunscribere hanc pyramidem, erunt omnes quatuor lineæ f a, f b, f d, adinuicem æquales, sunt enim ductæ à centro sphæræ ad eius superficiem. Ergo quia duo latera a f, & f b, trianguli a f b,



ſunt æqualia duobus lateribus a f & f c trianguli a f c, & baſis a b baſi a c, nam pyramis poſita eſt æquilatera, erit ex 8 primi angulus a f b æqualis angulo a f c, ideoq; per 13 primi, angulus quoq; b f e, erit æqualis angulo c f e. Eodem modo probabis angulum d f e eſſe æqualem angulo c f e, neceſſe eſt enim ex 8 primi, ut angulus a f d ſit æqualis angulo a f c. Quare per 13 primi angulus quoq; c f e, erit æqualis angulo d f e. Sunt igitur tres anguli c f e, d f e, adinuicem ęquales. Protractis igitur lineis e b, e c, & e d, ſequitur ex 4 primi bis aſſumpta eas eſſe adinuicem æquales, ideoq; per 9 tertij punctus e, eſt centrum circuli b c d. Et quia perpendicularis ducta à centro ſphæræ ad ſuperficiem cuiuslibet circuli eam ſecantis, cadit ſuper centrum eiuſdē circuli, ſicut ex ijs quæ præmiſſa ſunt, uidelicet ex ijs quæ 10 huius immediatè præcedunt didiciſti, conuincitur lineam a f e eſſe perpendicularem ad ſuperficiem circuli a b c, quemadmodum proponitur. Sin aūt, erunt eiuſdem circuli duo centra, quod natura tanquam impoſſibile exhorruit.

Euclid. ex Camp. *Propoſitio 16.*



Olidū octo baſiū triangulariū atq; æquilaterarū quod ab aliqua ſphæra circūſcribitur, diuiſibile eſt in duas pyramides ęquè altas quarum altitudo ęqualis eſt ſemidiametro ſphęrę, baſis autem utriuſq; quadratum quod eſt ſubduplum quadrato diametri ſphæræ. 16

Campanus. Eſto corpus octo baſium triangularium atq; æquilaterarū cuius ſexanguli ſint a b c d e f, circunſcripta à ſphæra cuius centrum g. Conſtat itaq; quod ſex puncta a b c d e f, ſunt in ſuperficie ſphæræ cuius centrum g. Si igitur centrum g iungatur cum quolibet horum ſex punctorum, erunt duæ lineæ iungentes ipſum eis adinuicem æquales, cū ipſæ ſint à centro ſphærę ad ſuperficiem. Cum autem ex correlario 15 tredecimi, ſit diameter ſphæræ potentialiter dupla ad latus huius corporis, erit ex 4 ſecundi latus huius corporis potentialiter duplū ad ſemidiametrum ſphęræ. Quadratum ergo c f, duplum eſt ad quadratū ipſius c e, ideoq; ęquale duobus quadratis duarum linearum c g & g f. Itaq; per penultimam primi angulus c g f, eſt rectus, eadem ratione quiſq; angulorum f g d, d g e, et e g c, eſt rectus, quare per 14 primi, & c g d, et f g e, eſt linea una, igitur ex 2 undecimi quinq; puncta c f d e g, ſunt in ſuperficie una: Manifeſtum eſt autem ex 5 primi & 32 eiuſdem quòd quilibet quatuor angulorum c e, d e, f, eſt rectus, igitur ex diffinitione quadrati, ſuperficies c e d f, eſt quadrata. Et quia latus eius eſt latus propoſiti corporis, conſtat ex correlario 13 tredecimi, iſtud quadratum eſſe ſubduplum quadrato diametri ſphæræ. Conſimili quoq; ratiocinatione cōſtat utranq; duarum linearum a g & g b, cum qualibet quatuor linearum c g, f g, d g, e g, continere angulum rectum, ideoq; ex 4 undecimi utranq; earum eſſe perpendicularem ad ſuperficiem c e d f, & ambas ſcilicet a g & g b per 14 primi componere lineam unam. Diuiſum eſt igitur propoſitum corpus in pyramidēm a c f d e, cuius baſis quadratum c e d f, quod eſt ſubduplum quadrato diametri ſphęrę, & etiam altitudo linea a g quę eſt ſemidiameter ſphęræ, & in pyramidem b c f d e, cuius baſis eſt prędictum quadratū, & eius altitudo linea g b quæ eſt ſemidiameter ſphęræ. Et hoc eſt quod oportebat oſtendere.

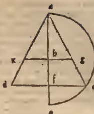


Euclid. ex Camp. *Propoſitio 17.*

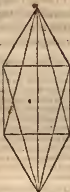


Yramidem quatuor baſium triangularium atq; ęquilaterarum ſphæra aliqua circunſcribēte, erit proportio tetragoni qui ſub linea potentialiter ſubſeſquitertia ad dodrātem lateris ipſius pyramidis & ſub linea ſuperquincupartiente uigeſimaſſeptimas eius dodrantis continetur, ad quadratum diametri ſphærę, ſicut corporis ipſius pyramidis ad corpus octo baſium triangularium atque ęquilaterarum, quę ambo eadem ſphęra circumducantur. 17

Campanus. Sit ſphæra cuius diameter a b & centrum h, circunſcribens pyramidē quatuor baſium triangularium atq; æquilaterarum a c d, & corpus octo baſium triangularium atq; æquilaterarum quod ſit e, ſitq; linea l m potentialiter ſubſeſquitertia ad dodrantem lineæ a c quę eſt latus pyra-

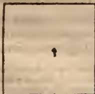


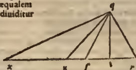
pyramides, & linea m n contineat dodrantem prædictum & eius quinque uigesimasseptimas, sit p quadratum diametri a b. Dico itaque quòd proportio pyramidis a c d ad octoedron e, est sicut superficiei l m in m n, ad quadratū p. Imaginemur enim solidum angulum a esse conum pyramidis, & basin pyramidis cuius unum latus est d c, secare diametrum sphæræ in puncto f, eritque (quemadmodum ex ratiocinatione 13 tredecimi manifestum est) a f dupla ad f b. Cumque etiam a b sit dupla ad b h, erit ex 19 quinti b f dupla ad h f, ideoque a f, quadrupla ad f h. Imaginemur igitur superficiem secantem pyramidem a c d, super cētrum sphæræ æquidistanter basi ipsius, sitque linea g K communis sectio huius superficiei & trianguli a c d, eritque ex 17 undecimi proportio c a ad a g, sicut f a ad a h, igitur c a ad a g, sicut 4 ad 3, sic enim est ex euersa proportionalitate f a ad a h. Constat etiam ex secūda parte 29 primi, & 16 undecimi, & 10 eiusdem, & prima parte 2 sexti, & diffinitione similium superficierum & similium corporum, quòd pyramis a g K est similis pyramidi a c d, ideoque ex 8 duodecimi proportio pyramidis a c d ad pyramidem a g k, est sicut c a ad a g triplicata, quare sicut 4 ad 3 triplicata. Constat autem ex 2 octaui, quod proportio 4 ad 3 triplicata, est sicut 64 ad 27. Itaque proportio pyramidis a c d ad pyramidē a g K, est sicut 64 ad 27. Fiat ergo triangulus æquilaterus q r s ex linea æquali a g, quam constat esse dodrantem lineæ a c, & producatur linea q t perpendicularis ad r s, erit ex 11 huius linea q t potentialiter subsesquitertia ad lineam q r, ideoque æqualis l m. Adijciatur quoque lineæ r s linea s x, ita quod proportio r x ad r s, sit sicut 64 ad 27, diuidaturque r x per æqualia in u, ut sit r u 32 de partibus illis de quibus r s est 27, aut r x 64, eritque r u æqualis m n. Et ducantur lineæ q u & q x, eritque ex 1 sexti, proportio trianguli q r x ad triangulum q r s, sicut 64 ad 27. Cumque per eandem triangulus q r x sit duplus ad triangulum q r u, at ex 41 primi quod fit ex q t in r u, duplū quoque sit ad triangulū q r u, erit quod fit ex q t in r u (& ipsum est æquale superficiei l n) æquale triangulo q r x, quare proportio superficiei l n ad triangulum q r s, est sicut 64 ad 27: ideoque sicut pyramidis a c d ad pyramidem a g K.





Manifestum est autem ex 13 huius, quod linea a f est perpendicularis ad basin pyramidis a c d, ideoque per 19 undecimi linea a h est etiam perpēdicularis ad basin pyramidis a g k. Igitur altitudo a g K pyramidis, est semidiameter sphærę. Diuidatur itaque octoedrō e, quemadmodum proponit præmissa, erit itaque utraque duarum pyramidum in quas ipsum e diuiditur, æquè alta pyramidi a g K, nā singularum altitudo, est semidiàmeter sphæræ. Quia igitur omnes lateratæ pyramides æquè altę, suis basibus sunt proportionales, ut in 6 duodecimi demonstratum est, erit proportio pyramidis a g K ad utranque earum in quas diuiditur octoedron e, sicut basis eius ad bases earum. Quare per 24 quinti proportio pyramidis a g K ad totum octoedron e, est sicut suæ basis quam constat esse æqualem triangulo q r s, ad bases ambarum pyramidum, in quas diuiditur e pariter acceptas, quas cōstat esse æquales quadrato diametri sphæræ per præmissam, uidelicet p. Quoniam ergo proportio pyramidis a c d ad pyramidem a g K, est sicut ipsius tetragoni l n ad trigonū q r s, uidelicet 64 ad 27, & pyramidis a g K ad octoedron e, sicut trigoni q r s ad quadratū p, erit per æquā proportionalitatē proportio pyramidis a c d ad octoedron e, sicut tetragoni l n ad quadratū p. Et hoc erat demonstrandum.





CORRELARIVM.

Ex præmissis igitur manifestum est, quòd perpendicularis ueniēs à centro sphærę ad pyramidem quatuor basium triangularium atque ęquilaterarum circunscribētis ad quamlibet basin ipsius pyramidis, ęqualis est sextę parti diametri sphęrę.

Cum

Cumq; perpendiculares ad circulos basium, sint quoq; perpendiculares ad bases, sequitur ut perpendiculares à centro sphæræ ad singulas bases, adinuicem sint æquales. Si ergo quod dicimus de perpendiculari ad unam suarum basium probetur, relinquetur uerum esse quod proponitur. Sit itaq; ut prius triangulus a b c, una ex basibus octoedri circunscripti, à sphæra cuius centrum d, & cætera quoq; fiant ut prius. Cùm igitur ex correlario decimæquintæ tredecimi, diameter sphæræ sit potentialiter dupla ad latus octoedri, sequitur ut latus octoedri sit potentialiter duplum ad semidiametrum sphæræ, ideoq; cùm quadratum lineæ b c est duodecim, quadratum lineæ d c, quæ est semidiameter sphæræ sex: ex undecima autem huius, cùm quadratum b c est duodecim, quadratum c f est nouem. Et ex præmisso antecedente, quadratum c e est quatuor. Itaque cùm quadratum d c, quæ est semidiameter sphæræ est sex, quadratum c e est quatuor, Et quia ex penultima primi, quadratum d c est æquale quadratis duarum linearum c e & e d, sequitur ut quadratum e d sit duo, prout quadratum d e est sex. Constat ergo quod diximus.

Euclid. ex Camp. *Propositio 18.*

18 

Vplum quadrati quod ex diametro sphæræ cubum circunscribentis describitur, æquum est omnibus superficiebus ipsius cubi pariter acceptis. Perpendicularis quoque quæ à centro sphæræ ad quamlibet ex superficiebus cubi producitur, medietati lateris cubi eiusdem æqualis esse ex necessitate conuincitur.

CAMPANVS. Manifestum est enim ex correlario decimæquartæ tredecimi, quòd diameter sphæræ cubum includentis, tripla est in potentia ad latus cubi. Cùm igitur quadratum diametri sphæræ triplum sit ad quadratū lateris cubi, duplum quadrati diametri sphæræ æquum erit sexcuplo quadrati lateris cubi. Sunt autem omnes superficies cubi, sex quadrata quæ ex latere cubi in se producuntur, itaq; duplum quadrati diametri sphæræ, æquum est omnibus superficiebus cubi. Constat igitur prima pars. Secundam autem partem, ex decimaoctaua, decimanona & quadragesima undecimi libri facilè probabis.

CORRELARIVM.

Ex his ergo euenire necesse est, ut ex medietate lateris cubi in besse quadrati producti, ex diametro sphæræ ipsum cubum ambientis, cubi soliditas producatur.

EVCLIDIS MEGARENSIS GRAECI PHILOSOPHI GEOMETRICORVM ELEMENTORVM

deputatus liber De regularium corporum proportione, traditore Hypsicle Alexandrino, ac Bartholomæo Zamberto Veneto interprete, qui in ordine est decimusquartus.

PROOEMIVM.



ASILIDES Tyrius Protarche, cùm Alexandriā petijsset, patriq; nostro ob Mathematicas disciplinas familiaris substitisset, cum eo, ipso pestilentiæ tempore diu uersatus est. Et quandoque discutiendo, id quod ab Apollonio scriptum est de dodecahedri & icosahedri in eadem sphera descriptorum comparatione, & quam inter se figuræ huiusmodi habeant rationem: uidebatur nanque Apollonius hæc rectè minimè conscripsisse, ipsi uerò enucleantes (quemadmodum pater meus dicebat) perscripserant. Ego uerò posterius alium comperi librum ab Apollonio conscriptum, qui rectè complectebatur eius quod obijciebatur demonstrationē: gauisi sunt, inquam, illi ualde, in problematis indagatione. Ab Apollonio nanq; editum uidetur cōmuniter considerare, nam sic

circun-

circumfertur. Quod uerò à nobis rursus laboriosè cõscriptum uisum est, ea quæ ex commentatione deprehendi, tibi discutienda esse censui, propter eam quæ in omnibus disciplinis, & in Geometria præcipuè promotionem adhibetur: ut quę dicentur possis iudicare, tum propter beneuolentiam erga patrem, tum ob promptè ea amorẽ erga nos. Benignè igitur audies ea quæ tibi trademus. Sed tẽpus iam esto procemio supersedere, & constructionem exordiri.

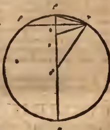
προσφωνεῖν dedicare.

Euclid. ex Zamb. Theorema 1. Propositio 1.

Camp. 1.

Quę ex cẽtro alicuius circuli in pẽtagoni latus in codẽ circulo descripti perpendicularis acta, dimidia est simul utriusq; & eius quæ ex centro, & eius quæ decagoni in eodem circulo descripti.

HYPSICLES ex Zāb. Sit circulus αβγ, & in ipso αβγ circulo latus pentagoni æquilateri sit βγ, assumaturq́; (per 1 tertij) centrũ ipsius circuli, sitq́; δ, & in ipsam ζγ (per 12 primi) perpendicularis excitetur δε, extendaturq́; in rectas lineas ipsius δε recta linea δεζ. Dico quòd ipsa δε dimidia est & hexagoni & decagoni laterum in eodem circulo descriptorum. Connectantur enim δγ, γζ. & ponatur ipsi εζ æqualis εη, & ab ipso η in γ connectatur ηγ. Quoniam quincupla est totius circuli circunferentia ipsius ζγ circunferentiæ, & totius quidem circunferentiæ circuli dimidia est circunferentia αγζ, ipsius autem βγζ dimidia est ζγ, igitur & circunferentia αγζ ipsius ζγ circũferentiæ quincupla est. Quadrupla igitur est αγ ipsius ζγ. Sicut aũt αγ ad ζγ, sic qui sub αδγ angulus ad eum qui sub ζδγ angulũ: quadruplus igitur est qui sub αδγ, eius qui sub ζδγ. Duplus autem qui sub αδγ, eius qui sub εζγ, duplus igitur est qui sub εζγ, eius qui sub ηδε. Est autem qui sub εζγ ei æquus qui sub εηγ, duplus est igitur is qui sub εηγ, eius qui sub ηδε, æqualis igitur est δη, ipsi ηγ. Sed ηγ ipsi ζγ est æqualis: æqualis igitur est δη ipsi ζγ. Est autẽ ηε ipsi εζ æqualis: æqualis igitur est & ipsa δε, simul utriq; ηζγ. Cõmunis aũt apponatur & ipsa δε. Vtraq; igitur simul δζγ, dupla est ipsius δε. Est autem δζ, æqualis quidem ipsius hexagoni lateri, At ζγ æqualis ei quod decagoni. Igitur δε dimidia est & eius quod hexagoni & eius quod decagoni, in eodem circulo descriptorum. Manifestum nempe est ex ijs quæ in tertiodecimo libro theorematibus, quod ex cẽtro circuli in latus trianguli æquilateri perpẽdicularis acta, dimidia est eius quæ ex centro circuli.



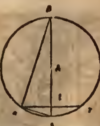
Euclid. ex Zamb. Theorema 2. Propositio 2.

Idem circulus cõprehendit & dodecahedri quinquangulũ, & icosahedri triangulum in eadem sphæra descriptorum.

In aliis editione

προγράφεται.

*HYPSICLES ex Zāb. Hoc inquam, ab Aristæo describitur in eo libro cuius index est quinq; figurarum comparatio, ab Apollonio autem in secũda * traditione comparationis dodecahedri ad icosahedrum, quod est sicut dodecahedri superficies ad icosahedri superficiem, sic & ipsum dodecahedrum ad ipsum icosahedrum, quoniam ex centro sphæræ in dodecahedri pentagonum & in icosahedri triãgulũ perpendicularis acta eadẽ est. Describẽdũ quoq; à nobis est, qđ idẽ circulus cõprehẽdit & dodecahedri pẽtagonũ et icosahedri triangulũ in eadẽ sphæra descriptorũ. Hoc * descripto, si in circulo quinquangulum æquilaterum descriptum fuerit, quod ex latere pentagoni & quod ab ea quæ sub binis pentagoni lateribus subtensa est recta linea, quincuplum erit eius quod fit ex ea quæ ex centro circuli. Sit circulus αβγ, & in ipso αβγ circulo sit latus pentagoni αγ, assumaturq́; (per 1 tertij) ipsius circuli centrum & sit δ, & in ipsam αγ (per 12 primi) perpendicularis excitetur δζ: & extendatur in βε, & connectatur αβ. Dico quòd quæ ex βα, αγ quadrata, quincupla sunt eius quod ex δε quadrati. Connectatur αε, igitur αε decagoni est. Et quoniam ζε, ipsius δε dupla est, quadruplum*



quadruplū igitur est quod ex β γ, eius quod ex δ ε. Ei aūt quod ex β γ, equa sunt quae ex β α, α γ: quadrupla igitur sunt quae ex β α, eius quod ex δ ε: quincupla igitur sunt quae ex α β, α γ, & δ ε, eius quod ex δ ε: quae autē ex δ γ, ε α, equalia ei quod ex α γ: quincupla igitur sunt quae ex β α, α γ, quod ex δ ε. Hoc ostenso demonstrandum est quòd circulus idem cōprehendit & dodecahedri pentagonum, & icosahedri triangulum, in eadem sphaera descriptorum. Exponatur ipsius sphaerae diameter α β, & in eadem sphaera describatur dodecahedrū & icosahedrū, & sit quidē unum dodecahedri pentagonum, γ δ ε ζ η, icosahedri verò triāgulum esto κ λ θ. Dico quod quae ex cētris circulorū qui circum ipsa, sunt aequales, hoc est quod idē circulus cōprehendit & quinquāgulum γ δ ε ζ η, & ipsum κ λ θ triāgulum. Connectatur δ ε. Cubi igitur latus est δ η (per 17 decimitertij & eius correlariū) Exponatur autē quedā recta linea μ ν, ut quincuplū sit quod ex α β, eius quod ex μ ν. Est autē & ipsius sphaerae diameter, potētia quincupla eius quae ex centro circuli, à quo icosahedrum describitur: est igitur μ ν, ea quae ex cētro circuli, à quo icosahedrū describitur. Secetur (per 30 sexti) μ ν extrema & media rōne in ξ, sitq; maius segmētum μ ξ. decegoni igitur ipsius circuli est ipsa μ ξ (per 9 decimitertij) Et quoniā quod ex α β, eius quod ex μ ν quincuplum est, triplum autē qd' ex β α, eius qd' ex δ η (per correlariū 15 decimitertij) tria igitur quae ex δ η aequa sunt quinq; quae ex μ ν. Sicut aūt tria quae ex δ η ad quinq; quae ex μ ν, sic tria quae ex γ ε, ad quinq; quae ex μ ξ: tria igitur quae ex γ ε, quinq; quae ex μ ξ sunt aequalia. Quinq; autē quae ex κ λ, quinq; quae ex μ ν & quinq; quae ex μ ξ, sunt aequalia (per 10 decimitertij) Quinq; igitur quae ex κ λ, aequa sunt trib. quae ex δ η, & tribus quae ex γ ε. Sed tria quidē quae ex δ η, & tria quae ex γ ε, sunt aequalia decē & quinq; eis quae ex ea quae ex cētro circuli ipsi γ δ ε ζ η pētagono circunscripti: patuit nāq; qd' ex δ η, unà cum eo qd' ex γ ε, quincuplum est eius quod ex ea quae ex cētro circūscripti ipsi γ δ ε ζ η pētagono. Quinq; autē quae ex κ λ, aequalia sunt decē & quinq; eis quae ex ea quae ex cētro circuli ipsi κ θ λ triāgulo circunscripti, patuit equidē (per 12 decimitertij) quod quod ex κ λ, triplum est eius quod ex ea quae ex centro circuli ipsi κ λ θ triāgulo circūscripti. Quindecim igitur quae ex ea quae ex centro, aequa sunt eis 15 quae ex ea quae ex centro: unum igitur qd' ex ea quae ex cētro, aequum est uni eorū qd' ex ea quae ex cētro, dimetiens igitur ipsi diametro est aequalis. Idē igitur circulus cōprehēdit & ipsius dodecahedri quinquāgulum, & ipsius icosahedri triāgulum in eadem sphaera descriptorum. Eucl. ex Zāb. Theor. 3. Prop. 3.

Si fuerit pentagonū aequilaterū & ęquiangulū, & circū ipsum circulus, & ex centro perpēdicularis in unū latus acta fuerit, qd' trigesies sub uno laterū & ppēdiculari, ęquū est ipsius dodecahedri supficiei.

HYPSICLES ex Zāb. Esto pētagonum aequilaterū & aequiāgulum α β γ δ ε, & circū quinquāgulum sit (per 14 quarti circulus) & capiatur (per 1 tertij centrum) sitq; ζ, & ab ipso ζ in γ δ perpēdicularis agatur (per 12 primi) ζ η. Dico quod quod sub γ δ, η ζ trigesies, aequum est 12 pentagonis quae α β γ δ ε. Cōnectātur γ ζ, ζ δ. Quoniā quod sub γ δ, η ζ, duplum est ipsius triāguli γ δ ζ: qd' igitur quinquies sub γ δ, ζ η, decē triāgula sunt aequalia. Decē verò triāgula, bina sunt quinquangula, & omnia sexies: qd' igitur trigesies sub γ δ, η ζ, decem quinquāgulis aequum est. Duodecim aūt quinquāgula sunt ipsius dodecahedri superficies. Quod igitur trigesies sub γ δ, ζ η, aequum est ipsius dodecahedri superficiei. Similiter quoq; demōstrabimus quod & si fuerit triāgulum aequilaterū sicut α β γ, & circum ipsum circulum, & cētrum circuli δ, perpēdicularis verò δ ε, quod trigesies sub β γ δ ε, aequum est ipsius icosahedri superficiei. Quoniā enim rursus quod sub δ ε, β γ, duplum est ipsius δ β γ, bina igitur triāgula aequa sunt ei quod sub δ ε, β γ, & omnia ter. Sex igitur triāgula δ β γ, aequa sunt tribus eis quae sub δ ε, β γ. Sex autē triāgula δ β γ, aequa sunt binis α β γ. Tria igitur quae sub δ ε, β γ, aequalia sunt duobus α β γ. Et omnia decies. Quod igitur trigesies sub δ ε, β γ,

æquum est uiginti triangulis α β γ, hoc est ipsius icosahedri superficiei. Quare erit sicut dodecahedri superficies ad icosahedri superficiem, sic quod sub γ λ, ζ η, ad id quod sub β γ, δ ι.

Corrclarium. Ex hoc nempe manifestum est, quòd sicut ipsius dodecahedri superficies ad ipsius icosahedri superficiẽ, sic quod sub latere pentagoni & sub ea quæ ex centro circa quinquãgulum circuli, in ipsam perpendiculari acta, ad id quod sub latere icosahedri, & sub ea quæ ex centro circa triangulum circuli, in ipsam perpendiculari acta, in eadẽ sphæra descriptorum icosahedri & dodecahedri.

Eucl. ex Zamb. Theorema 4. Propositio 4.

Camp. 8. Hoc demonstrato ostendendum est, ꝙ erit ut dodecahedri superficies ad icosahedri superficiem, sic cubi latus ad icosahedri latus.

HYPS. ex Zamb. Exponatur (per 2 theorema) circulus comprehendens & dodecahedri quinquãgulum & icosahedri triangulum in eadem sphæra descriptorum, sitq; δ β γ, & in ipso δ β γ describatur trianguli æquilateri latus γ δ, quinquãguli uerò α γ, & assumatur (per 1 tertij) centrum circuli, & sit ι, & ab ipso ι in ipsas δ γ, γ α, perpendiculares excitentur ι ζ, ι η, & extendatur in rectas lineas ipsi ι η recta linea η β, & connectatur β γ, ponaturq; cubi latus η δ. Dico quòd est sicut dodecahedri superficies ad icosahedri superficiẽ, sic est δ ad γ δ. Quoniã enim utraq; simul ι β γ extrema & media ratione diuisa, maius segmẽtum est β ι (per 9 decimitertij) & est quidẽ utriusq; simul ι ζ γ dimidia ι η (per 1 decimiquarti) ipsius autẽ β ι dimidia est ι ζ, & ipsa igitur ι η extrema & media ratione diuisa, maius segmẽtum est ι ζ. Est autẽ & ipsius θ extrema & media ratione diuisæ maius segmentum γ α, sicut in dodecahedro ostẽsum est: sicut igitur δ ad γ α, sic ι η ad ι ζ: æquum igitur est quod sub δ ζ ι, ei qđ sub γ α, ι η. Et quoniã est sicut δ α ad γ δ, sic quod sub δ ι ζ, ad id quod sub γ δ ζ ι, ei autem quod sub δ ι ζ, æquum est quod sub γ α η ι: & sicut igitur (per 11 quinti) θ η ad γ δ, sic quod sub γ α η ι, & ad id quod sub γ δ ζ ι, hoc est sicut dodecahedri superficies ad icosahedri superficiem, sic δ ε ad γ δ.

Camp. 8. Aliter ostendere, quòd est sicut dodecahedri superficies ad icosahedri superficiem, sic est cubi latus ad icosahedri latus sic descripti.

Esto circulus α β γ, & in ipso circulo α β ε, describantur quinquanguli æquilateri latera α β, α γ, & connectatur β γ, assumaturq; (per 1 tertij) centrum ipsius circuli, & sit δ, & ab ipso α in δ connectatur recta linea α δ, & extendatur in rectas lineas ipsi α δ recta linea δ ι, ponaturq; ipsius α δ, rectæ lineæ dimidia δ ζ, & η γ, ipsius ι θ, esto tripla. Dico quòd sub α ζ, β θ, æquum est ipsi quinquangulo. Ab ipso enim β, in δ connectatur β δ. Quoniam dupla est α δ, ipsius δ ζ, hemiolia igitur est α ζ ipsius α δ. Rursus quoniam tripla est η γ ipsius γ θ, dupla est η θ ipsius θ γ, hemiolia igitur est η γ, ipsius θ η. Sicut igitur ζ α ad α δ, sic γ η ad η θ, æquum igitur est quod sub α ζ, θ η, ei quod sub δ α, γ η. Ipsa autem ε η, ipsi β η est æqualis, quod igitur sub α δ, β η, æquum est ei quod sub α ζ, θ η. Quod autem sub α δ, β η, bina sunt triangula sicut α β δ, & quod igitur sub α ζ, ι θ, bina sunt α β δ, quinq; igitur quæ sub α ζ, η θ, decem sunt triangula. Decem uerò triangula, bina sunt pentagona: quinq; igitur quæ sub α ζ, η θ, binis pentagonis sunt æqualis. Et quoniam dupla est η θ ipsius θ γ, quod sub α ζ η θ, duplum est eius quod sub α ζ, θ γ. Duo igitur quæ sub α ζ, γ θ, æqua sunt uni quod sub α ζ, θ η. Et omnia quinquies, decem igitur quæ sub α ζ θ γ, æqualia sunt quinq; quæ sub α ζ, η θ, hoc est binis pentagonis, quare quinq; quæ sub α ζ, θ γ, æqua sunt uni quinquãgulo. Quinquies autem quæ sub α ζ, θ γ, æqua sunt ei quod sub α ζ, θ β, quoniam quincupla est θ β ipsius θ γ, & commune fastigium est α ζ, quod sub α ζ, β θ, igitur æquum est uni pentagono.

Camp. 8. Hoc demõstrato, nũc exponatĩ circulus cõprehẽdens & dodecagoni pentagonũ & icosahedri triãgulum, in eadẽ sphæra descriptorũ.

Describãtur in ipso circulo α β γ pẽtagoni æquilateri latera β α, α γ, & connectatur β γ, & assumatur

centrum

centrum circuli, & sit ν, & ab ipso α in ν connectatur αν, & extendatur αν in ξ: & sit αν ipsius νξ dupla: tripla autem αγ ipsius γδ. Et ab ipso υ, ipsi αξ ad angulos rectos excitetur (per 11 primi) λμ, & extendatur in rectas lineas λ δ ipsi ξμ, trianguli ergo æquilateri est λμ. Connectantur ipsæ αλ, αμ: æquilaterũ igitur est ipsum αλμ triangulum. Et quoniam quod sub αν, δβ, æquum est ipsi quinquangulo: quod autem sub αν λ, æquum est ipsi αλμ triangulo: est igitur sicut quod sub αν, δβ, ad id quod sub λδν, sic quinquangulum ad triangulum. Sicut autem quod sub β δ α ν, ad id quod sub λ να, sic β ζ ad λ ν. Et sicut igitur (per 11 quinti) duodecim β ζ, ad uiginti λ ν, sic 12 quinquãgula ad 20 triangula, hoc est dodecahedri superficies ad icosahedri superficiem. Et 12 quidem β ζ, sunt 10 β γ: nam ipsa β δ, ipsius α γ quincupla est, & ζ ε ipsius γ ζ sexcupla est. Sex igitur β ζ, sunt æquales 5 β γ & duplicia, 20 uerò λ ν, 10 sunt λ μ: dupla nãq; est λ μ, ipsius λ ν. Sicut igitur 10 β γ ad 10 λ μ, hoc est sicut β ε ad λ μ, sic dodecahedri superficies ad icosahedri superficiẽ, & β γ quidem cubi est latus λ μ ipsius icosahedri: & sicut igitur (per 11 quinti) dodecahedri superficies ad icosahedri superficiem, sic β γ ad λ μ, hoc est cubi latus ad icosahedri latus.

Ostendendum iam, quòd (recta linea secta, extrema & media ratione) qualem rationem habet potens quod à tota & quod à maiori segmento, ad potentẽ quod à tota & minori segmento, talem habet rationẽ cubi latus ad icosahedri latus. Camp. 9.

Esto circulus α β comprehẽdens & dodecahedri pentagonum & icosahedri triãgulum in eadem sphæra descriptorũ, capiaturq; (per 1 tertij) centrum circuli, et sit γ, & extẽdatur quædã ab ipso γ utcũq; recta linea β γ, seceturq; (per 30 sexti) extrema & media ratione in δ, & maius segmentum sit γ δ. Decagoni igitur est latus ipsa γ δ, in eodem circulo descripti. Exponatur icosahedri latus et sit ε, dodecahedri uerò & sit ζ, cubi autem & sit η. Igitur ε triãguli latus est æquilateri, & ζ pentagoni in eodem circulo descripti, & ζ ipsius η, extrema & media ratione diuisæ, maius est segmentum. Et quoniã ε æqualis est ipsi æquilateri triãguli lateri, triãguli aũt æquilateri latus (per 12 decimitertij) potẽtia ipsius β γ triplum est: triplum igitur est quod ex ε, eius quod ex β γ. Sunt autem & quæ ex β γ, ζ δ, eius quod ex γ δ tripla. Sicut igitur quod ex ε, ad id quod ex γ β, sic sunt quæ ex γ ζ, β δ, ad id quod ex γ δ, & uicissim (per 16 quinti) sicut igitur quod ex ε ad ea quæ ex γ β, β δ, sic quod ex γ β, ad id quod ex γ δ. Sicut autẽ quod ex β γ, ad id quod ex γ δ, sic est quod ex η, ad id quod ex ζ: maius nanq; est segmẽtum ζ, ipsius η. Et sicut igitur (per 11 quinti) quod ex ε, ad ea quæ ex γ β, β δ: sic quod ex η, ad id quod ex ζ, & uicissim (per 16 quinti) Ac conuersim, sicut igitur quod ex η, ad id quod ex ε: sic quod ex ζ, ad ea quæ ex γ ζ, ζ δ. Ei autem quod ex ζ, æqua sunt quæ ex ζ γ δ, quinquãguli nãq; latus (per 10 decimitertij) potest & hexagoni & decagoni latus. Sicut igitur quod ex η, ad id quod ex ε: sic quæ ex β γ, γ δ, ad ea quæ ex γ δ β. Sicut autẽ quæ ex β γ δ, ad ea quæ ex γ δ β, sic (recta linea extrema & media ratione diuisa quacunq;) potens quod ex tota & ex maiori segmento, ad potentẽ quod ex tota & ex minori segmento: & sicut igitur (per 11 quinti) quod ex η, ad id quod ex ε, sic (recta linea quacunq; extrema & media ratione diuisa) potens id quod ex tota, & ex maiori segmento, ad potẽtem id quod ex tota & minori segmento. Est autem η latus cubi, & ε icosahedri. Si recta igitur linea extrema & media ratione secta fuerit, erit sicut potens totam & maius segmentum ad potentẽ totam & minus segmentum, sic cubi latus ad icosahedri latus in eadem sphæra descriptorum.

η cubi latus
ζ dodecahedri
ε icosahedri

Ostendendum iam nunc est, quòd sicut cubi latus ad icosahedri latus, sic dodecahedri solidum ad icosahedri solidum. Camp. 10.

*Quoniam enim æquales circuli comprehendunt & dodecahedri quinquangulum & icosahedri triangulum in eadem sphæra descriptorum, in sphæris autem æquales circuli æqualiter distant à centro (à centro nanq; sphæræ ad circulorum plana perpendiculares ductæ æquales sunt, & in centra circulorum cadunt) quare à centro sphæræ in centrum circuli comprehendentis & icosahedri triangulum & dodecahedri pentagonum æquales sunt, perpendiculares inquam: * æqualiter igitur fastigiatæ sunt pyramides,* ἰσοϋψεῖς, id est æquè altæ.

habentes bases dodecahedri pentagona, & bases habentes icosahedri triangula. Aequalis autem fastigij pyramides, adinuicem sunt sicut bases (per 5 duodecimi) Sicut igitur quinquangulum ad triangulum, sic pyramis, cuius basis quidem est dodecahedri pentagonum, uertex autem centrum sphæræ, ad pyramida basin quidem habentem triangulum, uerticem autem centrum sphæræ. Et sicut igitur (per 11 duodecimi) pentagona ad 20 triangula, sic 12 pyramides pentagona bases habentes, ad 20 pyramides triangula bases habentes. Et 12 pentagona, sunt dodecahedri superficies, & 20 triãgula, icosahedri sunt superficies. Est igitur sicut dodecahedri superficies ad icosahedri superficiem, sic 12 pyramides pentagona bases habentes, ad 20 pyramides triangula bases habentes. Suntq; 12 quidem pyramides pentagona bases habentes, solidum ipsius dodecahedri, 20 autem pyramides triangula bases habentes, solidum sunt icosahedri. Et sicut igitur (per 11 quinti) dodecahedri superficies ad icosahedri superficiem, sic solidum dodecahedri, ad solidum icosahedri. Sicut autem superficies dodecahedri ad solidum icosahedri, sic patuit esse cubi latus ad icosahedri latus. Et sicut igitur (per 11 quinti) cubi latus ad icosahedri latus, sic solidum dodecahedri ad solidum icosahedri, & quæ sequuntur.

Camp. 11. Quòd si binæ rectæ lineæ extrema & media ratione sectæ fuerint, in proportione sunt subiecta, sic ostendemus.

Secetur enim (per 30 sexti) αβ, recta extrema & media ratione in γ, maius autem segmentum eius sit αγ, similiter quoq; & δε (per 30 sexti) extrema & media ratione secetur in ζ, & maius segmentũ eius esto δζ. Dico quòd est sicut tota αβ, ad maius segmentum ipsius αγ, sic tota δε ad maius segmentum ipsius δζ. Quoniam etenim quod sub αβγ æquum est ei quod ex αγ: quod autem sub δεζ, æquum est ei quod ex δζ: est igitur sicut quod sub αβ, βγ, ad id quod ex αγ, sic quod sub δε, εζ, ad id quod ex δζ. Et sicut quòd quater igitur sub αβγ, ad id quod ex αγ: sic quòd quater sub δεζ, ad id quod ex δζ. Et componendo (per 18 quinti) sicut quòd quater sub αβγ, unà cum eo quod ex αγ, ad id quod ex αγ: sic quòd quater sub δεζ, unà cum eo quod ex δζ, ad id quod ex δζ. Quare & sicut quod ex utraque ipsius δεζ, simul ad id quod ex δζ, & longitudine, sicut utraq; simul αβγ ad αγ, sic utraq; simul δεζ ad δζ. Componendo (per 18 quinti) sicut utraq; αβγ, unà cum αγ ad αβ, sic utraq; δεζ, unà cum δζ ad ipsam δζ, hoc est binæ δε ad δζ, & antecedentium dimidia, hoc est sicut αβ ad αγ, sic δε ad δζ. In antiquißimo codice sic: *Quare & sicut quod ex utraq; simul αβγ, ad id quod ex αγ, sic quod ex utraq; simul δεζ, ad id quod ex δζ, & longitudine sicut utraq; simul αβγ, unà cum αγ, hoc est binæ αβ ad αγ, sic utraq; simul δεζ, unà cum δζ, hoc est binæ δε ad δζ, & dimidia, sicut αβ ad αγ, sic δε ad δζ.* Hoc demonstrato, quòd (recta linea quacunq; extrema & media ratione diuisa) qualem rationem habet potens quod ex tota & ex maiore segmento, ad potentem quod ex tota & ex minori segmento, talem habet rationem cubi latus ad icosahedri latus: hoc etiam demonstrato, quòd sicut cubi latus ad icosahedri latus, sic dodecahedri superficies ad isocahedri superficiem in eadem sphæra descriptorũ, & hoc quoq; percepto, quòd sicut dodecahedri superficies ad icosahedri superficiem, sic ipsum dodecahedrum ad icosahedrum, eo quia ab eodem circulo comprehẽduntur & ipsius dodecahedri pentagonum & icosahedri triangulum, manifestum est quòd si in eadem sphæra dodecahedrum & icosahedrum fuerint descripta rationem habebunt (recta linea quacunq; extrema & media ratione diuisa) sicut potens, quod ex tota & quod ex maiori segmento, ad potentem quod ex tota & minori segmento. His omnibus nobis notis, patet quòd si in eadem sphæra dodecahedrum & icosahedrum inscripta fuerint, rationem habebunt, sicut (recta linea diuisa extrema & media ratione) potens totam & maius segmentum, ad potentem totam & minus segmentum. Quoniam enim est sicut dodecahedrum ad icosahedrum, sic dodecahedri superficies ad icosahedri superficiem, hoc est cubi latus ad icosahedri latus, sicut autem cubi latus ad icosahedri latus, sic (recta linea quacũq; extrema & media ratione diuisa) potens totam & maius segmentum, ad potentem totam & minus segmẽtum: sicut igitur dodecahedrum ad icosahedrum in eadem sphæra descriptum, sic (recta linea quacunq; extrema & media ratione diuisa) potens totam & maius segmentum ad potentem totam & minus segmentum.



LIBRI XIIII

FINIS.

EVCLIDIS MEGARENSIS CLARISSIMI PHILOSOPHI MATHEMATICORVMQVE FACILE PRINCIPIS, EX TRADITIONE CAMPANI, GEOMETRICORUM ELEMENTORUM LIBER DECIMUS QUINTUS.

Euclid. ex Camp. *Propositio 1.*

1 

Ntra propositum cubum, corpus habens quatuor bases triangulas æqualium laterum designare.

Campanvs. Sit cubus cuius basis est quadratum a b c d, suprema uerò eius superficies quadratum e f g h. Ipsum autem hac arte fabricare conueniet. Quadrato basis secundum quamlibet lineam ex quadragesimaquinta primi descripto, super singulos augulos eius ex duodecima undecimi catheti, secundum mensuram lateris ipsius quadrati erigantur, quos ex sexta undecimi constat esse ęquidistantes. Quinque ergo eorum bini & bini, corausto eis imposito æquidistanter lateribus quadrati continuentur. Constat igitur esse compositum cubum, nam quatuor eius laterales superficies sunt quadratæ, ex trigesima tertia primi, & ex trigesimaquarta eiusdem & diffinitione quadrati: de suprema autem superficie manifestum est quoq; quòd ipsa est quadrata ex uigesima, immo uigesimaquarta undecimi, & hac communi scientia, quæ æqualibus sunt æqualia sibi quoq; sunt æqualia, & ex diffinitione quadrati. Si itaq; huic cubo libeat corpus quatuor basium triangularium & æquilaterarũ inscribere, in basi & eius superficie suprema protrahantur duæ diametri, quarum una continuet duas extremitates infimas duorum cathetorum, & alia continuet supremas aliorum duorum, quas animo intelliges esse a c & h f, dehinc à duobus punctis h & f terminantibus diametrum superficiei supremæ, demitte hypothenusaliter binas & binas diametros, quæ quatuor laterales superficies diuidant, quas imaginaberis esse ab h quidem a h & h c, at uerò ab f a & f c. Has autem diametros in hac plana figura protrahere contempsi, ne multitudo linearum confunderet intellectum. Si igitur figuram hanc ut oportet, actu uel animo compleueris, uidebis ex sex diagonalibus lineis sex superficies ipsius cubi diuidentibus, pyramidem quatuor basium triangularium esse perfectam, quam cubo proposito ex diffinitione constat esse inscriptam, huius autem pyramidis bases æquilateras esse constat: eo quod ex quarta primi, omnes istæ sex diagonales sunt adinuicem æquales.

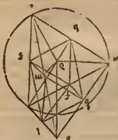


Eucl. ex Camp. *Propositio 2.*

2 

Ntra datum corpus habẽs quatuor bases triangulas atq; æquilateras, corpus octo basium triangularium æqualium laterum distinguere.

Campanvs. Si intra pyramidem quatuor basium triangularium & ęquilaterarum, octoedron libeat inscribere, prius conuenit pyramidem ipsam fabricare, quę ratione certa hoc modo componitur. Statuatur secundum cuiuslibet lineę quantitatem trigonus ęquilaterus, qui sit a b c, cui circunscribatur circulus supra centrum d, & exeat d e perpendicularis ad superficiem ipsius trigoni, ex duodecima undecimi, quę ponatur dupla esse in potentia ad semidiametrum circuli circunscribentis trigonum a b c, & à puncto cadant tres hypothenusę super tria puncta a b c. Est itaque completa pyramis quatuor basium trilaterarum & ęquilaterarum: protrahãtur enim



d a, d b, d c. Cùm igitur anguli quos continet linea e d, cum singulis lineis d a, d b, d c, sint recti ex diffinitione perpendicularis ad superficiem, cumq́ quadratum lineę e d sit ex hypothesi duplum ad quadratum semidiametri circuli a b c, erit ex penultima primi quadratum uniuscuiusq́ trium hypothenusarum linearum e a, e b, e c, triplum ad quadratum semidiametri circuli a b c. Sed ex octaua tredecimi, quadratum quoq́ cuiusq́ trium laterum trianguli a b c, triplum est ad quadratum semidiametri eiusdem circuli, igitur omnia latera statutæ pyramidis sunt adinuicem æqualia, quare ipsa est æquilaterarum basium. Cùm itaq́ sibi octoedron includere uoluerimus, diuidemus unumquodq́ sex laterum eius in duo medio ęqualia, & continuabimus medium punctum cuiusq́ laterum medijs punctis cunctorum reliquorum laterum, cum quibus ipsum continet & angulum superficialem: uerbi gratia, diuidam latera basis in punctis f, g h, & hypothenusas cadentes ab e, in punctis k, l, m, & continuabo punctum f, cum puncto g & cum h & cum k & cum l, punctumq́ m, cum eisdem h & l. Ecce itaq́ perfectum est corpus octo basium triangularium ijs duodecim lineis media puncta laterum fabricatę pyramidis iungentibus contentum. Has autem octo bases ex quarta primi, quoties oportet repetita ęquilateras esse manifestum est, ipsum quoq́ corpus statutę pyramidi ex diffinitione inscriptum, quemadmodum iussi eramus, efficere.

Euclid. ex Camp. *Propositio 3.*



Ntra cubum assignatũ figuram octo basium triangularium æqualium laterum constituere. 5

CAMPANVS. Cubo intendimus inscribere octoedron. Qualiter autem cubum componere oporteat, in prima huius sufficienter dictum est. Igitur fabricato cubo pyramis quatuor basium triangularium & ęqualium laterum in eo ex prima huius designetur, ac intra ipsam pyramidem ex pręmissa octoedron distinguatur: quo facto, simul etiam factum erit quod uoluimus. Constat enim ex ratiocinatione primę, latera cuncta ipsius inscriptę pyramidis esse diagonos basium cubi, & ex ratiocinatione præmissæ liquet cunctos angulos octoedri in hac pyramide distincti esse in lateribus ipsius pyramidis: quare manifestum est, omnia angularia puncta huius octoedri esse in basibus assignati cubi. Igitur ex diffinitione habemus propositum. ¶ Aliter idem. Centris cunctarum basium cubi, quemadmodũ in nona quarti fit, repertis, à centro supremæ superficiei eius ad centra quatuor lateralium superficierum quatuor hypothenusas demitte, & à centro infimæ, & ad earundem lateralium superficierum centra quatuor alias hypothenusas eleua, centra quoq́ quatuor lateralium quatuor rectis lineis continua: ita uidelicet quòd centra earum tantum quæ inuicem secant, continues. Verbi gratia, iunges centrum anteriorum cum centro dextræ & cum centro sinistræ, centrum quoq́ ultimæ iunges cum eisdem, hoc est cum centro dextræ & cum centro sinistræ. Habes itaque corpus octo basium triangularium, ijs duodecim lineis, quæ centra superficierum cubi continuant, complexum. Si igitur has bases æquilateras esse, probare uolueris, à centris basium cubi ad cuncta perpendiculares protrahe, quas necessarium est omnia latera ipsius cubi per æqualia diuidere, ex secunda parte tertiæ tertij. Quod planum erit, si unicuiq́ basium cubi circulum circunscripseris, atque ideo binas & binas super idem punctum in lateribus basium cubi constat, concurrere: easq́ ex secunda parte 28 primi, ideoq́ etiam singulas esse æquales dimidio lateris cubi. Igitur ex 10 undecimi, manifestum est binas & binas earum super idem latus cubi in medio eius puncto concurrentes rectum angulum continere, eo quòd omnes superficies cubi sunt quadratæ. Quia igitur illæ duodecim lineæ centra superficierum cubi continuantes, quę & angulis quos hęc lineæ super media puncta laterum cubi concurrentes binæ & binæ continent, subtenduntur, ipsæ erunt ex quarta primi, uel etiam (si mauis) ex penultima primi, adinuicem æquales. Ergo est in proposito cubo designatum corpus octo basium triangularium & æquilaterarũ: quod oportebat facere.

Euclid. ex Camp. *Propositio 4.*



Ntra datum corpus octo basium triangularium atq́ æquilateratum cubum figurare. 4

CAMPANVS. Non dubites, quin corpus octo basium triangularium atq́ æquilaterarum certo dogmate fabricabis hoc modo. Qualibet recta linea super aliquod planum sursum orthogonaliter erecta, eam per æqualia diuide, & à puncto eius medio duas lineas hincinde perpendiculares extrahe, quæ componant lineam unam, eruntq́ hæ duæ lineæ seinuicem secantes, uidelicet prima, quæ super positum planum est orthogonaliter erecta, & alia quæ ipsam super eius mediũ punctum orthogonaliter secat in eadem superficie sitæ sunt, per primã partem 2 undecimi. Ad superficiem igitur in qua ipsæ sitæ

sitæ sunt super cõmunem punctum sectionis earum (ut 12 docet undecimi) perpendicularem erige, quam facias eandem superficiem in utranque partem penetrare, & pone cunctas sex portiones harum trium linearum à puncto in quo seinuicem secant æquales: sic enim quælibet quamlibet per æqualia & orthogonaliter diuidet, ita quòd cùm sint tres quæque duæ earum, salutiferæ crucis uenerandum signum ad angulos rectos continebunt. A supremo igitur erectæ lineæ super positum planum puncto quatuor hypothenusas ad extremitates duarum linearũ ipsam secantium demitte: deinde ab infimo eiusdem erectæ puncto, quatuor alias hypothenusas ad easdem duarum secantium linearum extremitates eleua: postremò quoq; harum hypothenusarum extremitates quatuor rectis lineis quadratum continentibus continua. Erunt enim hæ duodecim lineæ, uidelicet quatuor hypothenusæ à supremo puncto erectæ perpendicularis descendentes, quatuorq; postremæ ab eius infimo puncto sursum eleuatæ, & reliquæ quatuor lineæ harum hypothenusarum extremitates continuantes, ex penultima primi sine nugationis peccato pluries repetita adinuicem æquales, quare constat corpus ab eisdem terminatum, octo basibus triangularibus æquilaterisq; contineri. Si igitur huic corpori cubum inscribere delectat, centra octo triangulorum ipsum ambientium inuenire ex quinta quarti labora, eaq; reperta duodecim lineis rectis hac lege continua, ut centrum cuiusque horum triangulorum cum centro cuiusque trium ad ipsius latera terminatorum, per rectam lineam copuletur. Non est autem huius rei idoneum figuram in plano depingere: ideoq; restat, ut quod dicitur mente concipias, ipsumq; (si placet) actu & opere compleas. Videbis enim duodecim lineas horum triangulorum centra, posita lege continuantes cubum continere, quem restat ut æquilateris rectangulisq; superficiebus demonstres esse conclusum, non enim erit cubus, nisi omnes eius superficies sint quadratæ. Ducto ergo à quolibet angulo trigonarum superficierum octoedri, perpendicularem ad latus illi angulo oppositum, has autem perpendiculares ex prima quartidecimi, constat adinuicem æquales, & diuidere latera quibus perpendiculariter insistunt, per æqualia, ideoq; binas & binas super idem punctum lateris, cui superstant conuenire. Easdemq; constat ex his quæ in decimaseptima quartidecimi demonstrata sunt, transire per centra triangulorum, ideoq; per extremitates laterum inclusi corporis trãsire, ac eorum portiones quæ intra centra trigonorum & latera ipsorum intercipiuntur, ex ijs etiam quæ in eadem demonstrata sunt, constat esse æquales, angulos quoq; ab ijs perpendicularibus binis coeuntibus contentos, ex octaua primi patet esse æquales. Et quia hæ perpendiculares, suæq; portiones inter centra & latera interceptæ eosdem angulos ambiunt: erunt quoq; anguli, quos lineæ à centris trigonorum ad latera perpendiculariter cadentes binæ & binæ continent adinuicem æquales. Cumq; latera illius corporis, de quo disputamus, hos angulos subtendunt: sequitur ex quarta primi frequenter sumpta, corpus inclusum esse æquilaterum: at quoq; rectangulum. Protrahantur enim diagoni in singulis superficiebus, hos diagonos ex quarta primi, omnes adinuicem æquales esse conuinces, mediantibus angulis à duabus perpendicularibus per ipsarum diagonorum extremitates transeuntibus contentis, si prius hos angulos, ex octaua primi, æquales sibi inuicem esse probaueris. Cùm igitur diameter tetragonarum basium corporis huius sint adinuicem æquales: latera quoq; earundem basium æqualia, necesse est ex octaua primi multoties repetita, ipsas tetragonas bases esse æquiangulas. At quia ex duodecima primi, omnes anguli cuiusque earum sunt æquales quatuor rectis, sequitur eas esse rectangulas: itaque ex diffinitione quadrati, ipsæ sunt quadratæ. Igitur inscriptum corpus manifestum esse cubum, sicut intendimus.

Euclid. ex Camp. *Propositio 5.*

5 Yramidem quatuor basium triangularium atque æquilaterarum, assignato corpori octo basium triãgularium quoq; atque æquilaterarum inscribere.

CAMPANVS. Assignato corpori octo basium inscribe, secundum præcepta præmissæ cubum, cuboq; inscripto inscribe (ut docet prima huius) pyramidem qualis proponitur. Cùm igitur huius pyramidis anguli sint etiam anguli cubi, quemadmodum ex demonstratione primæ, manifestum est: cuncti autem anguli cubi sint ex præmissa in superficiebus assignati octoedri: erunt quoq; cuncti anguli pyramidis huius in superficiebus corporis octo basium, cui eam iubemur inscribere: quare ex diffinitione manifestũ est, nos fecisse quod quæritur.

Euclid. ex Camp. *Propositio 6.*

6 Ntra datum corpus uiginti basium & æqualiũ laterum, corpus duodecim basium pentagonaliũ æqualium laterum atq; æqualium angulorum figuraliter componere.

CAMPANVS. Corpus uiginti basium non docemus hic fabricare, quoniam ex 16 tredecimi, qua cõuenit arte, hoc fieri, satis euidens est. Eo igitur ut ibi docetur cõposito, ut sibi

corpus duodecim basium pentagonarum atque æquilaterarum includere delectat, hac uia procedendum est. Manifestum est enim uiginti triangulos, sexaginta superficiales angulos habere, & quia ad constitutionem uniuscuiusque solidi anguli corporis icosedri quinque superficiales conueniunt, sicut ex demonstratione decimasexta tredecimi colligitur, constat illud corpus duodecim solidis angulis compleri. Inuentis igitur, ut in antè præmissa, centris cunctorum triangulorum totum icosedron terminantium, ea triginta rectis lineis continua, ita quòd cuiusque centrum centris omnium circumiacentium, cum quibus communicat in latere per rectas lineas iungas. Cùm ergo hoc feceris, uidebis ex illis triginta in eis duodecim pentagonos constitui duodecim angulis solidis dati icosedri oppositos: hos itaque pentagonos, quemadmodum in antè præmissa fecisti, de basibus cubi, æquilateros esse probabis. Necesse est enim, ut quorumlibet triangulorum duorum idem latus habentium, centra eodem spatio distent: restat ergo, ut eos etiam æquiangulos esse syllogizes. Manifestum est autem ex ratiocinatione decimasexta tredecimi, datum corpus uiginti basium ab eadem sphæra, cuius diameter est, tanquam diameter huius corporis, uidelicet linea quæ duos eius angulos oppositos continuat, esse circunscriptibile. Si igitur hæc diameter per medium secetur, punctus sectionis erit centrum sphæræ circunscribentis. Ab eo itaque ad superficies cunctorum pentagonorum perpendiculares, ex undecima undecimi ducito, & à puncto in quo singulis pentagonis obuiauerint, ad singulos eorum angulos rectas lineas dirigito, deinde centrum sphæræ cum singulis angulis ipsorum pentagonorum continuato. Age ergo, eos proba esse æquiangulos hoc modo. Cùm enim omnes circuli circumscribentes trigonos icosedri sint æquales, erunt omnes perpendiculares à centro sphæræ ad ipsos uenientes & in eorum centra cadentes, æquales: omnes ergo lineæ à centro sphæræ ad angulos cuiuslibet pentagoni uenientes, sunt æquales: nam anguli pentagonorum sunt centra circulorum trigonos ipsos icosedri circunscribentium ex hypothesi. Igitur ex penultima primi, eodem argumentationis genere, quo superius in decimoquarto syllogizauimus, sectorem prouenientem in superficie sphæræ, cùm aliqua plana superficies sphæram secat non super centrum eius, esse circunferentiam continentem circulum, necesse est quinque lineas uenientes à concursu perpendicularis ductæ à centro sphæræ ad superficies omnium pentagonorum ad quinque angulos cuiuscunque pentagoni, esse adinuicem æquales: itaque omnibus duodecim pentagonis est circulus circunscriptibilis. Cùm igitur ipsi sint æquilateri, conuincitur eos esse etiam æquiangulos: quod oportebat ostendere.

Euclid. ex Camp. *Propositio 7.*



Ntra datum corpus duodecim basium pentagonarum æquilaterarum atque æquiangularum, corpus uiginti basium triangularium, atque æquilaterarum fabricare. 7.

CAMPANVS. Qualiter corpus duodecim basium pentagonarum æquilaterarum atque æquiangularium componere oporteat, ex decimaseptima tredecimi require. Sed qualiter corpus uiginti basium triangularium æquilaterarum sibi conueniat inscribi, hic addisce. Suorum pentagonorum centris (ut in decimaquarta quarti fit) repertis, ea adinuicem triginta lineis hac lege continua, ut uniuscuiusque pentagoni centro, cuiusque pentagoni secum in latere communicantis iungatur: ita uidelicet quòd uniuscuiusque pentagoni centrum, centris quinque pentagonorum terminantium uel circumiacentium continuetur. Cùm igitur hoc feceris, obuient tibi uiginti trianguli ab ijs triginta lineis centra pentagonorum continuantibus contenti, eruntque ij uiginti trianguli uiginti solidis angulis ipsius dodecedri oppositi, amplectentes corpus uiginti basium triangularium, quas æquilateras esse demonstrabimus, & erunt duodecim solidi anguli huius corporis uiginti basium in centris duodecim pentagonorum corpus dati dodecedri terminantium. Hos itaque uiginti triangulos æquilateros esse, sic proba. A centris pentagonorum ducito perpendiculares ad latera, eruntque omnes perpendiculares æquales. Binas ergo & binas probabis ex octaua primi, æquos angulos continere. Et quia lineæ continuantes centra pentagonorum his angulis à binis & binis perpendicularibus contentis subtenduntur, cùm omnes perpendiculares sint æquales, erunt ex quarta primi omnes lineæ continuantes centra pentagonorum æquales: quod est propositum.

Perpendiculares autem binas & binas æquales angulos continere, & omnes eas adinuicem esse æquales, sic collige. Ex quinta primi & uigesimaseptima eiusdem, constat singulas earum diuidere latera pentagonorum super quæ cadunt, per æqualia, easque esse adinuicem æquales ductis lineis à centris pentagonorum ad singulos angulos eorum. Quare binæ & binæ super idem latus cadentes in eodem ipsius lateris puncto coibunt, eo quod utraque diuidit illud latus

duobus

duobus pentagonis, à quorum centris ueniunt commune per æqualia. Has igitur perpendiculares binas & binas usque ad angulos, quibus commune latus in quo coeunt, oppositum per centra pentagonorum producito, & eisdem angulis duas lineas subtendito, quas ex demonstratione decimaseptima tredecimi, manifestum est esse tanquam latus cubi ab eadem sphæra, cum proposito dodecedro circunscriptibili: ideoq; patet eas esse æquales, eo quòd omnia latera cubi sint æqualia, easdemq; liquet ex nona undecimi, esse æquidistantes: propter hoc quòd ambæ æquidistant communi lateri, in quo binæ & binæ perpendiculares conueniunt. At uerò ipsas easdem constat ex his perpendicularibus per æqualia diuidi. Itaque per trigesimãtertiam primi, cunctæ lineæ continuantes puncta, in quibus binæ & binæ perpendiculares super has lineas, quas tanquam cubi latera fore diximus, concurrunt, sunt adinuicem æquales: nam omnes sunt, tanquam latus cubi. Igitur ex octaua primi, anguli contenti à binis & binis perpendicularibus, sunt æquales. Quare per quartam eiusdem, lineæ quoq; continuantes centra pentagonorum sunt sibijnuicem æquales: inscriptum ergo est proposito dodecedro corpus uiginti basium triangularium & æqualium laterum, sicut iussi eramus.

Eucl. ex Camp. *Propositio 8.*


Olido duodecim basium pentagonarum atque æquilaterarum proposito, intra ipsum cubum distinguere.

CAMPANVS. Cùm dodecedron super cubi latera fabricetur, ut constat ex decimaseptima tredecimi, nimirum eo fabricato sibi conuenit cubum inscribi: nam cùm duodecim sint pentagoni, si unius cuiusque eorum uni angulo (prout cubi figuram uidebis exigere) chordam unam subtenderis, ex his duodecim chordis sex æquilateras rectangulasq; superficies cubi & corpus amplectentes superficies. Aequilateras quidem eas esse, constat ex quarta primi: rectangulas autem, eodem argumẽtationis genere, quo in sexta huius bases dodecedri, dato icosedro inscripti, demonstrauimus esse æquiangulas, constat quidem ex decimaseptima tredecimi, propositum dodecedron sphæræ esse inscriptibile. Ergo à centro illius sphæræ, ad omnes has quadrilateras superficies, perpendiculares, ut docet undecima undecimi, protrahe & à puncto concursus ad singulos angulos illarum quadrilaterarum superficierum rectas lineas dirige, ac eosdem angulos quadrilaterarum superficierum cum centro sphæræ iunge: eruntq; hæ lineæ centrum sphæræ cum angulis quadrilaterarum superficierum continuantes, semidiametri sphæræ, de quarum quadratis (quia dempto quadrato perpendicularis, remanent ex penultima primi quadrata linearum continuantium punctum concursus perpendicularium cum angulis quadrilaterarum superficierum) necesse est omnibus his quadrilateris superficiebus circulos esse circunscriptibiles, ideoq; necesse est eas esse æquiangulas, quum sint æquilateræ. Et quia ex trigesimasecunda primi, anguli cuiusque earum pariter accepti sunt æquales quatuor rectis angulis, sequitur eas esse rectangulas: nihil ergo deest inscripto corpori de ratione cubi.

Eucl. ex Camp. *Propositio 9.*

9 
Ato dodecedro, sibi demum octohedron includere.

CAMPANVS. Composito dodecedro, ut in decimaseptima tertijdecimi, sex latera suarum superficierum, ea uidelicet quæ cathetos super sex lineas opposita latera superficierum cubi per æqualia secantes erectos, tãquam eorum corausti iungunt, per æqualia diuidẽ, eaq; bina & bina adinuicem composita, continua per tres lineas, quæ seinuicem super medium punctum diametri cubi, ex quadragesimaoctaua undecimi, per æqualia secabunt: eritq;, ut quæque duæ earum trium seinuicem quoq; ad angulos rectos diuidant. Si igitur harum trium linearum extremitates per duodecim lineas rectas continuaueris, proueniet tibi corpus octo basium triangularium & æquilaterarum, ex quarta primi, uel (si mauis) ex penultima primi: quod oportebat ostendere.

Euclid. ex Camp. *Propositio 10.*

10 
Ntra assignatum dodecedron, pyramidem quatuor basium triangularium atque æquilaterarum adhuc restat distinguere.

CAMPANVS. Assignato dodecedro inscribe cubum, ex octaua huius, cuboq; pyramidem ex prima. Cùm igitur anguli pyramidis sint in angulis cubi, ut patet ex ratiocinatione primæ, & anguli cubi in angulis dodecedri ex ratiocinatione octauæ, erunt quoque anguli pyramidis in angulis dodecedri, itaque constat quod uolumus.

Euclid.

Euclid. ex Camp. *Propositio 11.*



Roposito icosedro, in eodem cubum figurare. 11

CAMPANVS. Icosedro inscribe dodecedron ex sexta, ac dodecedro cubum ex octaua. Constat autem ex demõstratione sextæ, quòd omnes anguli dodecedri cadunt super centrum basium icosedri, & anguli cubi sunt in angulis dodecedri: itaque anguli cubi sunt in centris basium icosedri. Habemus ergo propositum.

Euclid. ex Camp. *Propositio 12.*



Cosedron datum, pyramidem quatuor basium triangularium atque æquilaterarum sibi postulat inscribi. 12

CAMPANVS. Si in dato icosedro ex præmissa cubum inscripseris, cuboq; ex prima pyramidem incluseris, quin postulationi icosedri satisfeceris, hæsitandum non erit. Scire autem oportet, quòd cùm sint quinq; regularia corpora, de quorum mutua abinuicem inscriptione in hoc 15 libro determinetur, si unumquodq; eorum cuilibet cæterorum esset inscriptibile, an eorundem inscriptiones acciderent. Quippe cuilibet eorum quinq;, essent cætera quatuor inscriptibilia, ideoq; quater quinq; inscriptiones, quod 3 est 20, necessariò prouenirent. At uerò pyramidi solùm octohedron conueniens est inscribi, non enim sunt in pyramide bases aut anguli aut latera, in quibus anguli cubi aut icosedri aut etiam dodecedri possint extrema ipsius pyramidis contingere. Cubus quoq; solius pyramidis & octoedri, & octoedron solius pyramidis & cubi, receptioni sunt apta: qualiter enim in eorum alterutro 12 angulos icosedri, aut 20 angulos dodecedri, ita ut singuli in eorũ singulis cadant collocabis? Icosedron autem cum cætera conuenienti ambitione possit complecti, solius octoedri nequit esse receptaculum: nam octohedri sex anguli semidiametrali seinuicem bini & bini oppositione respiciunt, lineæq; eos continuantes sese per æqualia orthogonaliter diuidunt, ita quòd illud gloriosum signum ad cuius intuitum consternantur dæmones, sub rectis angulis triplicatum reddant. hos itaq; triangulos neq; bases, neq; anguli, neq; latera icosedri possunt sub suo situ recipere, neq; enim in eo reperies sex bases, aut sex angulos, aut sex latera, hac diametrali orthogonaliq; oppositione se contuentes. Dodecedron autem nulli cæterorum suæ ambitionis denegauit hospitium, immo cunctorum receptorium existit. Vnde non inconuenienter dodecedri figuram antiqui Platonis discipuli ascripsere cœlo, quemadmodum pyramidis formam tribuerunt igni, eo quòd sursum sub pyramidali figura euolet. At octoedri, aeri: quippe sicut aer ignem motus paruitate sequitur: sic octoedri forma, pyramidis formam ad motum habilitate comitatur. Viginti uerò basium figuram aquæ dictauerunt: nam cum ipsa basium pluralitate plus cæteris circuletur in sphæram, fluentis rei motui magis quàm scandentis conuenire uisa est. Cubum uerò figuram quidam dedere terræ: quid enim in figuris maiori ad motum uiolentia indiget quàm tessera? at in elementis quid fixius constantiusq; reperitur terra? Si igitur ex 20 inscriptionibus, tres quas pyramis non sustinet, binasq; à quibus natura cubi & octoedri aliena est, rursusq; unam cui repugnat icosedri figura, reieceris, erunt reliquæ tantum 12 inscriptiones, pyramidis quidem, sola, cubi uerò octoedriq; binæ, icosedri autem tres, dodecedri autem quatuor, de quibus omnibus (ut arbitror) sufficienter aliàs disputatum est.

Euclid. ex Camp. *Propositio 13.*



Abricato quouis quinque regularium corporum, sibi sphæram inscribere. 13

CAMPANVS. Ex 13 libro itaq; manifestum est, unumquodq; quinq; horum corporum esse sphæræ inscriptibile. Nunc itaq; cõstabit uiceuersa sphæram unicuiq; ipsorum esse inscriptibilem. A circunscribentis enim sphæræ centro ad bases uniuersas cuiuslibet eorum perpendiculares exeant, quas intra centra circulorum bases ipsas circunscribentium cadere, necesse est. Cumq; omnes circuli eas circunscribentes sint æquales, eruntq; hæc perpendiculares æquales. Itaq; si secundum quantitatem unius earum circulum super centrum circunscribentis sphæræ descripseris, eiusq; semicirculum quousque ad locum unde moueri cœperit, redeat, circunduxeris: quia ipsum per extremitates cunctarum perpendicularium, necesse est transire, conuinces ex correlario 15 tertij, sphæram istius semicirculi motu descriptam uniuersas bases assignati corporis in concursibus perpẽdicularium contingere. Non enim plus potest, sphæra de basibus corporis contingere, quàm circunductus semicirculus (dum mouebatur) contingit. Quare assignato corpori, constat nos sphæram, quemadmodum propositũ erat, inscripsisse.

FINIS.

EVCLIDIS MEGARENSIS CLARISSIMI PHILOSOPHI MATHEMATICORVMQVE FACILE principis, ex Hypsiclis Alexãdrini, Græci philosophi traditione: Geometricorum elementorum Liber decimus quintus.

Euclid. ex Zamb. Problema 1. Propositio 1.

1 IN dato cubo pyramida describere. Camp. 1.

HYPSICLES ex Zamb. Esto datus cubus αβγδεζηθ, in quo oportet pyramida inscribere: connectantur αγ, γε, εα, αδ, εδ, δγ. Manifestum iam, quòd ipsa αεγ, αεδ, αδγ, γδε, triãgula æquilatera sunt: quadratorum enim diametri sunt latera. Pyramis igitur est ipsa αεγδ, & describitur in dato cubo: quod facere oportebat.

Euclid. ex Zamb. Problema 2. Propositio 2.

2 In data pyramide octaedrũ describere. Camp. 2.

HYPS. ex Zãb. Esto data pyramis αβγδ, seceturq́; bifariã ipsis εζηθκλ signis, & cõnectãtur ipsæ θκ, δλ, εζ, ζη, et reliquæ. Et quoniã αβ dupla est utriusq́; ipsarum δκ, κζ: æqualis igitur est δκ ipsi ηζ & parallelus, similiter & θη ipsi ζκ est æqualis & parallelus: æquilaterum igitur est δκζη. Dico quòd & rectãgulum. Si enim ab ipsa κλ perpẽdiculares agãtur ad plana εζβκ, εζηγ, εζκδ, θκζη, similiter ostẽdemus quæ in ipsius θκζη, quadrati æquilatera: quod facere oportebat.

Eucl. ex Zamb. Problema 3. Propositio 3.

3 In dato cubo octahedrum describere. Camp. 3.

HYPS. ex Zamb. Esto datus cubus αβγδεζη, & capiãtur cẽtra insidentium quadratorum κλμν. Dico quòd κλμν quadratum est. Excitentur per ipsa κλ paralleli (per 31 primi) ξο, πο. Quoniã igitur dupla est πο ipsius οκ, & ξο ipsius ολ, id propterea quod ex οκ: igitur ei est æquum quod ex λο, & per hoc & οκ ipsi ολ est æqualis. Quod igitur ex κλ duplum est eius quod ex ολ. Ac per hoc & quod ex μλ, duplũ est eius qđ ex λξ: qđ igitur ex κλ, æquũ est ei quod ex μλ: æquilaterũ igitur est κλμν, manifestum est quòd & rectangulum. Assumãtur ipsi βδεο bina quadrata, & centra ρσ, & cõnectantur ρκ, ρμ, ρν, σκ, σλ, σν, σμ, manifestum est quòd triangula efficiẽtia octahedrum æquilatera sunt, eadem namq; ostendemus ratione. ἐμπίπτον-, stantium.

Eucl. ex Zãb. Problema 4. Prop. 4.

4 In dato octahedro, cubum describere. Camp. 4.

HYPS. ex Zãb. Capiãtur (per primã tertij) eorum qui circum αβγ, αγδ, αβε, αδε triangula, circulorum centra ηθ, κλ, & connectantur ηθ, θκ, κλ, λθ. Dico quòd ηθκλ est quadratum. Excitentur (per 31 primi) per ipsa ηθκλ ipsis βγ, βε, γδ, δε, paralleli μν, μο, νξ, ξο. Quoniam igitur æquilaterum est αβγ triangulum, quæ ex α in θ centrum, eius qui circum αβγ triangulum circuli, bifariàm dispescit eum, qui ad α ipsius αβγ trianguli: æqualis igitur est & νθ ipsi θμ. Ac per hoc iam & μν, ipsi νο: & οξ, ipsi ξπ est æqualis. Quoniam autem ipsa μν, ipsi μο, &

μ ο, & μ ο, ipsi ο ξ est æqualis: æqualis igitur & ε ι ipsi κ ν, & θ μ ipsi κ ο, & μ κ ipsi ο κ, qui aũt sub θ μ κ & κ ν ο recti, ex quo manifestũ est q. ι ι æqualis est ipsi κ κ. Et id propterea iã & reliquæ. Quoniã igitur κ θ α λ parallelogrãmũ est, in uno est plano. Et quoniã dimidiũ est uterq; ipsorũ qui sub κ κ θ, ο κ κ, recti: reliquus igitur qui sub ϑ κ α rectus est. Similiter et reliqui. Quadratũ igitur est κ ϑ κ λ, possibile aũt est quæ in principio assũpta κ θ λ λ, cẽtra & parallelos cõficiẽtia μ ν, ν ξ, ξ ο, ο μ, cõnectere ipsas κ ϑ, ϑ λ, λ κ, κ κ, & dicere ipsũ κ θ α λ quadratũ. Si uerò assumamus & reliquorũ triãgulorũ cẽtra, cõnectamusq; eadẽ, ostẽdemus reliqua quadrata, habebimusq; in dato octahedro cubũ descriptũ, quod agẽdũ fuerat. Eucl. ex Zãb. Theor. 5. Prop. 5.

Camp. 6. In dato icosahedro dodecahedrum inscribere.

HYPSICLES ex Zãb. Exponatur quinquãgulũ ipsius icosahedri α β γ δ ε, & cẽtra circulorũ qui circũ α ξ ε, α ξ β, β ξ γ, ξ γ δ, δ ξ ε triãgula, sintq; κ θ α λ μ, cõnectanturq; κ ϑ, ϑ κ, κ λ, λ κ, μ κ. Et rursus cõnexæ ξ κ, ξ ϑ, ξ κ, extẽdantur in ξ ν ο bifariã, nẽpe ipsæ ε α, α β, β γ secabũtur in ipsis ξ κ ο signis. Et sicut κ ξ ad ν ο, sic κ ϑ ad ϑ κ, æqualis igitur est θ ν ipsi κ ο. Similiter iã & reliqua ipsius κ ϑ α λ μ pẽtagoni latera, æqualia demõstrabũtur. Dico q. & æquiãgula. Quoniã enim duæ ν ξ, ν ο * ad binas κ ϑ, θ κ, æquos cõprehẽdunt angulos, et reliqua manifesta sunt. Intelligatur ab ipso ξ ad ipsius α β γ δ ε pẽtagoni planũ perpẽdicularis acta quæ cadit in cẽtrũ eius qui circũ pẽtagonũ circuli. Si uerò ab ipso ν in signũ in qđ cõcurrit quæ ex ξ perpẽdicularis cõnectamus, ac per ξ parallelũ agemus ad eã, manifestũ qđ cõcurrit ei quæ ex ξ perpẽdiculari, et quæ ab ipso ν parallelus rectũ cõprehendit angulũ, unà cũ ea quæ ex ξ perpẽdiculari. Rursus si cõnectamus ab ipsis ξ κ in cẽtrũ eius qui circũ α β γ δ ε pẽtagonũ circuli, & in signũ in qđ cõcurrit quæ ex ϑ, ei quæ ex κ cõnexa recta, quo cũ eadẽ cõprehẽdet. Ex quo manifestũ est q. quinquãgulũ κ ϑ α λ μ in uno est plano. Nos uerò scire oportet, q. si quis nos interroget quot latera habet icosahedrũ, sic dicemus: Manifestũ q. icosahedrũ sub 20 triãgulis cõprehẽditur, & q. unũquodq; triãgulum tribus rectis lineis cõstat. Oportet igitur nos multiplicare 20 triãgula in ipsa triãguli latera, fiunt 60. quorũ medietas sunt 30. Similiterq; & in dodecahedro. Rursus quoniã 12 quinquãgula dodecahedrũ cõficiũt, & unũquodq; quinquãgulũ quinq; cõtinet rectas lineas, efficiemus duodecies quinq;, & fiunt 60. rursus eorũ medietas sunt 30. Cur aũt dimidiũ efficiamus? Quia quodlibet latus etiã si fuerit triãgulũ siue quinquãgulũ siue quadratũ ut in cubo, * ex secũdo capitur. Itidẽ eadẽ disciplina in cubo & in pyramide: & in octahedro eadẽ efficiẽs latera cõperies. Si uerò uelis rursus uniuscuiusq; figurarũ angulorũ numerũ inuenire, rursus eadẽ efficiẽs diuide per plana cõprehẽdentia unũ angulũ solidi. * Et quoniã icosahedri angulũ quinq; triãgula cõprehẽdunt, diuide per quinq;, fiũt 12 icosahedri anguli. In dodecahedro, tria pẽtagona angulũ cõprehẽdũt, diuide per tria & uiginti, habebis dodecahedri angulos. Similiter aũt & in reliquis angulos inuenies. Quæsitũ est quomodo ab unaquaq; quinq; solidarũ figurarũ uno plano cõprehẽdentiũ quomodocũq; dato, inuenitur & inclinatio, in quã adinuicẽ inclinãtur cõprehẽdẽtia plana unãquãq; figurarũ. Inuẽtio aũt (sicut Isidorus noster magnus magister enarrabat) hũc habet modũ. Quod quidẽ in cubo per rectũ angulũ dispescũt ipsũ cõprehẽdentia plana adinuicẽ, manifestũ. In pyramide uerò exposito uno triãgulo, cẽtris terminis unius lateris, spacia uerò à uertice in basin perpẽdiculari acta, ambitiones descriptæ inuicẽ se secẽt, & ab ipsa sectione ad cẽtra cõnexæ rectæ lineæ cõprehẽdent inclinationẽ planorũ pyramidem cõprehendentium. In octahedro uerò à latere trianguli descripto quadrato, centris terminis diagonij. interuallo autem itidem trianguli perpendiculari, describantur circunferentiæ, & rursus à communi sectione ad centra connexæ rectæ lineæ * cõprehendent desinẽtem in binas rectas quæsitæ inclinationis. In icosahedro porrò, à latere trianguli descripto pẽtagono connectatur sub binis lateribus subtensa recta linea, & centris terminis eiusdem, interuallo aũt ipsius trianguli perpendiculari descriptis circũferentijs, quæ ex communi sectione

Margin notes:

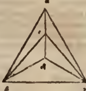
παρὰ δύο, id est, paralleli.

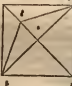
ἐκ διαδοχῆς, id est, repetitus.

οἷον, ut.

[illegible] id est, comprehendent cũ quo quæsita inclinatio à duob. rectis deficit

ctione ad centra connexæ, cõprehendent desinentẽ similiter in binas rectas inclinationis icosahedri planorum. In dodecahedro uerò exposito uno quinquangulo, connexa similiter sub binis lateribus subtensa recta linea, centris terminis eiusdẽ, interuallo autẽ acta perpẽdiculari à bifaria sectione ipsius in parallelum ei latus pentagoni, describantur circunferentiæ & quæ à signo in quod inuicẽ concurrunt ad centra connexæ, similiter cõprehẽdent * desinentẽ in binas rectas inclinationis planorũ dodecahedri. Sic quidẽ clarissimus ille uir de prædictis disseruit, clarã putans in quouis demonstrationẽ. Sed ut manifesta fiat illorum demonstratio, uisum est uerba ipsius declarare, primumq; in pyramide. Intelligatur pyramis sub quatuor æquilateris triangulis comprehensa α β γ δ, basi α β γ, fastigio uerò δ, & secto ipso α δ latere (per 10 primi) bifariàm in ε, connectatur β ε, ε γ. Et quoniã α δ β, α δ γ, triangula æquilatera sunt, & α δ bifariàm secatur, ipsæ igitur β ε, ε γ, perpẽdiculares sunt in ipsam α δ. Dico quòd angulus qui sub β ε γ, est acutus. Quoniã enim dupla est α γ ipsius α ε, quadruplũ est quod ex α γ eius quod ex α ε. Sed quod ex α γ, æquũ est eis quæ ex α ε, ε γ, (per 47 primi) quorũ quod ex α γ ad id quod ex γ ε rationẽ habet quam 4 ad 3, & est æqualis γ ε ipsi ε β: quod igitur ex β γ, minus est eis quæ ex β ε, ε γ: acutus igitur est qui sub β ε γ. Quoniã igitur binorũ planorũ α β δ, α δ γ, communis sectio est α δ, & cõmuni sectioni ad angulos rectos sunt rectæ lineæ in utroq; ipsorũ planorũ actæ β ε, ε γ, & acutũ angulũ comprehẽdũt: angulus igitur qui sub β ε γ inclinatio est planorũ, & est datus, data enim β γ latus existens trianguli, & utraq; ipsarũ β ε, ε γ, perpendicularis, subsistẽs æquilateri trianguli, centris nimirum β, γ, hoc est terminis unius lateris, interuallo uerò trianguli perpendiculari descripti * ambitus, sese inuicẽ in ε signo dispescunt. Et quæ ab ipso in ipsa β γ connexæ rectæ lineæ, comprehendunt planorũ inclinationẽ: id autẽ erat dictũ. Et quod cẽtris quidem β γ, interuallo autem trianguli perpendiculari, descripti circuli adinuicem se secent, perspicuum est, utraq; enim ipsarum β ε, ε γ, maior est dimidia ipsius β γ, centris autem β γ, interuallo autem dimidia ipsius β γ descripti circuli, sese inuicem tangunt. Si uerò minor fuerit, neq; se tangũt, neq; dispescunt: si uerò maior, omnino secant: & sic in pyramide hæc cõsequens apertè apparet ratio. Intelligatur rursus in quadrato α β γ δ, pyramis uerticem habens ε, & ipsam comprehẽdentia * bifariàm basis triangula æquilatera, erit autẽ α β γ δ ε pyramis: dimidiũ octahedri, secetur (per 10 primi) unum latus unius trianguli α ε bifariàm in ζ, & connectatur β ζ, δ ζ, æquales igitur sunt β ζ, δ ζ, & perpendiculares in α ε. Dico quòd angulus qui sub β ζ δ, obtusus est, connectatur enim β δ. Et quoniã quadratũ est α γ, dimetiẽs autem β δ, quod ex β δ, duplum est eius quod ex δ α. Quod autẽ ex δ α, ad id quod ex δ ζ rationem habet (sicut in præcedenti dictũ est) quam 4 ad 3, & quod ex δ β igitur ad id quod δ ζ, rationem habet quam octo ad tria, æqualis autem est δ ζ, ipsi ζ β. Quod igitur ex δ β, eis quæ ex β ζ, ζ δ, maius est. Obtusus igitur est qui sub β ζ δ. Et quoniã binis planis se inuicem secantibus, hoc est α β ε, α δ ε, communis sectio est α ε, & ad rectos angulos ei in utroq; ipsorũ planorũ actæ sunt, ipsæ autẽ β ζ, δ ζ, obtusum cõprehendentes, qui igitur sub β ζ δ, angulus * desint in binas rectas inclinatiões ipsorũ α β ε, α δ ε planorũ. Si datus fuerit igitur qui sub β ζ δ, datur quoq; dicta inclinatio. Quoniã igitur datur triangulũ octahedri & unũ latus octahedri est α δ, & ab ipsa quadratũ describitur α γ, dataq; β δ, dimetiens existens ipsius quadrati. Sed & β ζ, ζ δ, ipsius trianguli perpendiculares. Quare & qui sub β ζ δ angulus datur. Descripto igitur quadrato ex latere trianguli sicut α γ, & connexa diametro sicut β δ, si centris β δ, interuallo autem trianguli perpẽdiculari circulos describamus, se inuicem in ζ dispescent. Et quæ ex ζ in centra connexæ rectæ lineæ, comprehendunt inclinationẽ eam quæ sub β ζ δ, * quæ desinit in binas rectas (sicut dictum est) ipsorũ planorũ inclinationis. Et hic perspicuũ est quidem sicut utraq; ipsarũ β ζ, ζ δ, est dimidia ipsius β δ maior, ac per hoc in organica cõstructione circulos sese inuicẽ dispescere necesse est. Et ex demonstratione manifestum sit sicut β δ ad δ ζ, potentia rationẽ habet quam octo ad tria, dimidiæ uerò ipsius β δ potentia quadrupla est, & proinde maior est utraq; ipsarum β ζ, ζ δ, dimidia ipsius β δ, & hæc quidem de octahedro. In icosahedro autem intelligatur pentagonum æquilaterum α β γ δ ε, & in eo pyramis uerticẽ habens ζ, ut triangula ipsam comprehendentia æquilatera sint, erit iam ipsa α β γ δ ε pyramis pars icosahedræ figuræ. Secetur unum latus unius trianguli ζ γ







Marginal notes: ut suprà. — πυρίμενι. — δίχα τῶν ἐδάσων, præter basim. — Est quo deficit à duobus rectis inclinatio. — ut suprà.

bifariàm in η, & connectātur ζη, ηδ, æquales existentes & perpēdiculares factæ in ipsum ζγ. Dico quòd qui sub ζ θ δ angulus obtusus est, & ibidem manifestum est, nam connexa recta linea β δ, obtusum quidem explicat eum qui sub β γ δ ipsius pentagoni angulum, hoc autem maior qui sub β θ δ, ipsæ nanq; β η, θ δ, ipsis β γ, γ δ, sunt minores: similiter iā ut in præcedenti, quod qui sub β θ δ angulus * definit in binas incli- ὑποτείνει subtendit. nationes ipsorum β ζ γ, γ ζ δ, triangulorum, hoc dato, data erit & inclinatio ipsius icosahedri planorum. A latere nanq; trianguli icosahedri descripto quinquangulo connexa sub binis lateribus subtensa pentagoni, sicut in ipsa descriptione ζ δ data, similiter autem & ipsis β η, η δ perpendicularibus triangulorum, datur & qui sub β η δ. Si enim centris limitibus eius quæ sub binis lateribus subtensa pentagoni, sicut β δ, interuallo autem ipsius trianguli perpendiculari circuli describantur, secabunt se inuicem sicut in θ, & quæ ex η ad ipsa β δ connexæ rectæ lineæ, comprehendent desinentem sub binis rectis ipsorum planorum inclinationis, & hic quidem ex descriptione manifestum est, quòd utraq; ipsarum β η, θ δ maior est dimidia ipsius β δ. Instrumentali quoq; fabrica est ostendere. Intelligatur separatim æquilaterum quidem triangulum ϑ η λ, ab ipso autem η λ quinquangulum describatur η μ ν ξ λ, & connectatur μ λ, exciteturq; (per 12 primi) perpendicularis ipsius θ κ λ trianguli, ϑ ο. Dico quòd ipsa ϑ ο maior est dimidia ipsius μ λ subtendentis inclinationem planorum. Acta ab ipso η in ipsam μ λ, perpendiculari ipsa η π, quoniam qui sub η λ π maior est tertio recti, hoc est eo qui sub η ϑ ο, constituatur ei qui sub η θ ο æquus qui sub π λ ρ, ipsa igitur π λ, perpendicularis est æquilateri trianguli cuius est latus ρ λ, quare quod est ex ρ λ, ad id quod ex λ π, rationem habet quàm 4 ad 3, maior autem est η λ, ipsa λ ρ. Quod igitur ex η λ, ad id quod ex λ π, maiorem rationem habet quàm 4 ad 3, habet autem et ad id quod ex θ ο, quam 4 ad 3. Ipsa igitur η λ, ad λ π maiorem rationē habet quàm ad θ ο, maior igitur est θ ο ipsa λ π. In dodecahedro sic intelligatur unum quadratū cubi à quo dodecahedrū describitur, & sit α ζ γ δ, & bina plana dodecahedri, hoc est α ι ζ ξ η, η δ ϑ γ ξ. Dico iam & hic datam esse, binorum quinquangulorum inclinationem. Secetur (per 10 primi) ξ ο bifariàm in η, & ab ipso η ipsi ξ ο (p 11 primi) ad angulos rectos excitentur in utroq; planorū η λ, η μ, & connectatur μ λ. Aio primum quòd qui sub μ η λ angulus obtusus est. Ostensum autē est in decimotertio Elemētorum uolumine, siue statu dodecahedri, quod quæ ex η perpendicularis acta in α ζ γ δ, quadratum dimidia est lateris pentagoni, quare minor est dimidia ipsius μ λ & id propterea qui sub μ η λ angulus obtusus est. Simulq; ostēsum est in eodem theoremate quòd & quod quidē ex η λ, æquū est ei quod ex dimidio lateris cubi & ei quod ex dimidio lateris pentagoni, quare quoniā eadē η λ & η μ sunt æquales, & maiores sunt dimidia ipsius μ λ: dato igitur angulo sub μ λ η, definēs in binas rectas inclinatio erit planorum, uidelicet data. Quoniam igitur latus α β γ δ, quadrati subsistens est bina latera pentagoni, daturq; & pentagonum, datur ergo & μ λ. Datur autem & utraq; ipsarum μ η, η λ, perpendiculares etenim sunt à bifaria sectione α β sub binis subtensa lateribus in parallelū eidem latus pentagoni ut ξ η. Datur igitur qui sub λ η μ definens (sicut dictum est) in binas rectas quæsitæ inclinationis. Bene igitur in instrumentali fabrica dixit quòd oportet dato pentagono, connectere subtensam sub binis lateribus quæ æqualis sit ipsius cubi lateri, & centris limitibus ipsius, interuallo uerò ab ipsa bifaria sectione acta perpendiculari in parallelum eidem pentagoni latus, sicut in descriptione η λ, η μ, descriptæ circunferentiæ, & ab ipso commissuræ circunferentiarum signo ad centra connectere rectas lineas comprehendentes definentem in binas rectas inclinationis ipsorum planorum quod enim ipsa η λ, perpendicularis maior est dimidia ipsius μ λ: dictum est, sicut in Elementis simul etiam est ostensum.

DECIMIQVINTI LIBRI FINIS.

BARTHOLOMAEVS ZAMBERTVS VENETVS

CLARISSIMO VIRO PAVLO PIsano, patritio Veneto, equiti Iurato, grauissimoq; Senatori, felicitatem perpetuam.



ICET Mathematicæ disciplinæ, quæ primum certitudinis fastigium uno omnium philosophantium iudicio obtinent. Paule Pisane uir grauissime, à priscis illis philosophantibus semper excultæ fuerint, tamen Astrologiã cæteris longè præstare censuerim, et hoc sanè binis adductus rationibus: nã longè clariora et excellentiora sunt, quæ ab astrologis in cœlestium globorum conuersione, astrorumq; reuolutione, traduntur: hac siquidem disciplina cœlestia, quæ his inferioribus longè sunt præstantiora homines intuentur, astra fixa errantiaq; pariter, distantias, solisq; & lunæ defectus coniectant, quæ Deus opt. max. mira sapientia cõstruxit. Illud quoq; accedit quòd hęc disciplina reliquas tres in sese continet: nam cùm in Astrologicis theorematibus spectantur circuli, anguli, quadrata, quæ ex cœlestium globorum conuersione fiunt, tunc Geometria est opus, cùm uerò numeri adhibentur, ut supputationes accommodatius fieri possint, tam minutorum, quàm secundorum et reliquarum particularum (sicut in magna constructione Mathematica Claudius tradit Ptolomæus, quam imperiti Almagestũ, nescio quo beluoso nomine appellãt) tunc auxiliatur Arithmetica, si autem globorum motus alios celeriores, at alios tardiores inuenis, ubi eos simul comparaueris, proportionalibus sese mutuò correspõdere cõperies, quas Musica disciplina ostẽdit. Pythagoreus nanq; Nicomachus in globorum cœlestium reuolutionibus Harmoniam sonosq; gigni in Musicis tradit. Cuius disciplinæ primordia quæ Phænomena sunt, hoc est apparentia, cùm Euclides Megarensis clarissimus mathematicus mira indagatione conscripserit, opusculum illud ijs, qui Astrologiæ disciplinam sibi uendicare contendunt, utile et scitu iucundum, cùm fortasse hisce diebus ad nostras manus peruenisset, ne tanta utilitate studẽtes carerent, illud Latinum fecimus. Quod opus quoniã Latinis hucusq; ignotum extitit, uoluimus ut sub tuo nomine è Græcia in Italiam mi-

graret, seseq; Latinis praeberet legendum (ut licèt ex sese auctoritatem uel maximam habeat: nam non rectè sentiunt, qui Euclidi plurimum non tribuunt) tua auctoritate, maior existimatio & auctoritas ei accederet. Tum ut licèt te pater meus, nosq; omnes semper excoluerimus, tuaq; uetustissima fuerimus mancipia, hanc obseruationem nostram nullam esse censerē, nisi ea tibi hoc munere certior fieret. Quod opus tibi abs te comprobatum fuisse cognoscam, communi utilitati consulens, conabor ut aliorum praeclarissima mathematicorum opera in lucem ueniant. Tu uerò uale in aeternū, nostrisq; uotis da facilem cursum. In aedibus patrijs xij. Kal. Octobris, in X I. II V I. & X I X. Elemento à reconciliata diuinitate.

EVCLIDIS MEGARENSIS CLARISSIMI philosophi Platonici mathematicięq; praestantissimi Phaenomena, ex traditione Theonis, Bartolomaeo Zamberto Veneto interprete.



VONIAM *astra non errantia ex eodem oriri loco, in eundemq; locum occidere spectantur, quaeq; simul oriuntur simul semper oriri, et quae simul occidunt semper simul occidere. Ab ortuq; in occasum uergentia eisdem inuicem interuallis distare, ueluti Orionis, id quod obtigit à cingulo ad pedes usq; idem semper est interuallum. Id, inquam, fit in ijs solis quae in gyrum feruntur, quoniam uisus omnino à circunferētia aequè distat, quemadmodū in Opticis ostenditur. Receptum siquidem esse oportet astra circulosc ferri, in unoq; corpore reuinciri, uisumq; à circunferentijs aequè distare: spectatur siquidem stella aliqua inter sublimes loco, locū ex loco non permutans, sed in qua est regione in eadem reuoluta. Quandoquidem ita ad circulorum circunferentias in quibus reliqua astra feruntur, ubiq; aequè distare uidetur. Admittendum est sanè circulos omnes parallelos esse, & id propterea astra non errantia per parallelos ferri polum habentes iam dictā stellam. Horum autē nonnulla neq; orientia neq; occidentia spectantur, eo quia in sublimioribus circulis ferūtur, quos semper apparentes appellant. Haec siquidē sunt astra quae polū apparentē sequūtur usq; ad circulum arcticū, & quae polo propinquiora minimo circulo ferūtur, maximo uerò quae longius absint. At quae in arctico circulo existunt, horizontē radere uidētur. Quae uerò ad meridiē omnia & oriri & occidere spectantur, eo quia eorū circuli non sunt toti supra terrā, sed eorū pars supra, at reliqua sub terra. Eorū uerò segmentorū quae supra terrā unūquodq; quo propius ad semper apparentiū circulū maximū accesserit, magis apparet, eorū uerò quae sub terra quo propius ad dictū circulum accedit, minus spectatur. Eo quia astra in segmento orbis, quod sub terra existunt inuehuntur tēpore minimo, quae uerò in eo quod supra terrā maiori feruntur. Quae uerò ab ijs longius absunt semper supra terrā tempus obtinent minus: quae uerò sub terra maius, minimū uerò tēpus habebūt quae supra terrā ferūtur ea quae in meridiē uergunt, quae uerò infra terrā maius, qui uerò inter hos medij sunt aequale tempus habent ei quae sub terra est parti. Quare orbē huiusmodi aequinoctialem appellamus. Qui uerò ab aequinoctiali circulo aequaliter distent, aequali tēpore, & segmentis uicißim aequalibus inuehuntur, sicut quae supra terrā in septentrionē uergunt eis quae sub terra in meridiē tendunt. Quae uerò supra terrā in meridiem tendunt, eis quae infra terrā ad septentrionē cōmeāt, utriusq; enim circuli & eius qui supra terram, & qui sub terra in continuū tendit idē tēpus, apparet praeterea lacteus circulus et zodaicus in parallelos obliquus existentes circulos, seseq; inuicē in circūuectione dispescentes semper hemicyclia super terram habere uidētur. Iā ex his omnibus quae dicta sunt mundus sphaericae speciei esse supponitur. Si enim cylindroides aut conoides esset. Quae in obliquis circulus aequinoctialēq; bifariā secantibus stellae cōprehensae in ambitu, neutiquā semper in aequalibus semicirculis prouehi apparerēt, sed quādoq; in maiori semicirculi segmento, & quandoq; in minori. Si enim conus aut cylindrus plano secetur, non autē ad*

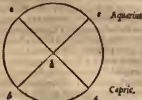
basim

basim, sectio fit oxygoni coni quæ clypeo similis est. Manifestum igitur quòd huiusmodi figura in medium secta & in longum & in latum dißimilia segmẽta efficiet. Manifestum autem quòd & si oblique per mediũ secta fuerit, & sic dißimilia efficiet segmenta. Quod in mundo nequaquam fieri deprehenditur, hijs igitur omnibus mundus est sphæricus, æqualiterq́; circa axem uoluitur. Cuius unus quidẽ est polus supra terram apparens, alter uerò infra terram occultus. Horizon uerò uocetur per planum nostrum procidens in mundo circulus finiensq́; supra terram spectatũ hemisphæriũ, si sphæra nanq; plano secta fuerit sectio circulus est. Meridianus porrò circulus appelletur, qui per sphæræ polos & rectè ad horizontem prouenit. Tropici uerò sunt quos per medium zodiacus orbis tangit, qui eosdem cum sphæra polos habent, sed qui per medium currit zodiacus circulus & æquinoctialis maximi sunt, bifariàm enim inuicem sese dispescunt in principio arietis & libræ, sunt nanq; in diametro, & in æquinoctiali existentes, coniugate oriuntur & occidunt, inter ipsos habentes 12 signorũ sex signa, æquinoctialis uerò circuli binos semicirculos, quandoquidẽ utrunq; principiũ in æquinoctiali orbe existens in eodem feratur tẽpore, & quæ supra & que infra terrã est pars. Si enim sphæra circa suũ æqualiter axem euoluta fuerit, omnia in ipsius sphæræ circunferentia cõsistentia signa in æquali tẽpore similes circunferentias circulorũ per quos feruntur transibunt, similes igitur æquinoctialis circuli circunferentias transibunt, eam scilicet quæ supra terram, & eam quæ infra: circunferentiæ igitur sunt æquales, semicirculus & enim utraq; est. Nam ab oriente in ortum, siue ab occidente in occasum totus circulus est. Id propterea animalium circulus & æquinoctialis inuicẽ sese bifariàm dispescunt. Si uerò in sphæra bini circuli sese inuicẽ bifariàm secuerint, uterq; secantiũ maximus est. Igitur zodaicus orbis, & æquinoctialis maximi sunt, & horizon quoq; maximus est, zodaicũ & enim & æquinoctialẽ orbem maximos existentes semper bifariã dispescit. Duodecim uerò animaliũ sex semper supra terrã, & æquinoctialis circuli semper supernè semicirculũ habent: quæq; in eo sunt astra simul & orientia & occidentia in eodem tẽpore adueniunt, alterũ siquidẽ ab ortu in occasum, alterũ uerò ab occasu in ortum. Ex his igitur ostensis manifestũ est quòd æquinoctialis circuli semicirculus in horizõte est. Si uerò in sphæra manens circulus bifariàm maximorum aliquem secuerit semper delatum, & secans quoq; maximus est, horizon igitur maximus est.

Theorema 1. Apparens 1.

TErra in medio mundo est, centriq; ordinem obtinet ad mũdum.

Sit in mundo horizon a b, terra autem sit uisus noster qui sit ad d, sintq́; orientales partes c, occiduæ uerò sint a, specteturq́; per dioptram iacentem ad d, signũ cancer oriens in c signo, spectabitur igitur eadem dioptra capricornus occiduus, spectetur per a signum & quoniam signa a d c, per dioptram spectantur, recta igitur est linea quæ per a d c esto a d c, manifestum iam est quòd a d c dimetiens est non errantium sphæræ & zodiaci, quãdoquidẽ zodiaci super horizontem sex animalia discindit. Rursus iam moto zodiaco & dioptra spectetur leo oriens in b signo: spectabit igitur eadem dioptra aquarius occidẽs, spectetur in e signo, & quoniam e d b signa per

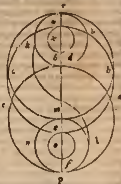


dioptram spectantur, recta est linea quæ per e d b, sit e d. Igitur ipsa e d b diametros est, & non errantium sphæræ & zodiaci circuli, patuit autem quod & a d c. Igitur d signum centrũ est, non errantium sphæræ, estq́; ad terram, similiter iam ostendemus quòd si illud signum, in terra assumatur centrum est. mundi, terra igitur in medio mundo est, centriq́; ordinem ad mundum obtinet.

Theorema 2. Apparens 2.

IN uno mũdi ambitu, qui per polos sphæræ circulus bis erit rectus ad horizontem, zodiacus uerò circulus ad meridianum bis erit rectus, ad horizontem uerò minime quando polus horizõtis fuerit inter æstiuum tropicum circulum, si uerò in aliquo tropicorũ fuerit polus horizontis, zodiacus circulus omnino ad horizontem rectus erit, quando autem polus horizontis inter tropicos circulos fuerit, zodiacus circulus ad horizontem bis erit rectus.

Esto horizon circulus b e e, & maximus semper apparentium circulorum esto a d, maximus verò semper non apparentium esto e f, æstiuus verò tropicus sit g h K, hybernus autem tropicus sit l m n, zodiacus porrò circulus positionem habeat sicut k l, poli autem sphæræ sint x o, signa, describaturq; per x maximus circulus a x e o. Dico quòd in uno sphæræ ambitu, qui per polos sphæræ circulus bis erit rectus ad horizontem, zodiacus autem circulus ad meridianum bis erit rectus, ad horizontem verò minime quando polus horizontis inter g h k, & a d, fuerit, quod quidẽ qui per polos sphæræ ad b e e, horizontem bis est rectus ostẽditur. Dico iam quòd k l, ad a o, meridianum bis erit rectus. Quoniam enim in sphæra bini circuli, a b e, g h K, sese inuicem dispescunt, perq; polos eorum describitur circulus maximus a h o, æqualis igitur est circunferentia k h, ipsi h K, & l p, ipsi p n, estq; æqualis circunferentia g h k, ipsi circunferẽtiæ l p n, æqualis igitur est l p, circunferentia ipsi K h circunferentiæ. In quo igitur tempore k signum ab ipso exordiens K, ipsam K h, percurrens circunferentiam in h, peruenit in eo & l signum ambitum l p, percurrens in ipsum stabit, et zodiacus circulus positionem habebit sicut h b, p e. Nam quoniam in sphæra bini orbes a g h K, b h p e, sese inuicem tangunt, ac per unius polum & contactum maximus describitur circulus x h o b. Igitur ipse x h o q, orbis ueniet & per ipsius b h p e, orbis polos, ad eumq; rectus erit, quare & b h p e, orbis ad ipsum x h o p, orbem rectus est. Rursus quoniam ad circunferentiã ipsi m n, cirunferentiæ similis est, in quo igitur tempore a ad d, peruenit in eodem & n ad m, & zodiacus circulus positionem habebit sicut a b m e, nam quoniam in sphæra bini orbes a b m e, a b sese inuicem tangunt, perq; unius polum & contactum maximus describitur circulus a x o b, rectus igitur est, a x b o ad a b m e, orbem, quare & a b m e, orbis ad a x b o, orbem rectus est. Rursus quoniam a k circunferẽtia ipsi l m, circunferentiæ similis est, in quo igitur tempore a, peruenit ad k, in eodem & m ad l venit, zodiacusq; circulus positionem habebit sicut k l: in quo igitur tempore k incipiens a k, ipsamq; k h, percurrens circunferentiam ad h peruenit, quod temporis interuallum est unius sphæræ ambitus, ipse k l, orbis ad b e e, orbem, bis erit ad angulos rectos.



Eisdem expositis sit polus ipsius b e c k, inter signa d x. Dico quòd k l, circulus zodiacus ad b e c K, horizontem neutiquam erit erectus. Si enim orbis k l rectus est ad orbem b e c k, ipsum per polos dispescit, transietq; per polum existentem inter d x, secabit quoq; ipsum g h k, tropicum quod est impoßibile, idq; propterea k l zodiacus non erit rectus ad b e c k, horizontem. Sit autem horizontis polus in l m n, in m signo. Dico quòd omnino orbis K l, ad horizontem rectus erit. Nam quoniam k m circunferentia, ipsi l n circunferentiæ, est æqualis. In quo igitur tempore k, ipsam k m, percurrens circunferentiam ad m, peruenit, in eodem l in n, erit & zodiacus circulus positionem habebit sicut b k e. Quoniã igitur b m, ipsum n b e, horizõtẽ per polos secat ipsumq; bifariã secat & ad angulos rectos. Rectus igitur est zodiacus circulus ad horizontem. Esto autẽ polus horizontis inter tropicos, sitq; o signũ. Dico q. k l circulus ad horizontẽ bis erit rectus, describãtur per polum o maximi orbes s o t, p o r, tangentes ipsum a g m k, tanget iam & ipsum t n r, & quoniã orbis p o r, ipsum g e k, per polos secat bifariam & ad angulos rectos ipsum secat, rectus ergo est circulus p o r, ad g e k. Idq; propterea iã orbis s o t, ad g k e, rectus est Et quoniã qui ex k semicirculus sicut ad k l partes cõtactũ nõ admittit ipsi s semirculo, sicut ad s t, partes. Similis & k s, circũferen



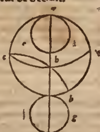
tia

tia ipsi l t, circunferẽtiæ: in quo igitur tẽpore k in s puenit, in eodẽ & l in t, & k l, circulus cohæret in ipso s t, circulo a t, s t, circulus ad g e k rectus est: & k l, igitur ad e k, rectus est. Rursus quoniam s m p, circunferentia ipsi t n r, est similis: in quo igitur tempore s in p, in eodem quoq; & t in r uenit, & circulus zodiacus conuenit in circulo p o r, & p r, ad g e k, rectus est, & zodiacus circulus rectus est ad g e k, horizontem, his igitur zodiacus circulus ad horizontem rectus est.

Theorema 3. Apparens 3.

ASTrorum non errantium, ortus occasusq; efficientium, unumquodq; iuxta eadem horizontis signa oritur & occidit.

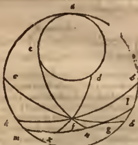
Sit in mundo horizon a b e, maximus autem semper apparentium esto circulus a d e, non apparentium uerò maximus esto b g s, assumaturq; signum b ortus & occasus facientium. sintq; orientales partes e, occiduæ uerò sint k. Dico quòd h signum semper iuxta eadem horizontis signa oritur, & occidit euoluta sphæra, sit orbis per quem signum h conuertitur, sitq; k he, igitur orbis k h e, ipsum horizontem secat, estq; rectus ad ipsius sphæræ axem. Ipsi autem axi ad angulos rectos existentes circuli, horizontemq; dispescentes, ortus et occasus per eadem horizõtis signa efficiunt, orbis igitur k h c, per c signũ oritur, & per k occidit, fertur autem h signum in circunferentia ipsius k h c circuli, & h igitur signum per signum c oritur, & per K occidit.



Theorema 4. Apparens 4.

ASTrorum in maximi circuli ambitu existentiũ, maximumq; semper apparentium non tangentis, neq; secantis, quæ prius oriuntur, prius & occidunt: & qui prius occidunt, prius oriuntur.

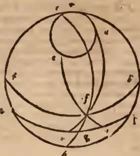
Sit in mundo horizon a b c, maximus autem semper apparentium sit, ad e alius autem maximus orbis esto e f b, non secans circulum a d e, neq; ipsum tangens. Assumãturq; in ipsius e f b, circuli circunferẽtia bina cõtingentia signa sintq; f g. Dico quòd ipsorum f g signorum, quod prius oritur prius & occidit, & prius occidens, prius oritur. Sint autem orientales partes e, occiduæ uerò sint b, sintq; paralleli circuli per quos signa f g, inuehuntur h K, l m & per f maximus describatur circulus n f e, ipsum a d e, circulum tangens, ut tamen non tangat semicirculum qui ex e sicut ad partes e f n, ei qui ex a semicirculo ad a e: partes similis igitur est K f, circunferentia, ipsi m n, circunferentiæ, reliqua igitur f b, circunferentia & continua ei sub terram usq; ad K, signum similis est ipsi n l, circunferentiæ & ei continuæ sub terram usq; ad m signum. In æquali igitur tempore f n signa, ipsas f b, n l, & eis continuas usq; ad K m, signa circunferentias pertranseunt. Ipsa igitur f n signa, simul oriũtur, & g ipso n prius oritur, & g igitur ipso f, prius oritur. Dico quòd & prius occidit, describatur per f signum maximus circulus x f d, ipsum a d e, circulum tangens, ut a b d, semicirculus ad partes d f x, ipsi a, semicirculo ad partes a b, non concurrat, similis igitur est f b, circunferentia ipsi x l. In æquali igitur tempore f signum, ipsam f b circunferentiam transit, & x signum ipsam n l circunferentiam. Igitur f signo in b ducto, & x, in l, stabit. Ipsa igitur f x, signa simul occidunt: & g, ipso x, prius occidit, & g ipso igitur f, prius occidit: similiter iam demonstrabimus quòd & prius occidens prius & oritur.



Theor. ma 5. *Apparens 5.*

ASTrorum in maximi orbis ambitu qui maximum semper apparentium secat, existentium, quę in septentrione sunt prius oriuntur, posterius uerò occidunt.

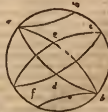
Esto in mundo horizon a b c, maximus autem semper apparentium sit a d e, alius autem maximus circulus esto e f b, ipsum a d e, circulum dispescens. Assumanturq́; in ipsius e f b, orbis ambitu bina contingentia signa, sitq́; f signum ad septentrionem. Dico quòd f, signum ipso g prius quidem oritur, posterius autem occidit. Sint orientales quidem partes c, occiduæ uerò sint b, sintq́; circuli paralleli per quos f g, signa inuehuntur h k, l m, describaturq́; per f signum maximus circulus n f e, ipsum a d e, circulum tangens, ut non tangat eum qui ex a, semicirculũ ad partes f g, ei qui ex a semicirculo, sicut ad a e k, partes. Similis ergo est f k, circunferẽtia ipsi n m circunferentiæ. Reliqua igitur h f, circunferentia & continua ei sub terram usq; ad k signum similis erit ipsi n l, circunferentiæ & ei continuæ sub terram usq; ad m signum. In æquali igitur tempore ipsa f n, signa ipsas f h, n l, circunferentias, & eis continuas usq; ad k m, signa percurrent. Igitur ipsa f n, signa simul oriuntur. Ipsum autem n ipso f prius oritur, & f ipso g igitur prius oritur. Dico quòd & posterius occidit, describatur per x signum maximus circulus f d, ipsum a d e, circulum tangens, ut non tangat eum qui ex d, semicirculum sicut ad partes d f, ei qui ex a semicirculo, sicut ad a b partes. Similis igitur est f h, ambitus ipsi x l, ambitui. In æquali igitur tempore f. ipsum f h, ambitum, & x ipsum x l, perficit. Ipso igitur f in h signo existente, & x in l stabit, ipsa igitur x f, signa simul occidunt. Ipsum autem g prius ipso x occidit. Igitur & g ipso f prius occidit, quare & x ipso g posterius occidit, patuit autem quod & prius oritur. Igitur ipsum f ipso g prius oritur, posterius autem occidit.



Theorema 6. *Apparens 6.*

IN zodiaco circulo astra consistentia in diametro coniugatè oriuntur & occidunt, similiter & qui in æquinoctiali.

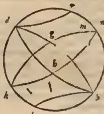
Sit in mundo horizon a b e, zodiacus autem circulus positionem habeat a d b, æquinoctialis autem esto e f d, sintq́; ipsorum quidem segmenta super terram a g b, e g f, in diametro igitur est a, signum ipsi b signo, & e ipsi f. Dico quòd ipsa a b & e f, signa coniugatè oriuntur & occidunt. Sint orientes partes a, occiduæ uerò b, & sint paralleli circuli per quos signa a b inuehuntur a b, b e, sitq́; segmentum a b super terram, at b e infra terram. Quoniam a ipsi b & e, ipsi f est in diametro, æqualis igitur est circunferentia, e b ipsi a f, circunferẽtiæ. Sed e b, ipsi f e, est æqualis, & a f igitur ipsi f e, est æqualis, estq́; maximus parallelorum e f d, æquus igitur est orbis a b ipsi b e orbi, suntq́; ipsorum segmenta quæ uicißim a b, b e, æqualis igitur est a b, circunferentia ipsi b e circunferentiæ, in æquali igitur tempore a signum ipsum a b, ambitũ transiens in b ueniet, & b ipsam b e, circunferentiã perficiens ueniet in e. Sed a ipsam a b, percurrens in b proueniens occidit, at b ipsam b e, currens in e, quod proueniens oritur. Ipso igitur a occidente, ipsum b oritur, similiter demonstrabimus quòd & a oriente b occidit. Rursus quoniam uterque ipsorum e g f, f d e, semicirculus est, æqualis est ambitus f g e, ipsi f d e ambitui, in æquali igi-



tur tempore f, signum ipsam f g e, circunferentiam efficiens in e, ueniet & e ipsum efficiens ambitum e d f in f ueniet. Sed f quidem per f g e, circunferentiam ductus in e, quod proueniens occidit. At e, per e d f, ambitum inuectus in f, quod perueniens oritur. Ipso igitur f occidente e, oritur, similiter i:m demonstrabimus quòd f ipso oriente ipsum e occidit. Similiter autẽ & omnia in zodiaco et æquinoctiali astra consistentia in diametro coniugatè oriuntur & occidunt.

¶ Aliter ex impoßibili.

Sit horizon circulus a b c d, æstiuus autem tropicus sit a d, hybernus uerò b c, zodiacus porrò positionem habeat sicut d g b f, sintq; in d g b f in diametro signa f g. Dico quòd ipso f oriente, ipsum g occidit. Si autem est poßibile, non occidat, sed esto b, occidens & per f b, paralleli describantur circuli n b, f k, quare f signo oriente per k, ipsum b occidet per n, & zodiacus circulus positionẽ habebit sicut m n l k, & quoniam unusquisq; ipsorum a b c d, m n, l k, maximus est: in diametro igitur est k ipsi n, sed & k ipsi f, est idem, & n ipsi b, igitur f ipsi b, est in diametro sed & g, quod est impoßibile. Igitur oriente ipso f, ipsum g occidit.



Theorema 7. *Apparens 7.*

ZOdiacus circulus per omnem horizontis locum inter circulos tropicos oritur & occidit quando maximus semper apparentiũ maior fuerit circulo tropico, conuersionesq; contrarias fecerit transmutatus, quãdo enim ortus ad meridiem cum ipso ad septentrionem occasu immutatus fuerit, transmutatus apparet, quando uerò ortus septentrionalis cum ortu meridiano immutatus fuerit: transmutatus apparet, & quandoq; aliter supra nos stabit.

Sit in mundo horizon a b c d, æstiuus quidem tropicus sit a d, hybernus uerò tropicus b e, zodiacus circulus positionem habeat d e b, sitq; d e b, segmentum infra terram, at d f b supra terram. Dico quòd zodiacus circulus per omnem horizõtis locum inter tropicos oritur & occidit, conuersionesq; efficit oppositè transmutatus: quando enim ortu meridiano eo qui ad septentrionem immutatus fuerit, transmutatus apparet, & quandoq; aliter supra nos stabit. Sint quidem partes orientales d c, occiduæ uerò a b, quod igitur zodiacus quidem circulus per omnem horizontis inter tropicos locum oritur & occidit, manifestum est, quandoquidem maximos tangit orbes, fuerit autem unus eorum quem tangit horizon. Dico autem quòd & conuersiones oppositæ immutatus efficit, assumantur æquales & ex opposito circunferentiæ, d e, b f. Describanturq; paralleli circuli per quos signa e f, inuehuntur g e b, h f l. Quoniam circunferentia d e ipsi b f, circunferentiæ est æqualis, communis apponatur e b, tota igitur d e b, toti e b f, est æqualis, semicirculus autem est d e b, semicirculus igitur est & e b f: in diametro igitur est per præcedentem e signum ipsi f signo, & quoniam circunferentia e d, ipsi d m, circunferentiæ est æqualis, & b f ipsi b n. Sed d e ipsi b f est æqualis, & d m igitur ipsi b n est æqualis. Communis apponatur m b, tota igitur d m b toti m b n est æqualis, semicirculus autem est d m b, semicirculus igitur est m b n, igitur per præcedentem in diametro est m signum ipsi n signo, & quoniam per præcedentem zodiaci circuli in diametro signa existentia coniugatè oriuntur & occidunt. Ipso igitur d signo oriente per signum d ipsum b, quod ei est in diametro signum occidit, & ipso igitur e, oriente per b signum



f, quod

f, quod ei est in diametro occidit per k signum, & ipso n signo oriente per l signum, ipsum m, quod ei est in diametro signum, per g signum occidit, & insuper ipso b signo per c oriente, ipsum d, quod ei est in diametro per a occidit. Quando igitur zodiacus circulus ortu meridiano cum occasu septentrionali immutatus fuerit, transmutatus apparet. Dico quòd & quando ortu qui ad septentrionem, occasu eo qui ad meridiem permutatus fuerit, immutatus apparet. Oriente siquidem d e b semicirculo, zodiacus circulus positionem habebit a x c. Similiterq; ostendemus quòd in diametro est ipsum quidem x signum ipsi o signo & r ipsi p. Et quoniam signo c oriente per c, quod in diametro ipsi c, est a, signum occidit per a. Ipso autem o, per l signum, oriente ipsum x, quod est ei in diametro per g signum occidit. Ipso autem p signo per b, oriente ipsum r, quod ei est in diametro per k occidit. Et insuper ipso a signo, per d oriente, ipsum c, quod ei est in diametro per b occidit. Quando igitur zodiacus circulus ortu septentrionali eo qui ad meridiem immutatus fuerit, permutatus apparet, patuit autem quòd & quando ortu meridiano occasu septentrionali immutatus fuerit, permutatus apparet, & manifestum quod quandoq; aliter supra nos stabit. Quando enim zodiaci circuli contactus fuerit in bifaria sectione segmenti, quod supra terram tropici æstiui ad nos erit rectus: quando uerò in bifaria sectione segmenti, quod infra terram æstiui tropici humilior ad nos erit, semperq; longius factus à bifaria sectione segmenti circuli, quod supra terram æstiui tropici ualde erit proclinatus, similiter autem erit inclinatus æquè distãs ab utraq; bifaria sectione.

Theorema 8. *Apparens 8.*

Signa in inæqualibus horizontis segmentis oriuntur, & occidunt, & in maximis quæ ad æquinoctialẽ, in minoribus autem quæ hęc sequuntur, in minimis uerò quæ ad tropicos, in æqualibus quæ ab æquinoctiali circulo æquè distant.



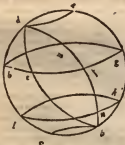
Sit horizon circulus a b c d, tropici autem a c, b d, maximus uerò semper apparentium sit q u, zodiacus porrò circulus positionem habeat c b, æquinoctialis circulus sit e f. Seceturq; utraq; ipsarum c g, g b, in tria æqualia per n k, p t, signa. Dico quòd ipsæ c n, n k, k g, g p, p t, t b, circũferẽtiæ in æqualibus horizontis segmẽtis oriũtur et occidũt. In maximis ipsæ k g, g p, in minoribus autem k n, p t, in minimis uerò c n, b t, in æqualib. k g, ipsi g p, & k g ipsi p t, & n c, ipsi t b. Sint per quos inuehũtur ipsa n k, p t, signa paralleli circuli m x, b l, o r, s y. Quoniam ipsæ g k, k n, n c, sunt adinuicem æquales: ipsæ igitur f l, l x, x c, adinuicem sunt maiores, incipientes à maxima f l. Idq; propterea ipsæ quidem e b, b m, m a, inuicem sunt maiores, incipientes à maxima e b, & insuper ipsæ quidem f r, r y, y d, ab ipsa f r, maxima incipientes inuicem sunt maiores, & insuper ipsæ e o, o s, s b, ab ipsa e o, maxima incipientes inuicem sunt maiores, & quoniam ipsæ c n, n k, k g, g p, p t, t b, oriuntur quidem per c x, x l, l f, f r, r y, y d circunferentias, occidunt autem per a m, m b, b e, c o, o s, s b, quare in inæqualibus horizontis segmentis oriuntur & occidunt. Et quoniam in sphæra, paralleli circuli b l, o r, maximi alicuius circuli circunferentias ipsius c b, hoc est p g, g k æquas auferunt ad maximum parallelorum e f, æqualis igitur est circulus b l, ipsi o r circulo. Quoniam igitur in sphæra æquales & paralleli circuli b l, o r maximi alicuius circuli circunferentias ipsius a b c d, ipsas l f, f r, auferunt ad maximum parallelorum e f, æqualis est circunferentia l f ipsi f r circunferentiæ. Similiter autem ostendemus, quòd circunferentia f x ipsi f y, circunferentiæ est æqualis. Reliqua igitur x l, reliquæ r x, per tertiam communem sententiam est æqualis. Iam id propterea & c x, ipsi y d. Signa igitur in inæqualibus horizontis segmentis oriuntur & occidunt: in maximis quidem quæ ad æquinoctialem, in minori quæ ea sequuntur, in minimis uerò quæ ad tropicos, in æqualibus porrò quæ ab æquinoctiali circulo æqualiter distant.

Theorema

Theorema 9. Apparens 9.

SIgnorum circuli semicirculi, qui exordium in eodem parallelo non habuerint inæquali tempore oriuntur toti, & in pluri qui cum cancro, in minori autem qui subsequuntur, in minimis uerò qui cum capricorno: quicunq; autem exordium in eodem habuerint, parallelo in æqualibus temporibus oriuntur.

Sit in mundo horizon a b c d, æstiuus autem tropicus sit b c, zodiacus uerò circulus positionem habeat, d e b f, sintq; orientales partes quidem c d, occiduæ uerò a b & d e b: sit qui post cancrum semicirculus, at b f d sit, qui post capricornum Dico quòd ipsius zodiaci circuli semicirculi qui exordium in eodem non habent parallelo, inæquali tempore oriuntur, & in pluri quidem qui cum ipso cancro d e b, in minore qui hunc subsequuntur, in minimo autem qui cum capricorno b f d, quicunq; uerò exordium in eodem parallelo habuerint æquali tempore oriuntur, auferantur æquales circunferentiæ d e, b f. Describanturq; paralleli circuli g e h m, k f l n, per quos inuehuntur ipsa, e f signa. Sintq; eorum quæ supra terram segmenta g m h, k f l. Similiter iam ostendemus, sicut in præcedentibus quòd in diametro est e signum ipsi f signo, & m ipsi n. Et quoniam ipsa a d circunferentia, ipsa m h circunferentia est maior aut ei similis. Ipsa autem g m h, ipsa k f l, & insuper k f l, ipsa h c. In maiori igitur tempore d signum, incipiens a d, ipsam d a circunferentiam ambit: quam e incipiens ab h, ipsam h m g circunferentiã ambit. Et e ab ipso h incipiens in maiori tempore ipsam h m ambit, quàm n incipiens ab l ipsam l f k, ambit circunferentiam, & n ab ipso l incipiens in maiori tempore ipsam f k ambit quàm h ab ipso c incipiens ipsam c h ambit circunferentiam. Sed in quo quidem tempore d signum ipsam d a, ambit circunferentiam, in eo & ei existens in diametro b signum, ipsam b c ambit circunferentiam, & semicirculus d e b oritur. In quo autem tempore e incipiens ab ipso h ipsam h m g ambit circunferentiam in eo f, ei in diametro existens incipiens a k, ipsam k n l, ambit circunferentiam, & semicirculus e b f oritur. In quo uerò tempore n incipiens ab ipso l, ipsam l f k ambit circunferentiã, in eo m & in diametro existens incipiens ab ipso g, ipsam g e h ambit, & semicirculus n b m oritur. In quo uerò tempore b incipiens ab ipso c, ipsam c b ambit, in eo ipsum d ei existens in diametro incipiens ab a, ipsam a d ambit: & semicirculus b f d, oritur. In maiori igitur tempore semicirculus qui cum cancro oritur, hoc est ipse d e b, minore uerò eo quod in d e b ipse e b f, & insuper ipse n b m, in minori ipso e b f, in minimo demum qui capricorno. Dico insuper quòd quæcunque, exordium in eodem parallelo humerini æquali tempore oriuntur, habeant enim ipsi m d n, e b f, semicirculi exordium in eodem parallelo, dico quòd æquali tempore ipsi m d n, e b f, semicirculo oriuntur: quoniã in æquali tempore m signũ incipiens ab h, ipsam h m g, ambit circunferentiam, & e incipiens ab h, ipsam h m g ambit circunferentiam, sed in quo tempore m signum incipiens ab h ipsam h m g ambit, in eodem quod ei est in diametro n incipiens a k, ipsam k n l ambit circunferẽtiam, & semicirculus m d n oritur. In quo autem tempore e signum incipiens ab h signo, ipsam h m g ambit circunferentiam, in eodem quod ei est in diametro f incipiens ab ipso k ipsam k n l, ambit circunferentiam, & semicirculus e b f, oritur. In æquali igitur tempore ipsi m d n, e b f, semicirculi oriuntur.

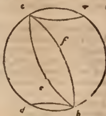


Theorema 10. Apparens 10.

SI zodiaci circuli bini semicirculi communem quandam habentes circunferentiam inæquali tempore orti fuerint, & ex opposito circunferentiæ inæquali tempore oriuntur, & eædem erunt differentiæ tempore,

tẽpore, in quibus ſemicirculi & circunferentia quæ ex oppoſito oriuntur, & ſi zodiaci circuli bini ſemicirculi æquali tempore communem quandam habentes circunferentiam orti fuerint, & quæ ex oppoſito circunferentiæ æqualibus temporibus orientur.

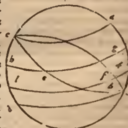
Sit horizon circulus a b c d, tropicus uerò æſtiuus ſit a e, hybernus autem ſit b d, zodiacus porrò ſit b e. Aſſumanturq́; æquales circunferentiæ c e, b f, ipſi igitur ſemicirculi c e b, e b f, inæquali tempore oriuntur. Dico quòd & ipſæ c e, b f, circũferentiæ in æquali tempore oriuntur. Nam quoniam c e b, ipſo e b f, in maiori oritur tempore communis auferatur ipſius e f, circunferentiæ ortus tempus: ipſa enim a b, circunferentia eadẽ ſed in æquali oritur. Reliqua igitur c e, ipſa b f in maiori tempore oritur, & manifeſtũ quòd eodem ſunt differentiæ tempore, in quibus ipſi c e b, e b f, ſemicirculi oriuntur, & quæ ex oppoſito circunferentiæ c e, b f. Manifeſtum autem quòd ſi ſemicirculi aliqui æquali tempore orti fuerint, & quæ ex oppoſito circunferentiæ æquali tempore orientur.

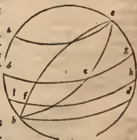


Theorema 11. *Apparens 11.*

ZOdiaci circuli æqualium & ex oppoſito circunferentiarum, in quo tempore altera oritur, & altera occidit, & in quo altera occidit, altera oritur.

Sit horizon circulus a b e d, tropicus autem æſtiuus ſit a e, hybernus autem b d, zodiacus ſit c b, aſſumãturq́; in ipſo æquales circunferentiæ ex oppoſito e e, b f. Dico quòd in quo tempore c e oritur, b f occidit. Sint per quos inuehuntur e f, ſigna paralleli circuli g b k l, & quoniam aſtra in zodiaco in diametro exiſtentia per 6 theorema coniugatè oriuntur & occidunt. Ipſo igitur e oriente f occidit. In quo igitur tempore e, incipiẽs a b e, ipſam e b, ambiens circunferentiam uenit in b, in eodem & f ab ipſo f incipiens f k ambiens ad k uenit. Sed quando e ipſam e b ambiens ad b uenit, circunferentia e c, oritur: quando uerò f ipſam f k ambiens ad k uenit, occidit b f circunferentia. In quo igitur tempore c e, circunferentia oritur in eodem f b, circunferentia occidit. Dico quòd & in quo tempore b f oritur, occidit ipſa e e. Immutetur enim in b a, caſu zodiacus circulus, habeatq́; poſitionem ſicut c e b. Dico quòd in quo tempore b f oritur, ipſa e e occidit. Quoniam f ipſi e ſigno in diametro eſt, ipſo igitur f oriẽte, ipſum e occidit. In quo igitur tempore f ipſam f l, ambiens circunferẽtiam ad l uenit. In eodem & e ipſam e g, circunferentiam percurrens ad g, uenit. Sed quando f ipſam f l, circunferentiam ambiens peruenit ad l, ipſa b f oritur. Quãdo uerò e ipſam e g ambiens ad g uenit, ipſa c e occidit. In quo igitur tempore b f, ambitus oritur, in eodem & e e, ambitus occidit.





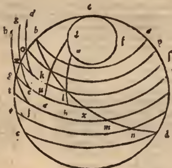
Theorema 12. *Apparens 12.*

SEmicirculi qui cum cancro æquales circunferentiæ inæqualibus temporibus occidunt, & in maiori quæ ſunt

ad

ad tropicorum contactus, in minori autem quæ has subsequũtur, in minimis uerò quæ ad æquinoctialẽ, æqualibus porrò qui æqualiter distant ab æquinoctiali circulo & occidunt & oriuntur.

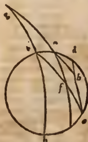
Esto horizon circulus a b c d, maximus autem semper apparentium sit e f, tropicus uerò æstiuus sit a b, hybernus sit c d, sit porrò cum cancro semicirculus qui super terram b d, æquinoctialis circulus sit b g. Secetur'q; utraq; ipsarum b x, d x, in tria æqualia per signa k l, m n. Dico quòd ipsæ b k, k l, l x, x m, m n, n d, in æqualibus temporibus occidunt, & in maiori quidem ipsæ b k, n d, in minoribus ipsæ k l, m n, in minimis uerò ipsæ l x, x m, in æqualibus porrò ipsa quidem l x, ipsi x m, ipsa k l, ipsi m n, & b k ipsi n d. Sint per quos inuehuntur ipsa k l, m n, signa paralleli circuli p o, s r, y t, z e. Describantur per k l, maximi orbes √ a, ≈ b, ipsum tangentes circulum e f. Quoniam ipsæ b k, k l, l x, adinuicẽ sunt æquales, ipsæ igitur g a, a b, b x, sunt adinuicem maiores incipiẽtes ab ipsa g a maxima. Quoniam igitur g a ipsa a b maior est, sed g a ipsi o k est similis, & a b ipsi u l & o k, igitur ipsa u l maior est uel ei similis. Ipsa autem l r maior fuerit uel similis o k. Sit ipsi o k similis l e. In quo igitur tempore k, signum incipiens ab ipso k, ipsam k o, ambiens circunferentiam ad ipsum usq; peruenit o. In eodem & l, incipiẽs ab ipso l, ipsam l e ambiẽs



perueniet ad e, & zodiacus circulus positionem habebit sicut e o d. Quoniam igitur o k circunferentia ipsi l e similis est, sed o k ipsi r u est similis, & r u igitur ipsi l e est similis, sunt'q; eiusdem circuli. Aequalis igitur est r u ipsi c l, communis auferatur e u. Reliqua igitur r e ipsi u l est æqualis, & o k ipsa u l est maior aut ei similis, & o k igitur ipsa r c maior est aut similis ei, in pluri ergo tempore k ipsam k o circunferentiam ambiens peruenit ad o quàm e, incipiens a c ipsam c r ambiens circunferentiam ueniat ad r. Sed in quo quidem tempore k ipsam k o ambiens circunferentiam, uenit ad o, ipsa b k circunferentiam occidit: in quo autem tempore c ipsam e r ambiens circunferentiam, peruenit ad r, occidit circunferentia k l. In maiori igitur tempore occidit b k quàm k l. Rursus quoniam minor est a b ipsa b x, sed a b ipsi u l est similis, & ipsa igitur u l ipsa b x, maior est uel ei similis, multò igitur maior est r l ipsa b x, uel ei similis. Ipsa autem g x minor, uel ei similis, sit ipsi r l similis x e. In quo igitur tempore x ipsam x e, circunferentiam ambiens ad e, uenit in eodem & l ipsam l r, circunferentiam ambiens ad r, uenit & zodiacus circulus positionem habebit sicut e r g. Quoniam igitur circunferentia r l ipsi e x similis est, sed r l ipsi g b est similis, & g b igitur ipsi e x est similis, & sunt eiusdem circuli, æqualis igitur est g b ipsi e x circunferentiæ, communis auferatur e b: reliqua igitur g e, reliquæ b x est æqualis. Et quoniam u l ipsa b x, maior est aut similis ei, æqualis autem est ipsa quidem u l ipsi r e, & b x ipsi g e, & r e igitur ipsa g e, maior est aut ei similis. In maiori igitur tempore e ipsam c r, circunferentiam ambiens ad r uenit quàm e, ipsam e g percurrens ad g ueniat. Sed in quo tempore c ipsam c r, circunferentiam ambiens ad r uenit, ipsa c o circunferentia occidit, hoc est ipsa k l circunferẽtia occidit. In quo igitur tempore e ipsam e g, circunferentiam ambiens ad g peruenit, ipsa e r, hoc est l x circunferentiam occidit. In pluri ergo tempore k l occidit quàm l x. Rursus quoniam t m ipsa n x, maior est aut ei similis sit ipsi g x, similis m x. In quo igitur tempore x, incipiẽs ab ipso x ipsam x g, ambiens circũferentiã ad g peruenit. In eodem & m ipsam m x, ambiens circunferentiam perueniet ad x, & zodiacus circulus positionem habebit sicut x g b. Et quoniam in sphæra paralleli circuli t y, r l, maximi cuiusdam circuli ambitus ipsius b d, ipsos l x, x m, æquos auferunt ad maximum parallelorũ orbem g b, æquus est r s ipsi t y. Quoniã igitur in sphæra æqualis & paralleli circuli r s, y t, maximi cuiusdã circuli ambitus a b c d, ad

maximum parallelorũ g h auferunt, æqualis est t g ipsi g r, est autem & x n ipsi g h æqualis. Quoniam l x ipsi x m est æqualis: æqualis igitur est & quæ ab h in r ei quæ ab t in f. Estq́; orbis r s ipsi t y orbi æqualis, æqualis igitur est circunferentia h r ipsi t f, circunferentiæ. Sed ipsa quidem h r ipsi g e, ambitui est similis, & ipsa g e igitur ipsi t f est similis. In quo igitur tempore e, incipiens ab ipso e ipsam e g, circunferentiam ambiens ad g peruenit. In eodem & f, ipsam f t ambiens ad t peruenit. Sed in quo quidem tempore e ad g peruenit, occidit g r ambitus, hoc est l x circunferentia. In quo autem tĕpore f ad t peruenit, occidit f g ambitus, hoc est x m. Igitur l x ambitus ipsi x m, circunferentiæ in æquali tempore occidit. Similiter iam ostendemus quòd & k x ipsi x n, in æquali occidit tempore, quarum l x ipsi x m, in æquali tempore occidit. Reliqua igitur k l ipsi m n, in æquali occidit tempore. Similiter iam ostendemus quòd & b k ipsi n d, in æquali occidit tempore. Et quoniam in pluri tempore b k occidit quàm k l, & k l quàm l x. Sed in quo tempore b k occidit in eodem & d n. In quo igitur tempore k l in eodem & m n. In quo autem l x in eodem x m, & ipsa quidem d n, igitur ipsa n m in maiori occidit tempore, & n m ipsa m x. Dico quòd & ipsa l x ipsa x m, in æquali tempore oritur, & k l ipsam n, & b k ipsa n d, inspicianturq́; ea quæ in secunda descriptione dicta sunt, sitq́; cum cancro semicirculus qui sub a e, diuidaturq́; utraq; ipsarum a g, g e, in tria æqualia per b k l m, signa paralleli autem circuli sint n x, o p, s r, t y, quoniam f g ipsa k p, maior est uel ei similis. Sit ipsi k p similis g q. In quo igitur tempore k, incipiens ab ipso k ipsam k p, ambiens ad p, peruenit in eodem & g, incipiens ab ipso g, ambiens ipsam g q, circunferĕtiam erit in q. Et zodiacus circulus positionem habebit, sicut q p z. Rursus quoniam l s ipsa g f, maior est aut ei similis. Sit ipsi g f similis l u. In quo igitur tempore g ipsam g f, ambiens peruenit ad f. In eodem & l ipsam l u, ambiens peruenit ad f. In eodem & l ipsam l u, ambiens peruenit ad u, & zodiacus circulus positionem habebit, sicut u f =. Et quoniã in sphæra paralleli circuli o p, r s, maximi cuiusdam orbis circunferentias ipsius, ac ipsas l n, g k, æquas auferunt ad maximum parallelorum e f, æqualis est o p ipsi r s. Quoniam igitur in sphæra æquales & paralleli circuli o p, r s, maximi cuiusdam orbis circunferentias ipsius a b c d, auferunt ipsas s f, f p, ad maximum parallelorum e f, æqualis est s f ipsi f p, est autem & u f ipsi f = æqualis, æqualis igitur est & quæ ex p in =, ei quæ ex u in s, estq́; orbis o p ipsi r s orbi æqualis, æqualis igitur est ipsa p = ipsi u s circunferentiæ. Quoniam autem semicirculus z, non coincidit sicut ad partes z p ipsi = semicirculo, sicut ad partes = f, similis est circunferentia p = ipsi q f circunferentiæ. Sed p = ipsi u s, est æqualis ipsis circulis æqualibus existentibus. Similis est & q f, ipsi igitur u s. In quo igitur tempore q ipsam q f, ambiens circunferĕtiam ad f, peruenit in eodem, & u ipsam u s percurrens, ad s perueniet. Sed quando u ad f peruenit, oritur p q circunferentia, hoc est k g circunferentia, quando uerò u ad s uenit, oritur u f circunferentia, hoc est l g & k g, igitur ipsi l g, in æquali tempore oritur, & a b ipsi m e, in æquali tempore oritur, cum cancro igitur semicirculi æquales circunferentiæ in æquali tempore occidunt, & in pluri quidem quæ ad tropicorũ contactus, in minori autem quæ subsequuntur, in minimis porrò quæ ad æquinoctialem, in æqualibus quæ æqualiter ab æquinoctiali circulo distant & occidunt & oriuntur.





ALITER idem. Eadem manente descriptione. Dico

quòd

quòd ipsa a b ipsi a e, in æquali occidit tempore, nam quoniam e d ipsa b e maior est, uel ei similis ponatur ipsi b e, similis c f, & zodiacus circulus positionem habeat f e g. Et quoniam æqualis est a b ipsi b c, æqualis est circulus a b ipsi c d circulo, æqualis igitur est a c ipsi c d, est autem & f e ipsi e g æqualis. Et quoniam c b ipsi b a est æqualis, est autem & quæ ex g in a, ei quæ ex d in f: æqualis igitur est & a g, circunferentia ipsi d f circunferentiæ. Sed ipsa a g ipsi c b est similis, & e b igitur ipsi d f est similis. In quo igitur tempore b, incipiens ab ipso b, ipsam b e ambiens circũferentiam peruenit ad e in eodem, & f, incipiens ab f, ipsamq; f d ambiens circunferentiam, peruenit ad d. Sed quando ipsum b ad e peruenit, occidit b a, quando autem f peruenit ad d, occidit f e, hoc est c b. Igitur ipsa a b ipsi c b, in æquali occidit tempore.

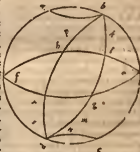
¶ *Aliter xij. eadem & manifestior.*

Semicirculi qui cum cancro æquales circunferentiæ inæquali tempore occidunt, & in pluri quidem quæ ad tropicorum contactus, in minori autem quæ subsequuntur has, in minimis uerò quæ ad æquinoctialem, in æqualibus porrò quæ æqualiter ab æquinoctiali circulo distant & occidunt & oriuntur. Sit in mundo horizon a b c d, æstiuus uerò tropicus sit a d, hybernus autem tropicus sit b c, zodiaci porrò semicirculus qui cum cãcro sit supra terram a c, sintq; partes orientales d c, occiduæ uerò a b, æquinoctialis circulus autem sit e f. Seceturq; a e semicirculus in ea quæ in ipso signa per g h k l m, signa, describanturq; paralleli circuli n g x, o h p, r l s, & t m y, per quos inuehũtur ipsa g h l m signa. Dico quòd in pluri tempore ipsæ a g, m e, circunferentiæ occidunt, in minori autem ipsæ g h, l m, in minino porrò ipsæ h k, l k, in æquali autẽ quæ ab æquinoctiali æquè distant. Sit maximus semper apparentium t y q. Describãturq; per g h, maximi circuli y ψ, q g u ipsum orbem t y q tangentes, ut non coincidant semicirculi qui ab ipsis y q, sicut ad partes u & ϱ ψ, ei qui ex t a semicirculo, sicut ad partes t a. Similis igitur est g n, circũferentia utriq; ipsarũ ξ o, u e, a r, b ξ, ipsi u z. In æquali igitur tẽpore g ipsam g n, ambit circũferentiam, & ξ ipsam ξ o. Sed tẽpus in quo g ipsam n g, circũferentiam ambit, id est in quo circũferentia g a occidit, & tẽpus igitur in quo ξ ipsam ξ o, ambit, id est tempori in quo ipsa g a, circũferentia occidit. Rursus quoniam tempus in quo h ipsam h o ambit, id est in quo ipsa h a occidit. A quibus aufertur tẽpus, in quo ξ ipsam ξ o ambit, idem existẽs tempori in quo ipsa h a occidit circũferentia. Reliquum igitur tempus in quo h ipsam h ξ ambit, idem est tempori in quo ipsa g h occidit circunferentia. Similis autem est ipsa quidem o ξ ipsi u c, & ξ h ipsi u ϱ, & tempus igitur in quo u ipsam u e ambit, id est in quo ipsa g a occidit circunferentia, tempus autem in quo ϱ ipsam ϱ u ambit, id est in quo ipsa h g circũferentia occidit. Atq; id propterea iam & tempus in quo ipsum k ipsam k ϱ transit, id est in quo ipsa k h circunferentia occidit. Et quoniam in sphæra maximus orbis a b c, quendam tangit circulum parallelum t y q, & ipsum a b c maximi orbes secant e f, a e, quorum e f maximus est parallelorum, & a e obliquus ad parallelos, & assumptæ sunt circũferentiæ a g, g h, h k, in obliqui circuli circunferentia, æquales consequenter ad casdem partes maximi parallelorum, & per g h signa descripti sunt maximi orbes y ϱ, q g u, ipsum orbem t y q tangẽtes, maior est ipsa quidem c u circunferentia, ipsa u ϱ circunferentia, & u ϱ ipsa ϱ k, in pluri igitur tempore u, ipsam u c transit, q̃ ϱ ipsam ϱ u, & u ϱ ipsam ϱ u, pluri tempore ambit q̃ k ipsam k ϱ. Sed tempus in quo u ipsam u e transit, id est in quo g ipsam g n, circunferentiam perficit, hoc est in quo ipsa a g occidit circunferentia, tempus autem autem in quo ϱ ipsam ϱ u ambit, id est in quo h ipsam h ξ perficit, hoc est id in quo ipsa g h circunferentia occidit, tempus autem in quo k ipsam k u transit, id est in quo k h circunferentia occidit. In pluri ergo tempore ipsa a g circunferentia occidit, ipsa g h circunferentia, & g h ipsa h k. Dico iam quòd in æqualibus temporibus, quæ æquè distant ab æquinoctiali occidunt. Existente iam k

signo in e, zodiacus orbis positionem habeat π i φ, & quoniã æqualis est π e, circunferentia ipsi e φ circunferentiæ, parallelorum autem maximus est e f: æquus igitur est h p, orbis ipsi r l s, orbi: æqualis igitur est o e, circunferentia ipsi e r, circunferentiæ: est autem & π e ipsi e t, æqualis igitur est & quæ ex π in o, ei quæ ex r in l, suntq; æquales circuli ipsi π h p, r l s, similis igitur est π o, circunferentia ipsi r φ circunferentiæ. In æquali ergo tempore r signũ, ipsam φ r perficit, & o ipsum o π. Sed tempus quidem in quo φ ipsam φ r perficit, id est in quo ipsa r e circunferentia occidit, tempus verò in quo o ipsam o π perficit, ei est æquum tempori in quo e π circunferentia occidit. In æquali ergo tempore ipsæ φ e, e π, circunferentiæ occidunt, æqualis autem est φ e ipsi l k, & e π ipsi k h. Ipsæ igitur l k, k h, in æquali tempore occidunt. Similiter autem demonstrabimus quòd & ipsæ m k, k g, in æquali tempore occidunt, quarum ipsæ l k, k h, in æquali tempore occidunt. Reliqua igitur m l, h k in æquali tempore occidunt. Similiter iam ostendemus quòd & ipsæ m c, a g, circunferentiæ tempori æquali occidunt. Et quoniam in pluri tempore a g, circunferentia occidit quàm g h, & g h quàm h k, in pluri ergo tempore occidit c m, eircunferentia quàm m l, & m l, quàm l k. In pluri igitur tẽpore ipsæ a g, m c, circunferentiæ occidunt, in minori autem ipsæ g h, l m, in minimo verò h k, k l, in æquali autem quæ æqualiter ab æquinoctiali distant occidunt & oriuntur, eadem enim manente descriptione, si conuertamus zodiacum, efficiamus a c semicirculum zodiaci infra terram, eadem demonstratio eueniet, demonstrabiturq; æque restantes ab æquinoctiali æquali tempore oriri & occidere.

Theorema 13. *Apparens 13.*

SEmicirculi qui cum capricorno æquales circunferentiæ temporibus inæqualibus oriuntur, in maiori quidem quæ ad tropicorum contactus, in minori autem quæ has subsequuntur, in minimis verò quæ ad æquinoctialem, in æquali porrò quæ ab æquinoctiali circulo distant, oriuntur & occidunt.



Sit horizon circulus a b c d, æstiuus verò tropicus sit a b, hybernus autem tropicus sit c d, sitq; cum capricorno semicirculus qui sub terra d g, æquinoctialis verò circulus sit e h f g. Diuidantur utraq; ipsarum h g, g d, in tria æqualia per k l, m n, signa. Dico quòd ipsæ h k, k l, l g, g m, m n, n d, temporibus inæqualibus oriuntur, & in pluri quidem ipsæ h k, n d, in minori autem ipsæ k l, m n, in minimis autẽ ipsæ l g, g m, in æquali porrò ipsa h k, ipsi n d, & k l, ipsi m n, & l g, ipsi n m oritur. Sit enim cum cancro semicirculus super terram b h d, seceturq; utraq; ipsarum b h, h d, in tria æqualia in p r s. Quoniam in pluri tempore b o occidit, quàm o p, sed in quo tẽpore b o occidit, ipsa d g oritur. In quo autem tempore o p occidit, n m oritur. In pluri ergo tempore ipsa n d oritur quàm n m. Rursus quoniam o p in maiori tempore occidit quàm p h. Sed in quo tempore o p occidit, oritur ipsa n m. In quo autem tempore p h occidit, oritur n m. In pluri igitur tempore n m oritur quàm m g. Iam id propterea & ipsa quidem h k, ipsa k l, in maiori tempore oritur, & k l ipsa l g, & quoniam in quo tempore p h occidit, in eodem & h r. Sed in quo p h occidit, ipsa m g oritur. In quo autem tempore h r occidit, & g l oritur, & m g igitur ipsa g l, in æquali tempore oritur. Iamq; id propterea & ipsa quidem k l, ipsi m g, inæquali tempore oritur, & h k ipsi d n. Rursus quoniã in quo tempore p h oritur, in eodem h r. Sed in quo tempore p h oritur, occidit m g, in quo autem tempore h r oritur, ipsa g l occidit. Igitur l g ipsi g m, æquali tempore occidit. Iam id propterea, & ipsa quidem k l, ipsi m n, in æquali tempore occidit, & h k ipsi g d.

Theorema 14. *Apparens 14.*

ZOdiaci circuli æquales circunferentiæ inæqualibus temporibus permutant apparens hemisphærium, sed in pluri tempore quæ propè contactum æstiui tropici ea quæ longius distat, quando polus horizontis inter arcticum circulum & æstiuum tropicum fuerit.

Sit

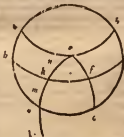
Sit horizon circulus a b c d, maximus autem semper apparentium sit e f, æstiuus uerò tropicus sit b a, sitq; ipsius a b c d, polus inter e f, b a, zodiacus autem circulus quandoq; positionem habeat sicut b g k, quandoq; uerò sicut l m n, assumaturq; n k m, maior semicirculo. Describaturq; per k signum circulus maximus k n f, tangens e f. Quoniam in sphæra maximus orbis a b c d, quendam orbem e f, tangit alium uerò huic parallelum secat a b, estq; ipsius a b c d, orbis polus inter a b & e f, descriptiq; sunt maximi orbes h g k, l m n, ipsum b a tangentes, maior est m x circunferentia, ipsa o d circunferentia. Rursus quoniam in sphæra maximus orbis a b c d, circulum quendam e f tangit, alium autem huic parallelum b a secat, estq; ipsius a b c d, circuli polus inter b a, e f. Describiturq; maximus orbis f n k, ipsum e f tangens, & ipsius f n k, igitur circuli polus est inter b a & e f. Alius igitur polus ipsius est inter æquos & parallelos ipsis e f & b a, maior igitur est ipsa k o, ipsa o m, quorum x m o ipsa o d maior est. Reliqua igitur d k, ipsa x n, maior est, ponatur ipsi n x æqualis d p. Sintq; per quos inuehuntur ipsa n p signa paralleli circuli n r, c p s. Quoniam non coincidit ei qui ex e semicirculo, sicut ad partes e r, ei qui ex f semicirculo, sicut ad partes f n. Similis est r n circunferentia, ipsi c s circunferentiæ. Igitur n r, ipsa c p maior est uel similis ei. In pluri ergò tempore n, incipiens ab n, ipsam n r perficiens circunferẽtiam, peruenit ad r quàm p, incipiens ab ipso p, ipsam p c ambiens circunferentiam, peruenit ad c. Sed in quo tempore n ipsam n r, circunferentiam ambiens, ad r uenit. Ipsa n x, permutat hemisphærium apparens. In quo autem tempore p incipiẽs à p, ipsamq; p c ambit circunferentiam, & peruenit ad c. Ipsa p d permutat apparens hemisphæriũ. In pluri ergo tempore ipsa x n, permutat apparens hemisphærium quàm d p. Dico quòd & propior est ipsa x n, contactui æstiui tropici quàm p d. Describatur per x parallelus x y, æqualis igitur est x m, circunferẽtia ipsi d k, maior igitur est d g ipsa m x, & x n igitur propior est cõtactui tropici æstiui q̃ ipsa p d.

Theorema 15. *Apparens 15.*

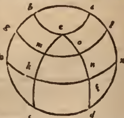
Similiter autem & in altero semicirculo, æquales circunferentiæ in inæqualibus temporibus permutant apparens hemisphærium, & in pluri quidem quæ propiores sunt contactui æstiui tropici, ea quæ longius distat, in æquali uerò quæ æqualiter distant ab æstiuo tropico in utroq; semicirculo.

Sit horizon circulus a b c d, maximus autem semper apparentiũ e f, æstiuus uerò tropicus sit b g a, zodiacus autem circulus positionẽ habeat c g d. Dico q, in altero semicirculo qui ad g c partes, æquales circunferentiæ nõ permutant æquali tẽpore apparens hemisphæriũ, sed in pluri quæ propiores cõtactui æstiui tropici ea quæ lõgius distat, in æquali uerò quæ æquè ab æstiuo tropico distãt in utroq; semicirculo. Describatur per assumptionẽ parallelus circulus d b, æqualis igitur est k g ipsi g d permuteturq; zodiacus circulus, habeatq; positionẽ sicut h l r. Quoniã k g, g d, à contactu æstiui tropici æquè distant, in quo igitur tẽpore d g oritur, in eodẽ k g occidit, hoc est k l. Sed tempus quidẽ in quo d g oritur, id est in quo g incipiens ab ipso a, ipsam a g ambiens circunferentiã ad ipsum g uenit. Tempus autẽ in quo h occidit, id est in quo l incipiens ab ipso l, ipsam l b ambiens circunferentiã ad ipsum uenit b. In quo igitur tẽpore g, ipsam a g ambiens, ad g peruenit. In eodẽ & l ipsam l b circunferentiã ambiens, ad ipsum uenit b. Cõmune apponatur tẽpus in quo d, incipiens ab ipso d, ipsam d k b ambiens circunferentiã, peruenit ad b, tempus igitur in quo g, incipiens ab ipso a, ipsam a g ambiens circunferentiã, ad ipsum g uenit, cum tempore in quo d

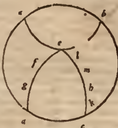
incipiens ab ipso d, ipsam d h ambiens circunferentiã, ad ipsum uenit h, æquale est tempori in quo l, incipiens ab ipso l, ipsam l h ambiens circunferentiã, ad h uenit cum tempore in quo h, incipiens ab ipso d, ipsam d k h, ambiens circunferentiã in h uenit. Sed tempus quidem in quo g incipiens ab a, ipsam a g ambiens circunferentiã ad g uenit, cum tẽpore in quo d, incipiens ab ipso d, ipsam d h, ambiens circunferentiã ad h uenit. Idem est in quo g d, circunferentia apparẽs hemisphærium permutat. Tempus uerò in quo l, incipiens ab ipso l, ipsam l h, circunferentiã ambiens ad ipsum uenit h, cum tẽpore in quo h incipiẽs ab ipso d, ipsam d r h, ambiẽs circunferentiã ad h uenit, id est in quo ipsa l h apparens hemisphærium permutat, hoc est ipsa K g. In quo igitur tempore k g, circunferentia apparens hemisphæriũ permutat, in eodẽ & g d. Assumatur iam quoddã signum m, ut g d ipsi d m sit æqualis. Sitq; per quem inuehatur m, signum parallelus circulus m x n o. Aequalis igitur est d m ipsi K p. Et ipsæ d m, K p, à contactu æstiui tropici æquè distant. In quo igitur tempore d m circunferentia oritur, in eodem ipsa p k occidit, hoc est ipsa h o occidit. Sed tempus quidẽ in quo d m oritur, idem est in quo m incipiens ab ipso m ipsam m x, ambiens circunferentiã ad x uenit. Tempus autẽ in quo h o occidit, id est in quo o, incipiẽs ab n, ipsam n o, ambiens circunferentiã ad o uenit. Tempus igitur in quo m incipiẽs ab ipso m, ipsam m x, ambiens circunferentiã ad x uenit, idem est tempori in quo ipsum n, incipiens ab n ipsam n o ambiens circunferentiã ad ipsum peruenit o. Cõmune apponatur tempus in quo x incipiens ab x ipsam x n, circunferentiã ambiens ad ipsum n peruenit. Tempus igitur in quo m, incipiens ab ipso m ipsam m n, circunferentiã ambiens ad ipsum n uenit, æquũ est tempori in quo o incipiens ab ipso x, ipsam x o ambiens circunferentiã ad ipsum puenit o. Sed tempus quidem in quo m, incipiens ab ipso m ipsam m n, ambiẽs circunferentiã ad n uenit, id est in quo ipsa d m, circunferẽtia pmutat apparens hemisphæriũ. At tẽpus in quo ipsum o incipiẽs ab ipso x, ipsam x o ambiẽs circunferentiã ad o uenit, id est in quo ipsa o h, hoc est ipsa k p, pmutat apparens hemisphæriũ. In quo igitur tẽpore d m, permutat apparẽs hemisphæriũ, in eodẽ & k p, & in maiori tẽpore ipsa g d, pmutat apparẽs hemisphæriũ quàm d m. Sed in quo quidẽ tempore g d, permutat apparens hemisphæriũ. In eodem & g K, permutat apparens hemisphæriũ. In quo autẽ d m, in eodem & K p. In pluri ergo tempore g K, permutat apparens hemisphæriũ quàm k p.



ALITER idem. Eisdẽ expositis assumatur e f, non maior existens quarta parte, estoq; per quẽ fertur f signũ, ipsi f k h orbis, æqualis igitur est e f, ipsi e k. ponatur ipsi e k, æqualis k l, tota igitur f e k toti e l est æqualis. Dico q, si quarta pars est e f, ipsæ f e k, e k l, æquali tẽpore pmutant apparens hemisphæriũ. Si autẽ minor est quarta parte ipsa e f. In pluri tẽpore f e k, pmutat apparẽs hemisphæriũ, quàm ipsa e l. Esto prius quarta pars e f & e k, ipsa quarta pars est, æqnoctialis igitur est g f h, & quoniã ipsæ e K, K l, æqualiter distãt ab æqnoctiali, in quo igitur tẽpore ipsa e k occidit, in eodẽ et K l. In quo autem tẽpore ipsa e K occidit, in eodẽ e f oritur, & in quo igitur tẽpore e f oritur, ipsa K l occidit, cõmune apponatur tẽpus in quo ipsa e k, pmutat apparẽs hemisphæriũ: tempus igitur in quo k l occidit, cũ tempore in quo ipsa e k, pmutat apparens hemisphæriũ, æquũ est tẽpori in quo e f oritur, & ipsa e k pmutat apparens hemisphæriũ, æquũ est tẽpori in quo e f oritur, & ipsa e k pmutat apparens hemisphæriũ. Sed tẽpus quidẽ in quo k l occidit, & ipsa k e pmutat apparens hemisphæriũ, tẽpus est in quo ipsa e l, permutat apparens hemisphæriũ. Tẽpus uerò in quo e f oritur, cũ tẽpore in quo e k, permutat apparẽs hemisphæriũ, tẽpus est in quo f e k, permutat apparẽs hemisphæriũ. Igitur ipsæ f e & k l, in æquali tẽpore apparẽs hemisphæriũ pmutãt. Sed esto e f circũferẽtia minor quarta parte, & ipsa e k igitur quarta parte minor est, ponatur quarta pars e m, ponaturq; ipsi m k æqualis k n. Reliqua igitur e n reliquæ m l est æqualis, & e n ipsius æstiui tropici cõtactu ppior quàm m l, in pluri ergo tẽpore ipsa e n occidit, quàm m l. Idq; ppterea et n k, in pluri tẽpore occidit quàm k m, et ipsa igitur e k, ipsa k l pluri tẽpore occidit. In quo aũt tẽpore e k occidit, ipsa e f, oritur: in pluri ergo tpe ipsa e f oritur, quàm k l occidit. Cõmune apponatur tps in quo e k, pmutat apparens hemisphæriũ, in pluri ergo tẽpore f e k, permutat apparẽs hemisphæriũ



ipsa e l. Eisdem suppositis assumatur e f, non maior 4 parte, assumaturq́; cõtingens signum n, sitq́; per quẽ inuebatur n, signũ parallelus circulus b k, n l, ponaturq́; ipsi f n, æqualis k m, æqualis igitur est et k e n ipsi m e f. Dico q. in pluri tẽpore ipsa k e n circunferẽtia permutat apparẽs hemisphæriũ, quã ipsa m e f. Sit per quem fertur signũ parallelus circulus g m x, æqualis igitur est k m ipsi o n, & quoniã o n contactui æstiui tropici propinquior est quàm n f, in pluri igitur tempore o n occidit quàm n f. In quo autẽ tempore o n occidit, ipsa m K oritur. In pluri igitur tẽpore m g oritur quàm n f occidit. Cõmune apponatur tẽpus in quo ipsa e n, permutat apparens hemisphærium. In pluri ergo tempore ipsa k e n permutat apparens hemisphærium quam ipsa m e f.

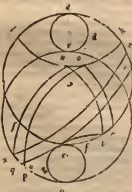


Eisdem expositis assumantur æquales, & ex opposito circunferentiæ f g, h k, sitq́; f g propior contactui ipsius æstiui tropici quam h k. Dico quòd in pluri tempore f g permutat apparens hemisphærium, quam h k. Quoniam enim f g, propior est contactui ipsius æstiui tropici, quam h k, maior est h e ipsa e f, ponatur ipsi quidem f e, æqualis e l, ipsi autem f g æqualis l m. Quoniam igitur ipsæ l m, f g æquè distant à contactu æstiui tropici, in quo tẽpore l m permutat apparens hemisphærium in eodem & f g, in pluri autem tempore l m, permutat apparens hemisphæriũ, quam h K, in pluri ergo tempore & f g permutat apparens hemisphærium, quam h k.

Altera traditio super 14 propositionem.

ZOdiaci circuli æquales circunferentiæ tempore inæquali permutant apparens hemisphærium, in pluri quæ propius contactui æstiui tropici, ea quæ longius distat, quando polus horizontis inter arcticum circulum & æstiuum tropicum fuerit.

Sit in mundo horizon a b c, & maximus semper apparentium sit a d e, maximus autem semper non apparentium f g h, tropicus autem æstiuus sit k l, hybernus uerò tropicus sit b c. Sitq́; ipsius a b c circuli polus inter a d e, et k l circulos. Sintq́; partes orientales l, occiduæ uerò b, zodiaci uerò positiones sint semicirculi qui cum cancro n x, o p. Assumaturq́; o p circunferentia non minor existens semicirculo, describaturq́; per p maximus circulus tangens ipsum a d e, tanget igitur & ipsum f g h. Iam aut per o signum, siue supra o signum cadit, describatur: sitq́; e h p, ut non coincidat qui ex b semicirculus, sicut ad partes ex p, ei qui ex a semicirculo sicut ad partes a k r. Compleãturq́; ipsi x n b, p o r, circuli. Quoniã in sphæra maximus circulus est a b c, et bini maximi circuli sese inuicẽ dispescunt ipsi b n f, r o t p & ipsius a b c, circuli polus est inter a d e & k l circunferentias: maior igitur est f n y, circunferẽtia y t circunferentia. Ipsa igitur t y, circunferentia ipsa y n f minor est. Et quoniã in sphæra bini maximi circuli a b c, e h p, eũdẽ circulũ a d e tãgũt, & ipsi a d e, ipsum k l parallelũ existentẽ secant, & ipsius a b c, polus est inter ipsos a d e, & k l circulos, & ipsius e h p, igitur polus est inter ipsos a d e, & k l orbes. Alter igitur eius polus est inter ipsos f g h et b c circulos. Quoniã igitur in sphæra maximus orbis est e h p & ipsum e h p. secãt bini maximi circuli r o p, b n x, et ipsius e h p, polus est inter ipsos b c & f g h, orbes, maior est p y, circũferẽtia ipsa y n x, circũferẽtia. Quarũ y t, ipsa y n f, minor est, reliqua igitur t p, ipsa f x maior est ponatur ipsi f x, circũferẽtiæ æqualis circũferẽtia t u. Describãturq́; paralleli circuli p quos inuehuntur ipsa u x, signa, ipsi x z, q e. Similis igitur est x z, circunferẽtia ipsi q e, circunferentiæ. Ipsa igitur x z, ipsa u e, maior est uel ei similis. In pluri ergo tẽpore x, signũ, ipsam x z, circunferentiam transit, quàm u, ipsam u e. Sed tempus in quo x signum, ipsam x z, circunferentiam ambit, id est in quo f x, circunferentia permutat apparens hemisphærium.



Tempus autem in quo u signum ipsam u e circunferentiam perficit, id est in quo ipsa t u permutat apparent hemisphærium. In pluri ergo tempore ipsa f x, permutat apparens hemisphærium quàm t u, & est ipsa f x, propior ipsi æstiuo tropico quàm t u. In pluri ergo tempore permutat apparens hemisphærium propinquior æstiuo tropico, ea quæ longius distat.

Alia traditio in 15. Theorema.

SImiliter autē & in eo qui cum capricorno semicirculo æquales circunferentiæ inęqualibus temporibus permutant apparens hemisphæriū, & in pluri quæ tropico æstiuo propinquior ea quæ longius distat, in æquali autem quæ æquè distant ab utroq; contactu.



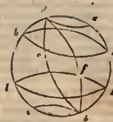
Sit in mundo horizon a b c d, tropicus uerò æstiuus sit a d, zodiacus circulus autem positionem habeat b e c. Sitq; ipsa quidem b e circunferentia in semicirculo, qui cum capricorno, & e c sit in eo qui cum cancro. Sintq; orientales partes d, occiduæ uerò b. Assumanturq; æquales circunferentiæ f g, g b. Dico quòd f g in pluri tēpore permutat apparens hemisphæriū quam g b. Describantur paralleli circuli k l, m n, x o, per quos inuehantur ipsa f g b signa, æqualis igitur est f g, circunferentia ipsi p r, circunferentiæ, & g b ipsi r f. Sed f g ipsi g b est æqualis, & p r igitur ipsi r f est æqualis. Et quoniam in quo tempore p r occidit, ipsa f g oritur. Commune apponatur tempus in quo p signum ipsam K l, circunferentiam perficit, æquum existens tempori. In quo f signū ipsam K l circunferentiam transit. Tempus igitur in quo p signum ipsam K l, ambit circunferentiā, & p r occidit, æquum est tempori in quo f g circunferentia oritur, & f signum ipsam k l, circunferentiam perficit. Sed tempus quidem in quo p signum ipsam K l, circunferentiam ambit, & p r occidit, id est in quo ipsa p r, permutat apparens hemisphærium. Tempus autem in quo f g oritur, & f signum ipsam k l, ambit circunferentiam, id est in quo f g, permutat apparens hemisphærium. Ipsæ igitur f g, p r, in æquali tempore apparens hemisphærium permutant. Similiter iam ostendemus quòd ipsæ g b, r f, in æquali tempore permutant apparens hemisphærium, & p r ipsa r f, pluri tempore permutat apparens hemisphæriū, & ostensæ sunt ipsæ f g, p r, æquali tempore apparens hemisphærium permutare, & f g igitur in pluri tempore permutat apparens hemisphærium quàm g b: zodiaci ergo circuli æquales circunferentiæ, inæquali tempore permutat apparens hemisphærium. Sed in pluri quæ propinquior æstiuo tropico ea quæ longius distat, & simul ostensum est quòd æquè distantes æquali tempore permutat.

Aduerte. Vniuersaliter scire oportet, quod præcedētibus signis super horizonte existentibus circunferentia neq; oritur neq; occidit, subsequentibus autem signis super horizonte existētibus, tota oritur & tota occidit, præcedentia nanq; signa prius oriuntur & prius occidunt per 5 theorema. Ipsius igitur p r circunferentiæ signum præcedens est p, ipsius autem g f præcedens est g: accipiens igitur ipsam p r occidentem, ipsam uerò g f orientem, necessariò permutationes earum quærens, eas in semper apparenti hemisphærio accepit. Ipsius autem p r occasum, ipsius uerò g f ortum, quando enim p ad ipsum l uenit, ipsa p r nequaquam occidit, sed adhuc super terram est, quare accepit eius occasum, ipsum enim p r, per K in oriente existēte, tota p r sub terra est, motaq; sphæra tota superfertur. Quare in quo p ab ipso K ad l, uenit cū occasu ipsius p r, id est tempus in quo p r permutat apparens hemisphærium. Rursus ipso f per K, in oriente existente, ipsa g f tota prius oritur. Quare accepit eius ortū. Facto autem f per l, tota g f occidit. Quare in quo f ab ipso K in l, uenit cum ortu ipsius g f, tempus est in quo g f permutat apparens hemisphærium. Si autem sicut habetur in alia traditione ipsius quidem p r ortum ipsius g occasum, nequaquam accipient ipsa p f signa, sed ipsa r g, & tempus in quo ipsum r ipsam r g, & n ipsam n m, perficit.

Theorema 16. *Apparens 16.*

ZOdiaci circuli ęqualium & ex opposito circunferentiarū, in quo tempore permutat altera apparens hemisphæriū, altera non apparens, & in quo tempore altera non apparens, altera apparens.

Sit in



Sit in mundo horizon a b c d, æstiuus quidem tropicus sit a d, hybernus uerò tropicus sit b c, zodiacus porrò circulus positionem habeat d e b f, sitq; d e b semicirculus qui cum cancro sub terra, at b f d sit qui cum capricorno super terram. Sintq; orientales partes d, occiduæ uerò sint b, assumanturq; binæ æquales & ex opposito circunferentiæ d e, b f. Dico quòd in quo tempore d e permutat apparens hemisphærium, in eodem f b non apparens, & in quo tempore d e non apparens, b f apparens. Describantur paralleli circuli g e h, K f l, per quos inuehuntur ipsa e f signa. Et quoniam in zodiaco circulo astra in diametro existentia coniugate oriuntur & occidunt. Ipso igitur e signo occidente per g signũ, ipsum f quod ei est in diametro oritur per l signum Sed ipsum quidem e, ipsam e b perficiens occidit, ipsum autem f, ipsam f K l ambiens oritur. In quo igitur tempore e, ipsam e b g ambit circunferentiam, & f ipsam f K l. Sed tempus quidem in quo e ipsam e b g transit, id est in quo d e permutat apparens hemisphærium. At tempus in quo e ipsam f h l transit, id est in quo ipsa f b, permutat non apparens hemisphærium. In æquali igitur tempore d e permutat apparens hemisphærium, & f b non apparens, similiter ostendemus quòd & in quo tempore ipsa d e permutat non apparens hemisphærium ipsa f b apparens.

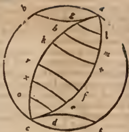
ALITER *idem. Sit horizon circulus a b c d, æstiuus autem tropicus sit b a, hybernus uerò sit c d, zodiacus circulus positionem habeat sicut a e, c f. Assumanturq; æquales & ex opposito circunferentiæ e g, f b. Dico quòd in quo tempore f b, permutat apparens hemisphærium ipsa e g non apparēs. Sint per quos inuehuntur ipsa f b, e g, signa paralleli circuli h b l. m n x f, e o p r, s g t, permuteturq; zodiacus circulus, & hic habeat positionem y l q, at alius ipsam u s z. Et quoniam ipsæ f b, e g, circunferētiæ æquales sunt, & ex opposito æquales sunt & ipsi m n x, o p r, circuli, æqualium autem & parallelorum circulorum sectiones, quæ per uices adinuicē sunt æquales. Ipsius igitur m n x f, circuli segmentum m n x supra terram, æquum est ei quod sub terra ipsius o e p r, circuli o p r. Rursus quoniam ipsæ f b, e g, æquales sunt & ex opposito in quo tempore f h oritur, in eodem e g occidit. Sed tempus in quo b f oritur, hoc est ipsa y l, tempus est in quo y signum incipiens ab ipso y ipsam y x, ambiēs circunferentiā ad ipsum x, uenit tēpus autē in quo e g occidit, hoc est ipsa u s, tēpus est in quo u incipiens ab ipso u ipsam u o, ambiens circũferentiā ad o uenit: tēpus autē in quo y incipiēs ab ipso y, ipsam y x, ambiēs circunferentiā ad x uenit, æquũ est tēpori in quo u incipiēs ab ipso u, ipsam u o ambiēs circunferentiā ad o uenit. Cōmune apponatur tēpus in quo y incipiēs ab ipso x, ipsam x n m, circũferentiā ambiēs ad ipsum m, uenit æquũ existēs tēpori, in quo u incipiēs ab ipso u, ipsam u o, circũferentiam ambiens ad r uenit. Tempus igitur in quo y incipiēs ab ipso y, ipsam y x n m, circũferentiā ambiēs ad m uenit, æquũ est tēpori in quo u, incipiēs ab ipso u ipsam u o p r, ambiens circunferentiā ad r uenit. Sed tēpus quidē in quo y, incipiens ab ipso y, ipsam y x n m, ambiens circũferentiam ad ipsum m uenit, id est in quo y l permutat apparens hemisphæriũ, hoc est b f. Tēpus autem in quo u, incipiens ab ipso u, ipsam u o, p r, circunferentiā ambiens ad r uenit, tēpus est in quo u s, permutat non apparens hemisphærium, hoc est ipsa e g. In quo igitur tempore b f, permutat apparens hemisphærium, in eodem ipsa e g non apparens.*



Theorema 17. Apparens 17.

ZOdiaci circuli æquales circunferentiæ æquali tempore non permutant non apparēs hemisphærium, sed in pluri tempore quæ propinquior est tropico ea quæ longius distat, in æquali uerò quæ ab utroq; contactu æquè distant.

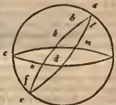
Sit in



Sit in mundo horizon a b c, æstiuus quidem tropicus sit a b, hybernus uerò sit c t, zodiacus uerò circulus positionem habeat a c e, assumanturq; æquales circunferentiæ d e, e f. Dico quòd ipsæ d e, e f, æquali tempore non permutant non apparens hæmisphærium. Sed in pluri tempore ipsa d c quàm e f. Assumantur ipsis d e, e f, circunferentijs æquales, & ex opposito circunferentiæ g b, h k. Ipsæ igitur g b, h k, circunferentiæ æquali tempore non permutant apparens hemisphærium. Sed in pluri g b quàm h K. Sed in quo tempore g b permutat apparens hemisphærium, permutat ipsa f c non apparens. Ipsæ igitur d e, e f, circunferentiæ, æquali tempore non permutant non apparens hemisphærium. Sed in pluri d e, ipsa e f. Dico quòd & in æquali tẽpore quæ æquè distant ab utroq; contactu tropicorum, sint n per quos inuehantur ipsa d e f g b K, signa circuli paralleli d o, c x, f r, l g, h m, n K. Ipsæ h K, l m, igitur circunferentiæ in æquali tempore permutant apparens hemisphærium. Sed in quo tẽpore h K apparens hemisphæriũ permutat, ipsa d c non apparens permutat. In quo autem l m apparens, hemisphæriũ permutat, ipsa x o non apparens permutat. Ipsæ igitur c d, o x, circũferentiæ æquali tẽpore non permutant, non apparens hemisphæriũ.

Theorema 18. Apparens 18.

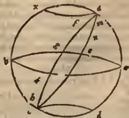
EArum quæ in utraq; parte æquinoctialis circunferentiarũ æqualium, & ab æquinoctiali æqualiter distantiũ, in quo tempore altera permutat apparens hemisphæriũ, altera non apparens, & in quo tempore altera permutat non apparens hemisphæriũ, altera apparẽs.



Sit in mũdo horizon a b c, æquinoctialis autem circulus sit b d c, zodiacus autem circulus positionem habeat sicut a e b, & ipsius b c d, æquinoctialis ex utraq; parte æquales & æquè distantes circunferentiæ sint h k, f n. Dico quòd in quo tempore h k permutat apparens hemisphærium, ipsa f non apparẽs, ponatur enim ipsi f n, æqualis & ex opposito m l circunferentia. Ipsæ igitur m l, h K, circunferentiæ permutant apparens hemisphærium. Sed in quo tempore l m apparens hemisphærium permutat, ipsa f n non apparens permutat, & in quo igitur tempore h k, circunferentia permutat apparens hemisphærium, ipsa n f circunferentia non apparens permutat. Idq; propterea iam & in quo tẽpore h k, circunferentia permutat non apparens hemisphærium, ipsa f n non apparens permutat.

Theorema 19. Apparens 19.

IN semicirculo assumpto sub æquinoctiali ad æstiuum tropicum æqualiũ circunferentiarũ existẽtium, in pluri tempore altera earum permutat apparens hemisphærium quàm reliqua non apparens, & contingens contingente.



Esto in mundo horizon a b c, æstiuus quidem tropicus esto a x, hybernus uerò sit d o, æquinoctialis autem circulus sit b e c, zodiacus porrò circulus positionem habeat a e o, & in ipso a o, semicirculo æquales circunferentiæ sint f g, h k. Si autem propinquior æstiuo tropico f g. Dico quòd in pluri tempore g f, permutat apparens hemisphærium quàm h K, non apparens & contingens ipso contingente ponatur n ipsi h k, circunferentiæ æqualis, & ex opposito circunferentia m n, propinquior igitur est f g, æstiuo tropico quàm m n, in pluri igitur tempore f g, permutat apparens hemisphærium quàm m n, non apparens. Sed in quo tempore m n, circunferentia permutat apparens hemisphærium, ipsa h K non apparens. Similiter iam demonstrabimus quòd &

contingens contingente, in pluri tempore permutat apparens hemisphærium quàm reliqua non apparens. Similiter autem & earum quæ in altero semicirculo assumpto, sub æquinoctiali ad hybernum tropicum æqualium circunferentiarum in pluri tempore altera permutat, non apparens hemisphærium quàm reliqua apparens, & contingens contingente.

PHAENOMENA FINIVNT.

BARTHOLOMAEVS ZAMBERTVS VENETVS

LODOVICO MOCENICO PATRITIO Veneto equiti iurato, Senatorij ordinis, ac Oratori facundissimo, gaudere & bene rem gerere.

VIRTVS, *doctrina, morumq; singularium tuorum claritudo Lodouice uir integerrime, quibus in homine splẽdidius aut rutilantius nihil esse sapiẽtißimi Græcorum dicere consueuerũt, ea semper in te extitit, ut omnes de te nil nisi clarũ aliquid, nil nisi perspicuum, nil nisi omni ex parte gloriosum semper conciperẽt, aut sperarent. Idq; propterea ego quoq; quem tibi destinatum tu te scis semper habuisse mãcipium præclaras animi tui dotes, probitatemq; singularem contectans animoq; perpendens, nil de te inquam aliud mihi persuadere solebam, nisi quòd tibi tuæq; familiæ præclarißimæ immortalem gloriam & laudem afferre posset. Quod, inquam, ut assequaris iam tibi uirtute, quæ sola ex omnibus possesßionibus, Isocratica sentẽtia mortalitati minime obnoxia est adytus comparasti. Factum est enim ut huiusce inclytæ Reipub. Senatores ingenij tui peracuti uires, facundiamq; singularem (habes enim ut ingrati mancipij suspicionẽ fugiam in orando nescio quid uiuæ uocis, ac latentis energiæ tibi naturæ benignitate concessæ) uel magni æstimantes, te oratorẽ Maximiliano Cæsari, Germaniæq; principibus destinauerint. Quam legationẽ ita egisti, ita tractasti, ut Senatorem optimum par est facere, & adeo ut Regi gratus, sed huic grauißimo Senatui gratißimus extiteris. Illud, inquam, munera equestria tibi à rege donata, hoc uerò Senatorius ordo quem tibi comitia contulerunt exactißimè comprobant. Neq; id mirum, quippe quoniam omnia adsunt bona, quem penes est uirtus (ut eo utar Plauti familiaris nostri) hac etenim ductrice tibi nec legationes, nec prætura nec cæteri magistratus deerunt, modo Dei opt. max. munere tibi uita superstes. Verùm quid illud fuerit quòd eam fidem, eam obseruantiam quam erga te (licet exilis seruus) sem per maximam habui, idq; gaudij, quod ex dignitatibus tibi collatis concepi hucusque: si scire cupis, tibi non aperuerim, illud, inquam, fuit quod hoc à me fieri oportere censebam aliquo argumento, & eo sanè quo tibi hæc fieri possent explicatiora. Cumq; id propterea sapientium Græcorũ uolumina reuoluerem, sese Catoptrica Euclidis Megarensis præstantißimi mathematici obtulerunt opusculum certè arduum, rarißimũ, & Latinis hucusq; aut ex toto, aut magna ex parte ignotum, speculari nanq; & indagare uoluit sapientißimus philosophus quæ in speculis imagines, quas mirabili quadã disciplinæ patefacit, dum humanum uisum, & oculi potentiam accommodat. Quod opus sic reliqua Euclidis opuscula excellit, sicut cæteros humanos sensus uisus, qui rationi & intellectui in eo quod sub sensu cadit obsequitur, exuperare cognoscitur. Taceo de Elementis, nã ex opere illo quod non minoribus uigilijs quàm laboribus, quos permultos dies ei accõmodauimus, unà cũ Theonis acutißimi mathematici traditione Latinum fecimus, nec minus Euclidi qui illa compegit, quemadmodum Proclus (inquit) Diadochus, quam eorum inuentoribus tribuo, licet uetus sit adagium, Inuentis addere facillimum esse. Sed quibus aut inuentoribus, aut ipsi Euclidi, siue etiam interpretibus magis tribuendum sit, bonam hominum partem ignorare crediderim. Id igitur opusculi quod Catoptrica nuncupatur, à me Latinum faciendum esse censui, tuoq; nomini destinandum, ut ex eo tanquam ex planis, conuexis, cauisq; speculis Bartholomæi Zamberti tui, & quidem ueterrimi mancipij, fidem inspicias, obseruan*

observantiam spectes, amoris erga te sui magnitudinem uideas, & demum beneuolentiam in te maximam intuearis. At fortasse diceres quid sic id uis mathematicis huiusmodi disciplinis aperire? Ne id propterea mireris uelim, ob id scias Lodouice uir grauissime, à me id consultò factum fuisse. Nam cùm mihi sit compertum te disciplinas semper amasse & coluisse, earumq; amatorem extitisse, facilè propterea mihi persuaserim te eas in primis diligere, & colere quæ primum certitudinis omnium philosophantium decreto gradum obtineant. Hæ, inquam, sunt mathematicæ disciplinæ, quæ uno eodemq; modo semper sese habent, quemadmodum Ammonius interpres Aristotelicus, philosophiæ diffinitionē Aristotelicam interpretans nos docuit. Has certè disciplinas naturales sequuntur, sicut Auerrois Peripateticus Aristotelem nobis aperiens sensisse uidetur. Quas qui ignorant (sicut Euclidis interpres, Proclus Lycius, inquit) ieiunas uoluptates capiunt. Hoc igitur argumento amorem erga te meum tibi esse explicadum sum arbitratus. In qua interpretatione licet Flaccus noster Horatius dixerit, Nec uerbum uerbo curabis reddere fidus interpres: nihil tamen ex nostra officina adiunximus, ac etiam nihil subsecuimus, sed sicut lectio sese habet Græca, sic ueritatem colentes, nuda, pura, syncera, & fideli sumus interpretatione interpretari. Noluimus enim eos imitari, qui ex auctoribus aliqua decerpunt, aliqua omittunt & aliqua permutant, & sic hinc & inde sumpta conglutinant, ut nec pes nec caput uni reddatur formæ, & perinde cùm sic auctorum illorum ueterum, quos uetustas ueritatis indagatrix mira quadam religione coluit, famæ & fidei plurimum detraxerint, falsam & furto comparatam sibi gloriam uendicare studeant. Sed hij tandem sunt quos unusquisq; possit deridere. Nam si forte suum repetitum uenerit olim Grex auium plumas, moueat cornicula risum, Furtiuis nudata coloribus. Stulti sunt qui aliena plumis sese obtegere quærunt. Accipias igitur uir clarissime opusculum huiusmodi iam in nulla sede receptum, ut tuo nomine in lucem prodeat: quod obsecro legere uelis, ubi quid tibi ocij superfuerit: uidebis etenim quanto fuerit ingenio præditus is philosophus, cuius si id opusculi tibi placuisse cognoscam, sunt in manibus illius & alia opera: Phænomena quidem, Optica & Data, quæ quandoq; me interprete è Græcia in Italiam uenient, & sic se Latinis legenda tradent, & is auctor priscam auctoritatem penè amissam, philosophãtium scholas petens sibi comparabit. Verùm ne pluribus quàm par est, uerbis tecum agere uidear, superest iam ut ipsum audias Euclidem De speculorum imaginibus, sic per nos Latinè loquentem. Vale æternum nostri memor, equestris ordinis rarissimum ornamentum, & hijs audacibus annue cœptis. Venetijs XI Calendas Octobris, in IXII. IIIVII. & XIX. Elemento, reconciliatæ diuinitatis.

EVCLIDIS MEGARENSIS CLARISSIMI philosophi Platonici mathematiciq; præstantissimi Specularia, Barptolomæo Zamberto Veneto interprete.



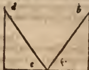
ISVM lineam rectam esse, qua media cuncta extremis correspondēt, quæq; uidentur per rectam spectari lineam, planum ac receptum esse oportet. Speculo in plano collocato, inspectoq; aliquo sublimi, quod & ipsi plano ad angulos rectos existat, fiant proportionalia, ut inter speculum & spectantem recta linea ad eam quæ inter speculum & id quod ad angulos rectos fastigium, sic aspecti fastigij ad id quod ad angulos rectos in plano fastigium obiectum est. In planis nanque speculis loco assumpto, in quem ab inspecto perpendicularis cadit, non amplius spectatur uisibile. In cōuexis uerò speculis assumpto loco per quem ab inspecto in centrum sphæræ ducitur, uisibile non amplius spectatur, id quoque in cauis euenit. Si in uas enim quidpiam proiectum sit, acceperitq; interuallum ut minimè uideatur, eodem existente interuallo si aqua infundatur, iniectum spectabitur.

Theorema

Theorema primum.

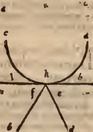
A Planis, conuexis, cauisq; speculis uisus inæqualibus angulis refringuntur.

Sit oculus b speculum autem planum sit a e, uisus uerò feratur b K & refringatur in d. Dico q; angulus e ipsi angulo f est æqualis. Excitentur per 12 primi elementorum perpendiculares in speculum b c d a: est igitur sicut b c ad c K, sic est d a ad a k, hoc inquam, in diffinitionibus patuit. Simile igitur est triangulum b c K triangulo d a K, per diffinitionem primam 6 elementorum. Igitur angulus e angulus e angulo f est æqualis, nam quæ similia æquiangula sunt.

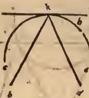


In conuexis.

Sit iam conuexum speculum a K e, uisus uerò sit b K, refractus in d. Dico quòd angulus e b, æqualis est angulo f l, apposui planum speculum n m, æqualis est angulus e angulo f per præcedentem. Sed & b ipsi l, connectitur nanq; m K, totus igitur e b, toti l f est æqualis.



In cauis.

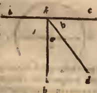


Sit rursus cauum speculum a K c, uisus autem b K refractus in d. Dico quòd angulus e, æquus est angulo f, collato enim plano speculo m n æqualis est per primam angulus b e angulo f l. Aequalis autē est b ipsi l: reliquus igitur e reliquo f est æqualis.

Theorema secundum.

IN qualiacunq; specula inciderit uisus æquos efficiens angulos, ipse per sese refringetur.

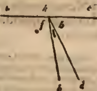
Sit planum speculum a K c, oculus autem sit b, uisus uerò sit b h, eadémq; æquos efficiens angulos f b. Dico quòd b h refractus in seipsum, hoc est in b reuertetur. Non enim sed si possibile est agatur in d, & quoniam per primam uisus in æqualibus angulis refringuntur, angulus e æquus est ipsi angulo b, ostensum quoq; est quòd e f angulus ipsi b est æqualis, & angulus igitur e f, ipsi e angulo erit æquus maior minori, quod est impoßibile. Igitur b k in se ipsum refringetur, eadem quoque demonstratio in conuexis, & in cauis speculis conueniet.



Theorema tertium.

IN qualecunq; speculum procidens uisus ęquales efficiens angulos, in se ipsum non refringetur, neq; in minori etiam angulo.

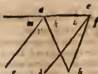
Sit planum speculum a k e, uisus autem b k procidat maiorem efficiens angulum f ipso b l. Dico quòd b k, refractus, non refringetur in sese, neq; in angulo b l, si enim ueniet in b k angulus f, ipsi b l est æqualis, quod est impoßibile, maior enim supponitur. Igitur b k in maiori refringetur angulo f: a maiori nanq; minori æquale abscindi est poßibile per 3 primi elementorum, eademq; demonstratio est & in conuexis, & in cauis.



Theorema quartum.

VIsus in planis speculis, & conuexis refracti, neq; concurrunt adinuicem, neq; sunt paralleli.

Sit planum speculum a c, oculus sit b, uisus uerò refracti sint. b c d, b a c. Dico quòd c d, & a c, neque paralleli sunt, neque concurrunt in d e. Nam quoniam angulus f æqualis est angulo b & k ipsi m, maior autem est per 16 primi elemen. f ipso h, quoniam est extra ipsum triangulum b h c, maior autem fuerit h quàm m. Igitur c d ipsi a e, parallelus non est, neq; in c d, concurrunt.

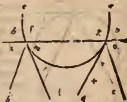


In conuexis.

Sit rursus conuexum speculum a g f c, occultus uerò sit b, aspectus autem refractus sint b f d b g e. Dico quòd ipsi f d, g e, neq; in e d concurrunt, neq; sunt paralleli, & connectatur enim g f, recta linea, extendaturq; ex utraq; parte, quoniam æqualis est h b, ipsi l, eo quia in æquis angulis refringitur, maior fuerit quoq; l m ipso k & k ipso n x est maior, sed n x ipso p o maior est. Rursus x, æqualis est ipsi o p, maior igitur est l m ipso o p, multo igitur maior est l m ipso o: non concurrunt igitur ipsæ f d, g e, rectæ lineæ, neque sunt paralleli.

Theorema quintum.

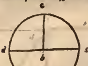
IN cauis speculis si ad centrum, siue ad circunferentiam, siue extra circunferētiam oculus extiterit, hoc est inter centrum & circūferentiam, uisus refracti concurrent.

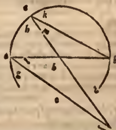


Sit cauum speculum a c d, centrum autē sphæræ sit b, ponaturq; oculus in b & procidāt ex b uisus in circūferentiā b a, b c, b d, æquales igitur sunt qui ad signa a c d, sunt anguli, semicirculi enim sunt per 27 tertij elemen. uisus igitur refracti per seipsos refringentur b a, b c, b d, hoc autē patet quod in b concurrunt.

Oculus in circunferentia.

Sit rursus cauum speculum a b c, oculus autem esto b, ponaturq; in eius circunferētia, & ab ipso b, incidant uisus b c, b a, refracti in d e signis. Quoniam maius est a c b segmentum ipso b c, segmento, maior est angulus f, angulo b per 11 tertij elementorum & g per a igitur ipso k, maior. Ipsi igitur f k, ipsis b h, sunt maiores. Reliquus igitur l reliquo m minor, multo magis igitur: quæ enim concurrunt igitur ipsæ c d a e, in f similiter ostendetur, & si extra circunferentiam ceciderit oculus, sicut in sequenti theoremate.





Theorema sextum.

IN cauis speculis, si ad medium centri & circunferentiæ positus fuerit oculus, quandoq; uisus refracti concurrent, & quandoque non ocncurrent.

Sit speculum cauum a c, centrum autem sit d, oculus uerò ponitur b, intra centri medium & circumferentiæ, uisus autem b a, b c, refringantur in g f, extendanturq; uisus usq; ad speculum a b, c k. Ipsa a b, iam ipsa c K, aut maior est, aut ei æqualis, aut ea minor. Siquidem uisus, a b æqualis est ipsi c k, æqualis est & a e b, circunferentia ipsi c b K, circūferentiæ. Quare & m angulus ipsi x angulo, æqualium circunferentiarum anguli inuicem sunt æquales per 27 tertij elementorum, & anguli m l, igitur ipsis n x, sunt æquales per refractionem per primum theorema, & reliquus igitur angulus o angulo p est æqualis: maior igitur est angulus r ipso angulo o. Quoniā enim per 16 primi elementorū angulus r, ipso

p maior

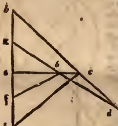
p maior est, quia exterior est. Et angulus p ipsi o, angulum est æqualis. Igitur angulus r, ipso angulo o maior est, communis apponatur qui sub o r f, igitur ipsæ c f, a g, concurrunt sicut ad g f. Idem quoq; erit & si maior sit uisus a b, ipso c k, maiores enim erunt ipsi l m anguli ipsis n x, & angulus p angulo o maior est, & r ipso o. Si uerò a b recta linea minor fuerit ipsa c K, id propterea maior erit angulus o angulo p: est autem & angulus r ipso p maior. Nihil enim prohibet angulum r ipsi o esse æqualem uel ipso o minorem, & non concurrere a g ipsi f. Manifestum est autē quòd & si maior fuerit a b, circunferentia ipsa c K. Sitq; æqualis coincidentia refractionum, neq; in circuli circunferentia, neque extra utiq; fiet, sed intus tantum.

Theorema septimum.

CElsitudines & crassitudines à planis speculis conuersæ uidentur.

Sit fastigium quidem a e, speculum autem planum sit a l, oculus uerò sit b, uisus porrò sint b c, b d, refracti, in e K. Igitur oportet deductis uisibus in rectam lineam e, quidē supra esse, ipso h infra existente, & K infra existens in f, quod supra est, ac perinde conuersa sunt in phantasia.

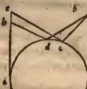
In craßitudinibus.



Sit rursus craßitudo quidem e a, speculum autem planū sit a c, oculus uerò sit d, uisus porrò sint d c, d b refracti in e f, similiter eductis uisibus ad b K, apparet quidē e infra existens super b superius existente, & f, supra existens super K infra existente.

Theorema octauum.

FAstigia & crassitudines à conuexis speculis conuersa uidentur.



Sit celsitudo a e, speculum autem cōuexum sit a d c, uisus uerò sint b d, b c, refracti in e h: patet quòd non cōcurrunt, reliqua uerò sicut & in planis.

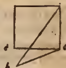
In craßitudinibus.

Sit rursus craßitudo a e, speculum uerò conuexum sit a d c, oculus autem sit b uisus autem refracti in e b, sint b c e, b d h, reliqua uerò sicut & in planis.

Theorema nonum.

OBliquæ lōgitudines à planis speculis sicut se habent, sic & uidentur.

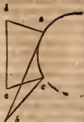
Sit oculus b longitudo autem obliqua sit d e, speculum uerò sit a e, igitur refractis uisibus uidentur quidem d in a & e, super e sicq; se habet in phantasia, sicut uerò se habet, propius propius, & remotius remotius.



Theorema decimum.

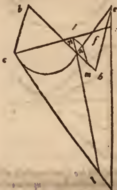
OBliquæ longitudines à conuexis speculis sicut sunt uerè, sic spectantur.

Sit longitudo e d, oculus autem b, speculum uerò conuexum a c, aspectus porrò refracti in e d, sint b a, b c, reliqua uerò eadem.



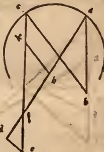
Theorema undecimum.

CElsitudines & crassitudines à cauis speculis quęcunque sunt intra coincidentiam uisuum, conuersa uidentur: quemadmodum in planis & conuexis speculis, quæcunque autē extra coinciden tiam sicut sunt, sic & spectantur.



Sit cauum speculum a c, oculus aut sit b, uisus uerò refracti sint b a, b c eorum coincidentia: porrò sit f celsitudo sit d e, & k n, & k n quidem intra f coincidentiam sit a t, d e sit extra coincidentiam: igitur productis uisibus sicut in planis & conuexis speculis apparet K super m, & n super l: quare cōuersæ uidentur, rursus super exteriorem coincidentiam celsitudinis apparet quidem d super g, & e super b, sicut se habet, sic spectatur.

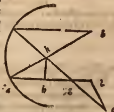
In crassitudinibus.



Rursus crassitudo quidem sit d e, & k b, cauum autem speculum sit a c, oculus uerò sit b, uisus autē refracti sint & concurrentes in f b a, b c, igitur productis uisibus similiter K b, conuersæ appa ēt, K quidem per c & b per a. Sicut est in planis & conuexis speculis ad d e, sicut ipsum quidem e, infra per a & d super c.

Theorema duodecimum.

OBliquæ longitudines à cauis speculis, quæcunque intra coincidentiam uisuum iacent, ut sunt, sic spectantur, quæcunque uerò extra, conuersæ.



Sint inquam, longitudines obliquæ e d, b k, cauum uerò speculum sit a c, oculus autem sit b, uisus refracti & concurrentes in g sint b a d, b c e, & ipsa quidem b K, obliqua longitudo sit intra. Igitur b K iuxta naturam apparet, sicut & in planis & conuexis speculis. Sed e d, conuersa, nam ipsum quidem d, super a apparet, & e super c.

Theorema decimumtertium.

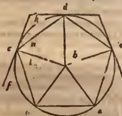
IDem spectare pluribus planis speculis, est possibile.

Sit quod uidendū est a, oculus uerò sit b, specula autem tria sint c d, d e: e f, excitetur per 12 primi elementorum perpendicularis ab ipso b in c d speculum b c, æqualis autem sit b c, ipsi c f, & rursus per

per eandē ab ipso a in e f, perpēdicularis excitetur a f & ipsi a f æqualis esto f h, & per eādē ab ipso b; in speculum d e, perpendicularis excitetur b k, sitq; ipsi b h, æqualis k l, & ab ipso l in f connectantur l m x f, ab ipso autem m in b connectatur m r b. Connectantur autem & a r & b x. Quoniam igitur æqualis est b c ipsi c f et qui ad c anguli recti sunt: binæ igitur b c, c q, ipsis binis f c, c q, sunt altera alteri æquales, & angulus qui sub b c q, rectus existens, angulo qui sub f c q, recto existenti est æqualis per 4 postulatum, & reliqui anguli reliquis angulis erunt æquales sub quibus æqualia latera subtenduntur per quartam primi elementorum. Angulus quidem qui ad b angulo qui ad f, & angulus x angulo t. Sed t ipsi n est æqualis per 15 primi elementorum ad uerticem enim. Quare & angulus n angulo x. Igitur uisus b x in m refringitur. Rursus quoniam æqualis est b h, ipsi K l, & qui ad h recti sunt, angulus o æqualis est ipsi p. Refringitur ergo idem uisus b x m in r, & id propterea iam & in a, quia æqualis est qui sub f r a, angulus ei qui sub e r m, similiter & in reliquis demōstrationibus. Inspice igitur ab ipso b oculo uisus a, per tria specula plana existentia c d, d e, e f.

Theorema decimumquartum.

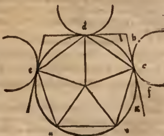
EST autem & in quibuslibet siquis constituat speculis idem inspicere, oportet autem iuxta speculorum numerum polygonū æquilaterum & æquiangulū constituere binis lateribus excedens specula.



Esto enim quòd spectari debeat a, oculus autem sit b & connectatur a b & ab ipso a b, describatur polygonum æquilaterum, & æquiangulum binis lateribus excedens ipsa specula, & sit a b d polygonum, & sumatur per primam tertij elementorum centrum circuli ipsi polygono circunscripti, & sit b, & ab ipso connectantur, b c, b c, b d, b b, b a, in angulis, & proponantur specula plana ad angulos rectos ipsis conuexis. Quoniam igitur per quartum postulatum æqualis est f l, angulus ipsi n K angulo: uterq; enim rectus est, quorum n ipsi l est æqualis, reliquus igitur f, ipsi K est æqualis. Quare refractio ipsius b uisus erit in d, per æquos enim angulos refractiones fiūt per primum theorema. Similiter iam ostendetur quòd qui ad d e signa ad omnia specula uenient in a.

Theorema decimumquintum.

ILlud idem quoq; & in conuexis & in cauis speculis uideri potest.

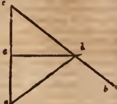


Si nanq; spectare oportet a, oculus uerò sit b, & similiter describatur polygonum æquilaterum & æquiangulum a b c d e, & ad signa c d e, sint specula plana à quibus spectatur a, sicut ostensum est, adijciantur his specula aut caua aut conuexa ad uisuum contactus. Igitur æqualis est f ipsi b, et h ipsi l, totus igitur h f, æqualis est ipsi l b refringetur ergo uisus à speculo conuexo c

c in d, & ab ipso d in e, & ab ipso e in a: manifestum igitur est quòd conuexis aut cauis existentibus omnibus & mixtis, illud idem uideri potest.

Theorema decimumsextum.

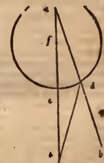
IN planis speculis unũquodq; eorũ quæ sub aspectum cadũt, per illius quod sub aspectum cadit perpendicularẽ uidetur.



Sit speculum planum e d, oculus autèm sit b, res uerò uisa sit a, sitq; perpendicularis h, re uisa in speculũ a c: igitur quoniã supponitur in Phænomenis quòd assumpto loco e, ipsũ a non uidetur, ergo a uidebitur in linea recta a e. Sed & in rectas lineas ipsi b d, uisus per e igitur: positum nanq; est nobis rectum, cuius medium extremis correspondet. Quare a e & b e recta linea erit.

Theorema decimumseptimum.

IN speculis conuexis, unumquodq; eorum quæ sub aspectum cadunt, per eam quæ à re uisa in sphæræ centrũ deducitur, rectam lineam spectatur.

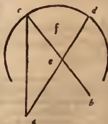


Esto conuexum speculum c d, oculus autem sit b, uisus uerò sit b d, refractus in a, aspiciaturq; a, centrum autem sphæræ sit f, & connectatur a f extendaturq; b d in e: igitur quoniam supponitur in, Phænomenis quod assumpto c ipsum a non uidetur, uidebitur igitur in rectam lineam a e, per id quod euenit ex b d uisu, & ab ipso a e in e, sicut & in planis.

Theorema decimumoctauum.

IN cauis speculis unũquodq; eorum quæ sub aspectum cadunt, per eam quæ à re uisa in centrum sphærę ducitur, rectam lineam spectatur.

Sit cauum speculum c d, aspectus autem refractus sit b c, in a uisum, centrum autem sphæræ sit e, cõnectatur recta linea, & extendatur igitur, quoniam in Phænomenis deprehenditur quòd assumpto loco d, ipsum a non uidetur: quare agetur in rectam lineam a e, aspicietur ergo per congressum ipsius a d rectæ lineæ & b e uisus per f.



Theorema decimumnonum.

IN planis speculis quæ dextra sunt, sinistra apparent, & quæ sinistra dextra, & simulacrum æquum est rei uisæ, & distantia à speculo æqualis est.

Sit planum speculum a c, oculus autẽ b, uisus uerò sint b a, b c, refracti in d e: quod autẽ spectatur sit: d e, & ab ipsis e d, per 12 primi elementorũ in speculũ perpendiculares excitẽtur e f, d b & extẽdantur. Extẽdanturq; & b e, b a, uisus & cõcurrant parallelis in k l, & cõnectatur l k. Igitur e ap

pares

paret ſuper h, & d ſuper l: hoc enim prius oſtenſum eſt, ergo ſiniſtra dextra apparēt, & dextra ſiniſtra: & quoniam æqualis eſt qui ſub h c f, angulus ei qui ſub f c e angulo, & recti ſunt qui ad f, æqua igitur etiam fuerit f h ipſi f e. Idq́; propterea & d b, ipſi b l, æquum eſt igitur interuallum quod abeſt à ſpeculo e d, ipſi a abeſt ſimulacrum h l & æquum eſt uiſum e d ſimulacro h l, quoniam æqualis eſt e f ipſi f h, & d b ipſi b l, communis autem & ad rectos angulos ipſa b f.

Theorema uigeſimum.

IN conuexis ſpeculis ſiniſtra dextra, & dextra ſiniſtra ſpectantur, et interuallum à ſpeculo ſimulacro minus abeſt.

Sit ſpeculum conuexū a c, centrum autem ſphæræ ſit h, oculus porrò ſit b, uiſus autem ſint b a, b c, refracti in d e, quod ſpectatur ſit d e, & ab ipſo h centro excitentur in d e ipſæ h d, h e, & extendantur uiſus ad f g, & connectatur f g ſimulacrum Igitur ipſum quidem d apparet ſuper g, & e ſuper f, dextra igitur ſiniſtra, & ſiniſtra dextra ſpectantur. Dico quòd maior eſt e l ipſa l f, excitetur per a ipſam tangens circunferentiam r a k, quoniam igitur b a, a e, ad ipſam circunferentiam æquos efficiunt angulos, propter refractionem tangit ipſa k a r, biſariàm fuerit ſectus qui ſub e a f angulus, & obtuſus eſt angulus k, maior igitur eſt e k, ipſa k f, multò maior igitur e l ipſa l f: minus igitur abeſt ſimulacrum f g à ſpeculo: magis autem quod ſpectatur e d, ſicut in ſequenti patet.

Theorema uigeſimum primum.

IN conuexis ſpeculis ſimulacrum ſpectatis minus eſt.

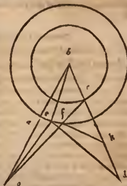
Sit ſpeculum conuexum a o e, oculus autem ſit b, uiſus uerò refracti ſint b a, b c, in d e, igitur à conuexo ſpeculo aſpicitur e d in angulo qui ſub a e b, apponatur iā ſpeculū planū a c tangens, uiſus in a c. Igitur uiſus uiſurus e à plano ſpeculo non eſt b a e, non enim æquos efficit angulos ad planum ſpeculum, neq; refringetur intra a c, refringatur ſi poßibile eſt, & eſto b f, uiſus: æqualis igitur eſt angulus g angulo b propter refractionem, & b maior eſt ipſo n et m ipſo g: quare et m ipſo n maior eſt, quod eſt impoßibile. Ipſe nāq; n ipſo m maior eſt. Aequalis enim eſt totus ei q ad circūferētiā: extra igitur ipſum m a refringatur, refringatur eſto b h e. Similiter aūt

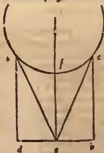
& b c d, extra cadit. Igitur e d in maiori angulo ſpectatur à ſpeculo plano comprehenſo ſub h b l, quæ à conuexo, æquum autem patuit apparens in plano, manifeſtum igitur quod à conuexo ſpeculo ſimulacrum minus apparet re uiſa.

Theorema uigeſimum ſecundum.

IN conuexis ſpeculis, à minoribus ſpeculis minora ſimulacra ſpectantur.

Sit ſphæra maior a e, minor uerò e l, circa idem centrum b, oculus uerò ſit b & connectatur b a b, & ab ipſa ſphæra refringatur uiſus b e d, dico q. uiſus refractus à minori ſphæra in d, neq; p c, neq; extra ipſum c cadit. Cadat enim prius ſi poßibile eſt per c & refringatur à minori ſphæra in d, & ſit b e d, & cõnectatur ab b in e & refringatur in k. Igitur b c k, biſariàm ſecat eũ qui ſub b c d, angulũ: quoniam ipſos b e d angulos æquos ad circunferentiam propter refractionem efficit. Idq; propterea iam quæ ab b in e connexa recta linea & extenſa angulum ſub b e d biſariàm ſecat. Secet ſitq; b e f. Quoniam angulus comprehenſus ſub b c d, angulo comprehenſo ſub b e d, maior eſt, & dimidius dimidio maior eſt qui ſub b e k, eo qui ſub b e f: eſt autem & minor, quod eſt impoßibile: uiſus ergo à minori ſphæra refractus per ipſum e minimè ueniet. Supponãtur rurſus eadem, & à minori ſphæra refractus uiſus b e d, extra ipſum e cadat, & b e ſecet maiorem ſphæram in f. Viſus iam ab ipſo f, refractus in b f k, non coincidet ipſis e d, hoc, inquam, patet. Ipſi igitur e d, coincidat in k. Igitur b f k, uiſus refractus à maiori ſpeculo ipſum aſpicit k & ipſe b e k: refractus à maiori ſpeculo ipſum aſpicit k, hoc, inquam, ſuperius impoßibile patuit. Intra igitur e a, cadit uiſus refractus à maiori ſpeculo in d. Similiter quoq; oſtendetur, & quæ ab altera parte idem efficiens. Sub minori igitur angulo ſpectatur eo qui ad b facto à minori ſpeculo quàm à maiori, minus igitur apparet ſimulacrum à minori ſpeculo.





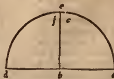
Theorema uigeſimum tertium.

IN curuis ſpeculis ſimulacra conuexa ſpectantur.

Sit curuum ſpeculum a c, oculus autem ſit e, uiſus uerò refracti e a, e c, in d b, at f e, ſit in ſeipſum refractus, hoc eſt in e. Igitur uiſus iam maiores ſunt qui longiores: minimi uerò qui circa medium, hoc eſt f e: ſpectatur igitur propius à ſpeculo magis e, longius uerò b, & d, quare totum curuum ſpectatur.

Theorema uigeſimum quartum.

IN cauis ſpeculis ſi in centro oculus poſitus fuerit, ipſe tantum oculus ſpectatur.

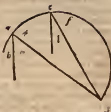


Eſto cauum ſpeculum a e d, centrum autem ipſius ſit b, uiſus uerò ſint b a, b e, b d. Igitur angulus e æqualis eſt ipſi f, igitur uiſus b e refractus ueniet in b: ſimiliter quoq; & reliqui, ipſum igitur tantum b, ſpectatur.

Theorema

Theorema uigesimum quintum.

IN cauis ſpeculis ſi in circunferentia aut extra circunferentiã oculus poſitus fuerit, oculus non ſpectatur.

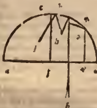


Eſto cauum ſpeculum a c b, & oculus ponatur in circunferentia ipſius, & ſit b, aſpectus autẽ procidant b a, b c, & refringantur: igitur angulus m b angulo k maior eſt, et c l ipſo f. Quare non refringuntur b a, b c uiſus in b oculum. Si in oculum refringuntur, anguli æqui ad ipſa a c, ſigna. Oſtẽdetur autem & quòd ſi extra circunferentiam ſit oculus, idem eueniet: ſcilicet quòd non ſpectabitur oculus, quippe quoniam in ipſum non fiunt refractiones.

Theorema uigeſimum ſextum.

IN cauis ſpeculis ſi extendatur dimetiens ſphæræ, ex centroq; ad angulos rectos ducatur, & in altera parte poſitus fuerit oculus, nihil eorum quæ inſunt parte in aqua oculus ſpectabitur: hoc eſt neq; eorum quæ ad diametrum, neq; eorum quæ extra diametrum, neq; eorum quæ in diametro.

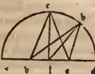
Sit cauũ ſpeculũ a c d, dimetiẽs autẽ eſto ipſius ſphæræ a d & ipſi a d ad angulos excitetur rectos ab ipſo f ipſa f c circulum, aut c m eſto b extra ipſum diametrum, uiſus autem ſit b e. Igitur uiſus b e, refractus non ueniet in b, neq; in f. In æqualibus nanque angulis refringitur. Veniet igitur ſicut e b. Similiter quoq; & ſi introrſum cadat oculus ſicut h, ſiue in diametro, ſicut m, refracti autem uiſus ſicut h k, m n, uenient enim ſicut k l, n x. Igitur eorum quæ in ea ſunt parte in qua o ulus ſpectatur nihil, neq; eorum quæ in diametro, neq; eorum quæ extra diametrum, neq; eorum quæ introrſum.



Theorema uigeſimum ſeptimum.

IN cauis ſpeculis ſi in dimetiente ponantur oculi æqualiter diſtantes à centro, nullus ipſorum oculorum ſpectabitur.

Sit cauum ſpeculum a c d, dimetiens uerò ſit a d, centrum autem ſit f, ad rectos angulos ſit f c, oculi porrò ſint b e à centro æqualiter diſtãtes, uiſus autem b c, igitur refractus ueniet in e: in æqualibus enim angulis refringitur, alius autem nullus ibit ut b h. Connectantur h e, h f, igitur angulus qui ſub b h e biſariàm ſecabitur ab ipſa f h, & proportionale erit ſicut b h ad h e, ſic b f ad f e, quod eſt impoßibile. Nam b h, ipſo h e, maior eſt, & b f, ipſi f e eſt æqualis, nullus igitur refractus ueniet ex b in e, unus igitur uiſus refringetur in utroq; oculorum, & ipſe non ſpectab tur. Nam b c, extenſa ipſi b d, non concurrit ad partes c d, apparebat autem unumquodq; propter ſpectatorum congreſſum, neq; e c, ipſi e a ad partes c a, concurrit. In cauis neq; ſpeculis unumquodq; ſpectatorum per ex ſpectato in centrum ſphæræ ductam rectam lineam ſpectatur.



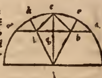
Theorema uigeſimum octauum.

IN cauis ſpeculis ſi eam quæ ex centro biſariàm ſecãs, & ad angulos rectos educens quis ponat oculos æquè diſtantes in ea quæ ex centro, ponatur autem uel per medium diametri & eius quę ad rectos angulos, uel in ipſa quæ ad rectos angulos, ipſorum oculorum nullus ſpectabitur.

Esto cauum speculum a c d, dimetiens autem sit a d centrum sit: k, & quæ ad rectos angulos k c, secetur per 10 primi elementorum bifariàm in p, super e a uerò ad angulos rectos esto c p f, & oculi intra diametrum a d & c f, sint b h, in parallelis e f, b h, æquè distãtes ipsi k c, uisus uerò esto b e refractus in b: æquos igitur efficit angulos ad circunferentiam, quippe quoniam f c, ipsi b b parallelus est, & b n ipsi n b, est æqualis, & connexæ k b, h b, extendantur, extendatur autem & c b in q, & quoniam b c maior est ipsa b k maior est angulus r angulo i. Quare & qui sub c b b, maior est eo qui sub b b k, hoc est eo qui sub b b k, igitur b e, ipsi k b, non concurrit. Igitur ipse b non spectabitur: propter congressum nanq; ipsorum b c, k b, spectatur.

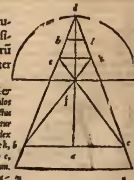
Aliter.

Sint rursus eadem qui supra, sed b h oculi sint in bifaria, & ad angulos rectos secta ea quæ ex centro a d: quoniam igitur æqualis quidẽ est b e, ipsi b f & c b ipsi f b, parallelus igitur est b e, ipsi f b. Igitur b e, uisus non cõcurrit ei quæ ex centro in spectatum, hoc est ipsi f b ad partes, b c: quare oculus b non spectatur, spectabitur nanque propter ipsorum b e f b, congressum.



Aliter.

Sunto rursus eadem, in superiori uerò ipsius bifariæ sectionis ponãtur oculi b c, æquè distantes ab ea quæ ex centro hoc est f a. Dico iam b c, ipsos spectari, & ea quæ sunt dextra sinistra, & quæ sunt sinistra dextra, & simulachrũ maius ore & interuallum à speculo maius habens simulacrum: esto enim b a, uisus refractus & connectantur à centro f ad b c ipsæ f b, f c, & extendatur b a. Quoniam igitur bifaria sectio est g maior est b f ipsa b a, & angulus k angulo e: æqualis autem est K ipsi d: maior igitur est & d ipso e: coincidunt igitur ipsæ f b, e a, extensæ coincidant in p. Id propterea iam b a, f e concurrunt in h, spectabitur igitur ipse quidem c, in b, & b in p & dextra quidem sinistra, & sinistra dextra apparent. Sed maior esto b p ipsa b c, paralleli enim sunt: simulacrum igitur maius apparet, & magis à speculo distans, maior est enim m a ipsa a l.



Theorema uigesimum nonum.

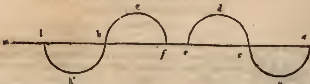
SI uerò extra diametrum ponantur oculi, ea quæ dextra sunt dextra, & quæ sinistra sunt, sinistra spectãtur, & simulacrũ minus spectato, & in eo quòd mediũ inter spectatum & speculum.

Esto, inquam, oculi b e, centrum autem sit f, ipsius speculi: & ipsi diametro ad angulos rectos esto a f d, & huic ad angulos rectos b c & ipsi b a, æqualis esto a c, & uisus sit b d, refractus in c, & per centrum ipsæ b f h, e f c, & ab ipsis e k, connectatur e K, igitur b in K apparet & c in e. Igitur quæ dextra sunt dextra, & quæ sinistra sunt sinistra spectantur, & simulacrum e k, b minus est ipso b c, spectato, parallelus nanque est e k ipsi b c, & circa medium speculi, & spectate apparet simulacrum.

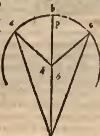
Deducto autem spectato, & eo minus apparet simula-

crum sepositum ab ipso b e, positum, similiter igitur ab ipso m in f, centrum connexa & extensa superius cadit in k sicut l, quæ uerò ab n in f superius in e, usq; b. Igitur m n spectatur sicut b l & minus est b l, ipso e k & speculo propinquius.

Theorema trigesimum.



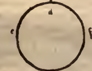
SPeculum construere est possibile, ut in ipso spectẽtur plures facies, & maiores, & minores, & aliquæ propius, & aliquæ lõgius, & aliq dexteræ, & aliæ sinistræ.



Sit enim planum a m, igitur in hoc fieri possunt conuexa specula sicut a b c, h k l. Caua autem qualia sunt c d e, f g h, plana porrò qualia sunt e f, l m, posita uerò facie sicut g spectantur à planis æqualia simulacra æquè distantia, à conuexis uerò minora & minus distantia, à cauis porrò omnino sicut manifestum est.

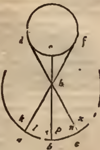
Theorema trigesimum primum.

EX cauis speculis ad solem positis ignis accenditur.



Esto cauum speculum a b c, sol autem sit e f, centrum autem speculi sit h, & à quodam signo d connexa quidem in h centrum d h, extendatur in b. Incidat autem d c acta & refracta in k, refringetur autem super h centrum. Angulus enim qui ad p, circunferentiam minor est eo qui ad circunferentiam sub b c d, & sit a b circunferentia æqualis ipsi b c, & ab ipso d alia acta cadat d a, manifestum igitur quod refracta a d acta cadit in k, quippe quoniam circunferentia a b æqualis est ipsi b c, similiter autem ostendetur quòd omnes ab ipso d incidentes in speculum & æquos suscipientes in idem coincidunt ipsi h k super ipso b.

Aliter.



Esto rursus cauum speculũ a b c, sol autem sit d e f & à signo quoddam e per h centrum sit e h b & a h d f, sint d b c, f b a. Igitur demonstraui quidem quòd quæ ex e actæ concurrunt in se ipsas per p r, angulos æquos existentes, diametri enim sunt. Quæ uerò a b f in b a, per k l angulos. Quæ uerò a b d in b c, quoniã n x anguli sunt æquales, quod autem omnes in se ipsas refringuntur, manifestum ex centro nanq; existentes semicirculos faciunt, qui uerò in semicirculis anguli sunt æquales, per 27 tertij elementorum, per æquos enim angulos fiunt refractiones, in se ipsos igitur refringuntur, omnes igitur coincidunt quæ ab omnibus signis in eas quæ per centrum & in centro aguntur, hijs igitur actis, calefactisq; circa centrum ignis colligitur, quare ibi stupa apposita accendetur.

Catoptrices, hoc est de imaginibus quæ in speculis

F I N I S.

BARTHOLOMAEVS ZAMBERTVS VENETVS
IOANNI ZAMBERTO VENETO Fratri humanissimo salutem perpetuam.



VVM me iam pluribus annis hisce mathematicis disciplinis mirum in modum delectari tibi exploratissimum esset Ioannes frater charissimè, cumque saepius, me quasi ad pugnā prouocans aliqua abs te mechanico artificio structa ostenderes, quae optices, hoc est perspectiuae speculationibus compacta pluribus lineis sese inuicem dispescentibus, multiplicibusque angulis, mirandam ingenij tui solertiam altamque indaginem prae se ferrent: efficere non poteram quin etiam theoremata maximè non comprobarem: quandoquidem niteris lineis & angulis efficere, ut ea quae plana sunt quandoque conuexa, at quandoque sese in intima penetralia extendere, aliquādo uerò solida & tribus dimensionibus constare uideantur. Cuius quidem disciplinae rationem quandoque cùm apud Socraticum Euclidem in uetustissimis & tineis ac carie cōtritis Graecis codicibus legerem, quodam stupore perfusus, hominis ingenium arduum & sublimè inde diiudicans, opus illud mira solertia, sed maximo studio non legi, sed relegi transcripsique pariter, ut tāta doctrina quoque inter nostros codices summa ueneratione seruata reperiri posset. Quod quidem opusculum cùm quandoque tibi demonstrassem, auidissimè, ut qui hiantibus faucibus sitibundi fontis frigidam aquam aestiuis ardoribus ingurgitant, petijsti, ut illud tibi Latinum efficerem, existimans esse aliquid caeteros homines quos diuersa inutilia oblectamenta iuuant disciplinis excellere. Quod sanè ut tuis uotis frater charissimè satisfactum esset: quasi ocio deditus ex Euclidea interpretatione illa laboris plena, sedulò curaui opusque ipsum sublimi, & mirando iudicio ab Euclide ipso exquisitum Latinum feci, ut tibi satisfaciēdo, communi quoque studentiū utilitati consulerem. Quod sanè opusculum tibi id propterea destino, ut tibi necessitudinis nostrae amorisque & beneuolentiae sit exploratissimū pignus, tum quia hisce studijs & speculationibus delectaris: idque propterea iure quodam tibi id opus destinari debet, quandoquidē ea illis sunt dedēda, qui eorum peritiam tenent. Sub tuo igitur nomine Perspectiua Euclidis in lucē ueniet, ex Graecorū illis disciplinarū ingeniorū & doctrinae mūdae & castigatae plenis scrinijs eruta. Caeterùm tu frater charissimè haec leges, uidebisque quantū fuerit Euclidis iudicium, quantum ingeniū, quanta doctrina, ut haec optica theoremata eo examine struxerit, ut eorum nullū rectè sentientes negare possimus, in quibus si quid fortasse comperies minus obuium & tibi notum, testatim ad elementorū specularia & apparentium Euclidis doctrinam conferes, inde nanque omnia tibi plana fient, & luce meridiana clariora, uerùm ne me crispini scrinia lippi compilasse putes, uerbum non amplius addam. Vale XLIV. XIX. elemento conciliate diuinitatis. Venetijs VI. Calend. Octobr.

EVCLIDIS MEGARENSIS CLARISSIMI philoſophi Platonici, inſigniſq; mathematici, incipiunt optica, ex traditione Theonis: Bartholomæo Zamberto Veneto interprete.



STENDENS *ea quæ per uiſum conſolationis gratia nonnullos induxerunt, ratiocinatus eſt, quòd omne lumen in rectas lineas protenditur, reiq; huiuſmodi argumentum uel maximum eſſe ex corporibus umbras eductas, deq; foraminibus & aſpectibus lucem delatam. Horum & enim unumquodq; neutiquã fieret ſicut & nunc factum ſpectatur, niſi á ſole delati radij in rectas lineas extenderentur. Itidem quoq; ex ignibus noſtris emiſſam, inquit, lucem cauſam eſſe, qua corporum adiacẽtium aliqua illuſtrantur, indeq; umbræ educuntur, aliquæ quidem ſubiectis æquales corporibus. Aliæ uerò maiores: aliæ porrò ſuppoſitis corporibus minores. Aequales quidẽ emittũt umbras quæcunq; lucentibus illuſtrantibusq; ignibus ſunt æqualia, extremi nanq; radij in hijs in parallelis conueniunt, fitq; ut umbræ neq; concurrentes imminuant, neque hijs umbræ creſcant, ſed ſicut ſe habet offenſio corporis, talem quoq; umbræ commẽſurationem obtineat. Minores uerò corporibus umbræ ſunt, quando illuſtrantes ignes maiores fuerint: extremi nanque radij in ipſis concurrunt, id que propterea umbras imminuunt. Maiores porrò corporibus umbræ ſunt, quando illuminantes ignes minores fuerint: extremos nanque radios in his rotundi contingit, inumbratam que maiorem partem perficere. Id minimè fieret, niſi ab igne delati radij in rectas lineas protenderentur. Clarius quoque hoc & alijs effectibus deprehendi contingit. Lucerna & enim utcunque iacente ſi appoſita fuerit portula ſubtilem habens rimulam ut feræ, proueniatq; rimula ex oppoſito lucernæ. Ipſi autem portulæ in alteram partem propior apponatur portula, u. quam, per rimulam lux delata procidat, omnino procidentem lucem in ipſam portulam rectis contentam lineis inueniemus, connectentemq; interuallum medium inter rimulam portulamq; in eandem rectam lineam exiſtere. Cùm igitur manifeſtum ſit quòd omne lumen in rectam lineam protenditur, & omnibus conſtat in recti aſpectum euenire ab ipſo erumpentes radios, eiuſdem eſſe rationis, hoc eſt per rectas protendi lineas, hosq; in interuallis, idq; propterea ea quæ ſpectantur, ſimul tota aſpici non poſſe, præceptionem attulit huiuſmodi. Acu ſiquidem ſiue alio huiuſmodi corpuſculo ſæpius in pauimentũ delapſo aliquibusq; accuratius inquirentibus, locumq; ipſum ſæpius nullo corpuſculum quæſitum prohibente tangentibus, deinde rurſus uiſum proijcientibus ad locum in quo erat corpuſculum, acum perſpexerunt. Manifeſtum nempe quòd id quod inuentum eſt, neq; etiam locus in quo erat uidebatur. proinde quæſito ſub aſpectum expoſito, loci partes omnes non ſpectantur. Si enim uideretur, & quæſitũ quoq; aſpiceretur, non aſpicitur autem. Itidem quoq; eos qui libris accuratè aßiſtunt neq; omnes literas in margine exiſtentes intueri poſſe dixit. Sæpius nanque coactos oſtendere raró deſcriptas literas, minime ipſas oſtendere poſſe, eo quia ad omnes literas uiſus non efferuntur, ſed per interualla ipſos exiſtere, ac perinde ordine expoſitarum literarum plures percipi non poſſunt: proinde manifeſtum eſt quòd neq; totus marginis locus aſpicitur, itidem quoq; in alijs ſpectaculis euenit, quare quæcunq; ſpectantur ſimul tota non ſpectantur, uidentur tamen aſpici ob nimiam uiſuum celeritatem, nihilq; relinquentium, hoc eſt in continuum delatorum, minimeq; ſalientium. Sub uiſum nanq; cadit ſpectatæ rei imago, ut inde motus uiſus rem uiſam pcipiat, cauſasq; h.s attulit. In quæſito nãq; corpore, & in eo q accuratè libro ſtudet, dubium ſumitur ut dicatur. Si imaginibus procidentibus paßio uiſiua gignitur, & ſi ab omni corpore continuè imagines profluunt quæ noſtros ſenſus cõmouent, qua de cauſa fit ut quærens acum, itidemq; librum accuratè legens omnes literas non perſpicit. Eo quia quandoq; intellectu eleuantur nihil minus ratiocinantes quærunt, ſed omnino non inueniunt: ſæpius autem cum alijs ratiocinantes, intellectuq; attrahentes, celerius inueniunt. Sed non omnes imagines per aſpectum iudicantur, & qui nam cauſa iudicata permanent, dixerunt, inquam naturam eſſe iuxta animalia. Eorum uerò quæ ſenſus habent aliqua ad receptaculum recta linea ſunt cõſtructa, aliqua uerò non, auditum & enim & guſtum & olfactum conuexa conſtruxit intrinſecus, ut extrinſecus procidentia corpora eiſdem ſenſus huiuſmodi mouerẽt,*

auditui siquidem uox procidens locum aptum inuenire debet ut permaneat, ac ne ut obtigerit è uestigio transiliat, sed sensum immobilem seruet, ac delatam uocem confundat. Similiter quoq; & olfactum, at de gustu aliquid dicere oportet, & maximè quomodo ipsi sensus conuexi & in speluncæ similitudinem sint constructi, ad hoc ut procidentia corpora plurimo tempore permaneant, & in uisu quoq; igitur si extrinsecus eidem ceciderint ipsum corpora mouentia, & non ab ipso in eadem aliquid sit emissum, illius constructionem conuexam beneq; compositam, ad receptaculum corporum præcedentium esse oportuit: nunc autem spectatur hoc non sic sese habens, sed potius sphæricus uisus apparet, fidemq; huiusmodi efficiunt in præsentia radij effusi paßionemq; uisiuam mouentes. At de huiusmodi satis dictum uidetur. Cur autem uisui in eodem existenti plano superficies iacētes in rectam lineam appareant, hæc asseruit: quippe quoniam in eodem plano existens uisus rei uisæ idem est, neq; sublimior, neq; humilior, eo quia in eodem situs est plano, si igitur neq; sublimior, neq; humilior est uisus in eodem existente plano circunferentia. In partes aliquas sublimiores, & in partes aliquas humiliores radios minimè transfundit. Sed omnibus circunferentiæ partibus æquos per planum delatos radios transmittit. Quare hac de causa fit ut planum rectas per phantasiam lineas relinquat, et in plano descriptam circunferentiam: planum etenim in rectas uisui lineas iacens, inuisibile siquidem est eo quia in illud nullus ab uisu emissorum radiorum cadit, at illius finis spectatur, quæ linea est. Inquit enim quòd eo quia in uisu linea manet, quæ reliquis plani partibus adiecta inuisibile planum efficit. Eadem quoq; causa asseritur de plano in rectas lineas posito ad oculum, efficit nanq; rectas lineas relinquere phantasiam, circunferentiarumq; in eodem plano ad oculum expositarū apparere, ut maior pars appareat quando plures uisus emittuntur, æqualis uerò quando æquales, minor autem quando minores, fiunt uisibus sicut anguli quidem ad oculum.

Suppositio prima.

Supponatur ab oculo uisus emissos in rectas lineas ferri, interuallumq; quoddam inuicem efficientes, & sub uisibus figuram comprehensam esse conum uerticem habentem ad oculum, basim uerò ad fines rerum uisarum.

Suppositio secunda.

Ea uidentur ad quæ uisus perueniunt.

Suppositio tertia.

Ad quæ uisus non perueniunt, ea non spectantur.

Suppositio quarta.

Sub maiori angulo spectata, maiora apparent.

Suppositio quinta.

Sub minori angulo, minora uidentur.

Suppositio sexta.

Aequalia uerò uidentur, quæ æqualibus angulis spectantur.

Suppositio septima.

Quæ sub sublimioribus radijs spectantur, sublimiora apparent.

Suppositio octaua.

Quæ uerò sub humilioribus radijs uidentur, humiliora apparent.

Suppositio nona.

Et similiter quæ sub dexterioribus spectantur radijs, dexteriora apparent.

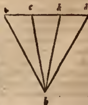
Suppositio decima.

Quæ uerò sub sinisterioribus radijs spectantur, sinisteriora uidentur.

Suppositio undecima.

Quæ sub pluribus angulis spectantur, expeditius uidentur.

Theorema primum.



EOrum quæ sub aspectum cadunt, quicquam simul totum aspici minimè potest.

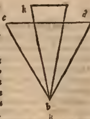
Sit nanq; uisile quoduis a d, oculus uerò sit b, à quo procidant uisus b a, b c, b k, b d. Igitur quoniam in interuallo feruntur procidentes uisus nō procederent cōtinui ad a d, quare fient quoq; & ad a d, interualla, ad quæ uisus nō ueniunt, ea nō spectātur per 3 suppositionē: totū igitur a d, simul minimè spectabitur, uidetur autem simul spectari uisibus celerrimè delatis.

Theorema

Theorema ſecundum.

AEqualibus magnitudinibus interuallo poſitis, propius poſitæ euidentius ſpectantur.

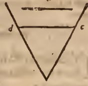
Sit oculus b, quod autem ſpectatur ſit c d, & k l: oportet, inquam, ipſa æqualia & parallela eſſe, propius uerò ſit c d, procidantq; uiſus b c, b d, b k, & b l, non utiq; dixerimus quòd ab ipſo b, oculo ad ipſam k l procidentes uiſus ueniant per c d, ſigna, fuerit nanq; trianguli, b k l, & b c d, ipſum k l, maius quàm ipſum c d, atqui poſitum eſt quòd et æquale, igitur ſub pluribus uiſibus ſpectatur c d, quàm k l, euidentius igitur apparebit c d, q̃ k l.



Theorema tertium.

EOrum quæ ſpectantur unumquodque longitudinem interualli habet aliquam, qua aduentante, non amplius ſpectatur.

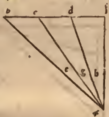
Sit, inquam, oculus n, ſpectatum uerò c d, ſitq; in aliqua diſtantia, non amplius ſpectabitur, fiat nanq; c d, inter uiſuum interuallũ in quo k, igitur ad k nullus ab ipſo b uiſus procidet, id uerò ad quod uiſus nõ addunt non ſpectatur. Eorum igitur quæ ſpectantur, unumquodq; longitudinem diſtantiæ habet non aliquam, qua aduentante, amplius ſpectatur.



Theorema quartum.

AEqualibus interuallis, in eadem recta linea exiſtentibus, quę ex pluri diſtantia ſpectantur, minora apparent.

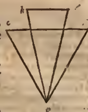
Sint, inquam, æqualia b c, c d, d f, oculus uerò ſit k, ex quo procidant uiſus k b, k c, k d, & k f, & k b, ad rectos ſubſiſtat angulos ipſi b f: quoniam igitur in rectangulo k b f, æquales ſunt b c, c d, d f, maior eſt quidem angulus e angulo g, & g angulus ipſo angulo h: maius igitur apparet b c ipſo c d, & c d, ipſo d f.



Theorema quintum.

AEquales magnitudines inęqualiter expoſitę, inæquales apparent, & maior ſemper ea quę propius oculum adiacet.

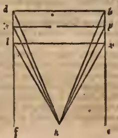
Sit æqualis c d ipſi K l, oculus uerò ſit b a, quo procidant uiſus b c, b k, b l, & b d, igitur d c, ſub maiori ſpectatur angulo quàm ipſa k l: maior igitur apparet c p ipſa k l.



Theorema ſextum.

PArallela interuallo in diſtantia ſpectata inęqualis latitudinis apparent.

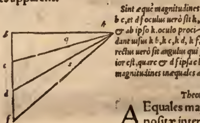
Sit, inquam, b c ipſi d f parallelum interuallum, oculus uerò ſit K. Dico quòd b c, & d f inæquali latitudine apparet, & maius, inquam, propius interuallum remotiore, procidant nempe radij k x, k p, k b, k d, k n, & k l, & connectantur rectæ lineæ x l, p n, & p d. Quoniam igitur angulus qui ſub x k l, maior eſt eo angulo qui ſub p K n, maius igitur apparet ipſum x l ipſo p n, atq; id propterea n p, recta linea maior apparet ipſa b d, recta linea non amplius ſpectabuntur parallela interualla, ſed minora, & inæqualis latitudinis: parallela igitur interuallorũ ex diſtantia ſi ſpectẽtur, inæqualis latitudinis apparent. Sic nempe in eodem plano ſpectato fuerit oculus ſic, eſto enim k, & excitetur per undecimam undecimi elementorum, ab ipſo K ad ſubie-



ctum planum perpendicularis k a: ab ipso autem a in f l, ipsa a m. per duodecimam primi elementorum & extendatur per secundum postulatum in o, procidantq; radij k b, k g, k f, k d, k n, & k l, & connectantur per primum postulatum k m, k x, & k o. Quoniam igitur ab ipso k, sublimi in ipsum m annectitur k m, perpendicularis igitur est in ipsam m l, per duodecimam primi elementorum: similiter iam & k x, in ipsa g n, & ipsa k o, in ipsa b d. Igitur triangula k m l, k x n: k o d, rectangula sunt, & aequalis est ipsa quidem x n ipsi m l, parallelogrammum, inquam, est ipsum m n, utraq; ipsarum x k, k n, maior est utraq; ipsarum m k, k l, maior igitur est & angulus qui sub m k l, eo qui sub x k n. Quare & tota f l, tota g u maior apparet, idq; propterea & l s, ipsa b d, inaequalis igitur latitudinis ipsae magnitudines apparent.

Theorema septimum.

IN eadem recta linea aequales magnitudines remotius inuicem positae, inaequales apparent.

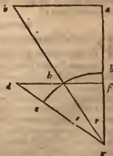


Sint aequè magnitudines b c, et d f oculus uerò sit k, & ab ipso k. oculo procidant uisus k b, k c, k d, k f, rectus uerò sit angulus qui sub k f b, igitur angulus s angulo q maior est, quare & d f ipsa c b, maior apparet. Igitur ipsae d f & b c magnitudines inaequales apparent.

Theorema octauum.

AEquales magnitudines inaequaliter expositae interuallis, proportionaliter minimè spectantur.

Esto enim b c ipsi d f, aequalis, & ei parallelus apponatur, K oculus, & ab ipso procidant radij, K f c, K b b, K f, & K c d. Quorum K c, ipsi b c, esto ad angulos rectos. Dico iam quòd ipsae b c, & d f magnitudines ipsis c k, & k f, interuallis proportionaliter minimè apparent. Quoniam enim angulus qui sub d f K, rectus est, acutus igitur est angulus qui sub f k b, quare & ipsa b k ipsa k f maior est, cètro igitur k, interuallo uerò k b, per tertiũ postulatum circulus descriptus extra ipsam k f cadit, describatur & esto c b g: & quoniam b d k, triangulum maiorem habet rationem ad b k c, sectorem, quàm f b k, triangulum ad g b k, sectorem: uicißim igitur b d k, triangulum ad f b k, triangulum maiorem habet rationem, quàm e b k, sector, ad g b k sectorem. Componẽdo igitur per decimamoctauam quinti elementorum triangulum f d k, triangulum f b k, maiorem habet rationem, quàm e g k sector, ad g b K, sectorem, sed sicut f d k triangulum, ad f b k triangulum, sic d f ad f k: sicut autem g c k, sector ad g b k, sectorẽ, sic qui sub d K f angulus, ad eum qui sub b k f angulum. In maiori ergo ratione est d f ad f b, quàm s r angulus ad r angulum. Sicut autem d f ad f b, sic c k, ad K f, & k c, igitur ad k f, in maiori est ratione quàm s r angulus ad r angulum, at ex angulo s r, spectatur d f: ex r uerò angulo spectantur b c. Igitur magnitudines interuallis proportionaliter minimè spectantur.

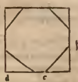


Theorema

Theorema nonum.

Rectangulę magnitudines ex interuallo specta tæ, circunductę apparent.

Sit rectangula magnitudo b e ex interuallo spectata, igitur eorum quæ spectantur unumquodq; longitudinem habet aliquam interualli, quæ aduentante non amplius spectatur, sicut per 3 theorema apparet, igitur angulus e non spectatur. At signa d f, solum apparet. Similiter etiam & in unoquoq; reliquorum angulorum hoc eueniet, quare totum circunductū apparebit.



Theorema decimum.

Sub oculo positorum planorum, quæ remotiora, sublimiora apparent.

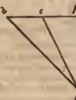
Sit, inquam, oculus b super ipso e k plano, à quo oculo procidant radij, b e, b d, b f, & b k: perpendicularis autem esto per 11 undecimi elementorum b k ad subiectum planum. Dico quòd e d ipso d f sublimius apparet. Igitur ipso quidem e d, ipso d f, sublimius apparet, & f d ipso f k, quæ uerò sub sublimioribus radijs spectantur, sublimiora uidentur, sicut per suppositionem septimam perspectiuæ apparet.



Theorema undecimum.

Planorum super oculo positorum, quæ remotiora, humiliora apparent.

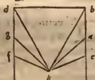
Sit oculus b sub ipso d f plano positus, à quo exeuntes radij procidāt ut b e, b d: & b f humilima omnium quæ ex b ad ipsum d f prodeunt, planum est ipsa b d, & b e etiam ipso b f humilior est. Sed per b d, & b e, radios spectatur ipsum d e, & per b e & b f, spectatur ipsum e f, ipsum igitur d e humilius ipso e f spectatur.



Theorema duodecimum.

Quæ obijciuntur longitudinem habentium quæ sunt in dextris, in sinistra procedere uidentur: quæ uerò in sinistris, in dextra.

Sint enim spectata b e, d f, oculus uerò sit k: à quo procidant uisus k e, k a, k b, k f, k g, & k d. Igitur ipsum d in sinistram magis quàm g, similiter quoq; b dextrorsum magis quàm a uidetur procedere. Quare quæ obijciuntur longitudinem habentium quæ in dextris sinistrorsum & quæ in sinistris dextrorsum uidentur procedere.



Theorema decimumtertium.

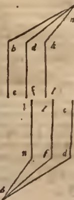
Aequalium magnitudinum sub oculum positorum, quæ longę positæ sunt, sublimiores apparent.

Sint enim æquæ magnitudines b e, d f, K l, sub oculum n positæ, & ab ipso n oculo procidant radij n b, n d, n K, igitur sublimior est n b, reliquis radijs, quare & b signum. Igitur b e ipsa d f, sublimior apparet, & d f ipsa K l: æqualium igitur magnitudinum sub oculum positorum, quæ longę positæ sunt, sublimiores apparent.

Theorema decimumquartum.

Aequalium magnitudinum supra oculum positorum, quæ longę positæ sunt, humiliores apparent.

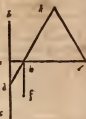
Sint æquæ magnitudines k n, l f, e d, super oculum positæ, qui sit & ab



ipso b oculo procidant radij b n, b f & b d. Igitur humilima est b d, quare & d signum. Ac per hoc e d, humilior apparet ipsa l f, & l f, ipsa k n.

Theorema decimum quintum.

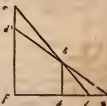
EOrum quæ sub oculum posita sunt, quæ sese inuicem excedunt adhærente oculo maiore supra spectatum maius apparet, recedente uerò minore minus.



Sit nempe maius b c ipso b f, ponaturq; ut oculus sit k, super ipsa b c, & b f, procidatq; radius per b, sitq; k d, igitur b c ipso b f maius apparet ipso b d, æquum enim apparebat b f ipsi d c, quoniam iam sub eodem oculo k & radio k d aspiciebatur. Rursus iam permutetur oculus k, sitq; oculus in l & p b, procidat radius l n, igitur rursus b c ipso b f maius apparet ipso b n minore, igitur ipsum b c, ipsum b f, uidetur excedere abeunte oculoq; adhærente.

Theorema decimum sextum.

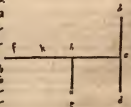
QVæ sese inuicem excedunt inferius oculo posito, adhærente oculo minore minus super spectatum apparet, recedente uerò maius maiore.



Esto, inquam, maius b f ipso b k, & oculo l inferius posito cadat radius l c: per b, igitur b f ipso b k maius apparet ipso c b. Immutetur iam l oculus, sitq; oculus n, cadatq; radius n d, per b igitur rursus b f ipso b k maius ipso b d apparet. Adhærente igitur oculo minore maius, & recedente maiore ipsum b f, ipsum b k uidetur excedere.

Theorema decimum septimum.

QVæcunq; sese inuicē excedunt, oculo posito in recta linea minori magnitudine existente, adhærente & recedēte oculi æquali semper superius spectatum minus uidebitur excedere.



Excedat, inquam, b d ipsum b g ipso b c & connexa c b per 2 postulatum extendatur, sitq; oculus in f. Igitur ab ipso f radius procidens per f c, annectetur. Rursus iam permutetur oculus in k, igitur per hoc ab ipso k oculo radius procidens per k c annectetur, eodem igitur excedet b d, ipsum b g & adhærente & recedente oculo.

Theorema decimum octauum.

DAtam altitudinem cognoscere quanta sit.

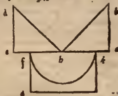
Sit, inquam, quam oportet cognoscere, quanta sit data altitudo b c, cadatq; radius solis ab ipso b ut b d, igitur umbra erit ut c d, cape magnitudinem quampiam notam, sitq; k f, annectatq; per trigesimam primam primi elementorū sub angulo d, parallelum b c. Igitur est sicut d c ad c b, sic d f, ad f K, & nota est ratio ipsius d f, ad ipsam f K, nota igitur est ipsius d c ad c b ratio. Sed d c umbra non est ipsa, igitur c b altitudo nota est.



Theorema decimum nonum.

SOle non apparente datam altitudinem, quanta sit cognoscere.

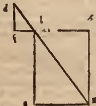
Sit quam cognoſcere conuenit quanta ſit data altitudo b c, exponaturq́ſpeculum k a, oculus uerò ſit d & ab ipſo procidat radius d b, refringaturq́ ut b b, finiens, & ab ipſo d oculo perpendicularis d f agatur per duodecimam primi elementorum. Igitur anguli qui ad b ſunt æquales adinuicem, hoc enim oſtenſum eſt per primum theorema ſpeculariæ, ſed angulus ad c, eo qui ad f, eſt æqualis per 4 poſtulatum, rectus enim eſt eorum uterq;. Reliquus igitur angulus qui ad b, reliquo qui ad d eſt æqualis. Quare triangulum b c b, ipſi d b f, triangulo ſimile eſt per primam diffinitionem 61 elementorum. Eſt igitur ſicut b c ad c b ſic b f ad f d. Ipſius autem f b, ad f d ratio nota eſt, & ipſius igitur b c ad c b, ratio nota eſt: at nota eſt c b, nota igitur & c b altitudo.



Theorema uigeſimum.

DAtam profunditatem quanta ſit cognoſcere.

Eſto, inquam, profunditas quàm oportet quanta ſit cognoſcere b k, ponaturq́ oculus d, procidatq́ radius d l k in deiectum, exciteturq́ per 31 primi elementorum ab ipſo d ad ipſam b K ipſa d f, quoniam parallelus eſt b K ipſi d f, prociditq́ d k, angulos igitur per uigeſimamnonam primi elementorum b K l, & l d f, inuicē efficit æquales: ſunt autem qui ad l ad uerticē inuicem æquales per decimamquintam primi elementorum, reliquus igitur angulus reliquo angulo eſt æqualis, æquiangulum igitur eſt b k l triangulum ipſi l d f, triangulo, eſt igitur ſicut l f, ad f d, ſic l b ad b k. Data autem eſt ratio ipſius l f ad f d. Data igitur eſt ratio & ipſius l b ad b k. Data autem eſt l b. Data quoq; eſt ipſa b K.



Theorema uigeſimumprimum.

DAtam longitudinem quanta ſit cognoſcere.

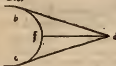
Eſto enim quam quanta ſit cognoſcere oportet data longitudo b c, ponatur oculus d, à quo procidant radij d b, d c, & ab ipſo f, excitetur per trigeſimamprimam primi elementorum ad ipſam b c, ipſa f k: igitur eſt ſicut f K, ad k d, ſic b c ad c d, nota autem eſt ratio ipſius f k ad k d: nota igitur & ipſius b c ad c d ratio, & nota eſt c d, nota igitur eſt & c b.



Theorema uigeſimumſecundum.

SI in eodem plano, in quo & oculus, circuli ambitus poſitus fuerit, recta linea ipſius circuli ambitus apparebit.

Eſto, inquam, ambitus b c, oculus uerò ſit d. In eodē exiſtens plano ipſi b c à quo procidant radij d b, d f & d c. Igitur quoniam per primum theorema eorum ſub proſpectum cadunt nihil ſimul ſpectatur, nequaquam apparebit f b, ambitus ipſa igitur f b, ſigna in rectam eſſe lineam uidebūtur, ſimiliter quoq; & f c, tota igitur b c circunferentia recta linea uidebitur.



Theorema uigeſimumtertium.

SPhæra utcunq; inſpecta ab uno oculo minus ſemper hemiſphærio cernetur, ipſum uerò ſpectatum ſub ſphæræ circulo comprehenſum apparet.

Sit enim ſphæra cuius cẽtrum ſit h, oculus autem ſit b, & connectatur per primum poſtulatum b k, & per 11 primi elementorum ei ad angulos excitetur rectos per k ipſa c k d & extendatur per b k, planum c h d, efficiet, inquã, in ſphæra circulum, efficiat iam ipſum c d l n f, circum uerò k b dimetientem circulus deſcribatur, & per primum poſtulatum connectantur k f, f b, b l, l k, & l f, igitur quoniam per 31 tertij elementorum, anguli qui ſub k f b, b l K, recti ſunt, quoniam in ſemicirculis ſunt, & ex centro h f & k l in uno ſigno tangunt b l, b f, ipſam ſphæram. Igitur ab ipſo b oculo procidentes radij in ipſas b f, b l, procidunt. Et quoniam uterque qui ad h, ſunt angulorum rectus eſt eo quia c d, ipſi f l, parallelus eſt, & f h, ipſi h l, eſt æqualis per tertium tertij elementorum, ſi iam manente ipſa h b ipſum h f b, triangulum circunducatur in idem, rurſus reuoluetur unde cœperat circunduci. At b f, circum acta in uno ſigno ſphæræ ambitum tangit per correlarium 16 tertij elementorum, hoc eſt in f, & circulus erit deſcriptus per f l ſigna, quare ſub circulo id ſphæræ quod ſpectatur contentum, uidetur & minus hemiſphærio: ipſum nanque f in l, minus eſt hæmiſphærio. Quare & ab oculo ſpectatum minus eſt hemiſphærio.

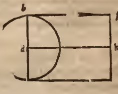
Theorema uigeſimumquartum.

OCulo ad ſphæram propius accedente, ſpectatum minus eſt, putabitur autem maius uideri.

Eſto enim ſphæra cuius centrum ſit k, & ab oculo d in centrum connectatur d k, & per k, per 11 primi elementorum excitetur b c, circum uerò d K circulus deſcribatur, per 3 poſtulatum, & per ſecundum poſtulatum connectãtur d n, n k, d l, l K, igitur recti ſunt qui ad l n, anguli: quoniam l n ſemicirculus ſunt per 31 tertij elementorum. In unum igitur contactum tangunt ipſæ d l, d n, ipſam ſphæram per correlarium 16 tertij elemẽtorum. Ipſi igitur ab ipſo d, oculo procidentes radij per d l & d n cadunt. Rurſus remoueatur oculus, & ſit in r & circum ipſum r, per 3 poſtulatũ circulus deſcribatur, & per ſecundũ poſtulatũ connectãtur r f, f k, r ſ, s k: igitur ipſo r f, r ſ, in uno ſigno ipſam tangunt ſphæram per correlarium 16 tertij elementorum, & ab ipſo r oculo procidentes radij ut r ſ, r f cadunt. Quare ſub angulo r ipſum f ſ, & ſub angulo d ipſum n f ſ l, ſpectatur, ſed f n ſ l, ipſo f ſ, maius eſt: apparet autem minus, angulus enim qui ad r maior eſt: eo qui ad d eſt angulo per 20 tertij elementorum, quæ uerò ſub maiori ſpectãtur angulo per 4 ſuppoſitionem optices maiora uidentur, maius ergo apparet f ſ, ipſo n f ſ l, eſt autem minus.

Theorema uigeſimumquintum.

SPhæra binis ſpectata oculis, ſi dimetiens ſphæræ æquus fuerit rectæ lineæ diſtanti ab oculis, ipſius hemiſphærium ſpectabitur.

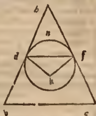


Sit ſphæra cuius dimetiẽs ſit b c, & ab ipſo b c per 11 primi elementorum excitentur ad angulos rectos b f, c l, & ab ipſo f ad ipſam b c, per 31 primi elementorum excitetur f l, & ponatur oculus unus in f, alter uerò in l, ab ipſo uerò centro d per 31 primi elementorum ad ipſam b f parallelus d K, igitur ſi manente d K ipſum b k parallelogrammum, circumagatur in idem rurſus

sus unde cœpit agi consistet, & circunscripta ab ipsa b d, figura circulus erit, qui per centrum erit ipsius sphære. Quare hemisphærium tantum ipsius sphære spectabitur sub f l oculis.

Theorema uigemumsextum.

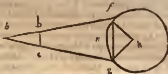
CVm oculorum distantia sphæræ diametro maior fuerit hemisphærio, maius id quod ipsius sphæræ spectabitur apparebit.



Esto enim sphæra cuius centrum sit K, oculorum uerò interuallum maius esto ipsius sphære diametro, & per K & b c, extendatur planum, efficiatq; in sphæra circulū d f n, procidantq; radij b d, c f, in uno signo tangentes, igitur producti inuicem congrediuntur. Quoniam b c ipsius sphære diametro maior est, congrediantur iam in b, signum. Igitur quoniam ab ipso signo b ipsæ b f, b d, per unum signum tangentes cadunt, minor est ipse f n d, ambitus semicirculo per uigesimumtertium theorema, anguli enim b f k, b d k, sunt rectæ. Ipsius uerò sphære reliquum sphære hemisphærio maius spectatur sub b d c f.

Theorema uigesimumseptimum.

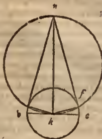
SI oculorum interuallum minus fuerit sphæræ diametro, id sphæræ quod spectatur, hemisphærio minus spectabitur.



Esto, inquam, sphæra cuius centrum sit k oculorum interuallum sit b c minus existens ipsius sphære diametro: & per K & b c, extendatur planum, efficiatq; in sphæra circulum f g n, excitentur autem per decimamseptimam tertij elementorū ab ipsis b c oculis in uno signo tangentes b f, & c g, quæ in b inuicem congrediantur. Quoniam b c, & ipsius sphære diameter sunt inæquales, igitur ab ipso b signo procidētes in ipsam sphæram minorem hemisphærio ambitum capient, per uigesimumtertium theorema. Igitur ambitus f g n, hemisphærio minor est. Quare sub b c oculis spectatum, hemisphærio minus erit.

Theorema uigesimumoctauum.

CYlindro utcunque inspecto ab oculo uno, minus hemicylindro spectabitũ.



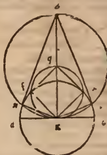
Esto nanq; cylindri circa basim circuli centrum K, ab ipso n, oculo excitetur ad k ipsa n k, per primum postulatum, et per k: per secundam primi elementorum excitetur b c, & circum k n, describatur circulus, connectanturq; n f, f K, n d, d K. Igitur qui ad f d, recti sunt. In uno igitur signo f n, n d, tangunt per corrolarium decimamsextam tertij elementorum. Ipsi igitur ab ipso n oculo educti radij per n f, n d procidunt, quare ipsi ambitus f l d, tantum spectabitur: sed f l d, minor est ipso c l b, semicirculo. Igitur f l d, semicirculo minor uidebitur, hoc est cylindrus. Similiter enim basi per omnem superficiem cylindri demōstrabimus, quare totius cylindri dimidio minus spectabitur.

Theorema uigesimumnonum.

OCulo propius ad cylindrũ posito, minus quidem erit assumptum cylindri sub ipsis aspectibus, uidebitur autẽ maius aspici.

Esto

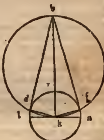
Esto enim cylindri circa basim circuli centrum k, & ab ipso k oculo in k centrū per 1 postulatum connectatur b k, & per k, per 11 primi elementorum ad angulos excitetur rectos c d, et circum k b circulus describatur, per 3 postulatum & connectantur b n, n k, b l, l k: iam per ea quæ prædicta sunt l f n, minus est semicirculo, & similiter basi cylindri minus est, & dimidium spectabitur. Sed proprius excitetur oculus, sitq; q & circum f k, per 3 postulatum circulus describatur, connectanturq; q r, r K, k f, & f q. Igitur qui ab ipso q radij procidentes per q r, & q f, cadunt, qui uerò ab ipso b scatent, cadunt per b l, b n, maior igitur ambitus n f l, ambitu r f, uidetur aut minor r f f, ipso n f l, maior enim est angulus q, angulo b, per 10 tertij elementorum, quare cylindri minor pars spectabitur, uidetur autem maior aspici.



Theorema trigesimum.

CONO circulum basim habētē sub uno oculo perspecto, minus hemiconio spectabitur.

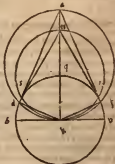
Esto enim coni basis circulus cuius centrum sit k, & ab ipso b oculo excitetur in centrum per primum postulatum b K, & per K, per 11 primi elementorrm, ad angulos rectos ipsi k b excitetur n l, circum uerò k b, per 3 postulatum describatur circulus. Connectanturq; per 2 postulatum b f, f k b d, d k. Igitur anguli qui ad f d, recti sunt per 31 tertij elementorum. Igitur ipsa b d, b f in uno signo tangunt per correlariū 6 tertij elementorū, & radij qui ex b per b d, b f, procidunt, igitur ambitus f r d, perspectus minor existens ipso n r l. At n r l, semicirculus est. Igitur ambitus f r d semicirculo minor est. Quare & coni quod spectatur minus est hemiconio: similiter enim & in reliquorum circulorum ipsius coni superficie ostendemus.



Theorema trigesimumprimum.

OCulo propius posito in eodem plano minor, in quā, erit uisibus assumpta pars, at maior perspicij uidebitur.

Esto coni basis circulus cuius centrum sit K, oculus uerò sit a & ab ipso a per primum postulatum in K connectatur a k. Et per undecimam primi elementorum, ad angulos rectos excitetur per k ipsa b b. Describaturq; per tertium postulatum circum a k circulus, & per primum postulatum connectantur a f, f k, ad d k, permuteturq; oculus a in n, & circum K n, per tertium postulatum circulus describatur, connectanturq; n r, r K, n f, f k. Igitur qui ex a oculo radij scatent, per a d, a f, cadūt. Quare ambitus f q d apparet. Idq; propterea & qui ab ipso n, oculo radij scatent per n r, n f cadunt, spectabitur igitur ambitus r q f. Sed maior f q d ipso r q f. At minor apparet, maior enim est angulus n eo qui ad a est angulo.



Theorema trigesimumsecundum.

COno circulū basim habente, si à contactibus qui ab oculo in coni basim procidētibus radijs rectæ lineæ deducātur per superficiē coni

coni ad uerticē eius perq́ deductas, & eis quæ ab oculo in baſin coni procidentibus plana educta fuerint, in communiq́ planorū ſectione oculus poſitus fuerit, id quod ſpectatur coni, omnifariàm æquum ſpectabitur uiſu in plano propoſito exiſtenti.

Sit conus cuius baſis quidem ſit circulus c d, uertex autem ſit b ſignum, oculus uerò ſit K à quo procidant radij k d, K c, tangentes in c d, connectaturq́; ab ipſis d c, ſignis in uerticem coni d b, & c b, & per c b, & c K, quidem planum extēdatur quod ex ipſorum d b, d K. Similiterq́; alterum protenditur planum, igitur ipſi plani ueniunt in congreſſum, nam ipſe c d b, concurrunt, & c K, d k concurrunt, ueniant in congreſſum igitur ipſa plana, & ſit eorum communis ſectio b K. Dico quòd ubi in b k, poſitus fuerit oculus, quo ſpectatur coni, æquum eſt, ponatur in b K oculus, ſitq́; ſ, exciteturq́; per 31 primi elementorum per ſ ad ipſam quidem K d, ipſa ſ n, ad ipſam autem c k ipſa ſ ſ, igitur ipſæ ſ n, ſ ſ, coni ſuperficiem in ſignis ſ ſ, tangunt. In ipſa enim coni ſuper æquidiſtantium circulorum ſegmenta ſunt ſimilia. Igitur in ipſa b d c, coni ſuperficie interuallis ſpectata æqualia apparent. Quoniam æqualis eſt quē ipſæ ſ ſ, ſ n comprehendunt, angulus ei qui ſub k c, c d, comprehenditur angulo, æquum apparuerit igitur, ſ n, interuallum ipſi d c interuallo. Quare quando oculus in K b, recta linea poſitus fuerit, æquum ſemper ſpectatum apparet.

Theorema trigeſimumtertium.

AEqualiter autē ſemp oculo à cono diſtāte, ſublimius quidē oculo poſito minus apparet coni ſpectatum, humilius uerò maius.

Eſto coni uertex quidem ad d ſignum, baſis autem circulus, exciteturq́; per 31 primi elementorum k b, ipſi b d. ponaturq́; oculus in b. Dico iam quòd id quod ſpectatur coni oculo poſito in b minus ſpectabitur quàm in ſ. Connectantur, inquam, per primum poſtulatum ab ipſo d ſigno in b ſ ſigna ipſæ b d, d ſ, & per ſecundum poſtulatum extēdantur in n l, igitur in n & l, ſigno poſito oculo ſpectata coni æqualia apparebunt, & minus quidem apparebit quod ad n, maius autem id quod ad l, æquū uerò id quod ad n, ei quod ad b. Id autem quod ad l ei quod ad ſ, ſicut in præcedenti patuit: oculo igitur in b, ſigno exiſtente ſpectatum coni minus apparet quàm in ſigno.

Theorema trigeſimumquartum.

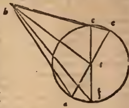
IN circulo ſi à centro ad angulos rectos quædam agatur recta linea ipſius circuli plano, & in ipſa apponatur oculus circuli dimetientes æquales apparent.

Eſto enim circulus cuius centrum ſit K, & ab ipſo K, per 12 undecimi ele. ad angulos rectos excitetur ipſi plano circuli ipſa K b, oculus uerò ſit in b: excitenturq́; diametri c a, & d f. Dico iam ipſum a c ipſi d f, æqualem apparere: connectantur enim ipſæ b a, b f, b c, b d, per primum poſtulatum. Igitur binæ b h, k f, binis b K, k r, ſunt altera alteri

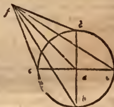
teri æquales, est autem & angulus r angulo s æqualis, æqualis igitur est per 4 primi elementorum basis b f, basi b c. Idq; propterea iam & b d ipsi b a est æqualis, binæ iam d b, b f, binis c b, b a, sunt æquales, est autem & d f ipsi c a, æqualis: angulus igitur qui sub d b f, angulo qui sub c b a, est æqualis. Sed ea quæ sub æqualibus spectantur angulis æqualia apparent: æqualis igitur per suppositionem sextam c a, ipsi d f apparet.

Theorema trigesimumquintum.

ETsi quæ ex centro excitatur non fuerit ad angulos rectos ipsi plano, æqualis autem fuerit ei quæ ex centro, dimetientes ipsi æquales apparent.

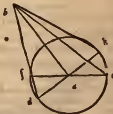


Sit circulus cuius centrum K, & ab ipso K, excitetur non ad angulos rectos ipsi plano ipsa K b, æqualis autem esto ei quæ ex centro circuli, & per primum postulatum connectantur ab ipso b signo ce, quæ prius: quoniam igitur ipsæ d k, K b, k f, inuicem sunt æquales, rectus est angulus contentus sub f b d. Idq; propterea iam & qui sub a b c, angulus rectus est, æquales igitur sunt ipsi adinuicem per quartum postulatum. Sed quæ f b æqualibus spectantur angulis æqualia apparent per suppositionem 6. æqualis igitur apparet d f ipsi a c. Sed iam a f, neque sit æqualis ei quæ ex centro, neque sit ad angulos rectos ipsi circuli plano, æquales uerò efficiat angulos sub d a f, f a c, & e a f & f a b. Dico quòd & sic dimetienes ipsi æquales apparent. Quoniam enim æqualis est d a, ipsi a c, per decimamquintam diffinitionem primi elementorum: communis autem a f, & æquos comprehendunt angulos. Basis igitur d f, per quartam primi elementorũ basi c f, est æqualis, & angulus d f a angulo a f c, est æqualis. similiter iã ostendemus quòd & angulus e f a, angulo a f b est æqualis, totus angulus igitur qui sub d f b, toti angulo sub c f e, est æqualis quare per suppositionem 6 perspectiuæ ipsæ diametri æquales aparebunt.



Theorema trigesimumsextum.

SI uerò quæ ab oculo ad centrum procidens circuli, neq; ad angulos fuerit rectos ipsius circulo plano, neq; etiam eiq; ex centro fuerit æqualis, neq; æquos cum hijs quæ ex centro comprehendet angulos, sed aut maior aut minor ea quæ ex centro fuerit, diametri ipsæ inæquales apparebunt.



Sit enim circulus cuius centrũ sit a, & ab ipso b oculo in centrum circuli excitetur recta linea b a, sit autem neq; ad angulos rectos ipsi plano, neq; ei quæ ex circuli cẽtro æqualis, neq; etiam cum his quæ ex centro æquos comprehendat angulos. Dico quòd ipsæ diametri circuli inæquales apparebunt, excitetur, inquam, e f, dimetiens ad angulos subsistens rectos ipsi a b. Et d k inæquales efficiens angulos ipsi a b, & per primum postulatum connectantur b c, b d, b f, & b k. Sit, inquam, prius b a ipsa a k maior: igitur maior est angulus comprehensus sub e b f, eo qui comprehensus est sub k b d, sicut in theorematibus ostensum est. Quæ uerò sub maiori angulo spectantur maiora apparent. Igitur c f ipsa d k maior apparet.

Theorema trigesimumseptimum.

SI autem b a, ipsa a K, minor fuerit, maior apparet d K ipsa c f.

Esto circulus cuius centrum sit a, oculus uerò sit b, à quo in circulum perpendicularis acta non cadat in a, sed exterius, sitq; b c, connectaturq; per primum postulatum ex c in a, ipsi c a, insuper ab a in b, ipsa a b per idem postulatum. Dico q. omnium per a actarum rectarum linearum, ad ipsamq; b a angulos efficientium minimus est qui sub c a b, excitetur enim recta linea d a, & ab ipso c per xi. xi. elemen. in d e perpendicularis agatur ipsi plano c f, connectaturq; b f, per primum postulatũ: igitur ipsa b f, super d e perpendicularis est. Quoniam igitur angulus c f a rectus est, qui sub a c f, igitur minor est recto, maius igitur est per 18 primi elemen. latus a c, latere a f. Igitur b a, ad ipsam a f, maiorem habet rationem, quàm ad a c, sed angulus a c b, & qui sub b f d recti sunt, & c a, & a f, sunt inæquales, & reliquus igitur qui sub f a b, eo qui sub c a b maior est, similiter autem ostendetur quòd & omnium per a, actarum rectarum linearum ad ipsam a b, rectam lineam angulum efficientium minimus est qui sub c a b.

Theorema trigesimumoctauum.

SEd quod f b ipsi d e ad angulos rectos existat, sic ostendemus.

Quoniam b c, ipsi circuli plano ad angulos est rectos, & omnia igitur per b c, plana producta ipsi circuli plano per 3 diffinitionẽ 11 elemen. ad angulos rectos existunt. Vnum autem eorum quæ per b c extenduntur planorum est ipsum b e f, triangulum. Igitur triangulũ b c f, ipsius circuli plano ad angulos rectos existit. Quoniam igitur bina plana, hoc est & id quod ipsius e d, circuli, & id quod ipsius b c f, trianguli adinuicem sese dispescunt, & ipsi e f, quæ ipsorum communis est sectio ad angulos rectos est ipsa f d, in ipsius circuli plano: perpendicularis namq; agitur c f, in e d, & f d igitur ipsius b c f, trianguli plano ad angulos rectos est. Quare per 2 diffinitionẽ 11 element. ad omnes ipsum tangentes rectas lineas, & in ipso e f trianguli e f b, plano existentes ad angulos rectos subsistit. Igitur d f, ipsi b f, ad angulos rectos est.

Theorema trigesimumnonum.

RVrsus igitur b f ipsi e f d, dimetienti ad angulos rectos est.

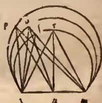
Esto bina triangula b c a, & b f a, rectos habentia eòs qui ad c f, angulos, & b a, ad f a, maiorem habeat rationem quàm ad c a. Dico quòd angulus f a b, eo qui sub c a b est, angulo maior est. Quoniam enim b a, ad a f, maiorem habet rationẽ quàm ad c a: & rursus igitur f a ad a b, minorem habet rationem quàm c a, ad a b, quare c a, ad a b, maiorem habet rationem quàm f a, ad a b. Fiat igitur sicut c a, ad a b, sic f a, ad maiorem ipsa a b, hoc est ad ipsam a d, æquiangula igitur sunt triangula b c a, & d f a, quare angulus c a b, angulo f a d, est æqualis. Igitur angulus f a b, angulo c a b, maior est. Esto circulus a b, c d, excitenturq; binæ diametri a b, c d, sese inuicem ad angulos rectos dispescentes, oculus uerò esto e, à quo in centrum connexa c f, ad angulos quidem rectos esto ipsi c d, ad ipsam autem a b, contingentem angulum comprehendat, estoq; e f, utraq; ipsarum quæ ex centro maior. Quoniam igitur c d, utriq; ipsarum a b & e f, ad angulos est rectos, & omnia igitur plana per c d, proiecta ei quod per e f & a b, plano ad angulos rectos subsistunt. Excitetur perpendicularis igitur ab ipso e, signo ad subiectum planum per 11 undecimi elementorum: in communem igitur planorum sectionem a b cadit. Cadat igitur & sit e h, extendaturq; dimetiens g b, ponaturq; ipsi dimetienti circuli æqualis l m, seceturq; per 10 primi element. bifariàm in n, & ab ipso n, ipsi l m, per 11 eiusdem excitetur ad angulos rectos in sublimi recta linea n x, sitq; ipsa n x, ipsi e f æqualis. Segmentum igitur circum l m, descriptum, transiensq; per 10 semicirculo maius erit. Quoniã n x, maior est utraq; ipsarum l n, n m, sit ipsum l x m. Connectanturq; ipsæ x l, & x m, angulus igitur qui ad x cõprehensus sub l x m, ei est æquus qui ad e, signum, comprehenso sub continen

tibus ipsum e, & c d, signa. Insuper ponatur ei qui sub e f, & f g, equus qui sub l n, n o, auferaturq; ipsa e f, æqualis ipsi n o, connectanturq; ipsæ l o, m o, describaturq; circum l o m, triangulum segmentum circuli comprehensum sub l o, o m, hoc est ipsum l o m. Erit iam qui ad o, signum angulus comprehensus sub l o m æquus ei qui sub g e b. Insuper ponatur ei qui sub e f g, æqualis qui sub l p n, auferaturq; e f, æqualis ipsi n p, cõnectanturq; ipsæ l p, p m, describaturq; circum ipsum triangulum segmentum circuli, erit iam angulus qui ad p, signum angulo cõprehenso sub a e, & e b, æqualis. Quoniam igitur angulus x, angulo o, maior est, sed angulus x, angulo f, est æqualis, & qui ad f, per 32 primi element. maior est eo qui ad o, extra enim triangulũ est l f o, & qui ad x igitur eo qui ad o maior est, & qui ad x, ei est æqualis qui sub c e d, & qui ad o, ei qui sub g e b, igitur per 4 suppositionem perspectiuæ c d, ipsa g b, maior apparebit. Rursus angulus f, angulo g e b, est æqualis, & qui ad p, ei qui sub a e b: maior autem est angulus o, angulo p, maior igitur apparebit per suppositionem 4 perspectiuæ g b, ipsa a b recta linea.

Theorema quadragesimum.

NOn sit autem maior quæ ab oculo in cẽtrum annexa est ea quæ ex centro, sed minor, erit iam circa diametros contrarium: nam ipsorum dimetientium maior, minor, & minor, maior, apparebit.

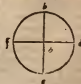
Esto circulus a b c d, extendãturq; bini dimetiẽtes a b, c d, sese inuicem ad rectos angulos secantes, altera uerò quæpiam extendatur n b, oculus uerò sit e, à quo in centrum f, connexa esto e f, minor existens utraq; earum quæ ex centro, ad angulos uerò rectos esto e f, ipsi c d, ponaturq; circuli diametro æqualis l m, quæ per 10 primi element. secetur bifariàm in n, exciteturq; per 11 eiusdẽ ad angulos rectos ipsi l m, ipsa n x. Describaturq; circum l x m, segmentum circuli, sitq; l x m. Erit iam minus semicirculo, quoniam n x, minor est ea quæ ex centro, esto, inquam, l x m, connectanturq; per primum postulatum ipsæ x l, x m, igitur angulus qui ad x, comprehensus sub l x, x m, æquus est ei qui ad e, comprehenso sub c e, & e d. Insuper ponatur ei qui sub e f, f g, equalis qui sub l n, l o, angulus, auferaturq; e f, ipsi n o, æqualis, connectanturq; l o, m o. Describaturq; circa l o m, triangulum segmentum circuli l o m. Iam angulus qui ad o, signum comprehensus sub l o, o n, rectis lineis æqualis erit ei qui ad e, comprehenso sub h e n. Insuper ponatur ei qui sub a f, f e, æquus qui sub l p, p n, auferaturq; n p, ipsi e f, æqualis connectanturq; l p, p m, describaturq; circum l p m, triangulum segmentum circuli, sitq; l p m, erit iam angulus qui ad p, signum comprehensus sub l p, p m, æqualis ei qui ad e, angulo comprehenso sub a e & e b. Quoniam igitur angulus qui ad x, eo qui ad o, minor est, æqualis autem est angulus qui ad o, ei qui ad e, comprehenso sub h e, e n, & qui ad x, ei qui ad e, comprehenso sub c e d, minor igitur apparebit c d, ipsa n b. Rursus quoniam angulus qui ad e, cõprehensus sub h e n, minor est eo qui comprehensus est sub l e b, minor igitur per suppositionem 5 specularíæ apparebit & n b, ipsa a b.



Theorema quadragesimumprimum.

CVruũ rotæ quandoq; circulares, & quãdoq; cõtractæ apparent.

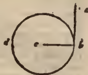
Esto enim rota cuius dimetientes sint d f, & b c. Igitur quandoq; ab oculo in centrum agitur, ad angulos fuerit rectos, ipsi plano uel æqua fuerit ei quæ ex centro, æquales diametri apparẽt, sicut in præcedenti theoremate ostensum est. Quare rota currus hijs existentibus circulares apparet, producto uerò curru & eo qui ab oculo in centrum actus est, ad rectos angulos non subsistente radio ipsius rotæ plano, neq; æquali ei quæ ex ipsius centro, dimetientes inæquales apparent, quod similiter in præcedenti ostensum est, quare rota contracta apparebit.



Theorema

Theorema quadragesimumsecundum.

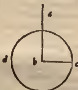
SI magnitudo quæpiam sublimis ad subiectum planum ad angulos rectos extiterit, positusq́ fuerit oculus in aliquo signo ipsius plani, & permutatum fuerit uisile in circuli circunferentia, uisile semper æqualiter spectabitur.



Esto, inquã, spectata aliqua magnitudo a b, sublimior plano, oculus autẽ esto c, cõnectaturq́; b c, & centro c, spacio uerò c b, per 3 postulatum circulus describatur b d. Dico quòd si in circuli circunferentia permutabitur ipsa a b, ab ipso c, oculo æqualiter spectabitur. Quoniam enim a b, recta est et ad ipsam b c, angulum efficit rectum: omnes igitur quæ ex centro c, ad ipsam a b, magnitudinem procidentes inuicem æquos efficiunt angulos, per secundam diffinitionem 11 elemen. æqualiter igitur uisile spectabitur, similiter quoq; & si à centro c, sublimis excitetur recta linea, & in ipsa positus fuerit oculus in parallelum existens spectatæ magnitudini, commotaq́; fuerit magnitudo, spectatum æqualiter semper apparet.

Theorema quadragesimumtertium.

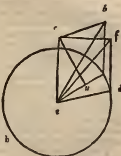
SI uerò uisile ad subiectum planum ad angulos fuerit rectos, permutatus autem fuerit oculus in circuli circunferentia, centrum habente signum circum quod conuertitur magnitudo ipsi plano, uisile semper æqualiter apparebit.



Sit, inquam, spectata magnitudo a b, sublimis & ad angulos rectos existens ad subiectum planum, oculus uerò sit c, & centro quidem b, spacio uerò b c, per 3 postulatum circulus describatur c d. Dico quòd si c, permutetur, in circuli circunferentia ipsa a b, magnitudo æqualiter semper apparebit, hoc, inquam, est manifestum, omnes enim ab ipso c signo ad a b, cadentes radij ad æquos angulos procidunt. Quoniam angulus qui ad b rectus est. Aequaliter igitur spectata magnitudo apparebit.

Theorema quadragesimumquartum.

SI autem spectata, à magnitudo ad subiectum planum neutiquam ad angulos rectos fuerit, mutatumq́ fuerit uisile in circuli circunferentia, inæqualiter semper spectabitur.



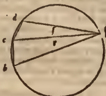
Esto circulus a b, & suscipiatur in ipsius circũferentia signum, sitq́; illud d, & constituatur non ad rectos angulos ipsi circulo ipsa d f, oculus uerò sit c. Dico quòd ipsa d f, si in ipsius circuli circunferentia permutabitur quandoq; maior, & quandoq; minor apparebit. Iam ipsa d f, uel est maior ea quæ ex centro, uel ei æqualis, uel minor: sit in primis maior, exciteturq́; per 31 primi element. per c, centrum ipsi d f, parallelus e c, sitq́; æqualis d f, ipsi e c. Exciteturq́; per 11 undecimi element. ab ipso c, signum ad subiectum planum perpendicularis c n, & cadat ipsi plano, in n, signum, & connexa c n, per 2 postulatũ extendatur & procidat in circuli circunferentia in a, & per a, per 31 primi element. ipsi c e, parallelus excitetur a b, ipsi d f, æqualis: dico quòd a b, omnibus in circuli circunferentia stantibus rectis lineis minor apparebit. Connectantur enim per primum postulatum c f, c f, b c, & e b: habuimus autem in præterito 36 theoremate, quod omnium per c, signum ductarum rectarum linearum, efficientiumq́; a d, e c, angulum, minimus est qui sub

c e a. Quoniã igitur c e, ipsi a b, parallelus est, sed & æqualis, & ea igitur ipsi c b, æqualis est & parallelus: parallelogrammũ igitur est b e, idq; propterea iã & f e, parallelogrammũ est. Et quoniã c perret ostendere quod minor apparet a b, ipsa d f, manifestum est quod prius ostendere oportet quod angulus qui sub b e a, minor est angulo qui sub f e d. Quoniam igitur ostensum est quod omnium per e, signum actarum rectarum linearum ad c e, angulosq; efficientium minimus est qui sub c e a, minor igitur est & ipso c e d, is qui sub c e a. Exponatur circuli semicirculo, æquum segmentum k a l, accipiaturq; illius centrum & sit n, ponaturq; ei angulo qui sub c e a, æqualis angulus qui sub k n m, ei autem qui sub c e d, æqualis qui sub k n o, ponaturq; ipsi d f, utraque ipsarum o n, m n, æqualis per 2 primi elementorum, & per m ipsi k n, æqualis & parallelus excitetur m p, per 31 primi element. Connectaturq; per primum postulatum p k, parallelogrammum igitur est n p, & æquum & simile ipsi b e. Rursus per o ipsi k n, per trigesimam primam primi ele. excitetur o r, & cõnectatur r k. Igitur r n, parallelogrammum æquum est & simile ipsi f e. Connectanturq; diagonij r n, p n. Quare angulus qui sub k n p, eo qui sub k n r, minor est. Estq; qui sub k n p, ei æqualis qui sub a e b, & qui sub k n r, ei est æqualis qui sub d e f, minor igitur est qui sub a e b, angulus eo qui sub d e f. Quare & magnitudo a b, magnitudine d f, minor apparebit. Similiter iam ostendemus quod b a, ipsa f d, minor est ipsa f d, minore existente & æquali ei quæ ex centro. Sed iã esto d e, ei quæ ex centro æqualis, cõstruãturq; omnia eadem quæ super, ponatur circuli semicirculo æqualis semicirculus b d l, accipiaturq; illius centrum, & sit n: & quoniam d o, æqualis supponitur ei quæ ex centro, æqualis igitur est d o, ipsi b n: ponatur, inquam, ei qui sub c e a, angulo, æqualis angulus qui sub b n k, excitetur q; ipsi b n, parallelogrammum n x, & ipsi b n, auferatur æqualis k x, connectaturq; x b, ei autem qui sub c e d, æqualis ponatur qui sub b n d, & ipsi b n, parallelus per 31 primi element. excitetur d o, ipsiq; b n, æqualis auferatur d o. connectaturq; o b: parallelogrammum igitur est utrunq; ipsorum b d, b K, & sunt æqualia & similia ipsis e f, e b, quare & qui sub m d, angulus ei est æqualis qui sub c e d, & qui sub b n k, est æqualis ei qui sub c e a, minor autem est qui sub c e a, eo qui sub c e d, minor igitur est & qui sub b n k, eo qui sub b n d, connectanturq; diagonij x n, o n, minor igitur est & qui sub b n x, eo qui sub b n o, æqualis autem est qui sub b n x, ei qui sub a e b, ipso d e f, minor igitur & qui sub a e b, eo qui sub d e f, minor igitur spectabitur a b, magnitudo, ipsa d f, magnitudine, quod ostendere oportebat. Sed iam esto d f, minor ea quæ ex centro circuli, construanturq; eadẽ quæ supra, ponaturq; circuli semicirculo æqualis semicirculus, sitq; b m, accipiaturq; centrum illius, sitq; n, auferaturq; ab ipsa b n, ipsi d f æqualis n x, ponaturq; ei angulo qui sub c e a, æqualis angulus qui sub b n k, ei autem qui sub c e d, æqualis qui sub b n l. Sit autem utraq; ipsarũ n K, n l, æqualis et ipsi d f, excitetur q; p K, ipsi n x, per 31 primi ele. æqualis parallelus K o, cõnectãturq; o x, & per l, ipsi x n, per eandẽ parallelus excitetur l p, connectaturq; p x, parallelogrammũ igitur est utrunq; ipsorũ k x, x l, & est quidẽ ipsum k x, ipsi e b, simile & æquale & x l, ipsi e f. Quare & angulus qui sub b n k, æquus est ei qui sub c e a, & qui sub b n l, ei qui sub c e d, maior autem est angulus qui sub c e d, eo qui sub c e a, maior igitur est angulus qui sub b n l, eo qui sub b n k, cõnectãtur n o, n p. Angulus igitur qui sub x n o, eo q sub x n p, minor est, æqualis aũt est q sub x n o, ei q sub a e b, & q sub x n p, ei qui sub d e f, minor igitur est qui sub a e b, ãgulus eo qui sub d e f, pspicitur autẽ sub a e b, magnitudo

gnitudo a b, at sub angulo d e f, magnitudo d f: minor igitur spectabitur magnitudo a b, magnitudine d f, quod oportebat ostendere.

Theorema quadragesimumquintum.

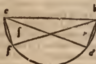
EST aliquis locus in quo oculo manente uisile, quæ permutato æquum semper uisile apparet.



Sit, inquam, spectata magnitudo b c, oculus autem sit f, à quo procidant radij f b, f c, suscipiaturq́; triangulum f b c, in circulo d b f. Dico quòd b c, magnitudo permutata in descripti circuli circunferentia æqualiter semper apparebit, permutetur enim b c, in c d, connectaturq́; d f, igitur circunferentia b c, æqua circunferentiæ c d, igitur per 27 tertij elemētorum, æqualis est angulus r, angulo f, quæ uerò sub æqualibus spectātur angulis per 6 suppositionem optices, æqualiaq́; apparent, æqualis igitur apparet b c, ipsi c d.

Theorema quadragesimumsextū conuersum præcedentis.

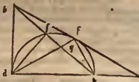
EST aliquis locus in quo oculo permutato, uisile uerò manente, æqualiter semper uisile apparet.



Esto, inquam, quod spectatur b c, oculus autem sit f, à quo procidant radij f b, f c, & accipiatur b f c, triangulum in ipsius circuli b f c, segmento. permuteturq́; oculus f, sitq́; in d, procidatq́; radij d b, d c. Igitur per 21 tertij angulus r, angulo f, est æqualis: in eodem enim sunt circuli segmento, quæ uerò spectantur sub æqualibus angulis æqualia apparent, æqualiter igitur semper b c, apparet: permutato oculo in b d c, circunferentia.

Theorema quadragesimumseptimum.

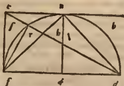
EST aliquis locus in quo oculo permutato & uisile permanēte, inæqualiter uisile apparet.



Sit, inquam, uisile k d, recta autē linea b c, in ipsam k d, procidens, accipiaturq́; per 13 sexti elemen. ipsius d c, & c K, media proportionalis c f, & connectatur f k, & f d. Super autem k d, segmentum describatur, acutum habens angulum q, tangit autem rectam lineam b c. Quoniam est sicut d c, ad c f, sic c f, ad c K, ponatur igitur oculus in b, signo, protendaturq́; d b, b k, connectatur f d, igitur angulus q, æqualis est per 21 tertij elementorum, angulo f, in eodem nanq́; est segmento, & angulus f, angulo b, maior est, & angulus q, igitur angulo b, maior est, oculo igitur in f, existente, maior apparet K d, quàm si oculus in b positus fuerit.

Theorema quadragesimumoctauum.

IDem continget & si parallelus fuerit linea ipsi spectatæ magnitudini, in qua oculus permutatur.



Esto enim parallelus b c, ipsi spectato d f, seceturq́; per 10 primi element. d f, bifariam in K, exciteturq́; per 11 eiusdem ad angulos rectos k n, ponatur igitur oculus in n, connectaturq́; n d, n f, & circum d f, describatur segmentum quod suscipiet angulum q l. Quoniā igitur dimetiēs est k n, & ad rectos angulos ab extremitate excitatur k n, ipsi b c. Igitur per correlarium 16. 3. element. b c, ipsum d n f, segmētum tangit, permutetur autem oculus in c, extendaturq́; c f, c d, cōnectaturq́; r f. Igitur angulus q l, ipsi angulo r, est æqualis. Sed angulus r, angulo c, maior est: igitur & angulus q l, angulo f, maior est. At

quæ ſub maiori ſpectantur angulo maiora apparent. Igitur magnitudo d f, maior apparet oculo in n exiſtente quàm in c, oculo igitur in b e permutato parallelo exiſtenti ipſi d f, ſpectatum inæquale apparet.

Theorema quadrageſimumnonum.

ESt aliquis locus in quo ęquales magnitudines inæqu ales apparent.

Sit n anq; æqualis b c ipſi c d, & circum quidem b c, ſemicirculus deſcribatur b f c, circum uerò d, deſcribatur ſegmentum maius ſemicirculo. Connectatur f b, f c, f d, igitur angulus qui in ſemicirculo per 31 tertij element maior eſt eo qui eſt in maiori ſegm ento, at quæ ſub maiori ſpectantur angulo per 4 ſuppositionē opticæ maiora apparent, oculo uerò poſito in f, maior igitur apparet b c, ipſa c d, erat autē & æqualis: eſt igitur communis locus in quo æquales inæquales apparent magnitudines.

Theorema quinquageſimum conuerſum præcedentis.

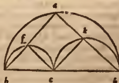
ESt aliquis locus cõmunis à quo inæquales magnitudines æquales apparent.

Eſto, inquam, maior b c, ipſa c d, & ſuper b c, maius ſemicirculo ſegmentum deſcribatur, & ſuper c d, ſimile ei quod ſuper b c, hoc eſt ſuſ. ipiens angulum æqualem ei qui in b f c, connectantur autem f b, f c, f d: igitur quoniā p 27 tertij element. in ſimilibus ſegmentis anguli conſtituti inuicem ſunt æquales, æquales quoq; ſunt & in b f c, c f d, ſegmentis anguli ſibi inuicem. Quæ uerò ſub æquis ſpectantur angulis æqualia apparent, per 6 ſuppoſitionem opticæ, oculo igitur poſi o in f ſigno, æqualis apparet, b c ipſi c d, eſt autem maior. Eſt igitur locus quidam communis ex quo inæquales magnitudines æquales apparent.

Theorema quinquageſimum primum.

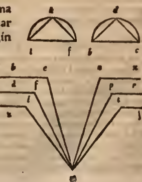
ALiqui ſunt loci in quibus binæ magnitudines inæquales in idē compoſitæ, utriq; inæqualium æquales apparent.

Eſto nempe maior b c, ipſa c d, & ſuper ipſis b c & c d, ſemicirculi deſcribātur, ſuperq; tota b d. Igitur per 31 tertij element. angulus qui in ſemicirculo b a d, æqualis eſt ei qui in b K c, uterq; enim ipſorū rectus eſt. Igitur b c ipſii b d, æqualis apparet, itidē quoq; et b d ipſi c d, oculis in b a d, b K c, c f d, ſemicirculis poſitis. Sunt igitur aliqui loci in quibus binæ inæquales magnitudines in idem compoſitæ æquales utrique inæqualium apparent.



Problema primum. Propoſitio 52.

LOcos inuenire à quibus æqualis magnitudo dimidiū apparet, ſiue quarta pars, & uniuerſaliter in data ratione, in qua & angulus ſecatur.



Sit enim recta linea l f, & ſuper l f, deſcribatur ſegmētum contingens, & inſcribatur in eo angulus K. Ipſi autem l f, æqualis eſto b c, & ſuper b c, deſcribatur ſegmentum quod ſuſcipiet angulum ipſius K, anguli dimidiū, igitur angulus k, ipſius d, anguli duplus eſt, dupla igitur apparet l f, ipſius b c, oculis in l K f, & b d c, circunferentijs iacentibus.

Theorema 52. Propoſitio 53.

AEquali celeritate delatorum, in eademq; recta linea exiſtentiū, propinquū oculo poſtremum

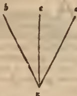
præire

prĕire putabitur, permutatis autĕ prĕcedens ſubſequi, & ſubſequens præcedere putabitur.

Deferãtur æquiceleriter b c, d f, k l, & ab oculo m, procidant radij m c, m f, & m l, igitur ſublimior & dexterior omnium ab m, oculo radiorum erumpentiũ eſt ipſe m c. Igitur b c, præcedere putabitur, permutatis autem b c, d f, & k l, in n x, p r, s t, quæ poſitis procidant radij m n, m p, & m s, omnium igitur ab m, oculo radiorum erumpentium dexterior eſt ipſe m s. Siniſterior uerò m n, quare & s t præcedere putabitur, ſubſequi uerò n x. Igitur b c præcedens in n x, poſitum ſubſequi & l k, ſubſequens in s t, poſitum præcedere putabitur.

Theorema 53. Propoſitio 54.

SI aliquibus delatis, & pluribus celeritate inæquali, conferatúr uerò ad eadem & oculus, oculo quidem æquiceleriter delata ſtare: quæ uerò tardius, in contrarium ferri: quæ autem celerius, præcedere exiſtimabuntur.



Ferantur inæquali celeritate b c d, tardius uerò feratur b, ſed c æquiceleriter oculo k & d, celerius ipſo: e ab oculo uerò k, procidant radij k b, k c, k d, igitur oculo ipſos b c d, inſequente. Semper c per c delatum ſtare putabitur. At b derelictum in contrarium ferri, & d celerius ipſo c uidebitur præcedere, plus nanq; ab ipſo c diſtat.

Theorema 54. Propoſitio 55.



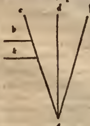
SI aliquibus delatis differat, quippiam aliquid non delatum, non delatum in contrarium ferri putabitur.

Ferantur nanq; b d, maneat autem c, & ab oculo f, procidant radij f b, f c, f d. Igitur b quidem delatum propius, eritq; c. At d diſcedere longius, proinde c in contrarium ferri putabitur.

Theorema 55. Propoſitio 56.

OCulo propè ſpectatum accedente, ſpectatum augeri putabitur.



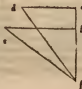


Spectetur, inquã, b c, oculo in f, poſito ſub f b, f c, radijs, permuteturq; oculus ut propius ſit ipſi b c, ſitq; in d, ſpectetúrq; idem ſub d b, & d c radijs. Igitur angulus d, angulo f, maior eſt. Sed quæ ſub maioribus angulis ſpectantur per ſuppoſitionem 4. opticæ maiora apparent. Igitur b c, oculo exiſtente in d, augeri putabitur potius quàm in f.

Theorema 56. Propoſitio 57.

AEquali celeritate delatorum, quæ longius diſtant, tardius ferri uidentur.

Ferantur enim æquiceleriter b K, ſicut ad partes f, & ab oculo a, radij excitẽtur a c, a d, a f. Igitur k minores habet ab ipſo oculo radios productos, q̃ b, minus igitur tranſibit interuallũ, & prius permutans a f, uiſum celerius ferri putabitur. Aliter.



Ferãtur bina ſigna a b, in parallelos rectas lineas ad b e, æqualiter æquè citò & æquali tempore procedent, ſint igitur æquales a d, b e, procidantq; radij ab f, oculo f a, f d, f e. Quoniã angulus qui ſub d f b, minor eſt eo qui ſub b f e: minus igitur a d, interuallum, uidebitur quàm b e. Quare a tardius quàm b ferri putabitur.

BARTHOLOMAEVS ZAMBERTVS VENETVS

DOCTISSIMO PHYSIOLOGO ANTOnio Abiosio Rauennati, artium ac Medicinæ doctori eximio socero patriq́ humanisſimo, fœlicitatem perpetuam.



HILOSOPHANTES illi ueteres Antoni uir clarisſime, eorū
opera, aut magnis, aut doctisſimis uiris deſtinare conſueue
runt, aut quia inde eorum operibus maximam inuehi poſſe
autoritatem cenſebant, aut quoniam eis eorum obſeruan-
tiam explicatiorem fieri poſſe arbitrabantur, aut quòd ab il-
lis aliquid aſſequi poſſe expeditius exiſtimabant. Idq́ pro-
pterea nos qui cùm aliquid ocij ſupereſt, illud omne Græcorum operibus ſa
pientium ſtudendis accommodauimus, & maximè hijs mathematicis, quæ
tute ſcis qualém nam gradum certitudinis obtineant, ex hijsq́ ſtudijs pingui
bus & multiplici diſciplina ſcatentibus, noſtris laboribus (ut ſcis) eduximus
illius Megatenſis Euclidis mathematici prꝺſtantiſſimi elementa, optica, phe-
nomena, catoptrica, & data. Quæ opera eo ſunt iudicio & arte ab inſigni illo
Socratico philoſopho ſtructa & compacta, ut ſtudentes eis miro quodam
ſtupore detineant. Scalam enim quandam uenerādus ille uir compegit, qua
ad omnes mathematicas diſciplinas percipiendas aſcēdere poſsimus, qua ſi-
ne ad eas non ſit acceſſus: quæ opera cùm à me nōnullis emancipata fuerint,
ueterem, ſinceram ac puram illam beneuolentiā tuam, qua patrem meū no-
ſtramq́ familiam iam pluribus annis complexus es, & quam poſtea inuicem
ſanximus conciliauimusq́ cùm Luciam filiam tuam mihi dicaueris, fraudem
facillimè perpeti poſſe cenſerem, niſi aliquo noſtrorū ſtudiorū munere amo-
ris noſtri mutui ac beneuolentiæ defecatæ fructum reportaret. Quam cùm ti
bi uellem fieri explicatiorem, cumq́ nollem Euclidis opera in lucem uenire,
niſi tuum quoq́ nomen aliquam eius partem ſibi uendicaret, cumq́ ad ma-
nus noſtras fortaſſe ex bibliotheca ſenatoria Marini philoſophi ac dialectici
præſtantisſimi Protheoria in data Euclidis conſtructa perueniſſet, eam à me
Latinam eſſe cenſui faciendam, tibiq́ dedendam: non ut abs te aliquid mihi
id propterea dari uelim (nam tute ſcis te & nos iam unū eſſe) ſed ut eam tua
autoritate ſtudentes cumulatius exiſtiment, & tu obſeruantiā amoremq́ no
ſtrum ſingularē perpendas, ac ut beneuolentię tuæ erga nos pari lance corre
ſpondeam. Futurum etenim ſcias, quòd ſi hos labores noſtros tibi placuiſſe,
gratosq́ fuiſſe perſpexerimus, conabimur efficere, ut noſtris uigilijs aliqua
in intimis Græcorum penetralibus recōdita, ſcitu iucunda & utilia Latinam
ueſtem induere nō aſpernentur: nam quid poſſum agere melius, cùm ocium
ſupereſt, quàm illud omne ad linguā Latinam illuſtrandā conuertere, & inde
curare ut uiui poſt mortē noſtræ poſsimus intereſſe poſteritati? Sed iā ipſius
Marini Protheoriam doctisſimè inſpicito. Philoſophè æternumq́ ualeas, in
XLIV. XIX. elemento ſalutis, nonis Octobribus.

IN LIBRVM DATORVM EVCLIDIS PHIlosophi Platonici, ac præstantissimi mathematici, protheoriæ ex uoce Marini philosophi, Bartholomæo Zamberto Veneto interprete, Caput primum.



IN primis quid sit Datum, ponere oportet, postmodũ quænam huius ex tractatu utilitas dicendũ est, tertium uerò ad quam disciplinam deducitur. Diffiniunt nempe datum multipliciter aliter quidem antiquiores, & aliter iuniores: idq; propterea obtigit, ut eius uera assignatio difficilis sit. Nonnulli siquidem nullam ipsius diffinitionem tradunt, propriam namq; dati inuentionem tentauerunt. Alij uerò quæ ab illis iamdiu dicta sunt complicantes, ipsum diffinire ausi sunt, neq; hij cum illis congrue. Videntur siquidem omnes ex una eademq; sententia ac perceptione excitati, de eo aliquid dicere: assumptum enim quid datum esse perceperũt, ac per hoc simpliciori, ac una quadam differentia datum describere proponentibus illis, hij quidem ordinatum ut Apollonius in libro Inclinationum, & in uniuersali tractatu. Notum sicut Diodorus, sic etenim rectas lineas & angulos dari inquit, & quicquid, & si rationale minimè fuerit, in cognitionem aliquam uenit. Nonnulli uerò ipsum rationale esse dixerunt, quemadmodum uidetur Ptolemæus, data illa appellans, quorum mensura nota est ad certitudinem uel prope. In suppositione autem à proponente propositum, datum nonnulli esse contenderunt. Inquiunt autem, & alio modo in primis elemẽtarijs datum. & datam rectam lineam, hoc est qualem quis diffiniat, detq; rectam lineam. Omnia uerò huiusmodi perceptionem quandam significare uolunt, unde maximè illæ diffinitiones comprobantur, quæ à nobis assumptum manifestè ostendunt. In præsentia uerò ipsius dati naturam non solum tenui, & uno aliquo assignantium, qualem uerò diffinitionem efficientium, differentias exponemus id capitulatim, cum horum modi bene enumerati sint. Alij namq; ordinatum & porimon datum esse diffiniunt. Alij uerò ordinatum simul & notum. Nonnulli porrò ordinatum simul & porimon. Hij siquidem omnes apprehensionem, siue perceptionem & inuentionem ipsius dati respicere uidentur, ac perinde prædicto modo diffinire. Vt autem eorum huiusmodi sententiam ostendamus, insuperq; ut ueram propositæ diffinitionis ex multis propositis comprehendamus inquirendum prius est simplicis uniuscuiusq;, & ei oppositum significatũ, inordinati quidem dico, ignoti, & apori, & irrationalis. Extenduntur siquidem hæc ad præsentaneam geometricam materiam, necnon & ad res naturales, ac ad alias mathematicas disciplinas. Describunt siquidem ordinatum, quod idem obseruat, per quod ordinari dicitur, aut per magnitudinem, uel speciem, siue aliud quidpiam huiusmodi. Vel aliter, quod aliter fieri non comprehenditur, sed tantummodo in diffinito aliquo est loco, ut si dicatur, per bina signa existentia descripta recta linea ordinari dicitur, eo quia aliter & inordinatè minimè fit. Inordinatus est qui per bina angulus, multipliciter siquidem & inordinatè describitur maioris, scilicet, & minoris circuli infinities descriptorũ per bina signa. Rursus ordinatus est qui per tria signa angulus. Sunt autem & hæc ordinata, sicut super data recta linea triangulum æquilaterum constituere, sed ex utraq; rectæ lineæ parte tantummodo, & præter coincidentiã. Et datam rectam lineam in datam rationem dispescere, tantummodo siquidem hoc fieret, in utraq; bifaria sectione. Inordinata sunt quæ hijs contrariò sese habent, sicut scalenum constituere, & rectam lineam infinities secare: adiacet autem diffinitioni id ex quo ordinatur, quãdoquidem unum quid & idem existens quandoq; ordinatum, aliter autem inordinatum esse potest, sicut æquilaterum triangulum, siquidem æquilaterũ est, ordinatur: magnitudine uerò non omnino diffinitur. Notum autem est quòd cognitum est, sicut nobis manifestum & perceptum, ignotum uerò quod neutiquam notum, neq; à nobis perceptum est, sicut quadrati longitudo nota esse dicitur, quæ percipitur quótnam sit stadiorum, & quòd trianguli tres anguli binis sunt rectis æquales, & quòd quæ ex binis nominibus irrationalis est, insuperq; & talia nota dicuntur, ut unam tãtum esse ab exterius dato signo curuam tangentem ad utrasq; partes: si enim & alia fuerit, binæ rectæ lineæ areolam comprehendent, quod absurdum est. Ignota uerò irrationalia non sunt, sed quæ non sunt nota, neq; à nobis percepta. Porimon au-

tem est

tem est quod neq; efficere, neq; construere, hoc est in opinionem ducere non possumus. Aliter uerò rursus porimon diffiniunt, uel quòd per demonstrationem exhibetur, uel quando quidpiam absq; demonstratione manifestum fuerit, sicut centro & interuallo circulum describere, & triangulum constituere non solum æquilaterum, sed & scalenum, & eam quæ ex binis nominibus inuenire, & rectas lineas rationales potentia tantum commensurabiles indagare, & alia quæ infinities fiunt porimata sunt, sicut per bina signa circulum describere. Aporon uerò est quod porimo ipsi sese contrario habet, sicut circuli tetragonismus: nondum enim in uia est, & si illum exhiberi posse putent: at scire eum possumus, eius siquidem est disciplina, nondum tamen percepta. In præsentia uerò iam de eo quod in uia est ratio assignatur, quare & proprie porimon id appellant, quod nondum in disciplinæ uia est, quod autem perceptum exhiberi potest, poriston propriè appellant. Aporon autem, ut dictũ est, quod ipsi porimo contrarium est, hoc est cuius inquisitio dijudicata non est. Rationale est, de quo dicendum est, magnitudo, uel species, siue positio, sed diffinitio huiusmodi quidem communior est, proprie uerò & ex seipso rationale est, quod per aliquam dimensionem positione cognoscimus, aut palæsta siue cubito, aut digito. Hijs sic diffinitis, quod reliquum superest facilè est, eorum quæ dicta sunt communicantiam, & differentiam coniectare. In primisq; quomodo ordinatum ad notum, & hijs opposita sese inuicem habent. Eorum quæ connectuntur eadem non sunt, neq; eorum in quibus alterum altero plus est. Et si eis plura communia existant, sicut per bina signa rectam lineam scribere, ac per tres circulos triangulum æquilaterum construere. Sed circulum quadrare ordinatum quidem, ignotum uerò est, & quod una tantum recta linea curuaturam ab uno signo tangit. Ordinatorum & minimè perceptorũ aliter se habere est, siquidem & illius demonstratio & constructio cognoscitur. Rursus quæ in infinitum fit sectio, & scaleni constructio cognoscitur quidem, sed nondum ordinatur. Quare manifestum est, quod ipsius ordinati, aliud quidem notum, aliud uerò ignotum, & rursus ipsius noti: aliud ordinatum, at aliud inordinatum est, & sic se hæc habent adinuicem sicut rationale, & quod incedit neq; huiusmodi coæquant sese, neq; alterum alterum excedit. Similiter ordinatum, & inordinatũ sese habet, ac porimon & aporon. Communicant siquidem hæc plurimum, differuntq; ut dictum est. Curuatura siquidem ordinatur, sed hijs qui Archimedem præcesserunt in uia erat, & alia quæ infinities fiunt, & inordinatè, porima quidem sunt, si quis eorum constructionem, ac constitutionem intelligat, non tamen etiam ordinata, ut scalenum triangulum intelligere, in ipsiusq; constructionem intelligentiam ducere ab æquilatero, nec difficilè id est, sed in promptu & quicquid inordinatum & infinitum. Sic autem ad rationale & irrationale, ordinatum & inordinatum sese habet: communicant siquidem inuicem admodum, differuntq; modo predicto: hæc autem inuicem minimè sunt æqualia, neq; alterum altero percipitur, nam quæ ex binis nominibus, & sic assumptæ irrationales, ordinatæ quidem sunt, sed neutiquam rationales, & quæ dimetientis ad costam quadrati est ratio. Rationalium quidem plura inordinata sunt, sicut quæ multipliciter, indeterminateq; fiunt possumus enim & scalenum triangulum mensura diffinita rationali proposita metiri, & siquidem inordinatum fuerit, noti autem ad porimon similitudinem omnino inspicere facilè est, differentiam uerò elicere difficilè: natura nanq; propè sunt adinuicem, quare sese inuicem coæquare uidentur, tamen hæc certè intuentibus quædam inesse uidebitur differentia. Quod quidem una sit inflexionem ab uno signo tangens, manifestum ac notum est. Non tamen id propterea iam id problema porimon est, nondum enim perceptum, quare omne notum non omnino porimon est: porimon siquidem omne notum est. Maius igitur est notum ipso porimo. Rursus notum porimon & rationale quandoq; communicant, at quandoq; inuicem differunt modo iam dicto. Nam quæ irationales dicuntur notæ sunt, non tamen rationales, numerus enim omnis rationalis quidem est, non tamen omnis notus est. Et rationale ex suiipsius more similiter rationale est, nec sic rationalis erit longitudo, in idem siquidem deducunt dimensionẽ, nota siquidem est longitudo, at quandoq; minimè, & si in eadem fuerint consuetudine. Fortasse autem & inuenire difficilè est. Rationali quidem, at ignotum, uidetur siquidem & rationali notum esse aliquid plus. Quod autem porimon & aporon, à rationali & irrationali differunt, ex hijs est manifestum: porima enim esse possunt & irrationaliũ aliqua. At rationalium irrationale nullum, affinitas autem horum sicut & aliorum omnino manifesta, hæc adinuicem sic se habent, quare porimon rationali plus esse uidetur, operæ etiam precium est & prædictorũ differentiam coniectare. Rationale quidem & irrationale per dimensionis relationem, dicuntur ad cognitionẽ nostram minimè uenientis, potest enim quidpiam rationale existens nobis minimè notum esse, quatenus rationale est, neq; percipi quod rationale sit. Ordinatum uerò & inordinatum, non per idem, & iuxta propriam speculati naturam est, & si à nobis minime percipiatur, plura igitur ordinata natura posterius Archimedes ex Serini sermonibus, quod ordinantur demonstrauit. Notum autem & ignotum, quo ad nostram relationem

tionem dicitur, quare prædicta inuicem differũt. Siquidem hoc ad nos habet relationem, illud uerò quo ad naturam, hoc autem ad dimensionem. Cum iam præpositorum societas & differentia diffinita sit, reliquum superfuerit, quid nam sit datum indagare. Quicunq; in præsentia à proponente quid per hypothesim datum, id datum esse putant, à quæsito aberrant, elementa namq; datorum omnia simul ordinantur, & non de eo quod per hypothesim, sicuti ex hijs quæ in eorum tractatu sunt licet intueri. Quare perceptionem huiusmodi nos negligentes, aliter diffinientium rationes ordinare oportet. Erit autem quod per hypothesim datum, id quod post principia speculatur, diffiniunt iam nominatiuis diffinitionibus utentes, uno aliquo dictorum illud charactere pingẽtes. Sicut in principio dictum est, omnes autem fermè ut communem sentẽtiam de dato retinere uideantur, perceptũ enim quid illud esse assumpserunt, quemadmodum & ipsius dati nomen ostendit, & in primis illi qui per hypothesim datum describunt. Nonnulli uerò cõcessionem respexerunt. Nos autem quoq; utentes prædictis tanquam canone & foro, ipsius dati perfectam diffinitionem inuenire poterimus. Manifestum autem quod coæquatione aut conuersione ipsum indiget ad diffinitum, & hoc subsistere oportet eis quæ rectè datæ sunt diffinitionibus, est & propositi hæc in illis diffinitionibus quæ simplicius dictæ sunt, quæ porimon diffiniet, in complicatis autem notum simul & porimon: reliquæ uerò omnes imperfectæ sunt, neq; enim ordinatum diffiniens euestigio ad dati comprehensionem extenditur, eo quia neq; in totum, neq; solum ordinatum perceptum est, sed inordinatorum nonnulla sicut ostensum est. Neq; illa idonea est quæ notum ipsum diffinit, neq; enim hoc totum perceptum est, & si tantum ignotum enim nequaquam fuerit perceptum, neque ipsum rationale diffiniens diffinitio, perfecta erit, nam hoc solum perceptum non est, quoniam & irrationalium aliqua forsitan autem neque omne rationale perceptum est, sicut & hoc diffinitum est prius. Deficit iam in nominatiuè assignatis porimon, quare uidetur maximè perceptionem ostendere, nam omne porimon percipi potest & solum, huiusmodi autem diffinitione usus est Euclides species omnes dati describens. Compositarum diffinitionum perfecta est quæ notum simul & porimon datum esse diffinit, genere quidem proportionale habens ipsum notum, differentia uerò porimon. Ordinatum autem simul & porimon dicens imperfecta est, nam non solum huiusmodi data sunt & qui datum, & rationale similiter defectiuè datum comprehendit. Quæ uerò notum simul & ordinatum, eo quia propositum excedit, neq; sana est, neq; enim omne huiusmodi datum est. Soli iam reliquum dati sententiæ attingere uidentur, qui illum notum esse dixerunt, nam tale omne percipi potest & solum, bina autem hæc subsistere oportet in disciplinaribus diffinitionibus datis. Hijs autem propè sunt compositæ & sic. Datum est cui exhibere possumus æquum per ea quæ à nobis in primis prioribusq; suppositionibus dicta sunt, prædictis autem Euclides ubiq; in exhibendo utens, notum prætermittit, tanquam porimon iuxta sequens. Accusaret autem quispiam ipsum rationabiliter, tanquam prius communiter datum minimè diffinientem, sed immediate unamquamq; ipsius speciem. At qui in geometria elemẽtari prius simplicem lineam quàm lineæ species, & alia huiusmodi diffiniuisse uidetur.

¶Quæ nam utilitas ex datorum tractatu, Caput secundum.

Cum forsitan quoad præsentaneum usum ipsum datum dijudicatum sit, subsequens fuerit ipsius tractatus utilitatem præbere: est siquidem hoc ad aliud habentium reductionem, ad locum enim qui resolutus dicitur, necessaria est admodum huius cognitio. Quantam namq; potentiam habeant in mathematicis disciplinis, & alijs eiusdem generis, sicut perspectiua & canonica locus resolutus in alijs diffinitum est, & quòd demonstrationis est inuentio ipsa resolutio, & quòd ad inuentionem demonstrationis similium nobis confert. Et quòd maius est resolutiuam potentiam obtinere, quàm plures particulares demonstrationes habere.

¶Ad quam disciplinam reducatur datorum tractatus, Caput tertium.

Ad omnes siquidem huiusmodi disciplinas, cum datorum speculatio utilis sit, quandoquidem ad resolutionem plurimum confert, opportunum neutiquam fuerit ipsam reduci ad aliquam unam disciplinam dicere. Sed ad eam quæ in uniuersali mathematica dicitur, ea siquidem est quæ sese habet circa multitudines, tempora, & celeritates, huiusmodiq; omnia, inquantum iam circa rationes proportiones, & ubiq; medietates negociatur. Huiusmodi ergo datorum disciplinari perceptione utilima existente, datorum uolumen Euclides elaborauit, quem propriè & elementarem appellauerunt. Totius enim fermè mathematicæ disciplinæ elementa, & tanquam introductoria ordinauit, sicut geometriæ quidem totius in tredecim uoluminibus, & astronomiæ in phænomenis, musicesq; & perspectiuæ similiter elementa præbuit. At dati tractatus in proposito libro elementarem resolutiuã fecit. Geometricus enim existens ipse uir diuisim communes ipsius dati rationes propriè cõglutinauit. Sicut in uniuersalibus rationibus fecit, ut in magnitudinibus eas propriè operatus in quinto de plano uolumine. Cõmuniter quidem quid

sit datum dictũ est, & ad quam disciplinã reducatur, ac quòd eius speculatio utilißima est, hijs iam quæ dicta sunt, adijciatur quoq; ipsius descriptio disciplinæ: erit ea siquidem, sicuti ex prædictis est manifestum, datorũ perceptio iuxta omnem locum, & eorum quæ eis eueniunt: propriè uerò & sicut ex proposito uolumine dicatur esse methodus totius datorum disciplinæ elementa cõprehendens, habebit autem & ipsa consequenter utilitatem & alia iuxta relationem ad ipsum datum. Diuiditur autem ipsum uolumen in dati species: & in primis, primum segmentum ea quæ ratione data sunt comprehendit, secundum autem ea quæ positione, & demum ea quæ specie. Simplex enim erat quæ de magnitudine datis: disseminauit autem & hæc particulatim in alijs, & maxime in hijs quæ specie data sunt. Orsus autem est ab hijs quæ ratione & positione data sunt: quandoquidem ex hijs quæ specie dantur constant. Aliter facta etiam ipsius libri diuisio, in uniuersales magnitudines, in lineas & plana, & cyclica theoremata: simili namq; ordine & in diffinitionibus siue uoluminis suppositionibus usus est. Secutus autem est modum doctrinæ non per compositionem, sed per resolutionem, quemadmodum & Pappus satis in libri huius commentationibus demonstrauit.

F I N I S.

BARTHOLOMAEVS

ZAMBERTVS VENETVS

CLARISSIMO VIRO MARINO GEORgio, patritio Veneto, artium ac sacræ Theologiæ doctori eximio, Brixiensiumq́ præfecto designato, S. D.



LVRES *hominum maxima tenet admiratio Marine Georgi philosophe doctißime, quòd in humanis ita sit comparatum homines absq; dißidijs, cõtumelijs, iurgijs, tumultibus, bellisq; atrocibus quasi uiuere nesciant. Ac si eorum misera conditio foret, si amore paceq; mutua sibi inuicem correſſ õderent. Idq; magis mirum uideri solet, cum hij qui ab humanitate nomen sibi uendicarunt, non nisi inhumaniter uitam agere curẽt. Quod quidem uir clarißime nobis enucleatißimè constat: nam si uelimus ueterum memorias altius recensere, quam ætatem bellorum uacuam comperiemus? nullam. Sed ne à memoria nostra longè distantia repetamus, quid de nostra ætate, quam uidimus, nec apud autores legimus, in qua ea obtigerunt, quæ si à nobis sic sicut uisa sunt legerentur, proculdubio somnia & phantastica machinamenta esse putarentur. Nam decem autem aut undecim annorum interuallo quot, quantaq; ac qualia euersa, immutata, subuoluta, radicitusq; conuulsa nostris oculis conspeximus! Tu optime nosti qui ob singularem doctrinam tuam, erga patriamq; uel maximam fidem, à senatu legatus missus hos turbines uidisti, & ingenij tui libramine ponderasti. Testis heu testis est Neapolitana ciuitas, quæ plures strages perpessa, uno anno, rem nullis seculis auditam regale sceptrum quinquies commutauit. Testis heu testis est illa Roma, quæ cùm alias subacta Italia: ferocißimas infrenesq; nationes domuerit, longe lateq; fines imperij propagauerit, sæpius in præsentia non in Italia, sed apud urbis muros: non apud muros urbis, sed in ipsa urbe: non hominum tumultus, sed enses euaginatos: non enses euaginatos, sed multas cædes, & funera passa est. Testes heu testes sunt Fluentinorum, Felsinensiumq; agri toties à militibus dißipati. Testis demum tota Italia transpadana toties bellis atrocibus, cædibus miserandis, ignibus maximis conquassata. Sed quid de illa quæ citra Padum est Italiæ regione dicemus? nil nisi laboriosum, nil nisi flebile, nil nisi illacbrymabile, & quod potius silẽtio transeundum sit, quàm ea quæ obtigerunt connumerare. Nam si Tarbenses agri uocem attollere possent, se hominum cæde uel maxima contabuisse, humaniq; sanguinis copia affatim effusi inundasse quererẽtur.*

Si tota Italia loqui posset, eam ad funestum deplorabilemq; statum peruenisse intelligeremus. Sed hæc in præsentia missa faciamus: quandoquidem in præsentia historiam non conscribimus, & quæ apud posteros, non paruam, sed nullam fidem ob rei magnitudinem sit habitatura. Quæ omnia licet quodam nictu oculi obtigerint, non est tamen quòd perinde nos mirari oporteat: nam si à causis exordiri atque ad huiusmodi effectus nos ipsos deuoluere uelimus, siue etiam ab his effectibus incipientes causas altius repetere uoluerimus, bella huiusmodi ex contrarijs gigni uoluntatibus comperiemus, quæ ab appetitu diuerso oriuntur, quem diuersa hominum sortita est qualitas, quam illi quatuor humores efficiũt, qui cum ab illis elementis toties celebratis scateant, iuxta temporum qualitatem, stellarumq; in humana huiusmodi uires suas transfundentium motum & influxus, augentur, attolluntur, imminuuntur ac deprimi solent. Fitq; nimirum ut uniuscuiusq; loci & regionis exigit dispositio, quemadmodum in Aphorismis medicorum princeps nos docet Hippocrates. Alij nanq; sunt influxus in septentrionalem plagam uergentibus, at alij hijs qui australem inhabitant, itidemq; alij orientalem regionem colentibus. At alijs aliter sese habet, & sic sicut regio seposita fuerit. Quare cum ea quæ inuicem non conueniunt, non sint æqualia, sed dissideant, sicut in elementis præstantissimus ille mathematicus nos docet Euclides: at aduersæ hominum uoluntates cum inuicem non conueniant, sed mira quadam discrepantia dissideant, superest igitur ut contrariæ remaneant. Quòd cùm ita sese habeat si priscus illis temporibus sacrorũ uatum monumenta multa bella, & funera facta fuisse commemorant: si Assyriorum, Persarum, ac aliarum nationum horrendos tumultus Dionysius Halicarnasseus, Diodorusq; Siculus, ac Iustinus narrãt: si Thucydides Atheniensium: si T. Liuius Romanorum illa deniq; miranda facinora & nõ sine magna copia sanguinis, & non nisi totius mundi trementibus quasi cardinibus, explanant: si Quintus Curtius Alexandri Macedonis in Persarum Darium delicatissimum regem expeditionem terribilem, expugnationemq; ac uictoriam subactis Persis explicat: si ille quoq; dicat quòd fraterno primi maduerunt sanguine muri: si demum quoq; nostra tempestate priscis illis temporibus exorta bella, ac nõ extincta, sed usq; in id tẽporis propagata in præsentia horrendis tumultibus, magnis cædibus, ardentibusq; occultè odijs ferueant: non est id propterea clarissime philosophe, quod mirari debeamus. Dolendum potius est ingemiscendumq; plurimum, quandoquidem bella quæ inter eos qui sub Christi gloriosi uexillo uiuunt, tam atrociter fiunt, non externa sed ciuilia sunt, ac si in præcordijs, in intestinis ac in intimis cordis penetralibus gererentur. Illud, inquam, uir doctissime possumus dicere: Quis furor ô ciues, quæ tanta licentia ferri, Gentibus inuisis Latium præbere cruorem. Cumq; superba foret Babylon spolianda trophæis Ausonijs, umbraq; erraret Crassus inulta, Bella geri placuit nullos habitura triumphos. Heu quantum terræ potuit pelagiq; parari. Hoc quem ciuiles hauserunt sanguine dextræ, Vnde uenit titan & nox ubi sidera condit, Quaq; dies medius flagrantibus æstuat horis, Et quia bruma rigens ac nescia uere remitti, Astringit scythicum glaciali frigore pontum. Subiuga iam Seres, iam Barbarus isset Araxes, Et gens si qua manet nascenti conscia Nilo. Tum illud accedit, quòd hijs bellis noui emergunt ritus, noui mores: nam nunc prætextatos referunt Artaxata mores, & si quid uspiam est bonarum literarum illud interit. Nam adsunt adhuc in Italia illa fœdissima Vandalorum Gothorumq; uestigia, qui postea quàm Italiam flamma, ferro, cæde, rapinis, & alijs huiusmodi sæuientium beluarum peruersis moribus fœdarunt, maximas bonis literis tenebras obiecerunt, & adeò ut ipsæ contremiscentes pluribus annis inuisæ, ritu ferino uiuentibus delitescerent. Quibus beluis in uniuersum sæuientibus multa priscorum illorum ueterum præclara opera interierũt, multa obcæcata & subuersa, multa fœdissima barbariè obsita in lucem exierunt. Petijt, inquam, tunc perijt illa prisca mathematice disserendi consuetudo, & adeò ut quæ priscis illis temporibus adolescentulis plana & facillima ac in promptu erant, in præsentia uelut alta caligine demersa, difficillima nimisq; recondita eruditissimis uiris etiam esse uideantur, neq; id mirum. Euclides nanq; Megarẽsis mathematicus præclarissimus, qui omnium mathematicarum disciplinarũ unus est qui nobis fores reserat, in primis nimis peruerse interpretatus studentium animos pluribus annis ambiguos tenuit. Nam cum illud quòd illius esse asseritur uolumen studẽtes legerent, miris laruis, somnijs, & phantasmatibus quibus ille interpres barbarissimus illud refersit: offensi, neq; autori fidẽ adhibebãt, neq; illi detrahere audebant. Quare cùm nos hijs disciplinis operam per plures annos accommodauerimus, uolentesq; nostris laboribus studentiũ communi utilitati consulere, ipsius Euclidis elementorum uolumina tredecim ex Theonis traditione non minoribus uigilijs quàm laboribus quibus per septennium insudauimus, ex Græcia in Italiam deduximus: quibus laboribus tandem uoto superatis, decreueramus, ut qui ex fluctuanti procellosoq; mari, portum quietum cupit, nos alicui amœno studio emancipare, animumq; hijs studijs fessum ad humaniora conuertere. Cupiebamus etenim illam sublimis Homeri poësim uidere, uim Demosthenis suspicere, suauitatem Isocratis mira quadam sanctitudine mixtam gustare,

gustare, Pyndaricos fontes libare. Tum illa rusticana Theocriti in præsentia in aliqua grata umbra æstuanti corpori relegere. Quandoquidem ut optime nosti in præsentia sol domum est leoninam ingressus, radijsq; ad rectos angulos procidunt, idq; propterea inferiora hæc uehementius incendunt. Tamen habitus qui aut nunquam, aut difficulter à subiecto conuelli potest, dispositionem huiusmodi diffiauit, factum nanq; est ut cum me accingerem, ut ipsius Euclidis opera seponerē, ecce ut euenire solet, ad manus ipsius Euclidis data peruenerunt, opus sanè præter id quod iucundum, studentibus etiam necessarium, quandoquidem ex eo facillimè datur intelligi, quòd toties Euclides ipse in elementis datum appellat. Quod opus quoniam pulchrum, utile, necessarium, scitu iucundum, & quia ex hijs laqueis mathematicis me eximere, nescio, tum quoniam hucusq; Latinis ignotum extitit, Latinum id à me propterea faciendum esse censui, tuoq; nomini humanissime philosophe destinandum. Eo sanè argumēto ut meam erga te obseruantiam, amoremq; singularem inde cognosceres. Tum quoniam cum hisce diebus triumuiratum Reipublicæ patrocinatorium ageres, magistratum sanè in ciuitate grauissimum, à quo sicut uirtutes benignissimè fouentur, sic uitia & scelera seuerissimè uindicātur, quem cum per pauculos dies mira integritate, sed miranda te adeuntium satisfactione exercueris, & adeo ut Brixiensium præfectus omnium penè comitiorum suffragijs designatus extiteris, tu te meo patri nescio qua liberalitate te me uel libenter cognoscere uelle dixisti. Cognosces igitur me, & quid tui uetustissimum mancipium, quale uerò quis nescit, ineruditum, indoctum, incultum, philosophum tamen, & eum qui diuini Platonis decreta auidissimè sequi cupiat, ita tamē ut quandoq; uelut transfuga & explorator castra philosophantium petat. Sed quoniam si uelis binas longè inæquales magnitudines componere: id, inquam, haud facilè factu tibi fuerit, nisi medius quidam sit propositus limes quo analogico medio extrema conueniant, coalescāt, seq; mutuo pulsent. Nam si sexdecim ad quaternarium comparare uolueris, quippe quoniam longe distant, medio indigent: octonario sanè, ad quem eam sexdecim habent, quam ipse ad quatuor habitudinem, duplam quidem. Sed quoniam bini dupli quaternarium conficiunt, ex ea igitur analogia ipsorum sexdecim, ad octo, & octo ad quatuor, ea scatet ratio quadrupla qua & sexdecim, & quatuor reuinciuntur. Quod cum ita sese habeat, cum mea paruitas tuæ magnitudini nulla ex parte cohæreat, fuit igitur medium adhibendum, quo tibi uir clarissime fuisset satisfactum, & id sanè quòd tuæ illi rarissimæ doctrinæ correspondèrent. Data igitur ipsius Euclidis ea erunt quibus me cognosces, quibus meam erga te fidem, & obseruantiæ magnitudinem intueberis. Quæ cum in præsentia Græca ueste reposita, Latina induta sint, te petunt, te adeunt, te uir doctissime uidere gestiunt, tuoq; sublimi iudicio comprobata, sub tuo nomine in manus studētium uenire cupiunt. Tantum igitur hospitem philosophe præstantissime, hilari fronte serenoq; uultu accipies, & eo sanè quo uiros doctos aspicere, & tibi beneuolentia deuincire soles. Verùm quoniam priscorum fuit consuetudo, ut maximos uiros absq; munere adire nulli liceret, id propterea, tibi non orientaliū gemmas, non Arabum munera uulgo preciosa, non id quod plures hominum præclarissimum bonum existimāt, aurum scilicet, non id demum quod paruo temporis interuallo exiguo nutu fortunæ euanescit afferimus. Id quoniam tibi tradere conamur quod rarissimum sit, idq; propterea omni thesauro fœlicisq; Arabiæ ditissimis muneribus longè preciosius, longeq; præclarius, hæc igitur nostra tibi erunt tradita munera, quæ si talia fuerint, quæ tua excellens doctrina amplexetur, tuum illud ferax ingenium benignè foueat. Curabimus nostris laboribus, præclaris illorum ueterū operibus, & huic nostræ ætati ignotis nomē tuum illustrare, ut tu multis annis etiam post mortem uiuere possis. Sed hoc iam satis est, hoc libello, iam peruenimus usque ad umbilicum, longaq; nimis ac inculta oratione, quæ ne quàm par est, prolixior euadat, iam te ad sublimem datorum doctrinam, philosophe doctissime transmittam. Valeas æternum philosophantium exemplar rarissimum.

Venetijs. M. D. V. VIII.

Idib. Sextilis.

EVCLIDIS MEGARENSIS

PHILOSOPHI PLATONICI MATHEMAticiq; præstantissimi incipit liber Datorum, ex traditione Pappi, Bartholomæo Zamberto Veneto interprete.

Diffinitio prima.



ATA magnitudine dicuntur areæ lineæ, & anguli quibus æqualia possumus exhibere.

Diffinitio secunda.

Ratio dati dicitur, cui eandem possumus exhibere.

Diffinitio tertia.

Rectilineæ figuræ specie dari dicuntur, quarum anguli dati sunt ad unum, & laterum rationes adinuicem datæ.

Diffinitio quarta.

Positione dari dicũtur signa, lineæ, & anguli, quæ eundem semper locum obtinent.

Diffinitio quinta.

Circulus magnitudine dari dicitur, cuius quæ ex centro magnitudine datur.

Diffinitio sexta.

Positione magnitudineq; circulus dari dicitur, cuius centrum positione datur, ea quæque ex centro magnitudine.

Diffinitio septima.

Segmenta circuli magnitudine dari dicuntur, in quibus anguli dati sunt, & segmentorum bases magnitudine.

Diffinitio octaua.

Positio & magnitudine segmenta dari dicuntur, in quibus & anguli dati sunt magnitudine, & bases segmentorum positione & magnitudine.

Diffinitio nona.

Magnitudo magnitudine dato maior est, quando sublato dato, reliquum eidem æquum fuerit.

Diffinitio decima.

Magnitudo magnitudine dato minor est, quando adiecto dato, totum eidem æquum fuerit.

Diffinitio undecima.

Magnitudo magnitudine dato maior est quàm in ratione, quando ablato dato reliquum ad idem rationem datam habuerit.

Diffinitio duodecima.

Magnitudo magnitudine dato minor est quàm in ratione, quando apposito dato reliquum ad idem rationem habuerit datam.

Diffinitio decimatertia.

Producta est quæ à dato signo in positione rectam lineam acta recta linea in datum angulum, uel in datum signum.

Diffinitio decimaquarta.

Reducta quæ à dato signo ad positionem rectam lineam, recta linea in angulo dato acta est.

Diffinitio decimaquinta.

Appositione est quæ per datum signum positione rectæ lineæ parallelus acta est.

Interpres.

¶ Quoniam in eo uolumine ex quo Data huiusmodi transcripsimus, in Latinumq; conuertimus, quod sanè uetustißimum est, nonnullas adiectiones comperimus, quæ licèt breues & concisæ sint, quoniam ad datorum intelligentiam plurimum conferunt, ut sese habent sic eas sumus interpretati, studentes uerò indicabunt. Apud Græcos id obseruatum, inquam, inuenimus, ut non omnes interpretationes autorum

autorum scribant aut conficiant, sed hij tantum qui inter autores nominari poßint, ut fuerunt Homerici & Pyndarici interpretes, & alij plures uiri sanè grauißimi in disciplinis humanioribus. Itidem quoq; in physiologicis ut sunt interpretes Aristotelici, Ammonius, Alexander, Ioannes grammaticus, Themistius, & Platonici, sic etiã in mathematicis, ut Theon, Hypsicles, Pappus, Heron Alexandrinus, Proclus Lycius qui in Euclidem scripserunt, factumq; est id propterea ut apud Græcos non uideamus ista immẽsa nugarum uolumina, quorum nos Latini pleni sumus. Videmus enim unumquenq; autorem tribus & quatuor commentationibus esse non interpretatum, sed laceratum, & adeò ut crebro studentes nesciant ubi nam sit incipiendum, quippe quoniam sunt adeò nugis & laruis nescio quibus obsiti, ut cæcutientes in tenebris ambulent: illud, inquam, Horatianum si unquam nunc mirum in modum uerum est, nam scribimus indocti doctiq; poemata paßim: nolim tamen detrahere famæ & autoritati Seruij, Acronis, Porphyrij, Donati, Lactantij grauißimorum autorum, qui linguam Latinam illustrarũt, de illis uerò alijs quid dicendum supersit, ignoramus. Ecce etiam plurima uideas opuscula in grammaticis composita quæ in eum creuerunt numerum ut studentes superauerint. Miramur plurimum quòd in hac nostra ætate tanta sit audacia, ut quasi Priscianus, Diomedes, Agretius, Phocas, Donatus, & alij autores grauißimi non satis exquisite ea quæ in grammaticis erant dicenda conscripserint, nescio qui insurrexerint conantes ut suæ nugæ neglectis autoribus bonis legantur, & hijs assuescant adolescẽtes, qui hijs nugis cura præceptorum iudicio carentium studentes scholis ignorãtißimi exeunt, sed hos iam missos faciamus cum cuilibet audẽdi semper æqua fuerit potestas, redeamusq; ad rem nostrã. Vbicunq; igitur in datorũ theorematibus lector humanißime, uidebis aliqua dicta p Scholiũ, ea oia ex Græcis ad iectiõibus sumpta esse cẽseto. Ea enim à Græcis Scholia nũcupãtur, quæ à nobis Latinè postilla dicũtur.

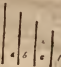
Scholium.

Datorum aliqua positione, at alia magnitudine data sunt. Datum siquidem quadrupliciter dicetur, aut enim magnitudine, aut specie, aut ratione, aut positione dari dicitur: quid uerò horũ unumquodq; significet, ipse Euclides docet. Cõmuniter autem dicitur datum, cui idem inuenire & exhibere est posibile. Datorum uerò traditionem in plano uno positam accipimus, sicut in sex prioribus libris elementorum. Data sunt definita, hoc est quorum finis datur aut intellectu aut sensu, hys enim æqua possumus exhibere, similiter autem siue intelligentia, siue sensu, potest autem rationale & irrationale datum esse, ut inquit Pappus in principio eorum quæ in Euclidem scripsit, rationale nanq; datum est: sed non omnino datum rationale est, sed has tres diffinitiones ultimas de magnitudinibus aiunt esse Apollonij.

Theorema 1. Propositio 1.

DAtarum magnitudinũ ratio adinuicem datur.

Sint datæ magnitudines a b, dicò quòd ipsius a ad b, ratio data est. Quoniam enim datur a, poßibile est per primam diffinitionem ei æquam exhibere, exhibeatur & esto c. Rursus quoniam data est b, poßibile est per eandem eidem æquam, exhibere: exhibeatur & esto d: quoniam igitur a est æqualis ipsi c, & b ipsi d: est igitur sicut a ad b, sic c ad d. Ipsius igitur a ad b ratio data est, eadem nanq; eidem exhibetur ipsius c ad ipsam d.



Theorema 2. Propositio 2.

SI magnitudo data ad aliam aliquam magnitudinem rationem datam habuerit, & eadem magnitudine datur.

Data, inquam, magnitudo a ad quampiam aliam magnitudinem b rationem habeat datam. Dico quòd ipsa b magnitudine datur. Quoniam enim datur a, poßibile est eidem per primam diffinitionem eandem exhibere: exhibeatur at esto c. Et quoniam ratio ipsius a ad b datur, sic enim supponitur, & ei æqualem per 2 diffinitionem exhibere est poßibile: exhibeatur, estoq; ipsius c ad ipsam d ratio, & quoniã est sicut a ad b, sic est c ad d: uicißim igitur per 16 quinti element. est sicut a ad c, sic b ad d: æqualis autem est a ipsi c: æqualis igitur est & b, ipsi d. Datur igitur per primam diffinitionem ipsa b magnitudo, æqualis siquidem ei exhibetur d.

Scholium.

Hoc præcedentis conuersum est quodammodo, sed non uniuersaliter id esse conuersum dicendũ est: esset enim uniuersaliter id præcedentis conuersum, si magnitudines inuicem rationem haberent datam. dantur magnitudine, nonnulli autem aggrediuntur ut ostendant esse conuersum præcedẽtis, inquiuntq; quòd si magnitudines aliquæ rationem adinuicem datam habuerint, dantur magnitudine.

Theorema 3. Propositio 3.

SI datæ magnitudines quęcunq; compositæ fuerint, & ex ipsis compositum datum erit.

Componantur enim quælibet datæ magnitudines a b, b c. Dico quòd & quod ex a b, b c hoc est ipsum a c conflatũ datum est. Quoniam enim datur a b, poßibile est per primam diffinitionem æqualem eidem exhibere: exhibeatur per eandem, sitq; d e. Rursus quoniam datur b c, poßibileq; est eidem eandem exhibere: exhibeatur per eandem & sit e f. Quoniam igitur æqualis quidem est a b, ipsi d e & b c, ipsi e f. Tota igitur a c toti d f, est æqualis, per 2 communem sententiã. Datur igitur ipsa a c: eidem siquidem in eadẽ exhibeatur d f.

Theorema 4. Propositio 4.

SI à data magnitudine, data magnitudo auferatur, reliqua data erit.

A data siquidem magnitudine a b, data auferatur magnitudo a c. Dico quòd reliqua c b, data est. Quoniam enim datur a b, poßibile est eidem æqualem exhibere: exhibeatur per primam diffinitionem & sit d f. Rursus quoniam datur a c, poßibile est ei æquam exhibere: exhibeatur per eandem & sit d e. Quoniam æqualis est a b ipsi d f, & a c ipsi d e, reliqua igitur b c, reliquæ e f, est æqualis per tertiam communem sententiam. Datur igitur b c, æqualis enim eidem exhibetur e f.

Scholium.

Et id theorema præcedentis quod minime est conuersum, proprie siquidem esset conuersum, si data magnitudo in quascunq; diuisa fuerit, & unaqueq; earum in quas diuiditur data est, quæ eidem eædem & adinuicẽ sunt eædem, hoc, inquã, patet in 11 quinti elementorũ.

Theorema 5. Propositio 5.

SI magnitudo ad sui partem aliquam rationem habuerit datam, & ad reliquam rationem habebit datam.

Magnitudo siquidem a b ad aliquã sui partem a c, rationem habeat datam, dico quòd & ad reliquam b c, rationem habet datam, ponatur siquidem data magnitudo d f, & quoniam per primam propositionem ipsius b a ad a c, ratio data est, eadem eidem per 2 diffinitionem exhibeatur, ut ipsius d e ad d f, poßibile enim est tribus datis magnitudinibus quartam proportionalem inuenire per 12 sexti elementorũ. Ipsius igitur f d, ratio data est, data igitur est & f d. Igitur & d e, data est, & reliqua igitur e f, data est. Est autem & d f data. Ratio igitur ipsius d f, ad f e, data est. Et quoniam est sicut d f ad d e sic a b ad a c. Conuertendo igitur per correl. 8. quinti element. est sicut d f ad f e, sic a b ad b c. Ratio autem ipsius d f ad f e, data est ut patuit. Ratio igitur & ipsius d f ad f e, data est ut patuit. Ratio igitur & ipsius a b ad b c, data est.

Theorema 6. Propositio 6.

SI binæ magnitudines compositæ fuerint adinuicem rationem habẽtes datam, & tota ad ipsarum utranq; rationem habebit datam.

Componantur enim binæ magnitudines a c, c b adinuicem datam rationem habentes. Dico quòd tota a b ad utranq; ipsarum a c, c b rationem datam habet, exponatur enim data magnitudo d e, & quoniam per primam propositionem ipsius a c, ad c b data est, eadem fiat quæ ipsius d e ad e f ratio: data est autem utraq; ipsarum d e, e f data. Ratio igitur ipsius d e ad utranq; ipsarũ d e, e f, data est. Et quoniam est sicut a c ad c b sic est d e ad e f. Componendo igitur per 18 quinti elementorum sicut a b ad b c, sic d f, ad f e, & conuertendo igitur per correlarium, decimæoctauæ quinti elementorũ sicut b a ad a c, sic d f, ad d e, & quoniam sicut d f, ad utranq; ipsarũ d e, e f, sic a b, ad utranq; ipsarũ a c, c b. Ratio igitur & ipsius a b ad utranq; ipsarũ a c, c b data est.

Scholium.

Datarũ siquidem magnitudinũ ratio inuicem datur, æquã enim ipsius d f, ad f e, exhibemus rationẽ.

Theorema 7. Propositio 7.

SI data magnitudo ĩ datã rõnẽ diuisa fuerit, utrũq; segmẽtũ datũ est.

Data enim magnitudo a b, in datam rationem ipsius a c ad c b, diuidatur. Dico q; utrunq; segmentũ & a c & c b datum est: quoniã enim ratio ipsius a c ad c b data est, ratio

tio igitur ipsius a b ad utraq; ipsarum a c, c b data est. Data est a b, data igitur utraq; ipsarum a c, c b.

Theorema 8. Propositio 8.

EAndem ad idem rationem datam habentia, & adinuicem rationem datam habebunt.

Habeat siquidem utraq; ipsarum a, c ad b rationem datam. Dico quòd & a ad c, rationem habebit datam. Sit, inquam, data magnitudo d, & quoniam ratio ipsius a b data est, eadem eidem fiat quæ ipsius d ad e. Data, inquam, est d, data igitur & e. Rursus quoniam ratio ipsius b ad c data est, eadem eidem fiat quæ ipsius e ad f, data est e, data igitur est & f. Est autem & d, data. Ratio igitur ipsius d ad f, est data. Et quoniam est sicut d ad e, sic a ad b, & sicut b ad c, sic est e ad f, sed ratio ipsius d ad f, data est, ratio igitur & ipsius a ad c data est.

d e f a b c

Scholium.

Aequa est ratio sicut in 17 diffinitione & 22 propositione 5 elementorum, patet.

Propositio 9. Theorema 9.

SI binæ aut plures magnitudines inuicem rationem habuerint datam, habuerint autem eædem magnitudines inuicē ad alias quasdam magnitudines rationes datas, neq; easdem, & ipsæ magnitudines inuicem rationes datam habebunt.

Binæ, inquam, siue plures magnitudines a, b, c adinuicem rationem habeant datam, habeant aūt ipsæ a, b, c magnitudines ad alias quasdam magnitudines d, e, f, datas rationes, non autem easdem. Dico quòd & ipsæ d, e, f magnitudines ad inuicem rationem datam habebunt. Quoniam ipsius a ad b, ratio est data, & ipsius a ad d, ratio est data, & ipsius igitur d ad b ratio est data. Sed ipsius b ad e ratio est data, & ipsius igitur d ad e, ratio est data. Rursus quoniam ipsius b ad c ratio est data, ipsius autem b ad e, ratio est data, & ipsius igitur e ad c ratio data est. Ipsius autem c ad f ratio est data, & ipsius igitur e ad f ratio est data, ipsæ igitur d, e, f, adinuicem rationem datam habent.

c b a f e d

Scholium.

Si enim de substantia se habet ostensio quando hoc fuit eadem, uel ratio propositarum ad aliquas contingentes magnitudines eadem, uel quod contingentes rationem habebunt datam, in hoc exercetur problema.

Theorema 10. Propositio 10.

SI magnitudo magnitudine dato maior fuerit quàm in ratione, & utraq; eadem dato maior erit quàm in ratione, & si utraq; eadē dato maior fuerit quàm in ratione, & reliqua eadem uel dato maior est quàm in ratione, uel reliqua cum consequenti ad quā altera rationem habet datam, data est.

Magnitudo, inquā, a b, magnitudine b c dato maior esto quàm in ratione, dico quòd & utraq; a c, eadem c b, dato maior est quàm in ratione. Quoniam enim a b, ipsa b c, dato maior est quàm in ratione auferatur data magnitudo a d. Reliquæ igitur d b, ad b c, per 4 propositionem ratio est data, & componendo per 18 quinti ele. & 3 datorum ipsius d c ad b c, ratio data est, & est data a d, igitur ipsa d a ipsa c d dato maior est quàm in ratione. Rursus iam a c, ipsa c b, dato maior esto quàm in ratione. Dico quòd & reliqua a b, eadem b c, aut dato maior erit quæ in ratione, uel ipsa a b cum consequenti ad eam ad quam ipsa b c, rationem datam habet, data est. Quoniā enim a c, ipsa c b, dato maior est quam in ratione, auferatur data magnitudo. Data iam aut ipsa a b, minor, aut maior est. Sit prius minor, sitq; a d, reliquæ igitur d c ad c b, ratio per 4 propositionem data est. Distribuendo igitur quòd ipsius d b ad b c, ratio data est, per 7 propositionem estq; data ipsa a d. Igitur a b ipsa b c dato maior est quàm in ratione. Sed iam data maior esto ipsa a b, ponaturq; per diffinitionem primam Datorum eidem æqualis a e. Ratio

c b d

c e b d a

igitur reliquæ e c ad e b data est. Quare & econtra ipsius b e, ad e c, ratio data est, & conuertendo per correlarium 18 quinti elementorum ipsius b c ad b e, ratio data est, & est c b, cum ipsa b a, data. Tota enim a e, data est. Igitur b a, cum consequenti ad quam b, rationem datam habet, data est.

Scholium.

Hoc est componendo maior est quàm in ratione, sicut magnitudo 10 & altera magnitudo 23 data autem sit 3 & utraq; 33, & ipsa 10 in ipsa c d, est data quàm in ratione. Auferantur sicut à data exp. 10 ad 20 data sicut nunc in secunda ratione & sicut in diffinitionibus dictum est, sicut magnitudo a b, per hypothesim 23 magnitudine b c, existente per hypothesim 10 dato maior esto quàm in ratione. Sitq; data ad 33, si igitur ab ipsa a b, abscindis datum a d, hoc est 3 reliqua d c 20 ad b c 10 rationem habet datam, patuit autem in diffinitionibus, dato enim maior est quàm in ratione hoc patet, & manifestum quod & reliqua est, & tota a c, maior est dato quàm in ratione. Si enim æqualis extiterit data a b reliqua b c ad eandem b c, rursus datam habet rationem: possum siquidem eandem eidem exhibere, sicut in diffinitionibus. Datur siquidem e c, per 4 theorema, & quoniam datur utraq; ipsarum c a, a e, & ipsarum adinuicem ratio datur, per primum theorema & ipsius a c ad c e. Sed ipsius a c, ad c b, sic ipsius b c ad c e. Quoniam enim est sicut a d ad d e, sic c d ad d b, & uicißim, per 16 quinti elementorum sicut a d ad d c, sic e d ad d b. Et componendo igitur, 18 quinti elementorum, sicut a c ad c d, sic e b, ad d b, & uicißim per 16 quinti elementorum, sicut a c ad e b, sic, c d ad d b: datur autem ipsius a d, ad d b, ratio. Datur igitur & ipsius a c ad e b, ratio. Sed potius concisius dicendum est, sicut unum antecedentium ad unum sequentium, hoc est sicut c d ad d b, sic omnia antecedentia, ad omnia sequentia, hoc est a c ad e b.

Theorema 11. Propositio 11.

SI magnitudo magnitudine dato maior fuerit quàm in ratione eadem, & utraq; dato maior erit quàm in ratione, & si eadē & utraque dato maior fuerit quàm in ratione eadem, & reliqua dato maior igitur erit quàm in ratione.

Magnitudo enim a b ipsa b c dato maior sit quàm in ratione. Dico quòd & ipsa a c, dato maior est quàm in ratione. Quoniam enim a b ipsa b c, dato maior est quàm in ratione, auferatur data magnitudo a d. Reliquæ igitur d b ad d c, ratio est data, & econtra, & componendo per 18 quinti elementorum & 4 datorum. Eadem eidem fiat ipsius a d ad d e. Ratio igitur ipsius a d ad d e data est. Data est a d, data igitur & d e. Quare per quartam propositionem reliqua e a data est. Est autem totius a e ad totam ratio, quare & ipsius e b ad a c, ratio est data & a e, data est. Igitur b a ipsa a e, dato maior est quàm in ratione. Dico quòd eadem a b reliqua b c, dato maior est igitur quàm in ratione. Quoniam enim ab ipsa a c dato maior est quàm ratione, auferatur data magnitudo a e, reliquæ igitur e b ad a c, ratio data est. Quare & ipsius a c hoc est econtra a d, e b, ratio est data. Eadem eidem fiat, ipsius a d ad e d, & ipsius d a igitur ad e d, ratio est data. Et conuertendo per correlarium 18 quinti elementorum, ipsius d a ad a e ratio est data, & econtra ipsius e a ad a d ratio est data & data est a e, data igitur & tota a d. Et quoniam tota a c ad totam e b, ratio data est, quarum ipsius a d ad d e, ratio data est, erit & per 19 quinti elementorum reliquæ c d ad reliquam d b ratio data. Et distribuendo per 7 propositionem ipsius c b ad b d, ratio est data. Quare & ipsius d b, ad b c, ratio est data. Ipsa enim d a data est, igitur a b ipsa b c maior est dato, quàm minor.

c b d e a

Scholium.

Quoniam enim est sicut a c ad e b, sic ablata a b ad ablatam d e, & reliqua igitur c d ad a d reliquam d b, est sicut a c ad c b, per 19 quinti elementorum: data autem est ipsius a c ad e b, ratio data igitur et ipsius c d ad d b.

Theorema 12. Propositio 12.

SI fuerint tres magnitudines, & prima cum secunda data fuerit, fuerit autem & secunda cum tertia data, prima tertiæ aut est æqualis uel altera dato maior est.

Sint tres magnitudines a b, b c, c d, et a b cum b c, data sit ut a c. At b cum c d, data sit ut d b. Dico q. a b ipsi

a b ipsi c d, aut est æqualis, uel altera altera dato maior est. Quoniam enim data est utraq; ipsarum a c, b d. Data iam aut sunt æqualia aut inæqualia. Sint primum æqualia, æqualis igitur est a c ipsi b d, communis auferatur c b, reliqua igitur a b reliquæ c d est æqualis. Non sint autem æqualia, sed esto maior a c, ipsa b d & ipsi b d, exhibeatur æqualis c e, per 2 primi elemen. Ipsa b d, data est, data igitur est & c e, est autem & tota a c, data, & reliqua a e, data est. Et quoniam æqualis est e c ipsi b d, communis auferatur b c: reliqua igitur b e, reliquæ c d est æqualis. Est autem data a e. Igitur a b ipsa c d, dato maior est.

d e b c a

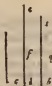
Scholium.

Si autem maior fuerit b d ipsa a c dato a c, æquum autem quod ex b & eadem efficientes demonstrabimus, quòd c d ipsa a b dato maior est, hoc enim patuit in prima, uel altera, altera dato maior est.

Theorema 13. Propositio 13.

SI fuerint tres magnitudines, & prima ad secundam rationẽ habuerit datam, secunda uerò tertia dato maior fuerit quàm in ratione, & prima tertia dato maior erit quæ in ratione.

Sint tres magnitudines a b, c d, e, & ipsa quidem a b, ad c b, rationem habeat datam, at c d ipsa e dato maior sit quàm in ratione. Dico quòd & ab ipsa e dato maior est quàm in ratione. Nam quoniam c d ipsa e dato maior est quàm in ratione: auferatur data magnitudo c f. Reliquæ igitur d f, ad e ratio data est, & quoniam ipsius a b ad c d, ratio data est, eadem eidem fiat quæ ipsius a g ad c f, data. Data est c f, data igitur, & a g & reliquæ g b ad reliquam f d, ratio data est, et ipsius d f ad e, ratio data, & ipsius g b ad e igitur ratio data est. Est autem data a g. Igitur ipsa c dato maior est quàm in ratione.



Scholium.

Si enim fuerit sicut totum ad totum, sic ablatum ad ablatum, & reliquum ad reliquum erit sicut totum ad totum, sicut patet per 19 quinti elemen. & in diffinitionibus, componitur enim dato quòd maior sit quàm in ratione.

Theorema 14. Propositio 14.

SI binę magnitudines adinuicem rationem datam habuerint, appositaq; fuerit earum utriq; data magnitudo, totæ adinuicem aut rationem datam habebunt, aut altera altera maior est quàm in ratione.

Binæ siquidem magnitudines a b, c d, adinuicem rationem habeant datam, & apponatur earum utriq; data magnitudo hoc est a e, & c f. Dico quòd totæ e b, f d: adinuicem aut rationem habent datam uel ... altera, dato maior est quàm in ratione. Nã quoniam data est utraq; ipsarum e a, c f. Ratio igitur ipsius e a ad c f, data est, & siquidem eadem quæ ipsius a b ad c d, igitur & totius e b ad totam f d, ratio est data. Non autẽ sit eadem. Fiatq; sicut a b ad c d, sic g a ad c f. Ratio igitur & ipsius g a ad c f, data est. Data autem est f c, data igitur & g a & ipsius f c ad g a, ratio data est. Et reliqua igitur e g, data est. Estq; sicut a b, ad c d, sic g a ad f c. Ratio igitur ipsius g a ad f c est data. Data autẽ & f c. Data igitur est & g a. Est autem & ea data, & reliqua igitur e g, data est. Et quoniam sicut a b ad c d, sic g a ad f c, ratio igitur ipsius g b ad f d, data est. Est autem data & e g. Igitur e b ipsa f d, maior est dato quàm in ratione.

b a g e
d c f

Scholium.

Si uerò efficiemus sicut a b ad c d, sic a e, ad id quod ex c, sicut in 7 inuenietur f d ipsa c b, datò maior quàm in ratione.

Theorema 15. Propositio 15.

SI binæ magnitudines adinuicem rationem datam habuerint, & auferatur ab earũ utraq; data magnitudo, reliquæ adinuicem aut

rationem

quàm in ratione. Dico quòd ipſa a b, ad e f, aut rationem habet datam, uel altera altera dato maior eſt quàm in ratione. Nam quoniam e d ipſa a b, dato maior eſt, quàm in ratione, auferatur data magnitudo c g. Reliquæ igitur g d ad a b, ratio eſt data, eadem eidem fiat quæ ipſius c g ad a b. Ratio igitur ipſius e g ad a b data eſt. Data autem eſt c g: data igitur, & a b & totius c d ad totam b b, ratio eſt data. Rurſus quoniam e d ipſa e f, dato maior eſt quàm in ratione, auferatur data magnitudo c k. Reliquæ igitur K d ad e f ratio data eſt, eadem eidem exhibeatur quæ ipſius c K ad l e. Ratio igitur & ipſius c k, ad l e, data eſt. Data autem c K, data igitur & l e, & totius c d ad totum l f ratio eſt data. Ipſius autem e d ad b b, ratio eſt data. Et ipſius b b, igitur ad l f, ratio eſt data. Et ab ipſis datæ auferuntur magnitudines b a, l e. Ipſæ igitur a b, e f, aut adinuicem rationem habebunt datam, aut altera altera dato maior erit quàm in ratione.

Theorema 19. Propoſitio 19.

SI fuerint tres magnitudines, & prima ſecunda dato maior fuerit quàm in ratione, fuerit autem & ſecunda tertia dato maior quàm in ratione, & prima tertia dato maior igitur erit quàm in ratione.

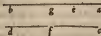
Si tres magnitudines a b, c d e, & a b ipſa e d, dato maior eſto quàm in ratione, & e d, ipſa e dato maior eſto quàm in ratione. Dico quòd & a b ipſa e dato maior eſt quàm in ratione: nam quoniam c d, ipſa e, dato maior eſt quàm in ratione, auferatur data magnitudo c f. Reliquæ igitur f d ad e, ratio eſt data. Rurſus quoniam a b ipſa c d, dato maior eſt quàm in ratione, auferatur data magnitudo a g. Reliquæ igitur g b, ad c d, ratio eſt data, eadem eidem fiat quæ ipſius g b ad c f. Ratio igitur ipſius g b ad e f data eſt. Data autem eſt c f, data igitur eſt & g b, eſt autem & g b data, & tota igitur b a, data eſt. Et quoniam eſt ſicut g b ad c d, ſic eſt g b, ad c f, & reliquæ b b ad reliquam f d ratio data eſt. Ipſius autem f d, ad e, ratio eſt data, & ipſius b b, igitur ad e, ratio eſt data, & data eſt b a. Igitur b a ipſa e, dato maior eſt quàm in ratione.

Aliter.

Sint tres magnitudines a b, c d, & a b ipſa c dato maior ſit quàm in ratione, & c ipſa d, dato maior ſit quam in ratione. Dico quòd & a b ipſa d, dato maior eſt quam in ratione. Quoniam a b ipſa e dato maior eſt quam in ratione, auferatur data magnitudo a e. Reliquæ igitur e b ad c ratio eſt data per 4 propoſitionem. At c ipſa d, dato maior eſt quam in ratione, & e b igitur ipſa d, dato maior eſt quàm in ratione. Auferatur igitur data magnitudo e f. Reliquæ igitur f b ad d, ratio eſt data per eandem. At a f, data eſt, & a b igitur ipſa d, dato maior eſt quàm in ratione.

Theorema 20. Propoſitio 20.

SI fuerint binæ magnitudines datæ, ab eiſdemq́ ablatæ fuerint magnitudines adinuicem rationem datam habentes, reliquæ adinuicem aut datam rationem habebunt, uel altera altera dato maior erit quàm in ratione.



Sint binæ magnitudines datæ a b, c d, & ab ipſis a b, c d auferātur magnitudines a e, c f, rationem adinuicem habentes datam, dico quòd ipſæ e b, f d, adinuicem rationem datam habent, uel altera altera dato maior eſt quam in ratione. Nam quoniam utraq; ipſarum a b, c d, data eſt. Ratio igitur ipſius a b ad c d, data eſt, & ſiquidem eadem eſt ei quæ ipſius a e, ad c f, erit & reliquæ e b ad reliquã f d, ratio data. Non ſit iam eadem, fiatq; ſicut e a, ad e f, ſic a g, ad c d. Ratio autem ipſius a e ad e f, eſt data. Ratio igitur ipſius a g ad c d, data eſt. Data autem c d, data igitur & a g. Eſt autem & a b recta linea data; & reliqua igi-

tur

tur g b. data est, & quoniam est sicut a e ad c f, sic est a g ad c d, & reliquæ g e, ad reliquam f d ratio est data. Data autem est g b, igitur e b, ipsa f d, dato maior est quàm in ratione.

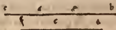
Scholium.

Quoniam enim est sicut a e ad c f, sic est a g, ad c d, manifestum quòd & reliquæ e g ad reliquam, f d, ratio data per 19 quinti elementorũ, & in alijs eiusmodi per scholium maximè decimi theorematis.

Theorema 21. Propositio 21.

SI fuerint binæ magnitudines datæ, eisdemq́ue appositæ fuerint magnitudines adinuicem rationem datam habentes, totæ adinuicem aut rationem datam habebunt, aut altera dato maior erit quàm in ratione.

Sint binæ magnitudines datæ a b, c d, apponanturq́ue eisdem magnitudines, e a, c f, rationem habentes datam adinuicem. Dico quòd & totæ e b, f d, adinuicem rationem habebunt datam: uel altera dato maior est quàm in ratione. Quoniam enim data est utraque ipsarum a b, c d. Ratio igitur ipsius a b ad c d, per primam propositionem data est, & siquidem eadem est ei quæ ipsius a e ad c f erit, & totius e b ad totam f d ratio data est. Si autẽ non fiat sicut a e, ad c f, sic g a ad c d. Ratio igitur ipsius g a, ad c d, data est. Data autem est c d, data igitur est & g a. Est autem & a b data, & reliqua igitur g b data est. Et quoniam est sicut e a, ad c f,

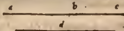


sic est a g, ad c d, & totius e g, ad totam f d, ratio est data, & data est g b, igitur e b, ipsa f d, dato maior est quàm in ratione.

Theorema 22. Propositio 22.

SI binæ magnitudines ad aliquam magnitudinem rationem datam habuerint, & utraque ad eandem rationem habebit datum.

Binæ siquidem magnitudines a b, b c, ad aliquam magnitudinem d rationem habeant datam. Dico quòd & utraque a c ad eandem d rationem habet datam. Quoniam utraque ipsarum a b, b c, ad d, rationem habet datam: ratio igitur & ipsius a b ad b c data est. Et componendo per 17 quinti elementorum ipsius a c ad c b, ratio est data: ipsius autem b c ad d ratio est data, & ipsius a c, igitur ad d ratio data est.



Theorema 23. Propositio 23.

SI totum ad totum rationem habuerit datam, habuerint autem partes ad partes rationes datas, non autem easdem, & omnia ad omnia rationes datas habebunt.

Habeat enim totum a b ad totum c d, datam rationẽ, habeãt autẽ & a e, e b, partes ad c f f d, partes datas rationes, non autem easdem. Dico quòd & omnia ad omnia rationes habebunt datas. Quoniam enim ipsius, a e, ad c f, ratio data est, eadem eidem fiat ipsius a b ad c g. Ratio igitur & ipsius rectæ lineæ a b, ad c g, rectam lineam data est. Erit & reliquæ e b, ad reliquam f g, ratio data. Ipsius autem e b ad f d, ratio data est. Et ipsius f d ad f g, ratio data est per 18 quinti elementorum, & conuertendo per correlarium eiusdem ipsius f d, ad d g, ratio data est. Et quoniam ratio ipsius b a ad utrunque ipsorũ d c, c g, data est, & ipsius d c, igitur ad c g, ratio est data, & conuertendo per idem correlarium & ipsius c d, ad d g, ratio est data. Sed ipsius d c ad d f, ratio est data, & ipsius c d, igitur ad d f, ratio est data: quare & ipsius c f, ad f d, ratio est data. Sed ipsius quidem c f, ad a e, ratio est data, ipsius autem f d, ad b e ratio est data. Quare omnium ad omnia ratio data est.

Scholium.

Receptum siquidem est, quòd ipsius c f ad f d, ratio data est, ponitur autem & ipsius e b ad

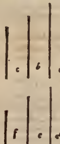
fd:

ad f d, ratio data, & ipsius igitur e f, ad e b, ratio est data per 8 propositionem. Rursus quoniam ipsius a e, ad e b, ratio data demonstratur, ponitur autem & ipsius e b, ad f d, ratio data, & ipsius igitur e a, ad f d, ratio est data, per 8 propositionem, & quoniam a c, c b, adinuicem rationem habent datam, & totum a b, ad utrunq; ipsorum a e, e b, rationem habet datam. Quare & similiter & e, ad utranq; ipsarum e f, f d, rationem habet datam. Et quoniam a b, ad c d, rationem habet datam: habet autem & c d, ad utranq; ipsarum e f, f d, rationem datam & a b, igitur ad utranq; ipsarum e f, c d, rationem habet datam. Quare omnia ad omnia rationes habent datas.

Theorema 24. Propositio 24.

SI tres rectæ lineæ proportionales fuerint, prima uerò ad tertiam rationem habuerit datam, & ad secundã rationem habebit datam.

Sint tres rectæ lineæ proportionales a b c, sicut a ad b, sic b ad c. At a ad c, rationem datam habeat. Dico quòd & ad b, rationem habebit datam, extendatur enim data recta linea d, & quoniam ratio ipsius a ad c, data est. Eadem eidem fiat ipsius d ad f. Igitur ipsius d ad f, ratio data est. Data autẽ est d, data igitur est & f, accipiatur per 13 sexti elementorum ipsorum d f, media proportionalis e. Igitur per 17. eiusdem quod sub d f, æquum est ei quod ex e. Sed quod sub d f, datum est, utraq; enim earũ data est. Datum igitur & quod ex e. Est autem & d data. Ratio igitur ipsius d ad e, data est. Et quoniã est sicut a ad c, sic est d ad f. Sed sicut a ad c, sic quod ex a ad id quod sub a c, sicut autem d ad f, sic quod ex d ad id quod sub d f. Sicut igitur quod ex a, ad id quod sub a c, sic quod ex d, ad id quod sub d f. Sed ei quidem quod sub a c, æquum est id quod ex b per 17 sexti element. ipsæ a b c, sunt proportionales. Ei autem quod sub d f, æquum est id quod ex e, per eãdem. Sicut igitur id quod ex a, ad id quod ex b, sic quod ex d, ad id quod ex e, & sicut igitur a ad b, sic d ad e. Ratio autem ipsius d ad e data est. Ratio igitur ipsius a ad b data est.



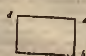
Aliter idem.

Quoniam ratio ipsius a ad c data est, sicut autem a ad c, sic quod ex a ad id quod sub a c. Ratio igitur ipsius a ad id qđ sub a c data est. Ei autem quod sub a c æquum est id quod ex b. Ratio igitur eius quod ex a, ad id quod ex b data est. Quare & ipsius a ad b, ratio data est: utriq; siquidem ipsarum a b, æquas exhibuimus in proprio cuilibet quadrato.



Scholium.

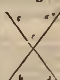
Quoniam didicimus in diffinitionibus, rectilineas figuras specie dari, quarum anguli dati sunt, & laterum rationes adinuicem sunt datæ, si efficimus parallelogrammum a b c d, rectangulum æquum habens d, ipsis a b, habemus siquidem angulorum unumquenq; datum, quoniam recti sunt, omnis enim rectus angulus datur, rectus siquidem à recto non differt, sicut patet per quartũ postulatum, & manifestum quod rationes laterum sunt datæ. Ratio siquidem ipsius a b, ad b e, datur. Quoniam & ipsius d ad f, ratio datur, ac per hoc quod sub d f, datur.



Theorema 25. Propositio 25.

SI binæ rectæ lineæ positione datæ sese inuicem secuerint, signum in quo sese inuicem dispescunt positione datur.

Binæ, inquam, lineæ positione datæ a b, c d, sese inuicem secent in e, dico quòd datum est e, signum. Si autem non intercidet e signum: intercedet igitur & unius ipsarum a b, c d, positio, non intercidit autem. Datum igitur est signum e.



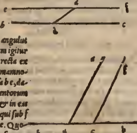
Theorema 26. Propositio 26.

SI rectæ lineæ fines fuerint dati positione, datur ipsa recta linea positione & magnitudine.

Rectæ siquidem lineæ a b fines a b dati sint positione. Dico quòd ipsa a b positione & magnitudine datur. Si enim manente a intercidet ipsius a b rectæ lineæ aut positio, aut ma-

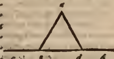
Aliter idem.

Excitetur per 31 primi element. ab a signo ipsi b d c, rectæ lineæ parallelus e a f. Quoniam igitur per datum signum a ad positione datam rectam lineam b d c, recta linea acta est e a f, igitur per 28 propositionem ipsa e a f, positione datur, & quoniam parallelus est e a f, positione datur, & quoniam parallelus est e a f, ipsi b d c, et in eas incidit d a: æqualis igitur est per 29 primi elementorum angulus e ad angulo a d c. Datus igitur est & qui sub e a d. Quoniam igitur additione data recta linea e a f, & ad signum in ea datum à recta excitatur linea a d, datum efficiens angulum, igitur per uigesimamnonam propositionem positione est ipsa a d. Assumatur in ipsa b e, datum signum e & per e signum ipsi a d, per 31 primi elementorum parallelus excitetur e f, quoniam parallelus est f e, ipsi a d, & in eas incidit b e d. Aequus igitur est per 29 primi elementorum qui sub f e d, angulus ei qui sub a d c. Datus igitur est & qui sub f e c. Quoniam igitur additione data recta linea b e & ad datum in ea signum e linea excitata est e f, datum efficiens angulum f e c, igitur per 29 propositionem positione data est ipsa e f. Quoniam per datum signum a ad positione datam rectam lineam d e linea excitatur a d; igitur per 28 propositionem positione est ipsa a d.



Aliter.

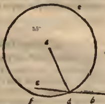
Assumatur in b e, contingens signum e, connectaturq; e a, quoniam a signum: datum est igitur per 26 propositionem ipsa a e positione data est, positione autem & b c. Quoniam enim utraq; ipsarum a e, b e, rectarum linearum positione datur. Datur qui sub a e d, angulus magnitudine, sicut in diffinitionibus, possumus enim eidem æquum exhibere. Datus igitur est qui sub a e d angulus, est autem & qui sub a d e angulus datus, & reliquus igitur qui e a d, datus est. Quoniã igitur additione data recta linea e a & ad signũ in ea a, recta excitatur linea a d datam efficiens angulum eum qui sub a e d, positione igitur est per 29 propositionem ipsa a d.



Theorema 31. Propositio 31.

SI à dato signo in positione datam rectam lineam, recta linea proiecta fuerit data magnitudine, datur etiam positione.

A dato enim signo a in positione datam rectam lineam b c recta excitetur linea d a, data magnitudine. Dico quòd etiam positione datur. Centro siquidem a interuallo uerò a d, per 3 postulatum circulus describatur e d f, positione igitur est, per 6 diffinitionẽ ipse circulus d f. Datur siquidem a centrum positione, & quæ ex centro a d magnitudine, positione autem & b e, recta linea. Si uerò binæ lineæ positione datæ sese inuicem secuerint, datur per 25 propositionem signum, in quo se dispescunt positione. Est autem et a datum, igitur per 26 propositionem positione datur ipsa a d.



Theorema 32. Propositio 32.

SI in parallelas positione datas rectas lineas recta linea acta fuerit, datos efficiens angulos, acta magnitudine datur.

In parallelas enim positione datas rectas lineas a b c d, recta agatur linea e f, datos efficient angulos sub b e f, & e f d. Dico quòd ipsa e f, magnitudine datur. Assumatur enim in c d, datum signum g, & per g ipsi e f, per 31 primi element. parallelus excitetur g h. Quoniã igitur parallelus est g h ipsi f e, & in eas recta cecidit linea e d, æquus est igitur per 29 primi elementorum



angulus e f d, angulo h g d. Datus autem est qui sub e f d, datus igitur est & qui sub h g d, Quoniam igitur additione data recta lineæ c d, & ad in ea datum signum g recta linea excitatur g h datum efficiens angulum h g f. Igitur per 29 propositionem, ipsa g h positione datur, positione autem & a b. Datum igitur est h signum, est autem & g. Data igitur est g h, magnitudine per 26 propositionem, & ipsi e f est æqualis. Data igitur est e f magnitudine.

Theorema 33. Propositio 33.

SI in parallelos positiõe datas rectas lineas recta linea acta fuerit, magnitudine data, angulos efficiet datos.

Si in parallelos enim positione datas rectas lineas a b, c d, recta lineæ excitetur e f magnitudine data. Dico quòd angulos datos efficiet sub b e f, e f d, assumatur enim in ipsa a b datum signum g & per g ipsi e f, per 32 primi element. parallelus excitetur g h, æqualis igitur est e f ipsi g h. Data autem est e f magnitudine. Data igitur est & g h. Estq; g datum. Centro igitur g, interuallo uerò g h, circulus descriptus erit positione. Describatur, sitq; K h l, positione igitur est circulus k h l, positione autem & c d, datũ igitur et h signum, est autem & g datum positione, igitur est ipsa g h, per 26 propositionem, positione autem & c d. Datus igitur est qui sub g h d angulus & ei est æquus qui sub e f d. Datus igitur est & qui sub e f d, & reliquus igitur qui sub f e b, datus est.

Altier.

Assumatur in c d datum signũ g, ponaturq; per 2 primi element. ipsi e f, æqualis g d, & centro quidem g spacio uerò g d, per 3 postulatum circulus describatur d h, positione igitur est ipse h d circulus. Datur siquidem eius centrum positione & quæ ex centro magnitudine, positione autem & a b. Datum igitur est h signum, est autem & g datum: positione igitur est ipsa h g, per 26 propositionem, positione autem & c d. Datus igitur est qui sub h g d angulus. Et siquidem parallelus est e f, ipsi g h erit, & qui sub e f g, angulus datus: quare & reliquus qui sub f e b angulus datus est. Si autem non concurrunt ipsæ e f, h g in h. Quoniam æqualis est e f ipsi d g, hoc est ipsi g h, & parallelus est e h ipsi f g, æqualis igitur est f h ipsi h g. Quare & angulus qui sub h g f, ei qui sub h f g est æqualis. Datus autẽ qui sub h g f. Datus igitur & qui sub g f h, quare & consequens qui sub g f e, datus est, & reliquus qui sub f e b, datus est.

Theorema 34. Propositio 34.

SI in parallelos positione datas rectas lineas à dato signo recta linea acta fuerit, in datam rationem secabitur.

In parallelos enim positione datas rectas lineas a b, c d, à dato signo e recta excitetur linea e f g. Dico quòd ratio ipsius e f ad f g, data est, excitetur enim per 12 primi element. ab ipso e signo in c d perpendicularis e K h. Quoniam à dato signo e in positione datam rectam lineam c d, recta linea excitata est e h datum efficiẽs angulum sub e h g. Igitur per 30 propositionem ipsa e h positione datur, positione autem & utraq; ipsarum a b, c d. Datum igitur est utrunque ipsorum K h. Est autem & e datum. Data igitur est utraq; ipsarum e k, K h. Ratio igitur ipsius e k ad k h, per primam propositionem data est. Estq; sicut e K ad k h sic e f ad f g. Ratio igitur ipsius e f ad f g data est.

Aliter.

In parallelos siquidem positione datas a b, c d, à dato signo e, recta linea agatur f e g. Dico quòd ipsius g e ad e f ratio data est: excitetur siquidem ab e signo per duodecimam primi elementorum in ipsam c d, perpendicularis e b, & extendatur in k. Quoniam à dato signo e, in positione datam rectam lineam c d, recta linea excitatur e b, datum efficiens angulum qui sub e b g, positione igitur est ipse b e a, positione autem & utraq; ipsarum a b, c d. Datum igitur est utrunque ipsorum b k, signorum, est autem & e datum. Data igitur est utraq; ipsarum b e, e k. Ratio igitur ipsius b e ad e K data: sicut autem b e, ad e K, sic g e, ad e f. Ratio igitur & ipsius g e ad e f data est.

Theorema 35. Propositio 35.

SI à dato signo in positione datam rectam lineam, recta linea acta fuerit & secta fuerit in datam rationem, & per sectionem ad positionem datam rectam lineam recta linea acta fuerit, datur acta positione.

A dato siquidem signo a in positione datam rectam lineam e b, c... linea agatur a d, seceturq; per præcedentem in datam rationem ipsius d e, e a. Exciteturq; per trigesimamprimam primi element. per e signum ipsi b c parallelus f e g. Dico quòd positione est ipsa f e g. Excitetur enim per duodecimam primi element. ab ipso a in ipsam b c, perpendicularis a b, quoniam à dato signo a in positione datam rectam lineam b c, recta excitatur linea a b, datum efficiens angulum qui sub a b d, positione igitur est per trigesimamprimam propositionem ipsa a b, positione autem & b c. Datum igitur b signum. Est autem & a datum. Data igitur est per uigesimamsextam propositionem & a b. Et quoniam ratio ipsius d e ad e a, data est: sicut autem d e ad e a, sic b k ad k a. Ratio igitur & ipsius b k ad k a, data est. Componendo igitur per decimamoctauã quinti elementorum: ratio ipsius b a ad a K, data est: data autem ipsa b a, data igitur & a K. Sed & positione, estq; a datum, datum igitur & K. Quoniam igitur per datum signum K, ad positione datam rectam lineam b c, recta linea excitatur f g, positione igitur est & f g.

Theorema 36. Propositio 36.

SI à dato signo in positione datam rectam lineã recta linea acta fuerit, proiectaq; fuerit eidem aliqua recta linea rationẽ habens ad eandem datam, ac per proiectæ finem ad positione datam rectam lineam line.. acta fuerit, datur acta positione.

A dato enim signo a in positione datam rectam lineam b c, recta agatur linea a d, & apponatur ipsi a d, ipsa a e, rationẽ habens ad a d datam, ac per e, per 31 primi elemen. ipsi b c parallelus excitetur f k. Dico quòd positione est ipsa f k, excitetur per duodecimam primi elementorum ab ipso a in b c, perpendicularis a b, extendaturq; in g. Quoniam à dato signo a in positione datam rectam lineam b c, recta excitata est linea a b, datum efficiens angulum a b c, positione igitur datur per 31 propositionem b a g, positione autem & b c. Datum igitur est b signum, est autem & a datum. Data igitur est ipsa a b per 26 propositionem. Et quoniam ratio ipsius d a ad a e, data est, sicut autem d a e, sic b a, ad a g. Ratio igitur & ipsius b a ad g, data est, data autem b a. Data igitur & a g, sed & positione, estq; a datum, datum igitur & g. Quoniã igitur per datum signum g ad positione datam rectam lineam b c, recta excitatur linea f g k, positione igitur est per 28 propositionem ipsa f g k.

nem datorum. Rursus centro quidem f interuallo uerò f g, per idem postulatum circulus describatur g K l, positione igitur est ipse g K l circulus per eandem diffinitionem, positione autem & circulus d k h. Datum igitur est & K. signum est autem & utrunq; ipsorum e f datum. Data igitur est unaqueq; ipsarum K e, e f, f K positione & magnitudine. Datur igitur K e f triangulum specie, & aequum ac simile est ipsi a b c. Datur igitur a b c triangulum specie.

Scholium.

Quoniam igitur datae sunt ipsae K e, e f earum adinuicem ratio data est per primum theorema datorum, similiter autem & ipsarum e f, f k ratio data est, estq; ipsarum f k, k e ratio data. Rursus quoniam ipsae k e, e f, datae sunt positione, eundem igitur semper locum obtinent, ac per hoc qui sub k e f magnitudine datur, similiter autem & qui sub e f k, datur magnitudine, & insuper qui sub f k e, datur magnitudine.

Theorema 40. Propositio 40.

SI trianguli unusquisque angulus datus fuerit magnitudine, datur triangulum specie.

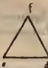
Trianguli enim a b c unusquisq; angulus datus sit magnitudine. Dico quòd a b c triangulum specie datur, exponatur enim positione & magnitudine data recta linea d e, & cõstruatur ad d e, ad signaq; in ea d e, per uigesimamtertiam primi element. ei qui sub c b a, angulo aequus rectilineus angulus qui sub e d f, ei autem qui sub b c a, aequus qui sub d e f. Reliquus igitur qui sub b a c, reliquo ei qui sub d f e, est aequalis. Datus autem unusquisque eorum qui ad a b c signa. Datus igitur & unusquisq; eorum qui ad d e f. Quoniam igitur additione data recta linea d e, & ad signum in ea datum d recta excitatur linea d f, datum efficiens angulum d. Igitur per 29 propositionem d f positione est, idq; propterea iam & e, f positione est. Datum igitur est f signum, est autem & utrunq; ipsorum d e datum. Data igitur est unaqueq; ipsarum d f, d e, e f, positione & magnitudine, datum igitur d f e triangulum specie, & simile est ipsi a b c triangulo. Datur igitur & a b c triangulum specie.





Scholium.

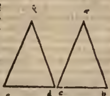
Quoniam igitur datur utraq; ipsarum d e, e f, datur & earum adinuicem ratio per primum theorema. Similiter iam & ipsarum e f, f d, ratio datur, & insuper ipsorum f d, d e, datur. Insuper & unusquisq; ipsorum d e f angulorum datus est magnitudine. Datur igitur d e f triangulum specie, sicut in diffinitionibus.



Theorema 41. Propositio 41.

SI triangulum unum angulum datum habuerit, circum uerò datum angulum latera adinuicem rationem habuerint datam, datur triangulum specie.

Habeat enim triangulum a b c, unum angulum datum eum qui sub b a c, circum uerò b a c, latera b a, a c, adinuicem rationem habeant datam. Dico quòd a b c, triangulum species datur. Exponatur enim in positione data recta linea d f, constituaturq; per uigesimamtertiam primi element. ad ipsam d f, rectã lineam, ad signumq; in ea f, ei qui sub b a c angulo aequalis angulus qui sub d f e. Datus autem qui sub b a c, datus igitur & qui sub d f e. Quoniam igitur additione data recta linea d f, & ad signum datum in ea f, recta linea acta est f e, datum efficiens angulum d f e. Igitur per 29 propositionem ipsa f e, positione est. Et quoniam ratio ipsius b a ad a c data est, eadem eidem fiat, quae ipsius d f ad f e, & connectantur d e. Ratio igitur & ipsius d f ad f e data est. Data autem d f, data igitur & f e. Sed & positione, & f datum est, datum igitur & e, est autem & utrunque ipsorum d f, datum. Data igitur est unaquaeque ipsarum d f, f e, d e, positione &



magnitudine, datur igitur d f e triangulum specie. Et quoniam bina triangula a b c d e f, unum angulum uni angulo æquum habent eum scilicet qui sub b a c, ei qui sub d f e, ea uerò quæ circum eos qui sub b a c, d f e, angulos latera proportionalia, simile igitur est & æquale per primam diffinitionem & 6 propositionem sexti elementorum triangulum a b c ipsi d e f triangulo. Datur autem d f e, specie, datur igitur & a b c triangulum specie.

Theorema 42. Propositio 42.

SI trianguli latera adinuicem rationem habuerint datam, datur triangulum specie.

Trianguli enim a b c, latera adinuicem rationem habeant datam. Dico quòd ipsum a b c, triangulum datur specie: exponatur enim data magnitudine recta linea d, & quoniā ratio ipsius a b, ad b c data est. Eadem eidem fiat ipsius d ad e. Data autem d. Data igitur & e. Rursus quoniam ratio ipsius b c, ad a b data est, eadem eidem fiat ipsius e ad f. Data autem e data igitur & f, & ex tribus rectis lineis quæ æquales sunt tribus datis d e f, quarum binæ reliqua quomodocunq; assumptæ sunt maiores, per 22 primi elementorum triangulum constituatur g h k. Quoniam æqualis est d ipsi g h, & e ipsi h k & f ipsi g k. Data autem unaqueq; ipsarū d e f. Data igitur & unaqueq; ipsarum g h, h k, k g magnitudine. Datur igitur triangulum g h k, specie, & quoniam est sicut a b ad b c, sic est d ad e. Aequalis autem est d ipsi g h, & e ipsi h k: est igitur sicut a b ad b c, sic g h ad h k. Rursus quoniam est sicut b c ad c a, sic e ad f. Aequalis autem est e ipsi h k: & f ipsi g k. Est igitur sicut b c ad c a, sic h k ad k g. Ostensum autem est sicut a b ad b c, sic g h ad h k, ex æquali igitur per 22 quinti elementorum, sicut b a ad a c, sic g h ad g k. Simile igitur est per primam diffinitionem 6 elementorum a b c triangulum ipsi g h k triangulo. Datur autem g h k triangulum specie. Datur igitur & a b c triangulum specie.

Theorema 43. Propositio 43.

SI trianguli rectanguli, circa unum acutorum angulorum latera adinuicem rationem habuerint datam, datur triangulum specie.

Trianguli enim rectanguli a b c, rectum habentis eum qui sub a b c, angulum, circa unum acutorum eiusdem angulorum qui sub a b c latera c b, b a, adinuicem rationem habeant datam. Dico quòd ipsum a b c, triangulum datur specie. Exponatur enim positione & magnitudine data recta linea d e. Describaturq; super d e semicirculus d g e, positione igitur est d g e semicirculus, & quoniam ratio ipsius c b ad b a, data est, eadem eidem fiat ipsius d e ad f. Ratio igitur ipsius d e ad f data est. Data autem d e, data igitur & f, & quoniam maior est c b ipsa b a, maior igitur est & e d, ipsa f. Congruat ipsi f per primam quarti elementorum, d g, connectaturq; g e & centro quidem d, interuallo autem d g, per tertium postulatum circulus describatur h g k, positione igitur est circulus h g k. Datur enim ipsius centrum positione, & quæ ex centro magnitudine, positione autem & d g e semicirculus, datum igitur est & g signum, est autem utrunq; ipsorum d e, datum. Data igitur est, per uigesimamsextam propositionem unaqueq; ipsarum g d, d e, e g, positione & magnitudine. Datur igitur triangulum g d e specie. Quoniam igitur bina triangula sunt a b c, d e g unum angulum uni angulo æquum habentia, eum scilicet qui sub b a c, ei qui sub d g e. Circum uerò alios angulos qui sub c b a, e d g, latera proportionalia. Reliquorum autem qui sub b c a, d e g, utrunque simul minorem recto. Simile igitur est per septimam sexti elementorum triangulum a b c ipsi d e g, triangu-

lo

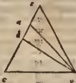
lo. Datur autem d e g, triangulum specie, datur igitur & a b c, triangulum specie.

Scholium.

Quoniam enim ponitur d e, positione & magnitudine data, manifestum quòd si circulus bifariàm secetur, est centrum circuli positione. Dimidia uerò, hoc est quæ ex centro datur positione & magnitudine sicut & circulus, per diffinitionem.

Theorema 44. Propositio 44.

SI triangulum unum habuerit angulũ datum, circum autem alium angulum latera adinuicem rationem habuerint datam, datur triangulum specie.

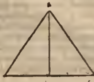


Sit triangulum a b c, unum habens angulum datum eum qui sub b a c, circum autem alium angulũ eum qui sub a b c latera a b, b c, rationem habeant adinuicem datam. Dico quòd triangulum a b c, specie datur. Nõ sit autem qui sub b a c, angulus rectus. Sed sit primùacutus. Exciteturq; per 12 primi elementorum ab ipso b signo in ipsam a c perpendicularis b d. Quoniam angulus b d a, datus est, est autem & qui sub b a d, datus, & reliquus igitur qui sub a b d, datus est. Datur igitur triangulum a b d, specie. Ratio igitur ipsius b a ad b d data est, sed ipsius a b ad b c, ratio data est, & ipsius b d igitur a d b c, ratio data est. Rectus autẽ est qui sub b d c. Datur igitur triangulum b d c, specie. Datus igitur est qui sub b c d angulus. Est autem & qui sub b a c, datus, & reliquus igitur qui sub a b c, datus est. Datur igitur & a b c, triangulum specie. Sed iam esto qui sub b a c angulus obtusus, extendaturq; c a in e. Exciteturq; per 12 primi elementorum ab ipso b signo in ipsam a c perpendicularis b e. Quoniam angulus b a c datus est, & consequens igitur qui sub b a e, datus est. Datur igitur triangulum e b a, specie. Ratio igitur ipsius e b ad b a, data est, ipsius autem a b ad b c, ratio data est, & ipsius igitur e b ad b c ratio est data. Et qui sub b e c, rectus est angulus. Datur igitur triangulum e b c specie. Datus igitur est qui sub b c e, est autem & qui sub b a c, angulus datus, & reliquus igitur qui sub a b c angulus datus est. Datur igitur triangulum a b c, specie.



Theorema 45. Propositio 45.

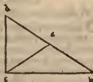
SI triangulum unum habuerint angulum datum, circum uerò datum angulum latera utraq; sicut unum ad reliquum rationem habuerint datam, datur triangulum specie.



Esto triangulum a b c, unum habens angulum datum qui sub b a c, circum b a c, angulum latera utraq; hoc est b a c tanquam unum ad c b rationem habeant datam. Dico quòd a b c, triangulum specie datur. Secetur p tertiam primi elementorũ angulus b a c, bifariàm à recta linea a d. Datus igitur est qui sub b a d, angulus, & quoniam est sicut b a ad a c, sic b d ad d c, uicissim etiam per 16 quinti elementorum, sicut a b ad b d, sic a c ad c d. Ratio utriusq; b a c ad b c, data est. Ratio igitur ipsius b a ad b d, data est. Estq; datus qui sub b a d angulus. Datur igitur a b d triangulum specie. Datus igitur est qui sub a b d, angulus, est autem & qui sub b a c, angulus datus, et reliquus igitur qui sub a c b datus est. Datur igitur triangulum a b c specie.

Scholium.

Sicut enim unum antecedentium ad unum sequentium, sic omnia antecedentia ad omnia sequentia, per 12 quinti elementorum.



ALITER. Extendatur b a in rectas lineas in d, & ipsi a c, ponatur æqualis a d & connectatur d c. Etenim ipsius b d ad b c, ratio data est. Et qui sub a d c, datus est, dimidius siquidem eius qui sub b a c. Datur igitur triangulum b c d specie. Da-

tur

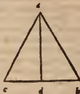
tus igitur est qui sub a b c, angulus est autem qui sub b a c, datus & reliquus qui sub a c b datus est. Datur igitur a b c, triangulum specie.

Scholium.

Quoniam enim angulus qui ad a datus est, & qui ad a eis qui ad d c, angulis exterior binis interioribus est aequalis, & oppositio per 32 primi element. & anguli d b, quare & anguli a c, dati sunt.

Theorema 46. Propositio 46.

SI triangulũ unum habuerit angulum datum, circum uerò alium angulum latera utraq; sicut unum ad reliquum rationẽ datam habuerint, datur triangulum specie.



Esto triangulum a b c, unum habens angulum datum qui sub a b c, circulum uerò alium angulum b a c, latera utraq; hoc est b a c ad b c, rationem habeant datam. Dico quòd ipsum a b c, triangulum specie datur. Secetur enim per 9 primi element. angulus b a c, bifariàm à recta linea a d. Est igitur utrunq; b a c ad c b. sicut a b ad b d. Ratio autem utriusq; b a c ad c b data est. Ratio igitur & ipsius a b ad b d, data est. Estq; datus qui sub a b d, angulus. Datur igitur triangulum specie. Datus igitur est qui sub a b d, angulus, est autẽ duplus eius qui sub b a c. Datus igitur est & qui sub b a c. Est autẽ & qui sub a b c, datus, & reliquus igitur qui sub a c b datus est. Datur igitur a b c triangulum specie.

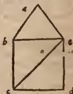
Aliter.



Ponatur ipsi c a, aequalis d a, & connectatur d c. Quoniam ratio utriusq; b a c ad c b data est. Aequalis autem est c a ipsi a d. Ratio igitur & ipsius d b ad b c data est. Et qui sub d b c angulus datus est. Datur igitur triangulum d b c specie. Datus igitur est qui sub b d c angulus. Et eius est duplus qui sub b a c. Qui sub b a c, angulus igitur datus est. Datur igitur a b c triangulum specie.

Theorema 47. Propositio 47.

DAta rectilinea specie, in data triangula specie diuiduntur.



Esto datum rectilineum specie a b c d e. Dico quòd ipsum a b c d e, rectilineum in data triangula specie diuiditur. Connectantur enim a e, e c. Quoniam rectilineum a b c d e, specie datur. Igitur angulus qui sub b a e, datus est, & ratio data est. Quoniam igitur angulus b a c, datus est, & ratio data est. Quoniam igitur angulus b a c, datus est, & ratio ipsius b a ad e a, data est. Datur igitur triangulum b a c specie. Datus igitur est qui sub a b c, angulus. Est autem & totus qui sub a b c, angulus datus, & reliquus igitur qui sub e b c datus est. Estq; ratio ipsius a b ad b e data, ipsius autem a b ad b c, ratio data est, & ipsius igitur e b ad b c, ratio data est, & datus est qui sub c b e angulus. Datur igitur b c e triangulum specie. Ac per hoc iam & c d e, triangulum specie datur. Data igitur rectilinea specie in data triangula specie diuiduntur.

Theorema 48. Propositio 48.

SI ab eadem recta linea descripta fuerint triangula, specie data, adinuicem rationem habebunt datam.



Ab eadem enim recta linea a b bina triangula specie data describantur a b c, & a b d. Dico quòd ratio ipsius a b c ad a b d, data est. Excitentur per undecimam primi elementorum ab ipsis a b signis, ipsi a b, rectae lineae ad angulos rectos a e, b g. Extendanturq; in f b, ac per c d signa per 31 primi elementorum ipsi a b paralleli excitentur e c, d b. Quoniam datur a b c, triãgulum specie. Ratio ipsius

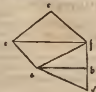
a c ad

b d, data est. Quoniã igitur angulus qui sub c a b, datus est, est autem & qui sub e a b, datus. Reliquus igitur qui sub e a c, datus est, datur igitur triangulum a e c specie. Ratio igitur ipsius c a ad a c, data est, ipsius autem c a ad a b, ratio est data, & ipsius c a ad a c igitur ratio data est. Idq; propterea & ipsius f a, ad a b ratio est data, estq; sicut a c, ad a f, sic b g ad b h. Quare & ipsius b g ad b h ratio est data. Est quæ ipsius quidem a g, dimidium triangulum a b c, per 41 primi element. Ipsius autem a b, per eandem dimidium est triangulum a b d, & ipsius igitur a b c ad a d b, ratio est data.

Theorema 49. Propositio 49.

SI ab eadem recta linea, bina rectilinea utcunq; data specie descripta fuerint, adinuicem rationem datam habebunt.

Ab eadem enim recta linea a b, bina rectilinea utcunq; specie data describantur a e c f b & a d b. Dico quòd ratio ipsius a e c f b, ad a d b, est data. Connectantur a f, f e. Datur igitur unumquodq; ipsorum e c f, e f a, f a b, triangulorum specie. Et quoniam ab eadem recta linea e f, bina triangula specie data c f e, & e f a, describuntur. Ratio igitur ipsius c f e ad f e a, data est per præcedentem, & componendo igitur per 18 quinti elementorũ ratio ipsius c e a f data est. Ipsius autem f e a ad f a b, ratio est data. Quoniam ab eadem recta linea a f, describitur. Et ipsius f e c, e a f, igitur et a f b, ratio est data, & componendo igitur per 18 quinti element. ipsius c e a b f ad b f a, ratio est data. Ipsius autem f b a, ad a d b, ratio est data, & ipsius igitur c e a b f, ad a d b, ratio est data.



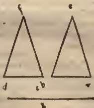
Theorema 50. Propositio 50.

SI binæ rectæ lineæ adinuicem rationem habuerint datam, & ab ipsis rectilinea similia, similiterq; descripta adinuicem rationem datam habebunt.

Binæ siquidem rectæ lineæ a b, c d, adinuicem rationem habeant datam, describanturq; ab ipsis a b, c d, similia similiterq; posita rectilinea e f. Dico quòd earum ratio data est. Assumatur enim ipsis a b, c d, per 11 sexti element. tertia proportionalis g. Est igitur sicut a b ad c d, sic c d ad g Ratio autem ipsius a b ad c d data, ratio igitur & ipsius c d ad g data Quare & ipsius a b ad g ratio est data. Sicut autẽ a b ad g, sic e ad f. Ratio igitur ipsius e ad f data est.

Scholium.

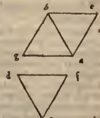
Quoniam enim ipsius a b ad c d, ratio est data, est autem & ipsius c d a[illegible] ratio data, manifestum est quod & composita ex binis datis ra[illegible] ratio data est, uel & per octauum theorema, quod & melius est.



Theorema 51. Propositio 51.

SI binæ rectæ lineæ adinuicem rationem habuerint datam, et ab ipsis rectilinea utcunq; descripta, specie data rationem adinuicem datam habebunt.

Binæ enim rectæ lineæ a b, c d, adinuicem rationem habeant datã, describanturq; ab ipsis a b b c, rectilinea utcunq; specie data e f Dicoq;, & ipsius e ad f ratio est data. Describatur enim per uigesimam quintã sexti element. ab ipsa a b ipsi f, simile similiterq; positũ rectilineũ a g b. Datur aũt f specie, datur igitur & a g b specie. Sed & e, specie

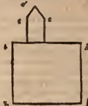


cie datur & ab eadem describitur recta linea a b. Ratio igitur ipsius e ad a g b, data est. Et quoniam ratio ipsius a b ad e d, data est. Describunturq; ab ipsis a b, e d, similia similiterq; posita a b f g, ratio igitur ipsius a g b, ad f data est. Ipsius autē a g b, ad e, ratio est data. Et ipsius igitur e ad f, ratio est data.

Theorema 52. Propositio 52.

SI à data recta linea magnitudine data specie species descripta fuerit, datur quæ descripta est magnitudine.

A data enim recta linea magnitudine a b data specie species describatur a e d e b, dico quòd a e, d e b, datur magnitudine. Describatur enim ab ipsa a b, per 46 primi element. quadratum a f. Datur igitur a f, specie & magnitudine, & quoniam ab eadem recta linea a b, bina rectilinea describuntur specie data a e d e b, & a f, igitur per 49 propositionem ipsius a e d e b ad a f, ratio data est. Datur igitur & ipsum a e d e b, magnitudine.



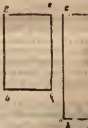
Scholium.

Omne enim quadratum datum est specie quandoquidem ipsius anguli dantur, omnes enim sunt recti, & rationes quoq; laterum, omnia enim sunt æqualia, & enim non solum inæqualium est ratio, sed & æqualium. Et quoniam exponitur quadratum: describitur enim possum & eidem exhibere idem, ac per hoc datur & magnitudine idem quadratum & eius unumquodq; latus.

Theorema 53. Propositio 53.

SI binæ species specie datæ fuerint, & unum latus unius ad unum latus alterius rationem datam habuerit, & reliqua latera ad reliqua latera rationem datam habebunt.

Sint binæ species specie datæ, a d, e b, ratio autem ipsius b d ad f b, esto data. Dico quòd & reliquorum laterum ad reliqua latera ratio est data. Nam quoniam ipsius d b ad f b, ratio est data, ipsius autē d b ad b a, ratio est data, et ipsius igitur d b ad f b, ratio data est, ipsius autem f b, ad f e, ratio est data, & ipsius a b, igitur ad e f, ratio est data. Idq; propterea iam & reliquorum laterum ad reliqua latera ratio est data.

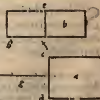


Scholium.

Ostensum est in scholio 20 propositionis quòd si a ad b, rationem habet datam: fuerit autem & c, datū, & fiat sicut a ad b, sic e ad aliud quid, ut puta d, non tamen & vicissim rationē habebunt datam, quoniam & hic non per vices est eorum rationem datam inuenire, sed aliter sicut nunc.

Theorema 54. Propositio 54.

SI binæ species specie datæ adinuicem rationem datam habuerint, & eorum latera adinuicem rationem habebunt datam.



Binæ, inquā, species specie datæ a b, adinuicem rationem habeant datam. Dico quòd & eorum latera adinuicem rationem habent datā. Ipsum enim a ipsi b aut est simile, aut non, sit prius simile. Accipiaturq; per 11 quinti element. ipsorum e d, e f, tertia proportionalis g: est igitur sicut e d ad g, sic est a ad b. Ipsius autē a ad b ratio data est. Ratio quoq; igitur e d ad g data est, et sunt e d, e f, g proportionales, & ipsius e d igitur ad e f, ratio est data. Similiq; est a ipsi b, & reliqua igitur latera ad reliqua latera per præcedētem rationem datam habebunt. Non sit autem simile a ipsi b, & describatur a b, e f, per 25 sexti element. ipsi a, simile similiterq; positū e b, datur igitur & e b, specie.

ſpecie. Datur autem & b. Ratio igitur ipſius b ad e b, data eſt, ipſius autem b ad a, ratio eſt data & ipſius a ad e b. Igitur ratio eſt data, & ſimile eſt a ipſi e b. Ratio igitur ipſius c d ad e f, data eſt. Idq́; propterea iam & reliquorum laterum ad reliqua latera, per præcedentem ratio eſt data.

Aliter.

Exponatur recta linea g h iam d ipſi b, aut eſt ſimile, aut non. Sit prius ſimile, fiatq́; ſicut c d ad e f, ſic g h ad k l. Deſcribanturq́; per 25 ſexti element. ab ipſis g h, k l ipſis a b, ſimiles ſimiliterq́; poſitæ m n, ſpecies. Et quoniam eſt ſicut c d ad e f, ſic eſt g h ad k l. Deſcribunturq́; ab ipſis c d, e f, g h, k l, ſimilia ſimiliterq́; poſita rectilinea a b m n, eſt igitur ſicut a ad b, ſic m ad n. Ratio autem ipſius a ad b data eſt. Ratio igitur ipſius m ad n data. Datum autem m per 25 propoſitionem, à data ſiquidē magnitudine rectilinea deſcribitur ſpecies. Datum igitur eſt & n. Deſcribatur iam per 46 primi element. ex ipſa k l quadratū x. Datur igitur ipſum x ſpecie. Ratio igitur ipſius n ad x data, datum autem ipſum n, datum igitur & x. Data igitur eſt k l, eſt autem & g h data. Ratio igitur ipſius g h ad k l data eſt, eſtq́; ſicut g h ad k l, ſic c d ad e f. Ratio igitur ipſius c d ad e f, data eſt. Simile eſtq́; a ipſi b & latera quoq; reliqua ad reliqua latera per præcedētem rationem habebunt datam, non ſit autem ſimile, conſequenter iam priori oſtenditur demonſtratione.

Theorema 55. Propoſitio 55.

SI areola ſpecie & magnitudine data fuerit, & eius latera magnitudine data erunt.

Sit areola ſpecie & magnitudine data a. Dico quòd & ipſius latera magnitudine data recta ſunt, exponatur ſiquidem poſitione & magnitudine data recta linea b c deſcribaturq́; per 25 ſexti element. ex ipſa b c ipſi a ſimile ſimiliterq́; poſitū d. Datur iā ipſum d ſpecie, datur igitur & d magnitudine. Datur autem & a, ratio igitur ipſius a ad d, data. Simileq́; eſt a ipſi d, ratio igitur ipſius e f ad b c data. Data autem & b c data, igitur & e f. Et ipſius f e ad e g data eſt ràtio, data eſt ratio, data igitur e g. Idq́; propterea iam & unumquodq; ipſorum magnitudine datur.



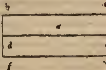
Aliter.

Eſto areola k l m n x, ſpecie data & magnitudine, dico quòd & latera eius data ſunt ſpecie. Deſcribatur per 46 primi elementorum, ex m n, quadratum m o. Datur igitur ſpecie. Sed & l n. Ratio igitur ipſius l n ad m o data eſt. Data autem l n magnitudine. Data igitur & m o, magnitudine, eſtq́; quadratum ex m n. Datum igitur eſt quod ex m n. Data igitur eſt m n magnitudine. Idq́; propterea iam & unumquodq; ipſorum m l, l k, k x, x n, data eſt magnitudine.

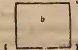


Theorema 56. Propoſitio 56.

SI bina æquiangula parallelogramma, adinuicem rationem habuerint datam, erit ſicut primi latus ad ſecundi latus, ſic reliquum ſecundi latus ad quod alterum primi rationem habet datam, quam parallelogrammum ad parallelogrammum.



Bina enim æquiangula parallelogrāma a b, adinuicem rationem habeāt datam. Dico quòd eſt ſicut c d ad e f, ſic eſt e g ad id quod ipſa c h rationē habet datam, quā parallelogrammū a ad parallelogrāmū b, extēdatur in rectas lineas ipſi c b, ipſa c k, fiatq́; ſicut c d ad e

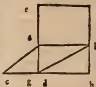


f, sic e g ad c k. Cōpleaturq́; e l parallelogrammū. Quoniā igitur est sicut e d ad e f, sic e g, ad c k, æqualis autem est c d ipsi k l. Est igitur sicut k l ad e f, sic e g ad c k, circū æquales angulos qui sunt sub c k l, g e f, latera sunt reciproca, æquum igitur est per 14 sexti element. k d ipsi g f. Et quoniam ratio ipsius a ad b est data, est autem æquale b ipsi c l. Ratio igitur ipsius b d ad c l data est. At sicut b d ad c l, sic b c ad c k. Et ipsius igitur b c ad c k ratio est data: & quoniam est sicut c d ad e f, sic e g ad c k, at ipsa e b ad c k rationē habet datam, quam area a ad ipsam b: est igitur sicut c d ad e f: sic est e g ad quod b c, rationem habet quam areola a ad areolam b.

Theorema 57. Propositio 57.

SI datum ad datam comparatum fuerit in angulo dato, datur latitudo excessus.

Datum enim a g ad datam b a, proiectum sit in angulo dato qui sub e a b. Dico quòd ipsa c a data est. Describatur per 46 primi element. ex a b quadratum e b. Datum igitur est e b, excitentur e a, f b, e g ad ipsa d b: & quoniam utrunq; ipsorum e b, a g datum est. Ratio igitur ipsius e b ad a g data est, æquum autem est e b ipsi a b. Ratio igitur & ipsius e b ad a b, data est. Quare & ipsius e a ad a d ratio est data, æqualis autem est e a ipsi a b. Ratio igitur ipsius b a ad a d, data est, & quoniam qui sub c a b datus est, & qui sub d a b datus est. Reliquus igitur qui sub a c d datus est. Datur igitur triangulum a c d specie. Ratio igitur ipsius c a ad a d data est ipsius autem d a ad a b ratio est data, & ipsius c a ad a b, igitur ratio est data, estq́; data ipsa b a. Data igitur & a c, & latitudo ipsius comparationis.



Scholium.

Quoniam binæ species e a, a d specie datæ sunt, adinuicem rationem habent datam & ipsarum latera adinuicem rationem datam habebunt.

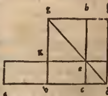
Scholium.

Ipsius, inquam, a g b latitudo parallelus est, & a b ad rectam existens ipsi a b, ipsius autem a e g b comparationis, ut in quatuor rectis lineis a b b g, g c, c a, longitu line existente ipsa a b latitudo erit ipsa a c: in quatuor siquidem propositis rectis lineis latitudinem quærit, nō autem ueræ areæ latitudo alia est præter quatuor, sicut a e.

Theorema 58. Propositio 58.

SI datum ad datam proiectum fuerit specie deficiens à dato specie, dantur latitudines defectus.

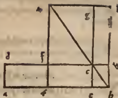
Datum enim a c ad datam a d proiectum sit specie deficiens à dato d c. Dico quòd utraq; ipsarum b c, b d data est. Secetur enim per decimam primi element. ipsa a d b: fariam in e signo: data igitur est e d. Describatur ab ipsa e d per 25 sexti element. ipsi c d simile, similiterq́; positum rectilineum e f. Describaturq́; e f. Datur igitur e f specie. Et quoniā à data recta linea e d data specie species describitur e f, datur igitur ipsum e k magnitudine, & æquum est ipsis a c k b. Datur igitur, ipsa a c k b magnitudine, est autem a c datum magnitudine, supponitur enim. Reliquum igitur k b, datum est magnitudine, est autem & specie datum simile, siquidem est ipsi c d. Ipsius b k, ergo latera data sunt, datum igitur k c, & est æquum ipsi e b. Ipsa igitur e b data est. Est autem & e d, data, & reliqua igitur b d data est, & ratio ipsius b d ad b e data est. Data igitur est & b c.



Theorema 59. Propositio 59.

SI datum ad datam proiectum fuerit excedens specie dato specie, dantur latitudines excessus.

Datum

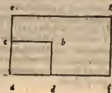


Datum siquidem a b ad datam a c proiectum sit excedens specie data c b, dico quòd utraq; ipsarum b c, c c data est. Secetur enim per 10 primi element. ipsa d e bifariã in f signo. Describaturq; per 25 sexti element. ex c f ipsi e b simile similiterq; positum f g. Circa igitur eundem dimetientem est f g ipsi c b, excitentur per 26 sexti element. eorũ dimetiens h e m, describaturq; figura. Et quoniã c b ipsi f g est simile. Datur autem c b specie. Datur igitur & f g specie, & describitur à data recta linea f e. Data igitur sunt a b, f g & ipsi k a, sunt æqualia. Datum igitur est b e. Ipsius ergo k a latera sunt data, data igitur est h b, & k c data est, & ipsi e f æqualis, reliqua igitur e b, data est, & ad h b rationem habet datam. Data igitur est & b b.

Theorema 60. *Propositio 60.*

SI parallelogrammum specie & magnitudine datum dato gnomone auctum aut imminutũ fuerit, dantur latitudines gnomonis.

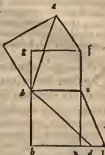
Parallelogrammum enim a b datum specie & magnitudine augeatur prius dato gnomone e c b d f g, Dico quòd datæ sunt utraq; ipsarũ c c, d f. Nam quoniam a b datum est, est autem d f g gnomon datus, & totum igitur a g datum est. Sed & specie, simile enim est ipsi a b. Igitur ipsius a g latera data sunt. Data igitur est utraq; ipsarum a e, a f, est autem utraq; ipsarum c a, a d data, reliqua igitur utraq; ipsarum e c, d f data est. Rursus iam parallelogrammum a g, datum specie & magnitudine minuatur dato gnomone c c b d f g. Dico quòd utraq; ipsarum c e, d f, data est. Quoniam igitur datum est a g cuius gnomon e c b d f g, datus est. Reliquum igitur a b datum est. Sed & specie. Ipsius igitur a b latera data sunt. Data igitur est utraq; ipsarum c a, a d, est autem & utraq; ipsarum e a, a f, data. Et reliqua utraq; igitur ipsarum e c, d f data est.



Theorema 61. *Propositio 61.*

SI data specie specie, ad unum latus parallelogramma area proiecta fuerit in dato angulo, habeat autem species ad parallelogrammũ rationem datam, datur parallelogrammum specie.

Data enim specie specie a f c b, ad unum latus c b parallelogramma areola proiecta sit c d in dato angulo l c b. Ratio autem sit ipsius a c speciei ad c d parallelogrammũ data. Dico quòd datur c d specie, excitetur enim siquidẽ per 31 primi element. ipsi f c parallelus b g, & per f ipsi b c, parallelus f g, extendanturq; f c g b, in b k signa. Quoniam datus est qui sub f e b angulus. Et ipsius f c ad c b ratio data est. Datum est igitur ipsum f p parallelogrammum specie. Datur autem specie a f c b species, & describitur eadem recta linea e b. Ipsius igitur a b speciei ad f b, parallelogrammũ per 49 propositionem ratio data est. Ipsius autem f b ad c d, ratio est data, quoniam iam ipsius a b, a d supponitur. Aequum autem est c d ipsi k b, per 35 primi element. ratio igitur ipsius k b ad c g, est data. Quare & ipsius f c ad c k, ratio est data, ipsius autem f g ad e b, ratio est data, ipsius igitur b c ratio data est. Et quoniam angulus qui sub b c k datus est & qui sub b c l datus est, & reliquus igitur qui sub l c k datus est. Est autem & qui sub l k c, datus angulus, æquus ei qui sub k c b. Reliquus igitur qui sub e l k datus est. Datur igitur l c k triangulum specie. Ratio ipsius igitur l c ad c k data est. Ipsius autem c k ad b c ratio est data. Et ipsius igitur l c ad c b ratio est data, & qui sub l c b angulus datus est. Datur igitur c d, parallelogrammum specie.



Scholium.

Datur f b, parallelogrammum manifestè, quoniam angulus f e b datur. Datur igitur & e f g

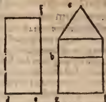
angulus, in parallelos enim f g, c b recta cecidit linea c f, efficiens interiores & ad easdem partes binis rectis æquales. Quorum qui sub f c b, datur: & reliquus qui sub c f g datur. Quare & reliqui dati sunt: & quoniam datur ratio c f ad c b, æqualis autem ipsa g b ipsi c f & c b ipsi f g, quare & laterum ratio dicatur.

Scholium.

Quoniam enim ipsius f b parallelogrammi ad a f c b, speciem ratio est data, ipsius autem a f c b, speciei ad c d, ratio est data, & ex æquali per 22 quinti element. ipsius b f ad c d, ratio est data.

Theorema 62. Propositio 62.

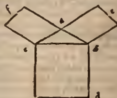
SI binæ rectæ lineæ adinuicem rationem habuerint datam, descriptaq́ fuerit ab una quidem data specie species, altera uerò area parallelogramma in angulo dato, habuerit autem species ad parallelogrammum rationem datam, datur parallelogrammum specie.



Binæ enim rectæ lineæ a b, c d, adinuicem rationem habeant datam, & describatur ab ipsa quidem a b, data specie species a e b & ab ipsa c d, parallelogrammum f d in dato angulo f c d. Ratio autem sit ipsius a e b speciei ad f d parallelogrammũ data. Dico quòd datur d f, parallelogrammum specie. Describatur enim ab ipsa a b ipsi d f, per 25 sexti element. simile similiterq́; positum a g. Quoniam ratio ipsius a b ad c d data est. Describanturq́; ab ipsis a b c d similia similiterq́; posita rectilinea a g, f d. Ratio igitur ipsius a g ad f d, data est. Ipsius autem f d ad e b ratio est data, & ipsius e b igitur ad a g, ratio data est, & angulus qui sub b a h, datus est, æquales enim ei qui sub f c d. Quoniam igitur data specie: specie e b ad unum latus a b proiectum est a g in dato angulo h a b, & ratio ipsius e b speciei ad a g, parallelogrammum data est. Datur igitur a g specie, estq́; similis ipsi f d, datur igitur f d specie.

Theorema 63. Propositio 63.

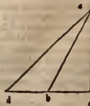
SI triangulũ specie datum fuerit, quod ex unoquoq; latere ipsius quadratum ad triangulum rationem datam habebit.



Esto triangulum specie datum a b c. Describaturq́; ex unoquoq; ipsius latere quadratum e b, c d, c f. Dico quòd unumquodq; ipsorum e b, c d, c f, ad a b c, triangulum rationem datam habebit. Nam quoniam ab eadem recta linea b c, rectilinea data specie describuntur utcunq; a b c d. Igitur per 49 propositionem, ratio ipsius a b c ad c d data est. Idq́; propterea iam, & utriusq; ipsorum e b & c f ad a b c, triangulum ratio est data.

Theorema 64. Propositio 64.

SI triangulũ obtusum habuerit angulum datum, qua maius quod obtusum angulum subtendit latus, area lateribus obtusum angulum comprehendẽtibus ad triangulum, rationem datam habebit.

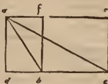


Sit triangulũ obtusum habens angulũ eum qui sub a b c datũ, extendaturq́; in rectas lineas ipsius b c, recta linea b d, exciteturq́; p 12 primi element. ab ipso a in c d, ꝑpendicularis a d. Dico q̃ quo maius est quod ex a c eis quæ ex a b, b c, hoc est q̃d bis sub d b, b c, area ad a b c, triangulũ datã rationẽ habebit. Quoniã namq; angulus q̃ sub a b c, p hypothesim datus est, & q̃ sub a b d, datus est, est aũt & q̃ sub a d, d b, datus.

Reliquus

Reliquus igitur qui sub d a b, datus est. Datur igitur d a b triangulū specie. Ratio igitur ipsius a d ad d b, data est, estq; sicut a d ad d b, sic quod sub a d, b c, ad id quod d b, b c, quare & ipsius d a, b c, ad id qd' sub d b, b c, ratio data est. Et eius quod bis sub d b, b c, igitur ad id quod sub a d, b c, ratio data est. Sed eius quod sub d a, b c, ad a c b triangulum ratio est data, & eius igitur quod bis sub d b, b c ad a b c, triangulum ratio est data, estq; quod bis sub d b, b c, quo maius est quod a c, eis quæ ex a b, b c, ipsa igitur area ad a b c, triangulum rationem datam habet.

Scholium.



Excitetur ad angulos rectos ab ipso b signo ipsi a d per 31 primi element. æqua & parallelus b f, & ab ipso a signo ipsi d e, per eandem æqua & parallelus excitetur d c, & connectatur e c, & quoniam per 31 primi element. parallelogrammum b e ipsius b a e trianguli duplum est, super nanq; eadem basi, & in eisdem est parallelis, comprehenditurq; parallelogrammum sub f e, e c, æqualis autem est e c, ipsi a d & f e ipsi b c. Quoniam parallelogrammum ad triangulum rationem habet, quare & parallelogrammum ad triangulum ratio est etiam dupla. Quod uero bis sub a d, c b, rationem habet datam, ad triangulum quadruplam, est enim sub d e, c b sicut in 2 elementorum.

Theorema 65. Propositio 65.

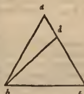
SI triangulum acutum habuerit angulum datum, qua minus potest angulum acutum subtendens latus comprehēdentibus lateribus acutum angulum, illa areola ad triangulum rationem habebit datam.



Esto triangulum acutum habens angulum a b c. Excitetur q; ab ipso a per 12 primi element. perpēdicularis a d. Dico quòd quæ minus est quod ex d e, eis quæ ex a b, b c, hoc est quod bis sub c b, b d ad a b c triangulum rationem habet datam. Nam quoniam angulus a b d datus est, & qui sub a d b datus est. Reliquus igitur qui sub b a d datus est. Datur igitur a b d, triangulum specie. Ratio igitur ipsius b d ad d a data est. Quare & eius qui sub c b d, ad id quod sub e b, ratio data est, & eius quod bis sub c b, b d igitur. Sed eius quod sub c b, b d ad ea quæ ex a b, b c, quo igitur minus est quod ex a c eis quæ ex a b, b e, ea area ad a b e, triangulū rationē habet datam.

Theorema 66. Propositio 66.

SI triangulum datum habuerit angulum, rectangulū sub datum angulum comprehendentibus rectis lineis ad triangulū rationem habebit datam.

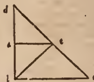


Esto triangulum a b c, datum habens angulum eum qui ad a. Dico quòd quod sub b a c ad a b c, triangulum rationem habet datam, excitetur enim per 12 primi element. ab ipso b in ipsam a c perpendicularis b d. Quoniam igitur angulus b a c, datus est. Est autem & qui sub a d b, angulus datus. Et reliquus igitur qui sub a b d angulus datur. Datur igitur a b d, triangulum specie. Ratio igitur ipsius a b ad b d data est. Sicut autem a b ad b d, sic quod sub b a c ad id quod sub b d a c. Quare & eius qui sub b a c, ad id quod sub b d a c ratio est data. Eius autem quod sub a c, b d, ad a b c triangulum ratio est data. Et eius qui sub b a c, igitur ad a b c, trianguli ratio est data.

Theorema 67. *Propoſitio 67.*

SI triangulum datum habuerit angulum, qua maius poſsint datum angulum comprehendentia latera ut unum, ea quæ ex reliquo, area ad triangulum rationem habebit datam.

Eſto triangulum a b c, datum habens angulum b a c. Dico quòd quo maius eſt quod ex utraq; b a c, eo quod b c, ea area ad a b c, triangulum rationem habet datam. Extendatur enim rectas lineas ipſius a b ipſa a d, ponaturq́; ipſa a c æqualis ipſi a d per 2 primi elementorum & connexa recta linea d c extendatur in e, exciteturq́; per 3 1 primi elementorum ab ipſo b ipſi a c parallelus b e. Et quoniã æqualis eſt a d ipſi a c æqualis igitur eſt & d b ipſi b e, extenditurq́; quædam b c. Quod igitur ſub d c e, unà cum eo quod ex b c, æquum eſt ei quod ex b d, æqualis autem eſt d a ipſi a c. Quod igitur ex utroq; b a c, æquum eſt ei quod ſub d c e, unà cum eo quod ex b c. Quare quod ex utroq; b a c, eo quod ex b c maius eſt eo quod ſub d c e. Dico iam quòd eius quod ſub d c e ad a b c triangulum ratio eſt data. Quoniam enim eius angulus b a c, datus eſt, & conſequens igitur qui ſub d a c, datus eſt, eſt autem & uterq; ipſorum a b c, d c a datus. Dimidia nanq; ſunt eius qui ſub b a c. Datur enim qui ſub b a c, datur igitur triãgulum d a c ſpecie. Ratio igitur ipſius d a ad d c, data eſt. Quare & eius quod ex a d ad id quod ex d c ratio data eſt. Et quoniam eſt ſicut b a ad a d, ſic eſt e c ad c d, ſed ſicut quidem b a ad a d, ſic quod ſub b a ad id quod ex a d. Sicut autem e c ad c d, ſic quod ſub e c, c d ad id quod ex c d, & ſicut igitur per undecimam quinti elemẽtorum, quod ſub b a ad id quod ex d a, ſic quod ſub e c d, ad id quod ex c d. Et uiciſsim igitur per decimamſextam quinti elemẽtorum quod ſub b a d ad id quod ſub e c d, ſic quod ex a d id quod ex d c. Ratio autem eius quod ex a d ad id quod ex d c data eſt. Ratio igitur & eius quod ſub b a d ad id quod ſub e c d data eſt. Aequalis autem eſt d a ipſi a c. Ratio igitur eius quod ſub b a c, ad id quod ſub e c d, data eſt, eius autem quod ſub b a c, trianguli ratio eſt data, eo quia angulus qui ſub b a c datus eſt. Et eius qui ſub d c e, igitur ad a b c ratio eſt data. Eſtq́; quod ſub d c e, eo maius quod eſt ex utraq; b a c, eo quod ex b c. Quo uerò maius eſt quod ex utroq; b a c, eo quod ex b c ea area ad triangulum rationem datam habebit.



Aliter.

Conſtruantur enim eadem quæ prius, exciteturq́; per duodecimam primi elementorum ab ipſo a in e c perpendicularis a f, connectaturq́; a d, & quoniam datus eſt angulus b a c & eius dimidium eſt angulus a c f, eſt autem & angulus a f c, datus. Datur igitur triangulum a f c ſpecie. Ratio igitur ipſius a f ad f c, data eſt, ipſius autem f c ad c e, ratio data eſt. Dupla ſiquidem eius eſt, & ipſius igitur e c, ad a f ratio data eſt. Quare & eius qui ſub e c d ad eum qui ſub a f c d ratio data eſt. Quare & eius qui ſub e c d, ad eum qui ſub a f c d, ratio data eſt. Duplum ſiquidem illius eſt & eius qui ſub e c d, igitur ad eum qui ſub a c d, ratio data eſt, æquum autem eſt a c d, triangulum ipſi a b c triangulo per trigeſimamſeptimam primi elementorum, in eadem ſiquidem baſi a c, & in eiſdem ſunt parallelis a c, b d, & eius qui ſub e c d, igitur ad a b e, triãgulum ratio eſt data, eſtq́; quæ ſub e c d, qua maius eſt quod ex utroq; b a c, ea quæ ex b c, qua maius eſt quod ex utroq; b a, a c, ea quæ ex c b area ad triangulum rationem habet datam.

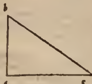


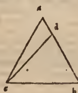
Aliter.

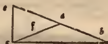
Angulus a aut eſt rectus, aut acutus, aut obtuſus, ſit prius rectus, quod igitur ab utroq; b a c id quod ex b c excedit, eo quod bis ſub b a c & eius quod bis ſub b a c ad a b c triangulum ratio data. Eſto autem acutus qui ſub b a c, exciteturq́; per duodecimam primi elementorum ab ipſo c in ipſam a b perpendicularis c d, quoniam triangulum a b c, oxygonium eſt, & excitatur perpendicularis c d. Quæ igitur ex b a c, æqua ſunt & ei quod ex b c, & eis quod bis ſub b a d. Commune adiungatur quod bis ſub b a c. Quæ igitur ex b a c, unà cũ eo quod bis ſub b a c, quod eſt ex utroq; b a c, æqua ſunt ei quod

ex b c

ex b c & ei quod bis sub b a d, & insuper ei quod bis sub b a c, hoc est ei quod bis sub utroq; e c d et a b. Quare quod ex utroq; b a c maius est eo quod ex b c, eo quod bis sub utroq; c a d, & a b. Quare quod ab utroque b a c maius est eo quod ex b c, eo quod bis sub utroque d a c, & b a, & quoniam angulus b a c datus est, & qui sub a d c quoque datus est. Et reliquus igitur qui sub d c a datus est. Datur igitur triangulum a d c, specie. Ratio igitur ipsius a d, ad a c data est, quare & utriusque d a c ad a c, ratio est data. Et eius igitur quod sub utroq; d a c & a b, ad id quod sub b a c, ratio est data. Et eius quod bis sub utroque d a c & a b ad id quod sub b a c ratio est data. Eo quia qui sub b a c, angulus datus est, & eius quod bis sub utroque d a c, & a b igitur ad a b c, triangulũ ratio data est. Sed iam esto angulus qui sub b a c obtusus, & producta b a in eam per duodecimã primi elementorum perpendicularis agatur c e, & ponatur per secundam primi elementorum ipsi a e æqualis a f. Quoniam igitur angulus b a c, est obtusus excitaturq; perpẽdicularis c e, quæ igitur ex b a, a c, unà cum eo quod bis sub b a e, hoc est bis sub b a f, æqua sunt ei quod ex b c. Commune proiectum sit quod bis sub b a c. Quæ igitur ex b a, a c unà cum eo quod bis sub b a c, hoc est, ex utroq; b a c, unà cũ eo quod bis sub b a f, æqua sunt ei quod ex b c, una cum eo quod bis sub b a c. Commune auferatur quod bis sub b a f. quod igitur ab utroque b a c, æquum est ei quod ex b c, et ei quod bis sub b a c f. Quare quæ ex utroq; b a c, id quod ex b c, excedit eo quod bis sub b a e f, & quoniam angulus b a c, datus est, et qui sub e a c, igitur datus est. Sed et qui sub c e a, datus est: & reliquus igitur qui sub a c e, datus est. Datur igitur a e c triangulum specie. Ratio igitur ipsius c a ad a e, data est, hoc est ad a f. Quare & ipsius a c ad c f, ratio est data. Ipsius autem a c ad c e ratio est data, & ipsius e c ad c f igitur ratio est data. Quare & eius quod sub e c, a b, ad id quod sub c f a b ratio est data. Ipsius autẽ qđ ex a b, c e ad a b c, triangulum ratio est data: quare & eius quod sub c f, b a ad b c, triangulum ratio est data, estq; quod bis sub f c b a, quo maius est quod ex b c: eo igitur maius est quod ex utroq; b a c eo quod ex b c, ea area ad triangulum rationem habet datam.

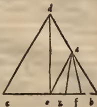






Aliter.

Excitetur b a et ipsi a c æqualis ponatur d a, connectaturq; d c. Quoniam igitur angulus a b c datus est, & eius uterq; qui sub a d c, a c d, dimidium est. Datur ergo uterq; eorum qui sub a d c, a c d, & reliquus igitur qui sub d a c, datus est. Datur ergo triangulum a c d specie. Ratio igitur ipsius a c ad c d, data est. Et quoniam qui sub a d c, datus est, excitetur eidem æquus uterq; eorum qui sub d e c, a f c, per uigesimam secundam primi elementorum. Et quoniam angulus b d c, ipsi d e c æquus est Communis autem qui sub a b c, ipsius d b e trianguli existens, & ipsius d b c. Reliquus igitur angulus d b e, reliquo angulo b c d est æqualis, æquiangulum igitur est b d e, triangulum ipsi d b c triangulo. Est igitur sicut e b ad b d, sic est d b ad c b. Quod igitur sub e b, b c, hoc est quod sub e c b, unà cum eo quod ex c b ei æquũ est quod ex b d, hoc est ei quod ex utroq; b a c, æqualis enim est d a ipsi a c. Quod igitur sub e c b, unà cum eo quod ex c b, æquum est ei quod ex utroque b a c. Quod igitur ex utroque b a c, id quod ex b c excedit, eo quòd sub b c e. Dico igitur quòd ratio ipsius qui sub b c e ad a b c, triangulum data est. Quoniam æqualis est angulus b d e, angulo b c d, quorum qui sub a d c, ei qui sub a c d, est æqualis. Reliquus ergo qui sub c d e, reliquo qui sub a c b est æqualis. Est autem & qui sub d e c, ei qui sub a f c, æqualis: reliquus ergo qui sub c a f, reliquo qui sub d c e, est æqualis, æquiangulum igitur est triangulum a c f, triangulo d e c. Est igitur sicut c a ad a f, sic d c ad c e: & uicissim igitur per decimam sextam quinti



elementorum sicut c a ad d e, sic a f ad c e. Ratio autem ipsius a c ad c d, data est. Ratio igitur ipsius a f ad c e, data. Excitetur per duodecimam primi elementorum, ab ipso a in b c perpendicularis a g, & quoniam angulus a f c datus est, est autem & qui sub a g f, datus, & reliquus ergo qui sub g a f, datus est. Datur ergo a g f triangulum specie. Ratio igitur ipsius f a ad a g, data est, ipsius autem f a. a c, c e ratio data est. Quare & quod sub a g b c ad id quod sub b c, c e, ratio data est. Eius autem quod sub a g, b c, ad id quod sub a c b, triangulũ ratio est data, & eius quod sub b c, c e, ad a b c ratio est data. Est autẽ quod sub b c, c e, quo maius est quod ex utroq; b a c, eo quod ex b c. Qua igitur maius est quod ex utroque b a c, eo quod ex d c, ea area ad triangulum rationem habet datam.

Scholium super prima demonstratione 63 propositionis.

Si in triangulo isosceles acta fuerit aliqua recta linea utcunque in basim, quod ex acta unà cum eo quod sub basis segmentis, æquum est ei quod ex uno laterum æqualium gignitur. Sit nempe isosceles triangulũ a b c, æquum habens latus ab lateri a c, & ab ipso a in b c agatur quædam recta linea utcũq; a d. Dico quòd quod ex a d unà cum eo quod sub b d c, æquum est ei quod ex a c. Ipsa a d in b c, aut perpendicularis est, aut non. Sit prius perpendicularis, & quoniam recta linea aliqua b c secatur bifariam in d. Quod igitur sub c d b, æquum est ei quod ex b d, commune apponatur quod ex a d, quod igitur sub c d b, unà cum eo quod ex a d, æquũ ei est quod ex a d, d b. At eis quæ ex a d, d b æquũ est quod ex a b. Quod verò sub d b unà cum eo quod ex a d, æquum est ei quod ex a b. Sed iam non sit perpendicularis a d, excitetur q; ab ipso a, in b c perpendicularis a e. Et quoniã recta quædam linea secatur in æqualia in e, & in inæqualia in d. Igitur per nonam secundi elementorum quod sub c d b, unà cum eo quod ex d e, ei est æquum quod ex b e commune apponatur quod ex a e, igitur quod sub c d b unà cum eo quod sub a e, e d, æquum est ei quod ex a e, e b, æquum est autem eis quæ ex a e, e d, id quod ex a d. Quod igitur sub c d b, unà cum eo quod ex a d, eis est æquum quod ex a d b, & eis quæ ex a d b, id quod ex a b, est æquum, quod autem sub c d b, unà cum eo quod ex a d, ei quod ex a b.



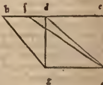
Scholium in secundam demonstrationem.

Quoniam autem quod sub a f c d, trianguli duplum sit, sic demonstrabimus, excitetur per a ipsi c d, parallelus per trigesimam primi elementorum, ipsa a g, & per eandem ipsi a f, per g parallelus excitetur g h. Bina igitur sunt parallelogramma ipsa a b, a d, supponitur autem a c ipsi d g parallelus super eadem basi a g existentes & in eisdem parallelis a g, c h, parallelogrammum igitur a h per trigesimamquintam primi elementorum, ipsi a d parallelogrammo æquum est, & quoniã quod sub a f, a g, est ipsum a h, æqualis autem est a g ipsi c d, & quod igitur sub a f, c f d, est quod a h. Duplum autem est a h ipsius a c d trianguli per 41 primi elementorum: quoniam & a d. Quod igitur sub a f, c d, duplum est ipsius a c d trianguli.



Item scholium.

Si enim efficiemus in rectas lineas d a ipsi a c, sicut d a c, & per d ipsi d c, per undecimam primi elementorum ad angulos rectos excitemus d b. Manifestum quòd manente quidem æquali d a ipsi d c, ipsa autem d c ipsi a c, ipsa verò b a ipsi d a, manifestũ erit quòd dictum est. Quoniam enim sicut se habent bases, sic & parallelogramma sub eodem fastigio existentia.



Super tertia demonstratione scholium.

Esto recta linea d e, & ipsi quidem d e, ponatur d a, ipsi autem a c, ipsa a c, & ab ipso a ipsi d c per 11 primi element. ad angulos excitetur rectos a b, & ipsi a b æ-

qualis



qualis esto d e. Quoniam igitur ipsius d a e ad e a, ratio data est, sicut autem d a e, ad e a, sic quod sub d a e, a b, ad id quod sub e a, a b, & eius quod sub d a e, a b, ad id quod sub e a, a b, igitur ratio est data: est autem & eius quod sub e a, a b ad a b e, triangulum ratio data per 66 theorema, & quod sub d a e, a b: igitur ad id quod ex a b e triangulum ratio est data per 8 theorema.

Super eadem ubi agitur de angulo obtuso.

Si enim per e ipsi e b, per 31 primi elementorum agamus parallelos, & per eandem per a b ipsi e e, agamus parallelos, manifestum enim quòd quod sub e e, a b est ipsum a b & a g ipsius a b e, trianguli duplum est, ac per hoc & a b e, triangulum rationem datam habet: si enim per c ipsi e b, et per a b ipsi e c, per eandem parallelos agamus, manifestum igitur, quæ enim ex a ipsi e e, est æqualis, sicut in superiori scholio habetur.

Super quarta demonstratione 67.

Quoniam autem ipsam d e c, ipsi a d c, æqualem constituere p ssimus: seorsum ab Apollonio sic demonstrabimus, quoniam enim angulus a c d æquus est angulo a d c, maior est qui sub b e d, eo qui sub a d e: ponatur, inquam, ipsi b e d, æquus angulus qui sub b d e, & extendatur b e, est autem angulus qui a d b, communis & ipsius d b e, & ipsius d b e, trianguli. Reliquus ergo qui sub b d e, reliquo qui sub d e e est æqualis. Quoniam autem universaliter sit possibile à dato signo sicut a, in datam rectam lineam b e, deducere rectam lineam æquum efficientem angulum dato angulo d e f, sic ostendemus. Angulus enim d e f, aut est rectus, aut acutus, aut obtusus. Siquidem igitur rectus est, manifestum, ago enim ab ipso a perpendicularem a g, æquus igitur est angulus e ipsi g. Sed iam esto angulus d e f, acutus, exciteturq; per duodecimam primi elementorum ab ipso d in e f, perpendicularis d b, ab ipso autem a in b e ipsa a g, constituaturq; ad ipsam a g rectam lineam, ad signumq; in ea a ipsi e d b, per 23 primi elementorum, æquus angulus g a K. Reliquus igitur qui sub d e f, ei est æquus qui sub a k g. Sed iam esto obtusus angulus qui sub d e f, extensa igitur d e, in l: acutus igitur qui sub f e l, perpendicularis excitetur per duodecimam primi elementorum d l, & ipsi l d e, æqualis ponatur g a K. Sic igitur qui sub d e l, ei est æquus qui sub a k g. Quare & ex consequenti qui sub d e f, ei qui sub a k b, est æqualis.

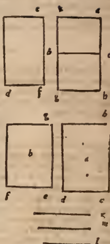
Theorema 68. Propositio 68.

SI bina æquiangula parallelogramma adinuicem rationem datam habuerint, unum latus ad unum latus rationem habuerit datam, & reliquum latus ad reliquum latus rationem habebit datam.

Bina siquidem parallelogramma a b, c d adinuicem rationem habeant datam, habeat autem & unum latus ad unum latus rationem datam, sit autem ipsius b e ad f d, ratio data. Dico quòd & ipsius a e ad f c, ratio est data: comparetur enim ad ipsam e b, parallelogrammum æquum ipsi c d, sitq; per uigesimamquintam sexti elementorum e g, ponaturq; ut a e ipsi e h, sit in rectas lineas, in rectas igitur lineas est h b ipsi b g. Quoniã igitur ipsius a b ad c d, ratio est data, æquũ est autem c d ipsi e g. Ratio igitur ipsius a b ad e g, est data: quare & ipsius a e ad e h, ratio est data. Et quoniã æquũ est e g.

ipsi c d, est autem & aequiangulum. Igitur per 14 sexti elementorum latera quae circum aequos angulos sunt reciproca, est igitur sicut e b ad f d, sic est c f ad e b. Ratio autem ipsius e b ad f d data, & ipsius igitur e f ad e b, ratio est data, ipsius autem e b ad a e, ratio est data, & ipsius igitur a e ad c f, ratio est data.

Aliter.



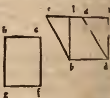
Exponatur data recta linea k, & quoniam ratio ipsius a ad b data est, eadem eidem fiat quae ipsius k ad l. Ratio autem ipsius a ad b data, & ipsius igitur k ad l ratio est data. Data autem est k, data igitur & l per conuersionem primae diffinitionis. Rursus quoniam ipsius c d ad e f, ratio est data, eadem eidem fiat quae ipsius K ad m. Igitur ratio ipsius k ad m data est. Data autē & k, data igitur & m, est autem & l data. Ratio igitur & ipsius l ad m data est, & quoniam aequiangulum est a ipsi b, igitur a ad b rationem habet ex lateribus compositam, per 23 sexti element. hoc est ex ea ratione quam habet c d ad e f, & b c ad e g. Sed & K ad l rationem habet compositam ex ea quan habet k ad m, & m ad l. Ratio igitur composita ex ea quam habet c d ad e f, & b c ad g e eadem est compositae rationi ex e a quam habet k ad m, & m ad l. Quartum ipsius c ad e f, ratio eadem est ei quae est ipsius k ad m rationi, reliqua ergo quae ipsius b c ad g e, ratio eadem est ei quae est ipsius m ad l, ipsius autem m ad l ratio est data. Igitur & ipsius b c ad e g, ratio est data.

Scholium.

Si fuerint binae rectae lineae, assumaturq; quaedam una recta linea, una priorum ad alteram rationem habet compositam ex ea quam habet prima ad extrinsecus utcunq; sumptam, & quam assumpta ad alteram.

Theorema 69. *Propositio 69.*

SI bina parallelogramma datos angulos habuerint, habuerint autem & ad inuicem rationem datam, unumq́ latus uni lateri rationem habuerit datam, & reliquum latus ad reliquum latus rationem datam habebit.



Bina siquidem parallelogramma a b, g e, datos habentia angulos, eos qui ad d f, adinuicem rationem datam habeant. Ipsius autem d b ad f g, ratio sit data. Dico quod & ipsius a d ad e f, ratio data est. Siquidem igitur aequiangulum est a b parallelogrammum ipsi d g parallelogrammo, manifestum est. Si autem non. Constituatur per 25 primi element. ad ipsam d b, ad signumq; in ea d ei qui sub e f g, aequalis angulus b d k. Compleaturq́; d l, parallelogrammum. Quoniam uterq; ipsorum d a e, a k d, angulorum datus est, & reliquus igitur qui sub a d k, datus est. Datur igitur triangulum a d k specie. Igitur ipsius a d ad d k, ratio data est. Et quoniam ipsius d e ad f b ratio est data, supponitur enim & est aequum d c ipsi d l, per 35 primi elementorum. Ratio igitur ipsius d l ad f b data est. Et aequiangulum est d l ipsi f b, & ratio ipsius d l ad f b, data est. Estq́; ipsius d l ad e g, ratio data, & insuper ipsius d b ad f g id enim est receptū. Ratio igitur & ipsius d k ad e f data est, & ipsius d k ad d a ratio est data, & ipsius igitur a d ad e f, ratio est data.

Scholium.

In uniuersum enim si parallelogrammi unus angulus datus fuerit, & reliqui dati erunt, uno enim dato necessario & consequentes dabuntur, quare & econuerso.

Theorema 70. *Propositio 70.*

SI binorum parallelogrammorum quae circum aequales angulos

uel

uel inæquales datos, tamen latera adinuicem rationem datam habuerint, & ipsa parallelogramma adinuicem rationem datam habebunt.

Binorum siquidem parallelogrammorum a b, e g, quæ circum angulos qui ad f c, aut æquos aut inæquales, datos tamen latera adinuicem rationem habeăt datam, hoc est sit ratio ipsius quidem a c ad e f data itidemq́; ipsius b c ad f g. Dico quód & ipsius c d ad f b, ratio est data, esto enim æquianguium c d ipsi f b. Compareturq́; per uigesimam quintam sexti elemen. ad c b, rectam lineam ipsi f b. parallelogrammo æquum parallelogrammum c m, ponaturq́; ut a c ipsi c n, sit in rectam lineam. Igitur & d b ipsi b m, erit in rectam lineam. Et æquum est b n ipsi f b, est autem & æquiangulum. Igitur per decimamquartam sexti elementorum ipsorum b n, b f, latera quæ circum æquos angulos sunt reciproca. Est igitur c b ad f g, sic f e ad c n. Ratio autem ipsius c b ad f g data est. Ratio igitur & ipsius e f ad c n data est, ipsius autem e f ad a c ratio est data: & ipsius igitur a c ad c n ratio est data. Quare & ipsius c d ad c m, ratio est data: est autem c m ipsi f b, æquale. Ratio igitur & ipsius c d ad e g, data. Non sit iam æquiangulum a b ipsi f b. Construaturq́; per 23 primi elementorum ad ipsam b c, rectam lineam, ad signum in ea c ei qui sub e f g angulo æqualis angulus b c k, compleaturq́; parallelogrammum c l. Et quoniam angulus a c b datus est, & reliquus igitur qui sub a k c, datus est, est autem & qui sub c a k datus, & reliquus igitur qui sub a k c datus est. Datur ergo triangulum a c k specie. Ratio igitur ipsius a c ad c k est data, ipsius autem a c ad e f, ratio est data, ipsius autem a c ad e f, ratio est data, & ipsius c K, igitur ad e f, ratio est data, est autem & ipsius c b ad f g, ratio data, æquum autem est c l ipsi e d. Ratio ipsi e d. Ratio igitur ipsius c d ad f b, data est.

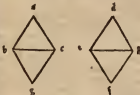
Scholium.

Nam quoniam æquiangulum est a b ipsi e g, æqualis est qui sub a e b ei qui ad g & qui ad f exterior interiori, & alius igitur ad g ei qui ad f est æqualis, similiter quoq́; & alij a c b, in rectum igitur est d b ipsi b m. Quoniam enim parallelus est a g ipsi d m anguli qui sub d b c, b c n, inuicē sunt æquales. Rursus quoniam parallelus est m b ipsi a c, qui sub m b c, a c b sunt inuicem æquales, qui sub a c b, b c n, eis qui sub d b e, c b l sunt æquales. Recti enim duo, qui sub a c b, b c n, & qui sub d b c, c b m. Si autem ad rectam lineam & ad signum, & quæ sequuntur, ut in 23 primi elementorum.

Theorema 72. Propositio 72.

SI binorum triangulorũ quæ circum æquos angulos, uel inæquales, datos tamen, latera rationem habuerint datam, & eadem triangula adinuicem rationem datam habebunt.

Duorum, inquam, triangulorũ a b c, & d e b, quæ circum æquos angulos, aut inæquales datos tamen, latera adinuicem rationem habeant datam. Sitq́; ipsius b a ad d e, ratio data, & ipsius a e ad d b. Dico quod & ipsius a b c trianguli ad d e b triangulum ratio est data. Compleantur enim a g, d f, parallelogrāma: quoniam igitur binorum parallelogrammorum a g, d f, quæ circum æquos angulos, uel inæquales datos tamen, eos qui ad a d latera adinuicem rationem habent datam, & parallelogramma per præcedentem rationem datam habebunt. Ratio igitur ipsius a g ad d f data est, ipsius autem a g dimidium est per conuersionem quadragesimamprimam primi elementorum, triangulum a b e, ipsius autē d f, per eandem ipsum d e b. Ratio igitur a b c trianguli ad d e b triangulum data est.

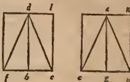


Theorema

Theorema 72. Propositio 72.

SI duorum triangulorum bases in data ratione fuerint, & quæ in ipsas ductæ ab angulis aut æquos aut inæquales angulos efficientes, datos tamen, eos qui ad basim, adinuicē rationem habuerint datam, & eadem triangula adinuicem rationem habebunt.

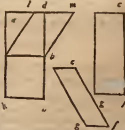
Sint bina triangula a b c, d e f, excitenturq; a g, d b, aut æquos angulos efficientes a g e, d b f, uel inæquales: datos tamen. Estoq; ratio ipsius quidem b c ad e f data ipsius autem a g, ad d b, itidem data. Dico quòd & ipsius a b c trianguli ad d e f, triangulum ratio data est. Cōpleantur enim ipsa K c, l f, parallelogramma, & quoniam anguli a g e, d b f, aut æquales, aut inæquales sunt, dati tamen, æqualis autem est angulus a g e, angulō K b c, & qui d b f, ei qui sub l e f. Et qui ad b c, igitur anguli aut æquales aut inæquales sunt, tamē dat: Et quoniā ratio ipsius a g ad d b data est, æqualis autem est a g ipsi K b & d b, ipsi l e. Ratio igitur ipsius K b ad l e, data est: est autem & ipsius b c ad e f, ratio data, & qui ad b e, signa anguli aut æquales, aut inæquales sunt, dati tamen. Et ipsius igitur c K, parallelogrammi ad l f, parallelogrammum ratio est data. Quare & ipsius a b c trianguli ad d e f, triangulum ratio est data.



Theorema 73. Propositio 73.

SI binorum parallelogrammorū quæ circum æquos aut inæquales angulos, datos tamen, latera sic se habuerint sicut latus ad aliquid aliud, habuerit autem & reliquum primi latus ad idem rationem datam, & ipsa parallelogramma adinuicem rationem datam habebunt.

Binorum, inquam, parallelogrammorum a b, e g, quæ circum æquales aut inæquales angulos, datos tamen, eos qui ad c f, latera sic adinuicem se habeant, ut sit sicut c b ad f g, sic e f ad c k. Ipsius autem a c ad c K ratio esto data. Dico quòd & ipsius c d, parallelogrammi a e g parallelogrammum ratio est data. Sit enim prius a b ipsi e g, æquiangulū, cōpareturq; per 25 sexti elementorum ad ipsam c b, rectam lineam ipsi e g parallelogrammo æquum c b, ponaturq; ut a c ipsi c k, sit in rectam lineam. In rectam igitur est lineam & d b: ipsi b b, & quoniam c b, ipsi e g est æquale, est autem & æquiangulum e b ipsi e g. Ipsorum igitur c b e g, latera quæ circū æquales angulos per 14 sexti elementorum sunt reciproca: est igitur sicut b e ad f g, sic est f c ad c k. Sicut autem e b ad f g, sic e f, ad quam a e, rationem habet datam. At a c uerbi gratia ad d aut quāpiam aliam rationem habet datam. Ratio igitur ipsius a c ad c k est data. Quare & ipsius a b ad c b, hoc est e g, ratio data est. Non sit autem æquiangulum. Constituaturq; per 23 primi elementorum ad ipsam c b rectam lineam, ad signaq; ad ipsam c ei qui sub e f g, angulo, æquus angulus qui sub b c l, compleaturq; c m parallelogrammum. Quoniam uterque qui sub a c b, l c b angulorum datus est, & reliquus igitur qui sub a c l est datus. Datur autem & qui sub c a l, & reliquus ergo qui sub c l a datur. Quare triangulum a c l specie datur. Ratio igitur ipsius a e ad c l data est. Et quoniam est sicut b c ad f g, sic est c f, ad quam ipsa a c, rationem habet datam. Ipsius autē a c ad c l, ratio est data: est igitur sicut c b ad f g, sic f e ad c l. Estq; æqualis angulus l c m, angulo e f g. Ratio igitur ipsius c m parallelogrammi ad e g, parallelogrammum data est. Aequum autem est c m ipsi c d. Ratio igitur ipsius c d ad b g data est.



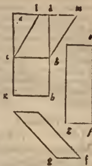
Theorema 74. Propositio 74.

SI bina parallelogramma rationem adinuicem datam habuerint, aut in angulis æqualibus, aut inæqualibus datis, tamen erit sicut

primi

primi latus ad ſecundi latus, ſic alterum ſecundi latus ad quod reliquum primi rationem habet datam.

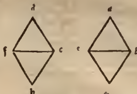
Bina ſiquidem parallelogramma a b, e g, adinuicē rationē habeant datā, aut in æqualibus, aut in inæqualibus angulis datis tamē, eis qui ad c f. Dico q̃ eſt ſicut c b ad f g, ſic eſt e f ad quod a c, rationem habet datā. Ipſum inquam, a b, ipſi e g, aut eſt æquiangulū, aut non. Sit prius æquiangulum, comparetur q; ad rectam lineam c b ipſi e g, parallelogrammo per 25 ſexti elemētorum æquum parallelogrammum c b, ponatur q; ut a c ipſi c k, ſit in rectam lineam. In rectam igitur eſt lineam d b ipſi b h, & quoniam ipſius a b ad e g, ratio eſt data, æquum autem eſt e g ipſi c h, ratio igitur ipſius a b ad c b, data eſt, quare & ipſius a c ad c k ratio eſt data. Et quoniam æquum eſt c b, ipſi e g, eſt autem et æquiangulum. Ipſorum igitur c b, e g, per 14 ſexti elementorum, latera quæ circum æquos angulos ſunt reciproca. Eſt igitur ſicut c b ad f g, ſic e f, ad quod a c, rationem datam habet. Non ſit autem æquiangulum, conſtituatur q; per 25 primi element. ad ipſam c b rectam lineam ad ſignum q; in ea c ei qui ſub e f g, angulo æqualis angulus l c b. Compleatur q; e m parallelogrammū. Quoniam igitur ipſius e m ad e g, ratio eſt data, æquum eſt autem e d ipſi c m. Ratio igitur ipſius c m ad e g, data eſt, eſt autem angulus l c b, angulo e f g, æqualis eſt igitur ſicut b c ad f g, ſic e f ad quod c l rationem habet datam, ipſius autem c a ad c l, ratio eſt data, eſt igitur ſicut c b ad f g, ſic e f ad quod a c, rationem habet datam.



Theorema 75. Propoſitio 75.

SI bina triangula adinuicem rationē habuerint datā, aut in æqualibus angulis aut in inæqualibus, datis tamen, erit ſicut primi latus ad ſecūdi latus, ſic alterum ſecūdi latus ad quod reliquū primi rationem habet datam.

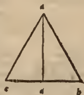
Sint bina triangula a b c, d e f, adinuicem rationem datam habentia, ſint q; anguli qui ad a d, aut æquales aut inæquales, dati tamen. Dico q̃ eſt ſicut a b ad d e, ſic eſt d f, ad quod a c ratio nē habet datā. Compleantur enim a g d h, parallelogrāma, & quoniā trianguli a b c ad d e f, triangulum ratio eſt data. Ratio igitur & ipſius a g, parallelogrāmi a d, d h parallelogrāmū data eſt. Quoniā [illegible] parallelogrāma a g d h, adinuicē rationē habēt datā aut in æqualibus, aut in inæqualib. angulis, datis tamen. Eſt igitur per præcedentē ſicut a b ad d e, ſic d f ad quod a c rōnē habet datā.



Theorema 76. Propoſitio 76.

SI à uertice trianguli ſpecie dati in baſin perpendicularis acta fuerit, acta ad baſim rationem habet datam.

Sit ſpecie datum triangulū a b c, exciteturq; ab ipſo a in b c, perpēdicularis a d. Dico quód ratio ipſius a d ad b c data eſt. Quoniā enim triangulum a b c datum eſt ſpecie, datus igitur eſt & qui ſub a b d, angulus eſt autem & qui ſub b d a, datus: & reliquus igitur qui ſub b a d, datus eſt: datur ergo triangulum a b d ſpecie. Ratio igitur ipſius a b ad b c data eſt, & ipſius igitur a d ad c b ratio eſt data.

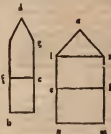


Theorema 77. Propoſitio 77.

SI binæ ſpecies ſpecie datæ adinuicem ra-

cc

tionem datam habuerint, & unumquoduis unius latus speciei ad quoduis alterius rationem datã habebit.

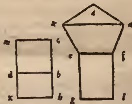


Binæ, inquam, species a b c, d e f, specie datæ adinuicem rationem habeant datam. Dico quòd & unumquoduis latus ipsius a b c, ad unumquoduis latus ipsius d e f, rationem habet datam. Describantur per 46 primi elementorum ex b c, e f, quadrata b n, e b. Quoniam ab eadẽ recta linea b c, binæ species describuntur, quæ utcunq; specie sunt datæ, scilicet a b c, & b n. Igitur per 49 propositionem ratio ipsius a b c ad b n, data est. Idq; propterea iam rursus & ipsius d e f, ad e g, ratio est data. Quoniam igitur ipsius a b c ad d e f, ratio est data, sed ipsius quidem a b c ad b n, ratio est data: quare & ipsius b c ad e f, ratio est data.

Theorema 78. Propositio 78.

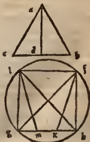
SI data species ad rectangulum aliquod rationem habuerit datã, & unum latus ad unum latus rationem habuerit datam, datur rectangulum specie.

Data enim species a f b ad rectangulum c d, rationem habeat datam, sitq; ipsius f b ad c d, ratio data. Dico quòd c d specie datur. Describatur per 46 primi elemẽt. ex f b, quadratum f g. Compareturq; per 25 sexti element. ad ipsam c d, ipsi f g, æquum parallelogrammum e k, ponaturq; ut c e ipsi e b, sit in rectam lineam, in rectam igitur lineam est & m d, ipsi d k. Et quoniam ab eadem recta linea f b bina rectilinea quæ utcũq; specie data sunt describũtur a f b, f g. Ratio igitur ipsius a f b, ad f g per 49 propositionem data est. Ipsius autem a f b ad c d ratio est data, & ipsius ergo f g ad c d, ratio est data. Sed f b ipsi e k est æquale, & ipsius c d ergo ad e k ratio est data. Quare & ipsius c e ad e b ratio est data. Et quoniam f g ipsi e k, æquum & æquiangulum est, est autem & rectangulum. Igitur per 14 sexti elem. ipsorũ latera reciproca sunt, estq; sicut f b ad e d, sic e b ad f l. Ratio autem ipsius f b ad e d supponitur data. Ratio igitur & ipsius e b ad f l data est. Ipsius autem e b ad c e, ratio est data, & ipsius ergo c e ad f l ratio est data, æqualis autem est f l ipsi f b, quadrati enim. Ipsius ergo l f ad e d, ratio est data, componatur enim, & ipsius igitur c e ad e d, ratio est data, & angulus qui ad e rectus est. D[illegible] ergo c d specie.



Theorema 79. Propositio 79.

SI bina triangula unum angulum uni angulo æqualẽ habuerint, & ab æqualibus angulis in bases perpẽdiculares rectæ lineæ actæ fuerint, fuerit autẽ sicut primi trianguli basis ad perpendicularem, sic alterius trianguli bases ad perpendicularẽ, æquiangula erũt ipsa triangula.



Sint bina triangula a b c, b f g, æquos habentia angulos qui ad f b, exciteturq; per 12 primi element. ab ipsis f b, perpendiculares b d, f k, sit autem sicut a c ad b d, sic g h ad f k. Dico q. æquiangulum est b c triangulum ipsi b f g triangulo. Describatur per 5 quarti element, circum triangulum f g b circulus, cuius segmẽtum sit b f g. Constituaturq; per 23 primi element. ad

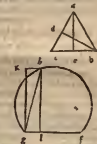
ipsam

Ipsam b g rectam lineam ad signumq́; in ea b ei qui sub b a c angulo æquus angulus qui sub g b l. Connectanturq́; ipsæ f l, l g, exciteturq́; per 12 primi element. perpendicularis l m. Et quoniam angulus b a d angulo l b g est æqualis, & qui sub b l g ei qui sub a b c, & reliquus igitur qui sub b c a reliquo qui sub b g l, est æqualis. Simile igitur est triangulum b c a ipsi b l g triangulo & perpendiculares ductæ sunt b d, l m, est igitur sicut a c ad b d, sic b g ad l m, per 76 propositionem. Erat autem sicut a c ad b d, sic b g ad f K, supponitur enim. Et sicut igitur per 11 quinti element. b g ad m l: sic b g ad f K, æqualis igitur est f k ipsi l m, est autem & parallelus & f l ipsi b g, est æqualis & parallelus. Aequalis igitur est angulus f l b ipsi l b g angulo. Sed qui sub l b g ipsi b a c est æqualis, qui uerò sub f l b ipsi f g b est æqualis. Et qui sub b a c igitur ei qui sub f g b est æqualis, est autem & qui sub a b c ei qui sub f b g, æqualis. Reliquus igitur qui sub b c a, reliquo qui sub f b g, est æqualis, æquiangulum igitur est a b c triangulum ipsi f b g triangulo.

Theorema 80. *Propositio 80.*

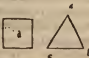
SI triangulum unum habuerit angulum datum, & quod sub datum angulum cōprehendentibus rectis lineis, ad id quod ex reliquo latere quadratum rationem habuerit datam, datur triangulum specie.

Esto triangulum a b c datum habens angulum qui ad a, & quod sub b a c ad id quod ex b c rationem habeat datam. Dico quòd ipsum a b c triangulum specie datur, excitentur enim per 12 primi elementorum, ab ipsis a b in ipsas b c, c a, perpendicularis b d, a c. Quoniam igitur angulus b a d, datus est, est autem & qui sub a d b datus. Datur ergo triāgulum a d b specie, ratio igitur ipsius a b ad b d, data est, quare & eius quod sub a c b d, ratio est data. Ei autem quod sub a c, b d, æquū est id quod sub b c a c, utrūq; enim eorum ipsius a b c trianguli duplum est. Ratio igitur & eius quod sub b a c, ad id quod sub b c a a data est. Eius autem quod sub b a c ad id quod ex b c ratio est data, et eius quod sub b c, a e, igitur ad id quod ex b c ratio est data, & ipsius b c ad a c, ratio est data, exponatur positione, & magnitudine data recta linea f g. Describaturq́; super ipsa f g segmentum f b g per 33 tertij, element. datum habens angulū æquum ipsi b a c. Datus autem est qui sub b a c angulus, datus igitur & qui in f b g, segmento angulus, positione igitur est segmentum f b g, excitetur per 11 primi elem. ab ipso g ipsi f g ad angulos rectos g k: positiōe igitur est g k, fiatq́; sicut b c ad a e, sic f g ad g k: Ratio autem ipsius b c ad a c data est. Ratio igitur & ipsius f g ad g k data est. Data autem est f g, data igitur & g k, sed & positione, estq́; datum ipsum g, datum igitur & k excitetur per 31 primi elemēt. per ipsum k ipsi f g, parallelus k b, positione igitur est K b, positione autem ipsum f b g. Datum igitur est signum b. Connectatur f b, b g, exciteturq́; per 12 primi element. perpendicularis b l. Data igitur est b l, est autem & b signum datum. Et utrunq; ipsorum f g. Datur igitur unaquæq; ipsarum b f, f g, g b, positione & magnitudine: datur ergo f b g, triangulum specie. Et quoniam est sicut b c ad a e, sic f g, ad g k, æqualis autē est g k, ipsi b l, est igitur sicut b c ad a e, sic f g ad b l, estq́; æqualis angulus b a c angulo f b g, æquiangulum igitur est per præcedentem a b c, triangulum ipsi b f g triangulo. Datur autem b f g triangulum specie, datur igitur & a b c triangulum specie.



Aliter.

Sit triangulum a b c, datum habens angulum qui ad a, sit autem eius quod sub b a, a c, ad id quod ex c b ratio est data. Dico quòd triangulum a b c specie datur. Nam quoniam angulus b a c, datus est, qua igitur maius est quod ex utroq; ipsius b a c, eo quod ex b c, ea area ad b a c triangulum rationem habet datam, qua autē est maius quod ex utroq; ipsius b a c, eo quod ex b c sit area d. Ratio igitur ipsius d areæ ad a b c, triangulum data est. Ipsius autem a b c ad id quod sub b a c ratio est data, eo quia angulus qui sub b a c, datus est. Et ipsius igitur d, areæ ad id quod sub b a c ad id quod ex b c, ratio est data, & ipsius igitur d ad id quod ex b c ratio est data, & componendo igitur per 18 quinti element. ipsius d areæ unà cum ea quod ex b c, ad id quod ex b c, ratio est



data. Sed area d unà cum ea quæ ex b c est id quod ex utraq; b a c. Ratio enim eius quod ex utraque b a c ad id quod ex b c data est, quare & utriusque b a c ad b c ratio data est, estq; angulus qui sub b a c, datus: datur igitur triangulum a b c specie.

Theorema 81. Propositio 81.

SI tres rectæ lineæ proportionales, existentes tribus rectis lineis proportionalibus existentibus, extremas in ratione data habuerint, medias in data ratione habebunt, & si extrema ad extremã rationem datam habuerit, & media ad mediam, reliqua ad reliquam extremam rationem datam habebit.

Tres, inquam, rectæ lineæ proportionales existentes a b c, tribus rectis lineis proportionalibus existentibus d e f, extremas in data ratione habeant, sitq; ipsius quidem a ad d ratio data, ipsius autem c ad f, ratio quoq; data. Dico quòd ipsius b ad e, ratio est data, nam quoniam ipsius a ad d ratio quidem data est, ipsius autem c ad f, ratio quoq; est data. Ratio igitur eius quod sub a c ad id quod sub d f, data est. Sed ei quidem quod sub a c, æquum est id quòd ex b, per 17 sexti element. ei autem quod sub d f per eandẽ: æquũ est id quod ex e, ratio igitur eius quod ex b ad id quod ex e data est, quare & ipsius b ad e, ratio data est. Esto iam rursus ipsius quidem a ad d ratio data, ipsiusq; b ad e, ratio est data. Dico quòd & ipsius c ad f ratio est data. Nam quoniam ratio ipsius a ad d est data, ipsius autem b ad e, ratio est data: ratio quoque eius quod ex b ad id quod ex e data. Sed ei quidem quod ex b æquũ est id quod ex a c per 17 sexti elem. Ei autem quod ex e, per eandem æquum est id quod ex d f: ratio igitur eius quod sub a c ad id quod sub d f est data, & unius lateris a ad unum latus d ratio est data, & reliqui igitur c ad reliquũ f ratio est data.

Theorema 82. Propositio 82.

SI quatuor rectę lineę proportionales fuerint, erit sicut prima ad quam secunda rationem habet datam, sic tertia ad quam quarta rationem habet datam.

Sint quatuor rectæ lineæ proportionales a b, c d, sicut a ad b, sic c ad d. Dico quòd est sicut a ad quam b rationem habet datam. Sic c ad quam d rationem habet datam: esto enim a d quam b rationem habet datã e, fiatq; sicut b ad e, sic d ad f. Ratio autem ipsius b ad e data, ratio igitur ipsius d ad f data. Et quoniam est sicut a ad b, sic c ad d. Est autem & sicut b ad e, sic d ad f, ex æquali igitur per uigesimãsecundã quinti element. sicut a ad e, sic c ad f. Estq; e ad quam b rationem habet datam, & f ad quam d: est igitur sicut a ad quam b rationem habet datam, sic c ad quam d rationem habet datam.

Theorema 83. Propositio 83.

SI quatuor rectæ lineæ sic se adinuicem habuerint, sicut tribus assumptis ex ipsis quomodocunq;, & quarta eiusdem proportionali assumpta ad quam reliqua earũ quę in principio quatuor linearum rectarum rationem habet datam, proportionales gigni ipsas quatuor rectas lineas, erit sicut quarta ad tertiam, sic secũda ad quam prima rationem habet datam.

Sint quatuor rectæ lineæ a b, c d, sic se habentes adinuicem, ut tribus ex ipsis quomodocũq; assumptis, et quarta eisdẽ hoc est e ad quam d rationem habet datã proportionales fieri ipsas a b c e, rectas lineas. Dico q. est sicut d ad c, sic b ad

sic b ad quam a rationem habet datam. Nam quoniam est sicut a ad b, sic c ad e: Quod igitur sub a c, et est æquum quod sub b c, per 16 sexti element. Et quoniam ratio ipsius c ad d, data est. Ratio igitur ipsius quod sub a d ad id quod sub a c data est. Quod autem sub a c, ei est æquum quod sub b c. Ratio igitur eius quod sub a d ad id quod sub b c data est, igitur sicut d ad c, sic b ad quam a rationē habet datam.

Theorema 84. Propositio 84.

SI binæ rectæ lineæ datam areolam comprehenderint in dato angulo, & altera altera data maior fuerit, & ipsarum utraque data erit.

Binæ inquam, rectæ lineæ a b, b c, areolam comprehendant a c in angulo sub a b c. At c b ipsa b a dato maior sit. Dico quòd utraq; ipsarum a b, b c, data est. Nā quoniam c b ipsa b a dato maior est. Sit data d c. Reliqua igitur d b ipsi a b, est æqualis. Cōpleatur a e. Et quoniam æqualis est a b ipsi b d, ratio igitur ipsius a b ad b d data est. Datus autem est angulus a b d. Datur igitur a d specie. Quoniam igitur a c data est, ad datam d c adiungitur excedens specie dato a d. Datur igitur excessus per 59 datorū. Data igitur est b d. Sed & d c. Igitur tota b c data est, est autem & a b data: utraq; igitur a b, b c data est.

a d b

Theorema 85. Propositio 85.

SI binæ rectæ lineæ datā areolam comprehenderint in dato angulo, fuerit autem & utraq; simul data, & ipsarum utraq; data erit.

Binæ, inquam, rectæ lineæ a b, b c, datam areolam comprehendant a c in dato angulo a b c, data. Dico quòd & utraq; ipsarum a b, b c, data erit. Extendatur c b in d, ponaturq́; per 2 primi element. ipsi a b æqualis b d, & per 31 primi element. per d ipsi b a parallelus excitetur d e. Compleaturq́; a d, & quoniam æqualis est d b ipsi d a. Et angulus a b e datus est, quoniam & qui ex utraq; parte datus est, datur igitur e b specie. Et quoniā a b c, simul data est, æqualis aūt est & a b ipsi d b. Data igitur est d c. Quoniā igitur a e data est, ad datam d c cōparatur deficiens specie dato c b, igitur per 58 datorum dantur latitudines defectus. Datæ igitur sunt ipsæ a b b d. Sed & utraq; simul a b c, data est. Data igitur est utraque ipsarum a b, b c.

e a

b d

Theorema 86. Propositio 86.

SI binæ rectæ lineæ datam areolam comprehenderint in dato angulo, potuerit autē utraq; utraq; dato maius, quàm in ratione, & ipsarum utraq; data erit.

Binæ inquam, rectæ lineæ a b, b c datam aream comprehēdant a c, in dato angulo a b c, quod autem ex b c eo quod ex a b dato maius sit quàm in ratione. Dico quòd & utraque ipsarum a b, b c, data est. Nam quoniam quod ex c b eo quod ex b a dato maius est quàm in ratione. Auferatur datum, sitq́; quod sub c b, b d. Reliqui igitur quod sub c d, c b, ad id quod ex a b ratio data est. Et quoniam quod sub a b, b c, datum est, est autem quod sub c b, b d datum. Ratio igitur eius quod sub a b, b c, ad id quod sub c b, b d data est. Sicut autem quod sub a b, b c, ad id quod sub c b, b d. Sic a b ad b d. Quare & ipsius a b ad b d, ratio est data. Quare & eius quod ex a b, ad id quod ex b d ratio est data. Eius autem quod ex a b, ad id quod sub b c, c d ratio est data, & eius quod sub b c, c d, igitur ad id quod ex d b ratio est data. Quare et eius quod quater sub b c, c d, ad id quod ex b d ratio est data. Et eius igitur quod quater sub b c, c d, unà cū eo quod ex b d ad id quod ex b d ratio est data. Sed id quod quater sub b c, c d, unà cum eo quod ex b d, id est quod ex utroq; simul est ipsius b c, c d. Ratio igitur utriusq; simul quod ex b c, c d, ad id quod ex b d data est. Quare & utriusq; b c, c d, ad b d, ratio est data. Et componendo igitur per 18 quinti element. binarum b c ad b d, ratio est data. Quare unius c b ad b d ratio est data. Sicut aūt c b ad b d, sic quod sub c b, b d, ad id quod ex b d. Et eius quod sub c b, b d, igitur ad id quod ex b d ratio est data. Datum autē quod sub c b d, datū igitur & quod

c

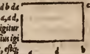
a d b

ex b d. Data igitur est b d, quare & b e, data est, ipsius enim e b ad b d ratio est data: et datur b d. Datur igitur & b e, est autem & a c, datum, & angulus a b c datus. Data igitur est a b, utraq; igitur ipsarum a b, b c, data est.

Theorema 87. Propositio 87.

SI binæ rectę lineæ areolam comprehenderint datam in dato angulo, quod à maiori uerò minore dato maius fuerit, & ipsarum utraq; data erit.

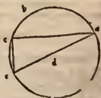
Binæ, inquam, rectæ lineæ a b, b c datam aream cōprehendant a c in dato angulo a b c, quod autem ex a b dato maius esto, eo quòd ex b c, dico quòd utraq; ipsarū a b, b c data est. Nam quoniam quod ex a b, eo quod ex b, dato maius est. Auferatur datum sitq; quod sub a b, b d. Reliquum igitur quod sub b a, a d, æquum est ei quod ex b c. Et quoniam quod sub a b, b c, datum est, est autem & quod sub a b, b d, datum. Ratio igitur eius quod sub a b, b d, ad id quod sub a b, b c data est. Estq; sicut quod sub a b, b d ad id quod sub a b, b e, sic d b ad b c. Ratio igitur ipsius d b ad b c, data est. Ratio igitur & eius quod ex d b, ad id quod ex b c data est. Ei autem quod ex b c, æquum est id quod sub b a, a d. Ratio igitur eius quod sub b a, a d, ad id quod ex d b, data est. Et eius igitur quod quater sub b a, a d, unà cum eo quod ex d b, ad id quod ex d b ratio est data. Sed quod quater sub b a, a d, unà cum eo quod ex b d, id est quod ex utraq; simul ipsarum b a, a d. Ratio igitur & eius quod ex utraq; simul b a, a d, ad id quod ex d b data est. Ratio igitur & utriusq; simul b a ad d b data est. Et componendo igitur per 18 quinti element. utriusq; simul b a, a d, unà cum ipsa d b, hoc est binarum a b ad b d, ratio est data, & unius igitur a b ad d b, ratio est data. Ipsius autem d b ad b e, ratio est data. Et ipsius igitur a b ad b c, ratio est data. Et quoniā ipsius a b ad b d ratio est data, estq; sicut a b ad b d, sic quod ex a b ad id quod sub a b, b d. Ratio igitur & eius quod ex a b, ad id quod sub a b, b d data est. Datū autem est quod sub a b, b d. Sic enim datum aufertur. Datū igitur est & qđ ex a b. Data igitur est a b, estq; ratio ipsius a b ad b d data. Data igitur est et b c.



Theorema 88. Propositio 88.

SI in circulo magnitudine dato, recta linea acta fuerit assumens segmentum capiens angulum datum, datur acta magnitudine.

In circulo enim a b c magnitudine dato, excitetur a e assumens segmentum a e e, accipiens angulum datum. Dico quòd a c datur magnitudine. Assumatur enim per 1 tertij element. centrū circuli, sitq; illud d, & connexa a d & extendatur in e & connectatur e c. Datus igitur est qui sub a c e, rectus enim est, est autem & qui sub a e c datus, & reliquus igitur qui sub e a c, datus est, datur igitur triangulum a e c specie. Ratio igitur est ipsius a e ad a e data, data autē est ea magnitudine, quoniam & circulus datur magnitudine. Data igitur est a e magnitudine.

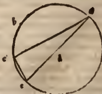


Theorema 89. Propositio 89.

SI in circulo magnitudine dato, recta linea acta fuerit data magnitudine, relinquetur segmentum capiens angulum datum.

In circulo enim magnitudine dato a b c, recta linea excitetur a c data magnitudine. Dico quòd relinquetur segmentum capiens angulum datum. Accipiatur enim per 1 tertij element. centrum circuli, sitq; illud d, & connexa a d extendatur in e, & quoniam utraq; ipsarū e a, a c est data. Ratio igitur ipsius e a ad a c, data est. Et angulus qui sub a c e, rectus est. Datur igitur a c e triangulum specie. Datus igitur est angulus a e c.

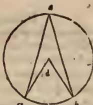
Theor. 90. Prop. 90.



SI in circuli positione dati circunferentia assumptum fuerit signum datū, ab hoc autem ad circuli circunferentiam infringatꝰ aliqua recta linea datū angulū efficiens, datur alter finis refractæ.

Circuli enim positione dati a b e in circunferentia accipiatur datum signum b, ab ipso autem b, refringatur recta linea b a c, datum efficiens angulum b a c. Dico quòd c signum datur. Assumatur per

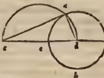
tur per 1 tertij elementorum, ipsius circuli centrum d & connectantur b d, d c. Et quoniam utrunq; ipsorũ b d datum est, positione igitur est ipsa b d. Et quoniam angulus b a c, datus est. Datus igitur est angulus b d c. Quoniam igitur ad positione rectam lineam b d, ad signumq; d recta linea excitatur d c, datum efficiens angulum b d c. Data igitur ipsa d c positione, datus est autem & circulus a b c. Datum igitur est c signum.



Theorema 91. Propositio 91.

SI à dato signo, positione datum circulũ tãgẽs recta linea acta fuerit, dat̃ acta positione & magnitudine.

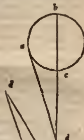
A dato enim signo c positione datum circulum a b tangens recta linea excitetur c a. Dico quòd c a recta linea datur positione & magnitudine. Accipiatur enim per 1 tertij element. ipsius circuli centrum d, & connectatur d a, & quoniã datum est utrunq; ipsorum d c, data est igitur d c, estq; angulus d a c, datus igitur super c d, descriptus semicirculus ueniet per a: ueniat, sitq; d a c, positione igitur est d a c, positione autem est a b circulus. Igitur a datum est. Sed & c datum est. Data igitur est a c positione & magnitudine.



Theorema 92. Propositio 92.

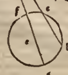
SI extra circulum positione datum assumptũ fuerit aliquod datum signum, ab ipso autem signo in circulum acta fuerit aliqua recta linea, quod sub acta & ea quæ inter ipsum signum & curuam circunferentiam comprehensum rectangulum datum.

Extra enim circulum positione datum a b c assumatur signum aliquod d, ab ipso autem d signo extendatur recta linea d b secans circulum. Dico quòd quod sub b d, d c datum est, excitetur enim ab ipso d signo ipsum a b c circulum tangens, recta linea d a per 17 tertij element. Data igitur est d a, positione & magnitudine. Quoniam igitur data est a d, datum igitur est & quod ex a d, et est æquale ei quod sub b d, d c, per 36 tertij element. Datum igitur est quod sub b d, d c.



Aliter.

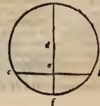
Assumatur per 1 tertij element. ipsius circuli centrum e, & connectatur d e, extẽdatur in a, & quoniam datum est utrunq; ipsorum e d. Data igitur est e d positione. Datur autem & a b f circulus, datum igitur est utrunq; ipsorum a f, est autem ipsum d datum. Data igitur est utraq; ipsarum a f, f d. Datum igitur est quod sub a d, d f, & ei est æquum quod sub b d, d c, ei quod sub a d, d f. Datum igitur est quod sub b d, d c.



Theorema 93. Propositio 93.

SI in circulo positione dato, assumptum fuerit aliquod datum, ac per signum illud acta fuerit aliqua recta lineà in ipso circulo, quod sub actæ sectionibus comprehensum rectangulum datum est.

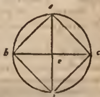
In circulo enim dato positione b c accipiatur signũ aliquod datũ a, ac p a excitetur quædã recta linea b c. Dico q; quod sub b a, a c datũ est. Assumatur enim p 1 tertij element. ipsius circuli centrũ, sitq; d, & cõnexa a d extendatur ad f e. Quoniã igitur utrunq; ipsorũ d a, datũ est, positione igitur est d a, positione autẽ & c b f circulus. Datũ igitur est utrunq; ipsorũ f e, est autem & a datũ. Data igitur est utraq; ipsarum f a, a e. Datum igitur quod sub f a, a e, & ei est æquum quod sub b a, a c, datum igitur est quod sub b a, b c.



Theorema 94. *Propositio 94.*

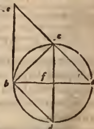
SI in circulo magnitudine dato recta linea acta fuerit, assumens segmentum capiens angulum datum, & qui in segmento angulus bifariàm sectus fuerit, utraque simul angulum datum cõprehendens ad secantem angulum bifariàm rationem habebit datam, & quod sub utraque simul angulum datum comprehendente recta linea, & infra assumpta ab ea quę angulum bifariàm ad circunferentiam dispescit, datum erit.

In circulo enim magnitudine dato a b c recta excitetur linea b c assumens segmentum, capiens angulum datum qui sub b a c, seceturq; ipse b a c per 9 primi element. bifariàm recta linea a d. Dico quòd ratio utriusq; simul b a c ad a d, data est: & etiam quod datum est id sub utraq; simul b a c, & e d. Connectatur b d & quoniam in circulo magnitudine dato d a c, excitatur b c assumens segmentum b a c, capiens angulum datum b a c. Data igitur est b c magnitudine. Idq; propterea iam & b d, data est magnitudine. Ratio igitur ipsius b c ad b d data est. Et quoniam angulus b a c, bifariàm secatur à linea recta a d, est igitur sicut b a ad a c, sic b e ad e c, vicissim igitur per 16 quinti element. sicut a b ad b e, sic a c ad c e, & sicut utraq; simul b a c ad b c, sic a c ad c e. Et quoniam angulus b a c angulo e a c, est æqualis, est autem & qui sub a c e, et qui sub b d e æqualis. Reliquus igitur qui sub a e c, reliquo qui sub a b d, est æqualis, æquiangulum igitur est a e c triangulum ipsi n b d triãgulo. Est igitur sicut a c ad c e. Sic a d ad b d. Sed sicut a c ad c e, sic utraq; simul b a c ad b c, & sicut igitur per 11 quinti element. utraq; simul b a c ad b c, sic a d ad d b, vicissim igitur per 16 quinti element. sicut utraq; simul b a c ad a d, sic b c ad b d. Ratio autem ipsius b c ad b d data est. Ratio igitur & utriusq; simul b a c ad a d data est. Dico quòd & quod sub utraq; simul b a c, & d e datum est: nam quoniam æquiangulum est triangulũ a e c ipsi d e b, triangulo, est igitur sicut b d ad d e, sic a c ad c e. Sicut autem a c ad c e, sic est utraq; simul b a c ad b c, & sicut igitur per 11 quinti element. utraq; simul b a c ad b c, sic est b d ad b e. Igitur quod sub utraq; simul b a c & d e æquum est ei quod sub c b & b d. Datum est quod sub c b, & b d, datum igitur & quod sub utraq; simul b a c, & e d.



Aliter idem.

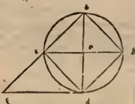
Extendatur a c in e, ponaturq; ipsi c b æqualis c e, connectanturq; e b, b d. Et quoniam qui sub a c b duplus est utriusq; ipsorum a c d, c e b, æqualis igitur est qui sub c b e angulus ei qui sub a c d, hoc est ei qui sub a b d. Communis ponatur qui sub a b c. Totus igitur qui sub d b c, toti qui sub f b e, est æqualis, est autem & qui sub e a b, ei qui sub c d b, æqualis. Reliquus igitur angulus qui sub c e b, reliquo angulo qui sub d c b est æqualis, æquiangulum igitur est e a b triangulum ipsi c d b triangulo. Est igitur sicut e a ad a b, sic c d ad d b. Ipsa autem utraq; d e est ipsa a c b, & sicut igitur utraq; ipsarum simul a c b ad a b, sic c d ad b d. Et vicissim igitur per 16 quinti element. sicut utraq; simul a c b ad c d, sic a b ad b d. Ratio autem est ipsius a b ad d b data: utraq; enim ipsarum data est. Ratio igitur & utriusq; simul a c b ad c d data est. Et quoniam æquiangulum est triangulum e a b triangulo f b d: est igitur sicut e a ad a b, sic b d ad d f. Ipsa autem e a, utraq; est a c b, & sicut igitur utraq; a c b ad a b, sic b d ad d f. Igitur quod sub utraq; simul a c b & f d æquum est ei quod sub a b, b d. Datum est autem quòd sub a b, b d. Data igitur ipsarum utraq;. Datum igitur est & quod sub utraq; simul a c b & f d.



Aliter idem.

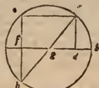
Extendatur a c, in f, ponaturq; ipsi b a æqualis c f. Connectanturq; b d, d c, d f, & quoniam æqualis est b a ipsi c f, & d b ipsi d c. Binæ iam a b, b d binis f c, c d, sunt æquales altera alteri, & angulus qui sub a b d, angulo qui sub d c f, est æqualis, quandoquidem a b c d, quadratum est, basis igitur a d per 4 primi elementorum basi d f, est æqualis, & triangulum a b d, triangulo c d f, est æquale, & reliquè

liqui anguli reliquis angulis æquales erunt, quos æqualia latera subtendunt. Igitur angulus b a d, angulo d f e est æqualis: datus autem angulus b a d, datus igitur est & qui sub d f e angulus: est autem & qui sub d a f, angulus datus. Datur igitur triangulum a d f specie. Ratio igitur ipsius f a ad a d, data est. At a f, utraq; est simul b a e, eo quia æqualis est e f, ipsi b a. Ratio igitur utriusque simul b a e ad a d, data est, & similiter sicut prius demõstrabimus quòd id quod sub utraq; b a e, & e d datũ est.



Theorema 95. Propositio 95.

SI in circuli positione dati diametro datum signum assumptum fuerit, ab ipso autem signo ad ipsum circulum proiecta fuerit aliqua recta linea, & à sectione ad rectos angulos acta fuerit ipsi excitatę, à signo autem in quod concurrit quę ad rectos angulos ipsi circuli circunferentia parallelus acta fuerit excitatę. Datum est signum quod concurrit parallelus diametro, & quod sub parallelis comprehensum rectangulum datum erit.



In circuli enim a b c, positione dati diametro b e assumptum sit datum signum d ac per ipsum d ad circulum producatur quædam utcunq; recta linea d a, ab ipso autem a ipsi d a angulus excitetur rectus a e, ac per e ipsi a d, per 31 primi element. parallelus excitetur e f. Dico quòd f datum est, & quod ea quæ sub a d, e f, area data est extendatur e f in h, & connectatur a h. Quoniam angulus h e a, rectus est, & h a dimetiens est circuli a b c, est autem & b e dimetiens. Igitur g cẽtrum est circuli a b e. Datum igitur est signum g, est autem & d datum. Data igitur est d g, magnitudine: & quoniam a d ipsi e h, parallelus est. Et æqualis est h g ipsi g a, per 15 diffinitionem primi element. & d g ipsi g f, & a d, f h. Data igitur d g. Data igitur est & f g. Sed & positione. Vtraq; igitur ipsarum g f, g d data est, & g datum est. Datum igitur & f, & quoniam in circulo a b e positione dato, assumitur signum f datum, & extenditur e f h. Datum igitur est per 93 datorũ, qđ sub e f, f h, æqualis aũt est h f ipsi d a. Datũ igitur est qđ sub a d, e f. Finis Datorum.

EVCLIDIS DE LEVI ET PONDEROSO FRAGMENTVM.

1 Æqua magnitudine corpora sunt, quæ loca replent æqua.

2 Diuersa magnitudine corpora sunt, quę loca replent nõ ęqua.

3 Grandiora magnitudine dicunť corpora, quæ loco sunt ampliore. 4 Æqua potentia corpora sunt, quorum & tempore & aëre aqua úe media æqualibus & per æqualia interualla æquales sunt motus. 5 Diuersa potẽtia corpora sunt, quorum tempore diuerso motus sunt ęquales. 6 Diuersorum potentia corporũ, maius id potentia dicitur, quod mouendo temporis insumpsit minus: minus autem potẽtia, quod temporis amplius. 7 Generis eiusdem corpora sunt, quę cum ęqua magnitudine sint, etiam sunt potentia. 8 Diuersa genere corpora sunt, quę cum ęqua magnitudine sint, potentia nõ sunt, per idem licet medium moueantur.

9 Diuersorũ genere corporũ, potẽtius id diciť, quod est solidius.

Theorema primum.

DIuersorum potẽtia corporũ, quod spatiũ amplius moueť, habet amplius potentiæ.

Sint

Sint a & b corpora duo, sint g d & e f, spatia duo, g d maius per quod a, c f minus per quod b mouetur, resecabo à spatio g d, g r spatiũ, sic ut sit c f spatio spatium g r æquale. Cætera sponte patent.

Theorema secundum.

EOrundem genere corporum si ipsa inter se erunt multiplicia, erunt æque ipsorum potentiæ multiplices.

Sit corpus a g, eodem genere corpori d duplũ, dico etiam potentia duplum esse. Sit enim a g, quidem corporis potentia e b, d uerò & a g iuxta multiplicis excessum in a b & b g diuidatur, sicut utriusq; potentia, ipsius d corporis potentiæ quæ erat c æqualis, fiat rursus ut a g corpus in partes a b, b g corpori d æquas diuisimus, sic e b, potentiam in partes e r & r b, æquas c potentia diuidamus. Liquidum est e b potentiam duplum potentiæ c euadere.

Theorema tertium.

EOrundem genere corporum, proportio & magnitudine & potentia est eadem.

Sit à corpus corporis eodem genere b duplum, dico ut a corpus ad b corpus est, sic corporis a potentia g ad corporis b potentiam d esse. Patet si ut corpora sic potentias æque utrinq; multipliciter diuidamus.

Corpus potentia corporis b

Corpus potentia corporis a

Theorema quartum.

QVæ corpora, æqua potentia eiusdem generis corpori sunt, eiusdem sunt inter se generis, àblatis enim æqualibus illi tertiò, erunt ipsorum uirtutes æquales, quia potentiæ tertij æquales.

Quorum corporum & magnitudo & potentia proportio una est, ipsa generis eiusdem erunt. Sit ut a corpus ad corpus b, sic corporis a potentia ad corporis b potentiam d, dico a b, corpora generis eiusdem esse. Statuamus enim a corpus, æquale corpori cuius potentia sic r. Erunt igitur ut b ad a, sic r ad potentiam ipsius a quæ est g. Reliqua patent.

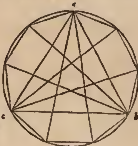
Ad finem quarti libri hæc à Campano adiecta sunt.

DAtum triangulum in tria æqualia diuidere.

Sit angulus datus c, uolo ipsum diuidere in tres æquales angulos, quod sic facio. Pono primo c, centrum circuli describendo circulum usq; quo secent circunferentiam in punctis a & b, tum a puncto c quod est centrum circuli, duco lineam c d perpendiculariter ad lineam c b & in linea c d aßignabo punctum e, à quo duco lineam ad æqualitatem c b usque quo secet circunferentiam circuli in puncto f, & produco usq; ad a, deinde protrabo lineam g b æquidistantem f a, quæ scilicet g b transeat per centrum, & duco lineam f g æquidistantem lineæ c e, & protrabo lineam c b in continuum & directum usq; ad l quæ secat lineam f g orthogonaliter in puncto o & per æqualia, dico ergo quòd arcus l g est æqualis arcui b b, propter hoc quod angulus l c g est æqualis angulo b

c b

c b cum sint contra se positi. Cum igitur arcus f g sit duplus arcui l g erit duplus arcui b b, sed arcus f g est æqualis arcui b a cum sint inter duas æquidistantes lineas quæ sunt f a & g b, ergo arcus b a est duplus arcui b b, ergo & angulus a c b est duplus angulo b c b, diuidam ergo angulū c b per æqualia per lineam c, ut patet propositum.



INtra datum circulum nō angulum æquilaterum atq; æquiangulum designare.

Quod sic fieri potest, iuxta doctrinam secundæ huius, inscribo circulo aßignato triangulum æquilaterum atq; æquiangulū qui sit a b c, & unumquenq; angulum eius diuidam per tria æqualia, & protraham lineas diuidentes angulos usq; ad circunferentiam: & tunc quia nouem anguli locati in circulo sunt æquales, de neceßitate arcus suppositi ipsis angulis sunt æquales, protrahā enim cordas subtractas singulis arcubus, & habebo intentum.

REGESTVM.

† a b c d e f g h i k l m n o p q r s t u x y z, Aa Bb Cc Dd Ee Ff Gg Hh Ii Kk Ll Mm Nn Oo Pp Qq Rr Ss Tt Vu Xx Yy Zz, AA BB CC. *Omnes sunt terniones, præter † qui est duernio.*

BASILEAE, [redacted] ANNO
M. D. XLVI.
MENSE AV-
GVSTO.

